

전달행렬법을 사용하여 균열이 있는 티모센코 보의 동특성 해석

Dynamic Analysis of Cracked Timoshenko Beams Using the Transfer Matrix Method

김 정 호* · 곽 종 훈* · 이 정 우* · 이 정 윤†

Jung Ho Kim, Jong Hoon Kwak, Jung Woo Lee and Jung Youn Lee

(Received January 18, 2016 ; April 5, 2016 ; Accepted April 5, 2016)

Key Words : Crack(균열), Dynamic Stiffness Matrix(동강성 행렬), F.E.M(유한요소법), Transfer Matrix Method(전달행렬법), Timoshenko Beam(티모센코 보), Dynamic Characteristics(동특성)

ABSTRACT

This paper presents a numerical method that can evaluate the effect of crack for the in-plane bending vibration of Timoshenko beam. The method is a transfer matrix method that the element transfer matrix is deduced from the element dynamic stiffness matrix. An edge crack is expressed as a rotational spring, and then is formulated as an independent transfer matrix. To demonstrate the accuracy of this theory, the results computed from the present are compared with those obtained from the commercial finite element analysis program. Based on these comparison results, a parametric study is performed to analyze the effects for the size and locations of crack.

1. 서 론

산업용 기계나 구조물들은 산업에서 중요한 역할을 하고 있지만 균열이 발생하면 기계에 심각한 피해를 주기도 한다. 이처럼 균열은 구조물의 안정성과 동특성을 변화시켜 구조물의 불안정 및 파괴의 주요 원인이 된다. 구조물 파괴의 원인이 되는 균열을 조기 탐지하고 위험을 예방하기 위해 다양한 연구가 진행되고 있으며 구조물의 손상 없이 결함을 탐지할 수 있는 비파괴검사 방법은 경제성 및 편의성 측면에서 매우 효과적이며 깊게 연구되고 있다. 이에 대해 Wei Fan 등은⁽¹⁾ 균열이 고유진동수에 미치는 영향에 대한 여러 연구들을 조사하였다.

세장비가 길고 균열이 존재하는 구조물의 경우

오일러 보 이론을 사용하여도 구조물의 동특성 변화를 잘 예측⁽²⁾하지만 균열의 깊이가 깊고 세장비가 비교적 짧은 경우에는 오차가 증가하므로 회전관성과 전단변형이 고려된 티모센코 보를 적용하여 해석한다.

지금까지 균열이 있는 티모센코 보의 동특성 해석을 위해 유한요소법⁽³⁻⁶⁾이 많이 사용되어 왔지만 요소의 수가 많아질수록 질량 및 강성행렬이 증가되며 소요시간이 오래 걸리는 단점이 있다. 이에 반해 전달행렬법은 유한요소법과는 달리 자유도 수가 증가하여도 전달행렬이 일정하기 때문에 연산 속도가 빠르고 계산 과정이 간단하다는 장점이 있어 보와 같은 요소에 많이 사용된다. 그러나 전달행렬법을 사용한 경우 티모센코 보를 집중질량으로 모델링⁽⁷⁻¹⁰⁾하거나 해석적으로 모델링⁽¹¹⁻¹⁴⁾하였다.

† Corresponding Author; Member, School of Mechanical System Design Engineering, Kyonggi University
E-mail : jylee@kyonggi.ac.kr

* Mechanical Engineering, Kyonggi University

‡ Recommended by Editor Jae Hung Han

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

집중질량으로 모델링하면 용이하게 동특성을 구할 수 있지만 오차가 많이 발생하고 해석적 방법은 엄밀 해를 구할 수 있지만 매우 복잡하기 때문에 티모센코 보를 분포질량으로 고려하여 해석할 수 있는 전달행렬법이 필요하게 되었다.

이 연구에서는 티모센코 보의 동강성행렬을 질량 및 강성행렬로 구하고 이를 이용하여 새로운 전달행렬법으로 제안하였으며 이 전달행렬법을 사용하여 균열의 위치와 깊이에 따른 티모센코 보의 동특성 변화를 예측하였다. 또한 제안된 방법의 타당성을 검증하기 위하여 ANSYS를 사용하여 계산된 결과들과 비교하였다.

2. 이 론

2.1 균열을 갖는 보의 탄성거동

Chondros와 Dimarogonas⁽¹⁵⁾ 등은 Fig. 1과 같이 보에 균열이 있는 경우 균열을 등가 회전 스프링 $k_\theta = 1/\alpha$ 로 모델링하였다. 여기서 L 은 보의 길이, I 는 단면이차모멘트, A 는 단면적, E 는 세로탄성계수, ν 는 푸아송 비, h 는 보의 높이, a 는 균열의 깊이이다.

$$\alpha = \frac{6\pi(1-\nu^2)h}{EI} I_c \left(\frac{a}{h}\right), \tag{1}$$

$$[M_{CT}] = \frac{\rho AL}{210(1+\Phi)^2} \begin{bmatrix} -(70\Phi^2 + 147\Phi + 78) - (35\Phi^2 + 77\Phi + 44)\frac{L}{4} & -(35\Phi^2 + 63\Phi + 27) & (35\Phi^2 + 63\Phi + 26)\frac{L}{4} \\ & -(7\Phi^2 + 14\Phi + 8)\frac{L^2}{4} & -(35\Phi^2 + 63\Phi + 26)\frac{L}{4} & (7\Phi^2 + 14\Phi + 6)\frac{L^2}{4} \\ & & (70\Phi^2 + 147\Phi + 78) & -(35\Phi^2 + 77\Phi + 44)\frac{L}{4} \\ \text{symmetric} & & & (7\Phi^2 + 14\Phi + 8)\frac{L^2}{4} \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$[M_{CR}] = \frac{\rho I}{210(1+\Phi)^2} \begin{bmatrix} -252 & (105\Phi - 21)L & 252 & (105\Phi - 21)L \\ & -(70\Phi^2 + 35\Phi + 28)L^2 - (105\Phi - 21)L & -(35\Phi^2 - 35\Phi - 7)L^2 & \\ & & 252 & (105\Phi - 21)L \\ \text{symmetric} & & & (70\Phi^2 + 35\Phi + 28)L^2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$[m] = [M_{CT}] + [M_{CR}] \tag{5}$$

$$[k] = \frac{EI}{(1+\Phi)l^3} \begin{bmatrix} -12 & -6l & 12 & -6l \\ -6l - (4+\Phi)l^2 & 6l & -(2-\Phi)l^2 & \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & (2-\Phi)l^2 & -6l & (4+\Phi)l^2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

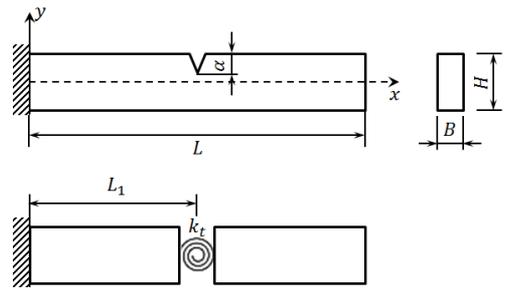


Fig. 1 Crack model in cantilever beam

$$I_c \left(\frac{a}{h}\right) = 0.6272\left(\frac{a}{h}\right)^2 - 1.04533\left(\frac{a}{h}\right)^3 + 4.594\left(\frac{a}{h}\right)^4 - 9.973\left(\frac{a}{h}\right)^5 + 20.2948\left(\frac{a}{h}\right)^6 - 33.0351\left(\frac{a}{h}\right)^7 + 47.1063\left(\frac{a}{h}\right)^8 - 40.7556\left(\frac{a}{h}\right)^9 + 19.6\left(\frac{a}{h}\right)^{10} \tag{2}$$

2.2 티모센코 보의 질량행렬과 강성행렬

전단변형과 회전관성이 고려된 티모센코 보의 질량 행렬과 강성행렬은 식 (3)~(6)과 같이 나타낼 수 있다⁽¹⁶⁾. 여기서 $[M_{CT}]$ 는 전단변형을 고려한 병진운동의 질량행렬이고 $[M_{CR}]$ 은 전단변형을 고려한 회전 관성의 질량행렬이며 ρ 는 밀도, Φ 는 전단수정계수이다. 또한 $[m]$ 과 $[k]$ 는 질량행렬과 강

성행렬이다. 유한요소법의 자유 진동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = 0 \tag{7}$$

여기서 $x = x_0 e^{i\omega t}$ 로 가정하면 다음과 같이 된다.

$$(-\omega^2[m] + [k])\{x\} = [k]_d\{x\} = 0 \tag{8}$$

여기서 $[k]_d$ 는 동강성행렬이며 정리하면 다음과 같다.

$$[k]_d = \frac{\rho}{210(1+\Phi)^2} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \tag{9}$$

여기서 식 (9)에 나타나 있는 행렬의 성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_{11} &= \{(70\Phi^2 + 147\Phi + 78)AL + 252I\}\omega^2 - 12\mu \\ a_{12} &= \left\{ (35\Phi^2 + 77\Phi + 44)\frac{AL^2}{4} - (105\Phi - 21)LI \right\}\omega^2 - 6L\mu \\ a_{13} &= \{(35\Phi^2 + 63\Phi + 27)AL - 252I\}\omega^2 + 12\mu \\ a_{14} &= -\left\{ (35\Phi^2 + 63\Phi + 26)\frac{AL^2}{4} + (105\Phi - 21)LI \right\}\omega^2 - 6L\mu \\ a_{21} &= \left\{ (35\Phi^2 + 77\Phi + 44)\frac{AL^2}{4} - (105\Phi - 21)LI \right\}\omega^2 - 6L\mu \\ a_{22} &= \left\{ (7\Phi^2 + 14\Phi + 8)\frac{AL^3}{4} + (70\Phi^2 + 35\Phi + 28)L^2I \right\}\omega^2 \\ &\quad - (4 + \Phi)L^2\mu \\ a_{23} &= \left\{ (35\Phi^2 + 63\Phi + 26)\frac{AL^2}{4} + (105\Phi - 21)LI \right\}\omega^2 + 6L\mu \\ a_{24} &= -\left\{ (7\Phi^2 + 14\Phi + 6)\frac{AL^3}{4} - (35\Phi^2 - 35\Phi - 7)L^2I \right\}\omega^2 \\ &\quad - (2 - \Phi)L^2\mu \\ a_{31} &= \{(35\Phi^2 + 63\Phi + 27)AL - 252I\}\omega^2 - 12\mu \\ a_{32} &= \left\{ (35\Phi^2 + 63\Phi + 26)\frac{AL^2}{4} + (105\Phi - 21)LI \right\}\omega^2 - 6L\mu \\ a_{33} &= -\{(70\Phi^2 + 147\Phi + 78)AL + 252I\}\omega^2 + 12\mu \\ a_{34} &= \left\{ (35\Phi^2 + 77\Phi + 44)\frac{AL^2}{4} - (105\Phi - 21)LI \right\}\omega^2 - 6L\mu \\ a_{41} &= -\left\{ (35\Phi^2 + 63\Phi + 26)\frac{AL^2}{4} + (105\Phi - 21)LI \right\}\omega^2 + 6L\mu \\ a_{42} &= -\left\{ (7\Phi^2 + 14\Phi + 6)\frac{AL^3}{4} - (35\Phi^2 - 35\Phi - 7)L^2I \right\}\omega^2 \\ &\quad + (2 - \Phi)L^2\mu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{43} &= \left\{ (35\Phi^2 + 77\Phi + 44)\frac{AL^3}{4} - (105\Phi - 21)LI \right\}\omega^2 - 6L\mu \\ a_{22} &= -\left\{ (7\Phi^2 + 14\Phi + 8)\frac{AL^3}{4} + (70\Phi^2 + 35\Phi + 28)L^2I \right\}\omega^2 \\ &\quad + (4 + \Phi)L^2\mu \end{aligned}$$

여기서 $\mu = \frac{210EI(1+\Phi)}{\rho L^3}$ 이다.

2.3 보의 전달 행렬

전달행렬법은 경계조건을 이용하여 행렬을 연속적으로 곱하여 각 부재의 상태량을 구하는 방법이다. Fig. 2에서 $n-1$ 점과 n 점은 다음과 같은 관계가 있다.

$$\{Z\}_n = [B]_n \{Z\}_{n-1} \tag{10}$$

여기서 $[B]_n$ 은 n 번째 요소의 전달행렬이며 $\{Z\}_n$ 은 n 번째 요소의 상태량을 나타내는 벡터이고 다음과 같다.

$$\{Z\}_n = \begin{Bmatrix} Y \\ \phi \\ V \\ M \end{Bmatrix}_n \tag{11}$$

여기서 Y 와 ϕ 는 처짐과 기울기를 나타내며 M 과 V 는 모멘트와 전단력을 나타낸다. 외팔 보는 Fig. 3과 같은 전달행렬의 결합으로 표시할 수 있고 마지막 요소의 상태벡터는 다음과 같다.

$$Z_{f+1} = [H]Z_1 \tag{12}$$

여기서 $[H] = [B_f] \cdots [K_\theta] \cdots [B_2][B_1]$ 이고 $[B_i]$ 는 i 번째 보의 전달행렬, $[K_\theta]$ 는 회전스프링의 전달행렬이다. 외팔보의 경계조건은 fix-free이며 각 요소의 상태벡터는 다음과 같다.

$$Z_1 = \begin{Bmatrix} Y \\ \phi \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad Z_{f+1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ V \\ M \end{Bmatrix} \tag{13}$$

2.4 유한요소법을 전달행렬법으로 변환

(1) 유한요소행렬의 전달행렬 변환

식 (9)의 유한요소행렬의 형태는 다음 식과 같다.

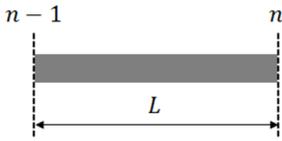
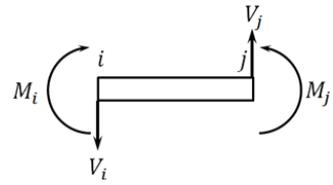
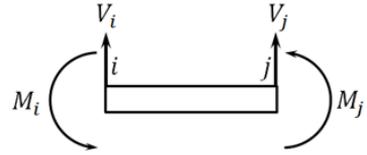


Fig. 2 Model of beam



(a) Transfer matrix method



(b) Finite element method

Fig. 4 Sign conversion between TMM and FEM

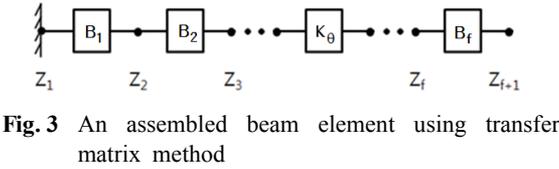


Fig. 3 An assembled beam element using transfer matrix method

$$\begin{Bmatrix} V_i \\ M_i \\ V_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & k \\ & \\ & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_i \\ \phi_i \\ Y_j \\ \phi_j \end{Bmatrix} \tag{14}$$

$$= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_i \\ \phi_i \\ Y_j \\ \phi_j \end{Bmatrix}$$

여기서 식 (14)는 식 (15)와 식 (16)으로 분해된다.

$$\begin{Bmatrix} V_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_i \\ \phi_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_j \\ \phi_j \end{Bmatrix} \tag{15}$$

$$\begin{Bmatrix} V_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_i \\ \phi_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_j \\ \phi_j \end{Bmatrix} \tag{16}$$

식 (15)를 정리하면 식 (17)이 되며, 식 (16)에 식 (17)을 대입하면 식 (18)과 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} Y_j \\ \phi_j \end{Bmatrix} = -[B^{-1}][A] \begin{Bmatrix} Y_i \\ \phi_i \end{Bmatrix} + [B^{-1}] \begin{Bmatrix} V_i \\ M_i \end{Bmatrix} \tag{17}$$

$$\begin{Bmatrix} V_j \\ M_j \end{Bmatrix} = ([C] - [D][B^{-1}][A]) \begin{Bmatrix} Y_i \\ \phi_i \end{Bmatrix} + [D][B^{-1}] \begin{Bmatrix} V_i \\ M_i \end{Bmatrix} \tag{18}$$

이 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} Y_j \\ \phi_j \\ V_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_i \\ \phi_i \\ V_i \\ M_i \end{Bmatrix} \tag{19}$$

여기서 $[A'] = -[B^{-1}][A]$, $[B'] = [B^{-1}]$, $[C'] = [C] - [D][B^{-1}][A]$, $[D'] = [D][B^{-1}]$ 이다.

(2) 방향 벡터와 힘 벡터의 방향

유한요소법과 전달행렬법의 절점 i, j 에서의 방향벡터와 힘 벡터의 방향은 Fig. 4와 같이 표시되어진다. 유한요소법과 전달행렬법에 절점 i 에서는 힘 벡터의 방향이 반대이므로 식 (19)는 다음과 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} Y_j \\ \phi_j \\ M_j \\ V_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & -B' \\ C' & -D' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_i \\ \phi_i \\ M_i \\ V_i \end{Bmatrix} \tag{20}$$

(3) 회전스프링의 전달행렬

균열이 있는 경우 등가 회전 스프링의 전달행렬은 다음과 같다.

$$[K]_{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k_{\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{21}$$

여기서 $k_{\theta} = 1/\alpha$ 이며 α 는 식 (1)과 같다.

3. 적용 예

제안된 방법을 검증하기 위하여 Table 1에서 주어진 제원이 사용되었으며 보 요소의 모델링은 Fig. 5와

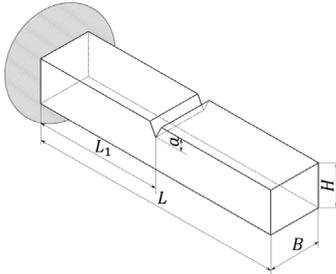


Fig. 5 Model of Timoshenko beam with crack

Table 1 Material properties

Notation	Description	Value
E	Elastic modulus	210 GPa
ρ	Density of beam material	7850 kg/m ³
L	Length of beam	1 m
B	Width of cross-section	0.1 m

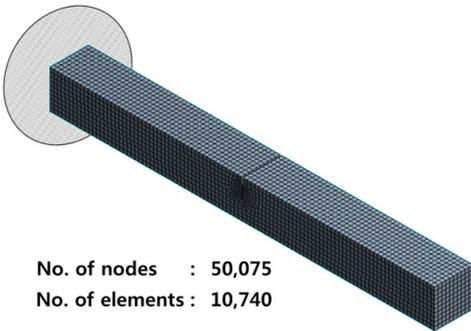


Fig. 6 ANSYS model of Timoshenko beam with crack

같이 하였다. Fig. 5에서 L_1 은 균열의 위치이며 H 는 보의 높이, a 는 균열의 깊이이다. 균열의 깊이 a 는 a/H 는 0, 0.25, 0.5로 하였으며 요소의 수는 100개로 하였다.

Fig. 6에 Table 1의 재원을 가지며 균열의 위치 $L_1 = 0.5$ m이고 보의 균열의 깊이가 $a/H = 0.25$ 일 때의 ANSYS의 모델을 나타내었다. 절점 수는 50 075개, 요소 수는 10 740개이며 요소는 육면체요소를 사용하였고 선형 자유 진동해석을 하여 고유진동수를 구하였다.

4. 결과 및 고찰

Table 2에는 보에 균열이 없는 오일러 보, 티모센

Table 2 The first four natural frequencies when $a = 0$

Mode number	Natural frequencies(Hz)			Ratio	
	Euler (E)	Timoshenko (T)	Anslys (A)	E/A	T/A
1	83.30	82.84	83.28	1.000	0.995
2	516.12	496.80	499.45	1.033	0.995
3	1419.59	1307.82	1315.10	1.079	0.994
4	2713.17	2374.78	2388.80	1.136	0.994

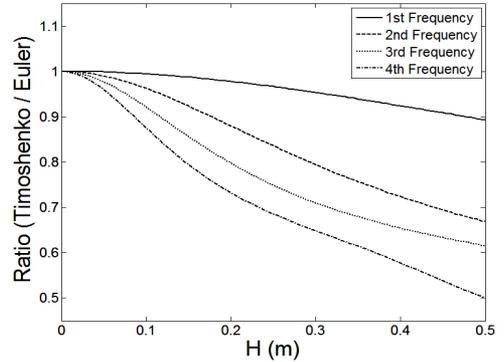


Fig. 7 Comparison of natural frequencies according to the height of beam

코 보와 ANSYS에서 구한 고유진동수를 4차까지 나타내었다. 보 요소는 길이 $L = 1$ m, 폭 $B = 0.1$ m, 높이 $H = 0.1$ m로 모델링하였다. 오일러 보와 티모센코 보를 ANSYS 결과와 비교하였을 때 오일러 보의 경우에 1차 고유진동수는 0%, 2차 고유진동수는 3.3%, 3차 고유진동수는 7.9%, 4차 고유진동수는 13.6%의 오차가 발생하였고 고유진동수의 차수가 높아질수록 오차가 크게 발생하였다. 티모센코 보의 경우에 1차 고유진동수는 0.5%, 2차 고유진동수는 0.5%, 3차 고유진동수는 0.6%, 4차 고유진동수는 0.6%의 오차가 발생하였지만 오일러 보인 경우보다 ANSYS에서 구한 고유진동수와 잘 일치한다는 것을 알 수 있다. 이는 보의 전단 변형과 회전 관성을 고려하였기 때문이다.

Fig. 7은 보의 높이에 따른 고유진동수의 변화를 보여준 것으로 보의 높이 H 는 0.05 m부터 0.5 m까지 증가하였으며 오일러 보를 기준으로 티모센코 보에 대해서 검토하였다. 고유진동수의 차수가 높아질수록 차이가 크게 나타나게 되는데 오일러 보 보다 티모센코 보의 고유진동수가 낮았다.

Fig. 8은 균열 위치와 깊이에 따른 고유진동수의

변화를 보여준 것으로 보의 높이는 길이의 10%로 하였고 오일러 보와 티모셴코 보에 대해서 1차부터 4차 고유진동수까지 검토하였다. 균열의 깊이는 보의 높이의 0%, 25%, 50%로 하였으며 균열의 위치는 고정단에서 시작하여 길이 방향으로 길이의 1%씩 증가하였다. 균열의 위치 및 균열의 깊이에 따라 보의 고유진동수가 변하였으나 1차 고유진동수의 경우는 자유단 위치에서 고유진동수 변화가 없었다.

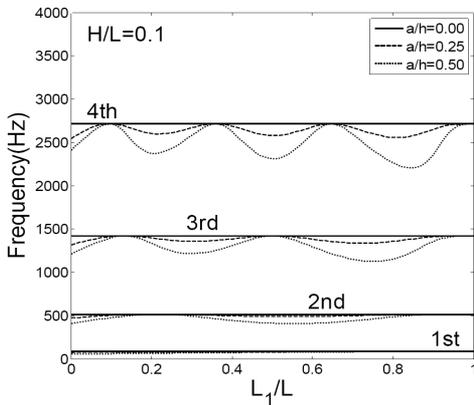
2차 고유진동수는 자유단을 비롯하여 2곳, 3차 고유진동수는 3곳, 4차 고유진동수는 4곳이 균열 깊이에 관계없이 고유진동수의 변화를 보이지 않았다. 이 곳은 각 고유진동수의 진동모멘트 모드의 노드 점(nodal point)에 해당하는 위치로 노드 점에 균열이 있어도 변형에너지의 변화가 발생하지 않기 때문이다.

Table 3 The first four natural frequencies when $L_1 = 0.5$ m, $H = 0.1$ m and $a/H = 0.25$

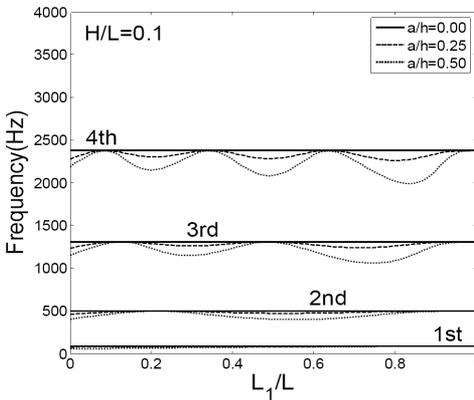
Mode number	Natural frequencies(Hz)			Ratio	
	Euler (E)	Timoshenko (T)	Ansys (A)	E/A	T/A
1	82.18	81.73	82.17	1.000	0.995
2	488.20	471.39	473.93	1.030	0.995
3	1419.59	1307.38	1314.60	1.080	0.995
4	2580.16	2282.79	2296.40	1.124	0.994

Table 4 The first four natural frequencies when $L_1 = 0.5$ m, $H = 0.1$ m and $a/H = 0.5$

Mode number	Natural frequencies (Hz)			Ratio	
	Euler (E)	Timoshenko (T)	Ansys (A)	E/A	T/A
1	77.72	77.36	77.61	1.001	0.997
2	412.47	401.25	400.52	1.030	1.002
3	1419.58	1306.17	1310.70	1.083	0.997
4	2309.48	2084.85	2126.70	1.086	0.980

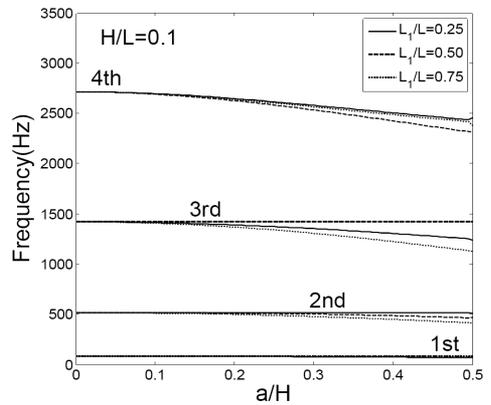


(a) Euler beam

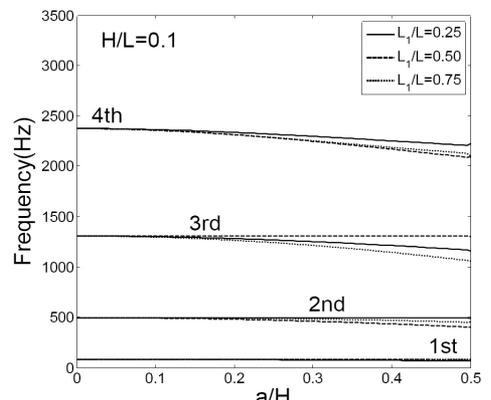


(b) Timoshenko beam

Fig. 8 The change of the four natural frequencies according to the location of crack



(a) Euler beam



(b) Timoshenko beam

Fig. 9 The change of the four natural frequencies according to the depth of crack

Table 3은 균열의 위치 $L_1 = 0.5\text{ m}$ 이고 보의 균열의 깊이가 $a/H = 0.25$ 일 때, Table 4는 균열의 길이를 $a/H = 0.5$ 일 때 고유진동수의 변화를 오일러보와 티모센코 보로 비교한 것이다. 해석결과 티모센코 보인 경우가 오일러 보인 경우보다 ANSYS에서 구한 고유진동수와 잘 일치한다는 것을 알 수 있다.

Fig. 9는 균열의 깊이에 따른 고유진동수의 변화를 보여준 것으로 경우에 대하여 오일러 보와 티모센코 보에 대하여 1차부터 4차 진동수까지 검토하였다. 균열의 깊이는 보의 높이의 0%부터 50%까지 증가하였으며 균열의 위치 L_1 은 고정단에서 0.25 m, 0.5 m, 0.75 m로 하였다. 균열의 깊이 a 가 증가할수록 고유진동수가 낮아졌으나 균열의 위치 L_1 이 0.25 m인 경우 2차 고유진동수와 0.5 m인 경우 3차 고유진동수는 각 고유진동수의 진동모멘트 모드의 노드 점(nodal point) 부근에 위치하여 균열이 존재하므로 균열 깊이에 관계없이 고유진동수의 변화가 거의 없었다.

5. 결 론

균열이 있는 티모센코 보의 동특성을 새로 제안한 전달행렬법을 이용하여 구하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 유한요소법의 동강성행렬을 이용하여 전단변형과 회전관성이 고려되어진 분포질량 전달행렬법을 개발하였다.
- (2) 개발한 전달행렬법을 이용하여 균열이 있는 오일러 보와 티모센코 보의 고유진동수를 해석하였으며, ANSYS에서 구한 고유진동수와 비교한 결과 티모센코 보의 경우가 오일러 보의 경우보다 ANSYS 해석 결과에 잘 일치하였다.
- (3) 균열이 진동모멘트의 노드 점에 있는 경우 고유진동수의 변화가 거의 없음을 알 수 있었다.
- (4) 균열이 있는 보에 대한 균열의 영향을 조사하기 위하여 균열의 위치와 균열의 깊이와 보의 높이의 비를 증가시켜가며 비교하여 검토하였으며, 보에 균열이 커질수록 고유진동수가 낮아짐을 알 수 있었다.

후 기

이 연구는 2014학년도 한국과학재단 일반연구자

지원사업(기본연구-유형I NRF-2014R1A1A2054815)에 의해 수행되었음.

References

- (1) Fan, W. and Qiao, P., 2011, Vibration-based Damage Identification Methods: A Review and Comparative Study, Structural Health Monitoring, Vol. 10, No. 1, pp. 83~111.
- (2) Hur, Y-C., Kim, J-K. and Park, S-H., 2007, A Study about the Damage Model of a Cantilever Beam with Open Crack Generated in Whole Breadth of the Beam, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 10, pp. 936~945.
- (3) Balasubramanian, K. R., Sivapirakasam, S. P. and Anand, R., 2014, Vibration Analysis of a Timoshenko Beam with Transverse Open Crack by Finite Element Method, Applied Mechanics & Materials, Vol. 592-594, pp. 2102~2106.
- (4) Krawczuk, M., 1994, Coupled Logitudinal and Bending Forced Vibration of Timoshenko Cantilever Beam with a Close Crack, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 2, No. 32, pp. 463~482.
- (5) Kisa, M., Brandon, J. and Topcu, M., 1998, Free Vibration Analysis of Cracked beams By a Combination of Finite Elements and Component Mode Synthesis Methods, Computers and Structures, Vol. 67, pp. 215~223.
- (6) Bui, N. N., Ngo, M., Nikolic, M., Brancherie, D. and Ibrahimbegovic, A., 2014, Enriched Timoshenko Beam Finite Element for Modeling Bending and Shear Failure of Reinforced Concrete Frames, Computers and Structures, Vol. 143, pp. 9~18.
- (7) Wu, J. and Chen, C., 2007, A Lumped-mass TMM for Free Vibration Analysis of a Multi-step Timoshenko Beam Carrying Eccentric Lumped Masses with Rotary Inertias, Journal of Sound and Vibration, Vol. 301, No. 3-5, pp. 878~897.
- (8) Nandakumar, P. and Shankar, K., 2015, Structural Crack Damage Detection Using Transfer Matrix and State Vector, Measurement, Vol. 68, pp. 310~327.
- (9) Attar, M., Karrech, A. and Regenauer-Lieb, K., 2014, Free Vibration Analysis of a Cracked Shear Deformable Beam on a Two-parameter Elastic Foundation

Using a Lattice Spring Model, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 11, pp. 2359~2377.

(10) Sasmal, S. and Ramanjaneyulu, K., 2009, Detection and Quantification of Structural Damage of a Beam-like Structure Using Natural Frequencies, *Engineering*, Vol. 1, pp. 167~176.

(11) Heydari, M. and Ebrahimi, A., 2015, Continuous Model for Flexural Vibration Analysis of Timoshenko Beams with a Vertical Edge Crack, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 85, No. 5, pp. 601~615.

(12) Carneiro, S. H. S. and Inman, D. J., 2002, Continuous Model for the Transverse Vibration of Cracked Timoshenko Beams, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 124, No. 2, pp. 310~320.

(13) Rakideh, M., Dardel, M. and Pashaei, M. H., 2013, Crack Detection of Timoshenko Beams Using Vibration Behavior and Neural Network, *International Journal of Engineering*, Vol. 26, No. 12, pp. 1433~1444.

(14) Swamidas, A. S. J., Yang, X. and Seshadri, R., 2004, Identification of Cracking in Beam Structures Using Timoshenko and Euler Formulations, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 11, No. 11, pp. 1297~1308.

(15) Gounaris, G. and Dimagoronas, A. D., 1988, A Finite Element of a Cracked Prismatic Beam for Structural Analysis, *Computers and Structures*, Vol. 28, No. 1, pp. 309~313.

(16) Noll, S., Dreyer, J. T. and Singh, R., 2013, Identification of Dynamic Stiffness Matrices of Elastomeric Joints Using Direct and Inverse Methods, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 39, No. 1-2, pp. 227~244.



Jong Hoon Kwak received his B.S. in the school of mechanical engineering in 2015 from Kyonggi University. He is pursuing M.S. in the school of mechanical engineering from Kyonggi University. Currently his research interests are vibration and applied mechanics.



Jung Woo Lee received B.E. and M.S. in mechanical engineering in 2002 and 2004, respectively, from Kyonggi University, Suwon, Korea. He has been working as a researcher in Technology Research and Development Institute at KEPCO KPS. In March of 2012, he enrolled at Kyonggi University as a doctoral student under the supervision of Professor Jung Youn Lee at mechanical system engineering.



Jung Youn Lee is Professor of Dept. of Mechanical System Engineering at Kyonggi University, where he has been since 1996. He received a B.S., an M.S. and his Ph.D. from Hanyang University in 1979, 1989 and 1992 respectively. His research interests are in System Identification, Structural Modification, Inverse Problem, Modal Analysis and Sensitivity Analysis of Vibration.



Jung Ho Kim received his B.S. in the school of mechanical engineering in 2014 from Kyonggi University. He is pursuing M.S. in the school of mechanical engineering from Kyonggi University. Currently his research interests are vibration and applied mechanics.