

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 44(4), 290-297(2016)

DOI: <http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2016.44.4.290>

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

사각 덕트내 난류 횡단류 유동장에 분사되는 액체 제트의 분열과 미립화에 관한 LES 해석

유영린*, 한두희*, 성홍계*, 전혁수**, 박철현**

LES on breakup and atomization of a liquid jet into cross turbulent flow in a rectangular duct

Young-Lin Yoo*, Doo-Hee Han*, Hong-Gye Sung*, Hyuk-Soo Jeon** and Chul-Hyun Park**

Korea Aerospace University, School of Aerospace and Mechanical Engineering*,

Agency for Defense Development, The 1st R&D Institute**

ABSTRACT

A two-phase Large Eddy Simulation(LES) has been conducted to investigate breakup and atomization of a liquid jet in a cross turbulent flow in a rectangular duct. Gas-droplet two-phase flow was solved by a coupled Eulerian-Lagrangian method which tracks every individual particles. Effects of liquid breakup models, sub-grid scale models, and a order of spatial discretization was investigated. The penetration depth in cross flow was comparable with experimental data by varying breakup model and LES scheme. SMD(Sauter Mean Diameter) distribution downstream of jet was analyzed.

초 록

사각덕트에서 난류 유동장으로 분사되는 액체 제트의 액주 분열과 미립화 현상에 관한 LES를 수행하였다. 기체상태의 공기 유동 해석에 오일러리안 해법을 사용하고, 액적 추적을 위하여 라그랑지안 해법을 사용하여 기체-액체간 이상유동(two phase flow) 해석을 수행하였다. 액적 분열 모델, 아격자 스케일 모델 및 공간 차분법에 따른 액적 분열을 조사하였다. 액체 제트의 침투깊이를 경험식과 비교하였으며 경험식보다 약간 높음을 알 수 있었다. 제트 후류에서 사우터 평균직경에 대한 분석을 수행하였다.

Key Words : Liquid column breakup(액주분열), Droplet breakup(액적분열), Atomization(액적미립화), Two phase flow(이상유동), Penetration depth(침투깊이), Large eddy simulation(대와동모사)

1. 서 론

액체 연료를 사용하는 공기 흡입식 추진 기관

의 연소특성은 연료의 미립화(atomization) 및 공기-연료 혼합(mixing) 과정에 의해 큰 영향을 받는다. 현재까지 연소실에서의 공기-연료 미립화

II. 본 론

2.1 수치해석기법

2.1.1 지배 방정식

지배 방정식은 직교좌표계의 질량, 운동량, 에너지 보존 방정식으로 표현된다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial [(\rho E + p)u_i]}{\partial x_i} = -\frac{\partial Q_i}{\partial x_i} + \frac{\partial (u_i \tau_{ij})}{\partial x_j} \quad (3)$$

2.1.2 LES(Large eddy simulation) 난류 모델

LES기법은 계산격자에 의해 포획 가능한 scale 과 모델링 되어야 하는 scale을 구분하기 위해 지배방정식의 분해와 Filtering 과정이 필요하며, 정해진 top-hat 필터의 범위 내에서 구한 유한체 적법에서 정의된 셀(cell) 평균 기법을 본 연구에 적용하였다.

지배방정식의 분해는 밀도변화의 영향을 고려하여, Favre-averaging 법을 사용하며, 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \bar{\rho} \delta_{ij})}{\partial x_j} = \frac{\partial (\bar{\tau}_{ij} - \tau_{ij}^{sgs} + D_{ij}^{sgs})}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial [(\bar{\rho} \tilde{E} + \bar{p}) \tilde{u}_i]}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{q}_i + \tilde{u}_j \tau_{ij} - Q_i^{sgs} - H_i^{sgs} + \sigma_{ij}^{sgs}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{f}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{f})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\rho} \tilde{D} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_i} + \Phi_i^{sgs} \right) \quad (7)$$

여기서 상첨자 SGS는 아격자스케일 모델(subgrid-scale model)을 의미하고 다음과 같다.

$$\tau_{ij}^{sgs} = \bar{\rho} (u_i u_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j) \quad (8)$$

$$D_{ij}^{sgs} = (\bar{\tau}_{ij} - \tilde{\tau}_{ij}) \quad (9)$$

$$Q_i^{sgs} = (\bar{q}_i - \tilde{q}_i) \quad (10)$$

$$H_i^{sgs} = \bar{\rho} (E u_i - E \tilde{u}_i) + (\bar{p} u_i - \bar{p} \tilde{u}_i) \quad (11)$$

$$\sigma_i^{sgs} = (\bar{u}_j \tau_{ij} - \tilde{u}_j \tilde{\tau}_{ij}) \quad (12)$$

$$\Phi_i^{sgs} = \bar{\rho} (u_i f - \tilde{u}_i \tilde{f}) \quad (13)$$

아격자 응력 텐서 τ_{ij}^{sgs} 를 모사하기 위해 대수 Smagorinsky 모델에서는 일정한 에디 점성을 가정한다.

$$\tau_{ij}^{sgs} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk}^{sgs} = -2(C_R \bar{\Delta})^2 |\tilde{S}| \quad (14)$$

여기서 C_R 은 압축성 Smagorinsky 상수를 나타낸다.

Germano[8]에 의해 제안된 다이나믹 Smagorinsky 모델에서는 아격자 응력 τ_{ij}^{sgs} 과 하위검사 응력 T_{ij} 를 이용한다.

$$\tau_{ij}^{sgs} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk}^{sgs} = -2C_R \bar{\Delta}^2 \bar{\rho} |\tilde{S}| \left(\bar{S}_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \bar{S}_{ll} \right) = C_R \alpha_{ij} \quad (15)$$

$$T_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} T_{kk} = -2C_R \hat{\Delta}^2 \hat{\rho} |\tilde{S}| \left(\tilde{S}_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tilde{S}_{ll} \right) = C_R \beta_{ij} \quad (16)$$

$$\alpha_{ij} = -2\bar{\Delta}^2 |\tilde{S}| \left(\bar{S}_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \bar{S}_{ll} \right) \quad (17)$$

$$\beta_{ij} = -2\hat{\Delta}^2 |\tilde{\rho}| \left(\tilde{S}_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tilde{S}_{ll} \right) \quad (18)$$

모델 계수인 C_R 은 오차를 최소화하기 위해 최소자승법으로 구하며 Lilly[9]에 의해 제안된 식은 다음과 같다.

$$C_R = \frac{L_{u_i u_j} M_{u_i u_j}}{M_{u_i u_i} M_{u_j u_j}} \quad (19)$$

$$L_{ij} = C_R (\beta_{ij} - \hat{\alpha}_{ij}) + \frac{\delta_{ij}}{3} (T_{kk} - \hat{\tau}_{kk}^{sgs}) = C_R M_{ij} + \frac{\delta_{ij}}{3} L_{kk} \quad (20)$$

$$M_{ij} = \beta_{ij} - \hat{\alpha}_{ij} \quad (21)$$

대수 모델은 C_R 을 상수값으로 정의하는 반면에 다이나믹 모델은 각지점에서의 난류 에너지를 고려하여 C_R 을 직접 계산한다[10].

2.1.3 액적 분열 모델

액적 분열 모델링에 Lagrangian 해석법인 확률 분리운동 모델링을 사용하였다. 본 논문에서는 Kelvin-Helmholtz 불안정성에 따른 KH 모델을 1차, 2차 분열 과정에 적용했다.

KH 모델의 방정식들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r &= B_0 A_{KH} \quad (\text{if } B_0 A_{KH} \leq a) \\ r &= \min \left[(3\pi a^2 u_r / 2\Omega_{KH})^{0.33}, (3a^2 A_{KH} / 4)^{0.33} \right] \quad (22) \\ & \quad (\text{if } B_0 A_{KH} > a, \text{ one time only}) \end{aligned}$$

$$\frac{da}{dt} = -\frac{(a-r)}{\tau_{KH}} \quad (23)$$

$$\tau_{KH} = \frac{3.726B_1a}{\Omega_{KH}\Lambda_{KH}} \quad (24)$$

KH 모델에 적용되는 최대 성장률 Ω_{KH} 와 파장 Λ_{KH} 는 다음과 같다.

$$\Omega_{KH} = \frac{0.34 + 0.38 We_l^{1.5}}{(1+Z)(1.4Ta^{0.6})} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho l^3}} \quad (25)$$

$$\Lambda_{KH} = \frac{9.02r(1+0.45\sqrt{Z})(1+0.4Ta^{0.7})}{(1+0.865We_l^{1.67})^{0.6}} \quad (26)$$

$$Z = \frac{\sqrt{We_l}}{Re_l} \quad (27)$$

$$Ta = Z\sqrt{We_g} \quad (28)$$

Equation (22)~(24)는 모액적 반경 a 값으로부터 생성되는 액적의 반경 r 을 도출하는 지배방정식으로, KH 모델의 액적 반경 r 에 관한 상수 B_0 는 Reitz[11] 가 제안한 0.61을 사용했으며, 분열시간 상수는 O'Rourke와 Amsden[12] 이 제안한 1.73을 사용했다.

2.1.4 수치 기법

수치 기법으로 밀도기반의 유한체적법을 사용하였으며, 시간적분에 TVD 3차 Runge-Kutta[13] 기법을 사용하였다. TVD는 시간 연산 자체가 계산 결과 전체의 변동을 증가시키지 않는다는 점에서 이점이 있다. 또한 시간 적분 방식의 TVD 속성은 비선형 쌍곡선 문제의 시간 전진에서 중요한 역할을 한다.

공간적분에는 공간 2차 중심차분법과 Rai와 Chakravarthy[14] 에 의해 제안된 공간 4차 중심차분법을 사용하였다. 또한, 수치적 안정화를 위해 Swanson and Turkel[15] 에 의해 제안된 수치적 소산을 적용하였다.

2.2 계산 격자 구성 및 계산 조건

2.2.1 계산 격자 구성

본 논문에서는 실험데이터가 제공된 Stenzler의 실험[16]을 모사하였다. Fig. 1과 같이 계산형상은 28.9×25.8×130 mm의 3차원 사각 덕트이고 약 330만 개의 격자를 사용하였다. 또한 계산의 효율을 위해 총 84개의 다중블록을 사용하여 MPI (Message Passing Interface) 병렬연산 기법을 적용하였다.

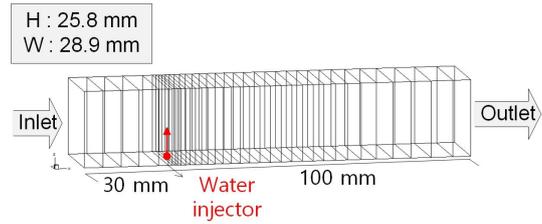


Fig. 1. Computational domain

Table 1. Description of each case

Case	Breakup model	LES scheme	Spatial discretization
1	KH	algebraic	2 nd order central
2			4 th order central
3		dynamic	2 nd order central
4			4 th order central

2.2.2 계산 조건

상압, 상온 조건에 주 유동의 속도는 125m/s 이고, 공기 유동에 분사되는 액체의 분사속도는 13 m/s 이며, 액체-기체의 운동량비(q)는 9 이다. 분무액체는 297° K의 물을 사용하였다.

각 계산은 액적 분열 모델인 KH 모델과 LES의 SGS 대수 모델과 다이나믹 모델, 그리고 공간 2차 및 4차 중심차분법을 달리하여 계산하였다. 각 케이스의 자세한 계산 조건은 Table 1과 같다.

2.3 계산 결과

2.3.1 액적 분무 LES 결과

Figure 2 (a)는 q=9 인 조건에서의 덕트의 상하 벽면에서의 난류 횡단류 유동장과 액적 분열 및 궤적을 나타낸다. 액주에서 분열된 액적은 하류로 갈수록 큰 직경의 액적이 침투 깊이가 크며 2차 분열로 인하여 지속적으로 분열하여 입도 분포가 넓게 퍼짐을 보여준다. 벽면에서는 난류의 발달로 하류로 갈수록 다양한 스케일의 와류가 발생됨을 알 수 있다. 1차 분열이 발생하는 액주 뒤쪽으로 기체-액체 간 상호작용으로 인해 유속이 감소되고, 와류 분포가 크게 발달됨을 알 수 있다(Fig. 2 (b)).

Figure 3은 액체 분사위치에서 액주에서 발하는 1차 분열과 2차 분열을 확대 도시하였다. 분사 노즐과 같은 크기의 직경을 갖는 초기분tk 액적이 액주 상태로 공급되어 1차 분열을 통해 일부가 60 μm 이하의 작은 직경의 액적으로 분열되고, 일부는 상대적으로 큰 직경을 유지 한 채 액주에서 분리되는 현상을 확인 할 수 있다.

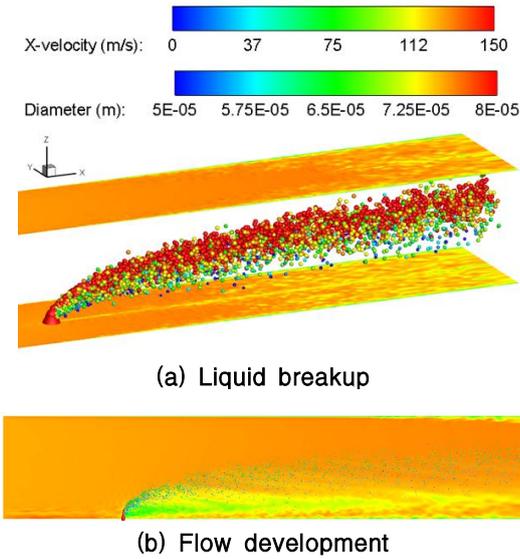


Fig. 2. Liquid break up of water injected in cross flow and flow development on the x-z cross section at center of the channel

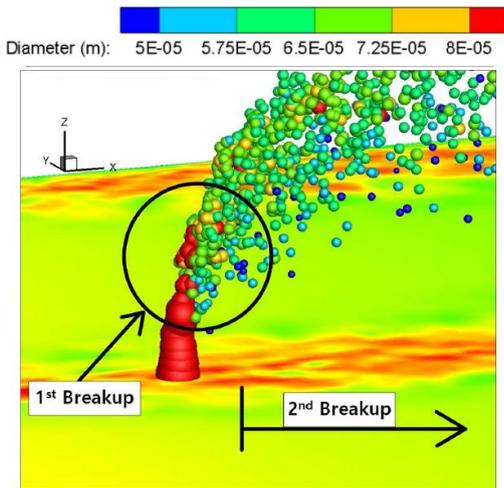


Fig. 3. The 1st and 2nd breakup of liquid jet

Figure 4는 $z=0.5\text{mm}$ 에서의 z-vorticity 분포이다. 액주 뒤쪽의 횡단류 재순환 영역에서 발생하는 horse-shoe vortex 형상이 명확히 나타난다.

vortex의 진동수는 식(29)에 의해 구할 수 있으며, 계산 조건에서 $U_{air} = 125\text{ m/s}$, $St = 0.18$, $d_0 = 0.254\text{ mm}$ 이므로, 약 $f = 88495\text{ /s}$ 로 계산된다.

$$St = \frac{fd_0}{U_{air}} \quad (29)$$

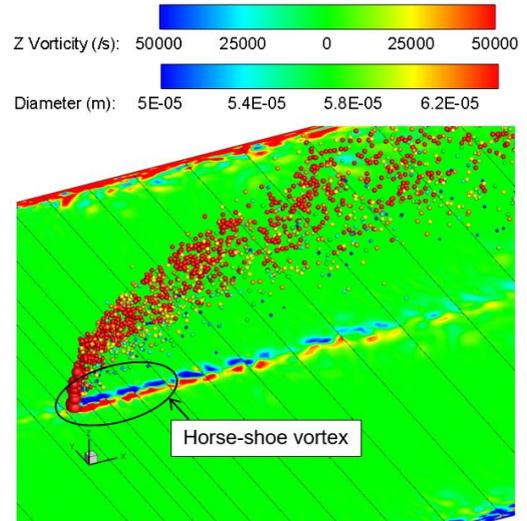


Fig. 4. Horse-shoe vortex at $z=0.5\text{mm}$

2.3.2 액적 침투 깊이

Figure 5는 수치해석 모델을 달리한 침투 깊이의 계산 결과이다. Stenzler[16]는 실험을 바탕으로 침투깊이 실험식(31)을 제안했다. 또한 Wu [17]와 Mashayek[18]은 Stenzler의 실험과 유사한 조건으로 실험을 실시했다. Wu는 액체-기체의 모멘텀 플럭스 비 $4 < q < 185$ 와 1기압의 공기를 마하 0.2~0.4의 조건에서 실험을 했고, Mashayek은 $7.3 < q < 34.2$ 에서 1기압의 공기를 조건으로 실험을 실시했다. 액적침투 깊이의 실험식은 다음과 같다.

$$y/d = 4.3q^{0.33}(x/d)^{0.33} \quad : \text{Wu (30)}$$

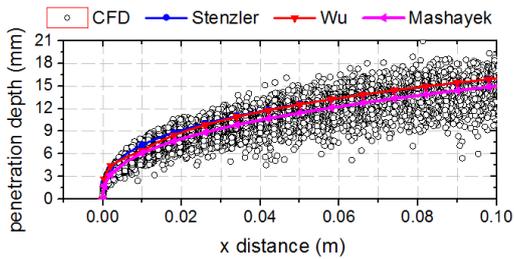
$$y/d = 2.584q^{0.429}(x/d)^{0.347} \quad : \text{Stenzler (31)}$$

$$y/d = 2.6q^{0.36}(x/d)^{0.39} \quad : \text{Mashayek (32)}$$

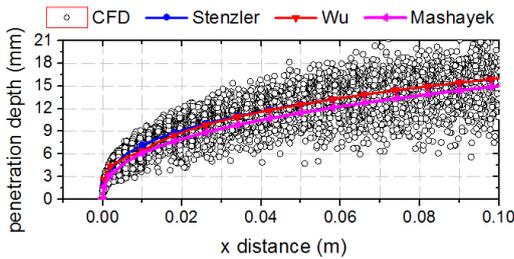
이 식들은 액적의 가장 위쪽의 침투깊이를 기준으로 한 실험식이다. 침투깊이는 모든 조건에서 약 0.018~0.02m로 비슷하였다. 2차 공간보다 4차 공간의 계산 결과가 위아래로 액적이 더 넓게 분포되는 경향을 보였으며 대수 모델에 비하여 다이나믹 모델이 실험결과와 더 유사하다.

2.3.3 사우터 평균 직경(SMD)

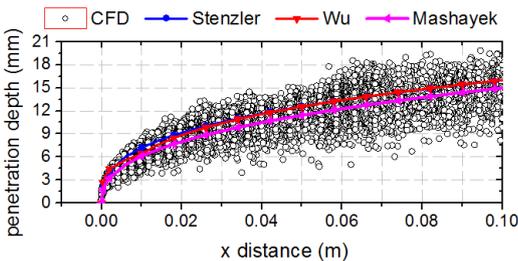
Figure 6은 다이나믹 4차 공간에서의 사우터 평균 직경을 액체 분사 위치로부터 유동 하류 각 위치에서 횡단면으로 도시한 모습이다. 분사 초기인 $x=1\text{mm}$ 에서부터 $x/d=100$ 인 $x=25.4\text{mm}$ 까지 액적의 분포가 넓게 확산되는 모습을 볼 수 있다. 또한 SMD 위쪽으로 갈수록 큰 값을 갖는데, 이것은 액적 관성의 영향으로 인해 액적의



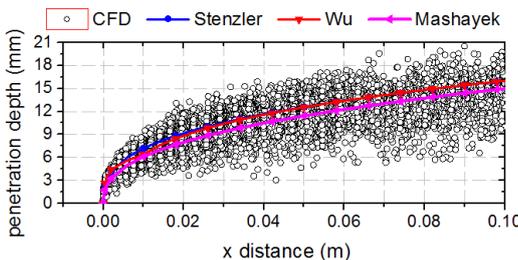
(a) SGS algebraic, 2nd order



(b) SGS algebraic, 4th order



(c) SGS Dynamic, 2nd order



(d) SGS Dynamic, 4th order

Fig. 5. Penetration depth of water jet to different SGS models and space difference schemes

크기가 클수록 더 큰 침투깊이를 갖기 때문이다.

Figure 7은 Stenzler의 실험결과와 Wang[5]의 수치결과의 SMD 비교이다. 액적크기에 따라 상부/중부/하부 세 영역으로 구분된 분포를 나타

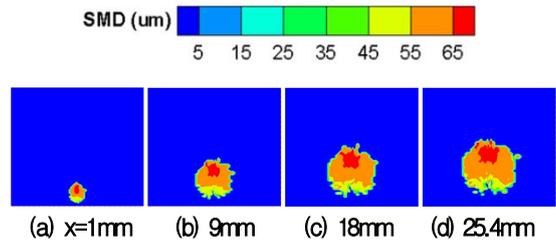


Fig. 6. SMD distribution along the downstream

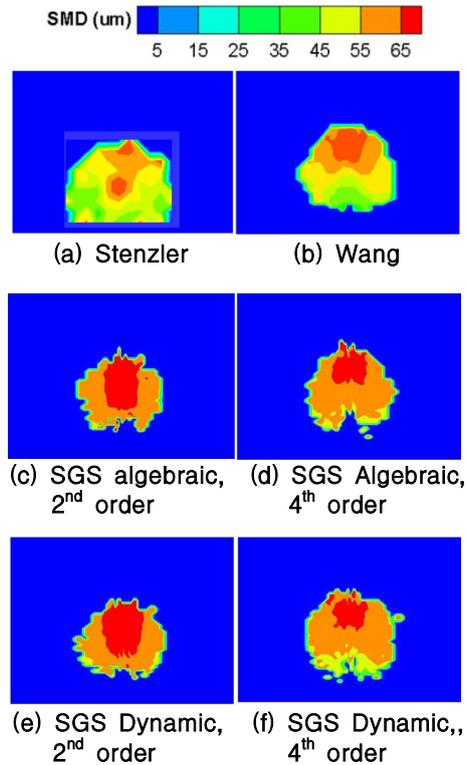


Fig. 7. Comparison of SMD distribution at $x/d=100$

내는데 이는 액적의 크기가 클수록 관성이 크므로 침투깊이가 커지기 때문이다. 본 논문에서 수치해석 결과인 (c)~(f)는 Stenzler의 실험결과와 다소 차이가 있음을 알 수 있다. 대수 모델에 비하여 다이내믹 모델이 더 넓은 SMD 분포를 보이고 이는 실험결과에 근접한다. 공간 2차 중심차분의 결과인 (c)와 (e)는 $65\mu\text{m}$ 이상의 큰 액적이 실험결과에 비해 중앙으로 더 깊이 침투했다. 공간 4차 중심차분의 결과인 (d), (f)는 $65\mu\text{m}$ 이상의 액적에서 Wang의 결과와 유사함을 보이지만, 그 이하의 액적은 분리가 잘 이뤄지지 않아 Wang의 결과보다 큼을 알 수 있다.

III. 결 론

비정상 난류 횡단류에 분사되는 액체 제트의 분열 특성에 관한 LES 해석을 수행하였으며, SGS 기법과 공간 차분법이 액적 분열에 미치는 영향을 조사하였다.

난류 횡단류를 침투하며 분열되는 액체 제트의 발달 과정이 잘 묘사되었다. 횡단류가 액주를 만남에 따라 발생하는 horse-shoe vortices가 관찰되었으며, 주파수는 약 88500 Hz로 나타났다. 액주의 1, 2차 분열에 횡단류의 유속이 감소되고 다양한 스케일의 와류가 하류로 갈수록 넓게 발달됨이 관찰되었다.

침투깊이는 모든 조건에서 약 0.018~0.02m로 비슷하였으며 공간 2차 기법보다 공간 4차이면서 다이나믹 SGS모델이 액적 분열이 잘 일어나게 하여 액적이 더 넓게 분포되었으며 실험결과에 더 근접하였다.

입자 직경 SMD $65\mu\text{m}$ 이상 액적은 횡단류 깊게 침투하였으며 $25\mu\text{m}$ 이하 액적은 침투깊이가 낮게 분포하였다. 이는 액적의 관성효과로 인함이다. 액적 분포를 나타내는 액적의 SMD는 Stenzler 실험결과와 Wang 의 수치결과와 유사한 분포를 나타내고 있으나 액적의 SMD 크기는 다소 크게 나타났다. 이는 액적의 작은 분열이 잘 이뤄지지 않아 발생된 것으로 입구에서의 유동속도 분포가 불명확(실험논문에서 미제시) 하고, 액적 분열 모델의 부정확함으로 기인된 것으로 판단된다.

비정상 난류 유동장의 해석에 있어 LES의 적용은 분사 액체 제트와 주 유동장에 대해 보다 자세한 정보를 도출 할 수 있고, 결과적으로 액적의 분열 및 미립화 현상을 묘사하는 보다 발전된 수치해석 기술을 제공할 것이다.

후 기

본 연구는 산업통상자원부 주관 항공우주부품 기술개발 사업의 지원(10050539), 미래창조과학부 한국연구재단의 선도연구센터지원사업(NRF-2013 R1A5A1073861), 방위사업청 국방과학연구소 기초연구사업(ADD-14-01-08-11)의 지원에 의해 수행 되었습니다. 이에 감사드립니다.

References

1) O'Rourke, P. J., and Amsden, A. A., "The

TAB Method for Numerical Calculation of Spray Droplet Breakup," SAE Technical Paper 872089, 1987.

2) Ibrahim, E. A., Yang, H. Q., and Przekwas, A. J., "Modeling of spray droplets deformation and breakup," Journal of Propulsion and Power, Vol. 9, No. 4, 1993, pp. 651~654.

3) Reitz, R. D., "Modeling Atomization Processes in High-pressure Vaporizing Sprays," Atomisation and Spray Technology (ISSN 0266-3481), Vol. 3, No. 4, 1987, pp. 309~337.

4) Beale, J. C., and Reitz, R. D., "Modeling spray atomization with the Kelvin-Helmholtz/Rayleigh-Taylor hybrid model," Atomization and sprays, Vol. 9, No. 6, 1999, pp 623~650.

5) Wang, S., Yang, V., Koo, J. Y., "Large-Eddy Simulation of Spray-Field Dynamics in Cross Flows," AIAA 2005-0729, 2005.

6) Khare, P., Wang, S., and Yang, V., "Modeling of finite-size droplets and particles in multiphase flows," Chinese Journal of Aeronautics, Georgia Institute of Technology, 2015.

7) Yang, S. J., Koo, J. Y., Sung, H. G., and Yang, V., "LES of Breakup and Atomization Characteristics of a Liquid Jet into Cross Turbulent Flow," The Korean Society of Propulsion Engineers, Vol. 14, No. 2, 2010, pp. 1~9.

8) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H., "A Dynamic Sub-scale Eddy Viscosity Model," Physics of Fluids, Vol. 3, No. 7, 1991, pp 1760~1765.

9) Lilly, D. K., "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method," Physics of Fluids, Vol. 4, No. 3, 1992, pp. 633~635.

10) Kang, J. S., Heo, J. Y., Sung, H. G., Yoon, Y. B., "LES Investigation on The Cryogenic Nitrogen Injection of Swirl Injector Under Supercritical Environment," The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 44, No. 4, 2016, pp 343~351.

11) Reitz, R. D., "Modeling Atomization Processes in High-pressure Vaporizing Sprays,"

Atomization and Sprays Technology, Vol. 3, No. 4, 1987, pp.309~337.

12) O'Rourke, P.J. and Amsden, A.A., "The TAB Method for Numerical Calculation of Spray Droplet Breakup," SAE Technical Paper 872089, 1987.

13) Gottlieb, S., and Shu, C. W., "Total variation diminishing Runge-Kutta schemes," Mathematics of Computation, 67(221):73-85, 1998.

14) Rai, M. M., and Chakravarthy. S., "Conservative High-order Accurate Finite Difference Method for Curvilinear Grids," AIAA Paper 93-3380, 1993.

15) Swanson, R. C., and Turkel, E., "On Central-Difference and Upwind Schemes," J. Computational Physics, 101, 1992, pp. 292~306.

16) Stenzler, J. N., Lee, J. G., and Santavicca, D. A., "Penetration of liquid jets in a crossflow," AIAA 2003-1327, 2003.

17) Wu, P. K., Kirkendall, K. A., Fuller, R. P., and Najad, A. S., "Spray Trajectories of Liquid Fuel Jets in subsonic Crossflows," 7th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, 1997, pp. 545-552.

18) Mashayek, A., "Experimental and numerical study of liquid jets in crossflow," Master's Dissertation, Toronto University, 2006.