<학술논문> DOI http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2016.40.5.513 ISSN 1226-4873(Print)
2288-5226(Online)

U-노치 및 균열을 갖는 보의 응력집중계수 및 응력확대계수

서 보 성* · 이 광 호*†
* 경북대학교 자동차공학부

Stress Concentration Factor and Stress Intensity Factor with U-notch and Crack in the Beam

Bo Seong Seo* and Kwang Ho Lee*†
* School of Automotive Engineering, Kyungpook Nat'l Univ.

(Received February 16, 2016 ; Revised March 16, 2016 ; Accepted March 21, 2016)

Key Words: Stress Concentration Factor(응력집중계수), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Photoelasticity (광탄성실험), Finite Element Method(유한요소법), U-notch(U형노치), Crack Tip (균열선단)

초록: 단순보와 외팔보의 U-노치 및 균열에 대한 응력집중계수 및 응력확대계수를 유한요소법 및 광탄성실험에 의해 해석하였다. 해석결과를 사용하여 응력집중계수 및 응력확대계수의 추정 그래프를 얻었다. 노치의 응력집중계수해석을 위하여 무차원 노치 길이 H(시편의 높이)/h=1.1~2, 무차원 틈 간격 r(노치선단의 반경)/h=0.1~0.5로 하였다. 여기서 h=H-c, c=노치길이이다. 해석결과 틈 길이가 증가할수록 그리고 틈 간격이 좁아질수록 응력집중계수는 증가 한다. 응력집중계수는 단순보가 외팔보다 더 크게 나타나나, 실제 일정한 하중과 노치길이 및 틈 간격 하에서 최대 응력값은 단순보보다 외팔보에서 크게 발생함을 알 수 있었다. 균열해석을 위하여 무차원 균열길이 a(균열길이)/H=0.2~0.5로 하였다. 균열의 길이가 증가 할수록 무차원 응력확대계수는 증가한다. 일정한 하중과 일정한 균열길이하에 응력확대계수 값은 단순보 보다 외팔보에서 크게 발생함을 알 수 있었다.

Abstract: The stress concentration factors and stress intensity factors for a simple beam and a cantilever are analyzed by using finite element method and phtoelasticity. Using the analyzed results, the estimated graphs on stress concentration factors and stress intensity factors are obtained. To analyze stress concentration factors of notch, the dimensionless notch length H(height of specimen)/h=1.1~2 and dimensionless gap space r(radius at the notch tip)/h=0.1~0.5 are used. where h=H-c and c is the notch length. As the notch gap length increases and the gap decreases, the stress concentration factors increase. Stress concentration factors of a simple beam are greater than those of a cantilever beam. However, actually, the maximum stress values under a load, a notch length and a gap occur more greatly in the cantilever beam than in the simple beam. To analyze stress intensity factors, the normalized crack length a(crack length)/H=0.2~0.5 is used. As the length of the crack increases, the normalized stress intensity factors increase. The stress intensity factors under a constant load and a crack length occur more greatly in the cantilever beam than in the simple beam.

1. 서 론

보는 단면의 치수에 비해 길이가 긴 구조물이 적절히 고정되어 있고 축선에 수직인 방향으로 하중이 작용될 때 이를 보(Beam)라 한다. 보의 종류에는 크게 단순보, 외팔보, 돌출보, 연속보, 고정지지보, 양단 고정보 등이 있다. 이들 보들은 선반의 주축, 자동차의 차축, 항공기의 날개 및 프로펠러 축, 다리의 교량, 항공우주구조물 등 다양하게 적용된다. 보는 연속적이고 반복적인 힘을 받으면 보에는 노치 또는 균열이 발생하며, 이로 인해 보의 노치부분과 균열선단에는 큰 응

† Corresponding Author, khl@knu.ac.kr
Ⓒ 2016 The Korean Society of Mechanical Engineers

력이 집중하여 구조물이 파괴된다. 따라서 보를 설계를 할 때는 외부의 환경조건 및 하중 그리고 처짐뿐만 아니라 노치에 의한 응력집중 및 균열에 의한 응력 세기 등을 고려하지 않고 설계하는 경우에는 큰 문제가 야기될 수 있다.

일반적으로 구조물의 응력을 해석하는 방법에는 수학적이 방법,[1~6] 수치해석적인 방법[7~10] 그리고 실험적인 방법[11~14]이 있다. 굽힘을 받는 단순보형의 판 노치에 대한 해석으로, Leven과 Frocht[15]는 수학적인 방법으로 굽힘을 받는 U자형 노치에 대한 응력집중계수를 연구하였다. Troyani 등[16]은 유한요소법으로 평판 중앙 부의 외부의 양끝 지점에 존재하는 U형 노치선단에 대한 응력집중계수를 해석하였다. Tlilan 등[17]도 유한요소법으로 순수 굽힘의 단일 외측의 U자형 단순보에 대해서 노치의 깊이가 변형률집중계수에 미치는 영향에 연구하였다. Barati과 Mohammadi[18]는 유한요소법을 사용하여 V자형 노치 끝의 원호부에서 변형률에너지 밀도분포의 평가를 위한 실용적인 방정식을 개발하였다. Yazdanmehr과 Soltani[19]는 코오스틱실험 및 유한요소해석에 의해 V 및 U자형 끝에 균열이 존재하는 경우에 모드Ⅰ, 모드Ⅱ의 응력확대계수의 연구하였다. 이러한 연구들은 단순보형에 대한 연구들이며 외팔보형에 대한 U형 노치선단에 대한 응력집중계수에 대하여는 지금까지 연구된 바가 없다. 또한 단순보의 U자 노치선단에서 발생하는 응력에 대한 연구들은 많이 수행된바가 있으나 이에 대한 실험적인 해석은 거의 찾아보기 어려운 실정이다.

다음에 굽힘을 받는 보의 균열에 대한 해석으로는 Srawley와 Gross[20]는 3점 굽힘 단순보시험편에 대한 응력확대계수를 수치해석법인 경계다점선점법(Boundary Collocation Method)으로 해석하였다. Woo 등[21]은 평면 중앙균열에 대하여 collocation method을 사용하여 균열선단의 응력확대계수(SIF) 값을 구하였다. Iida 등[22]은 상사(Mapping)함수와 복소응력(Complex stress)함수를 사용하여 무한판에 존재하는 마름모꼴 끝에서 돌출된 균열 대한 응력확대계수에 대해 연구하였다, Lim 등[23]은 유한요소법으로 3점 굽힘을 받는 반원형판의 끝에 존재하는 균열의 응력확대계수에 대하여 연구하였다. Meshii 및 Watanabe[24]는 실린더 속에 존재하는 균열이 굽힘모우멘트를 받을 때 균열선단의 응력확대계수에 대해 연구하였다. Alatawi 및 Trevelyan[25]는 이중경계요소법으로 모드 I, II, 굽힘모멘트 그리고 혼합모드 상태의 균열에 대하여 해석하였다. 이상은 이론 또는 수치 해석적방법으로 단순보 균열에 대하여 해석하였다. 그럼에도 불구하고 실험적인 방법에 의해 단순보균열에 대하여 해석한 경우는 찾아볼 수 없다.

한편 외팔보 또한 단순보만큼 중요하고 현재 많이 사용되는 항공기 날개, 탱크 포신, 타워크레인 등, 많은 구조물에 적용되고 있다. 그럼에도 불구하고 외팔보에 대한 응력집중 및 균열해석은 이론 및 수치해석 그리고 실험해석 등의 연구가 전혀 이루지지 않고 있다. 따라서 본 연구에서는 외팔보 및 단순보의 노치선단에 대한 응력해석 및 균열해석방법에 대한 연구를 수행한바가 있으나[26] 보 및 노치의 크기 그리고 균열의 변화에 따른 응력집중계수, 응력확대계수의 거동에 대한 해석은 체계적으로 수행되지 않았다.

따라서 본 연구에서는 보의 U-노치의 크기 그리고 균열의 변화에 따른 응력집중계수 및 응력확대계수의 특성을 해석하고 보의 노치 및 균열 변화에 따른 응력집중계수 및 응력확대계수의 추정그래프를 얻는 것이 본 연구의 주된 목적이다.

2. 보 응력 해석의 기초 이론

2.1 광탄성 실험에 의한 균열의 응력 확대계수 및 노치선단의 응력집중계수 결정방법

균열선단에서 발생하는 응력의 크기는 방정식 (1)로 표현된다.[27]

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{I}(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) + \sigma_{ox} \qquad (1)$$

여기서 K_I, K_{II}는 응력확대계수, r, θ는 균열선단의 극좌표계, f_{ij}^{I}, f_{IJ}^{II}는 균열선단 주위의 각도 의존 함수이다. 그리고 σ_{ox}는 균열방향(x방향)의 응력 σ_{xx}에 의존하는 원거리 등 응력이며 $i, j = x, y$이다. 무한판의 외부에서 균열면에 수직응력 σ와 전단 응력 τ가 작용하는 경우 응력확대계수는 Mode Ⅰ 경우 $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$, Mode Ⅱ 경우 $K_{II} = \tau\sqrt{\pi a}$이다. a는 외측 균열인 경우는 균열길이며 내부균열의 경우는 균열길이의 1/2이다.

한편 유한판의 외부에서 균열면에 수직응력 σ와 전단응력 τ가 작용하는 경우 K_I과 K_{II}는 다음과 같다.

$$K_I = F_I\sigma\sqrt{\pi a},\ K_{II} = F_{II}\tau\sqrt{\pi a} \tag{2}$$

여기서 F_I와 F_{II}는 무차원 응력확대계수로서 시편의 형상, 균열의 길이 그리고 하중의 형태 등에 영향을 받는다. 한편 보의 굽힘 하중은 모드 I 상태이며 식 (2)에서 σ는 다음과 같다.

$$\sigma = \frac{3LP}{2tH^2}\text{(단순보)},\ \sigma = \frac{6LP}{tH^2}\text{(외팔보)} \tag{3}$$

여기서 P는 하중, L, t 그리고 H는 보의 길이, 두께 그리고 높이이다.

한편 광탄성의 광응력법칙[28]은 식 (4)와 같다.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = f\frac{N}{t} = [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2]^{1/2} \tag{4}$$

여기서 N는 광탄성무늬차수, f는 광탄성재료의 응력프린지치이다. 식 (1)과 광탄성재료의 등색선에서 측정된 임의 점들의 무늬차수와 좌표를 식 (4)에 대입하여 Newton-Raphson반복에 의한 최소자승법으로 응력확대계수 K_I과 K_{II}를 결정할 수 있다.[6,13] 다음에 노치선단의 응력집중계수도 식 (4)로부터 결정된다. 즉, Fig. 1 및 Fig. 6에서 노치선단에서 주응력 σ_2는 0이다. 따라서 식 (4)는 식 (5)와 같다.

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = fN/t \tag{5}$$

식 (5)로부터 노치선단의 최대주응력을 구하므로 응력집중계수 $K_t = \sigma_{\max}/\sigma_{nom}$를 구한다. 여기서 σ_{nom}은 공칭응력이며 식 (3)에서 $H \rightarrow h$인 경우 $\sigma \rightarrow \sigma_{nom}$이 된다.

2.2 유한요소법에 의한 노치선단 응력집중계수 및 균열의 응력확대계수 결정 방법

유한요소법(FEM)에 의한 응력확대계수 K를 구하는 방법은 응력외삽법, 변위외삽법, J적분 등에 의한 방법이 있으나 본 연구에서는 J적분에 의한 방법으로 구하였다. 응력확대계수 K와 J적분과의 관계는 아래식과 같다.[27]

$$J = \int_\Gamma (wdy - T_i\frac{\partial u_i}{\partial x})ds = \frac{K_I^2}{E} \tag{6}$$

여기서

$$w = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij}d\varepsilon_{ij},\ T_i = \sigma_{ij}n_j$$

w: 변형률에너지 밀도, T_i: Γ의 외향 법선방향의 힘 벡터, u_i: 변위벡터, ds: Γ에 따른 길이 변화, n_j : 방향단위벡터이다.

식 (6)의 J-적분값은 유한요소해석을 통하여 얻어지며 따라서 응력확대계수 K_I이 결정된다. 다음에 유한요소법에 의한 노치선단의 응력집중계수는 노치선단의 좌표에서 주응력을 직접적으로 얻어진다.

3. 광탄성 실험 및 유한요소해석

3.1 단순보 노치

본 연구에서 적용된 단순보노치의 응력집중계수 해석모델은 Fig. 1과 같다. L=0.2m, 높이 H=0.02m, 두께 t=0.0075m이다. 그리고 노치의 길이를 나타내는 무차원 노치길이 H/h = 1.1~1.91이며, 노치 선단의 틈 간격 (또는 노치선단의 반경)을 나타내는 무차원 틈 간격 r/h = 0.1~0.5이다. 그리고 광탄성실험용재료는 Epoxy로써 광탄성 응력프린지치 $f = 16.8$kN/m이다.

Fig. 2는 광탄성재료(Epoxy)가 Fig. 1과 같은 조건의 하중을 받을 때 노치선단에 나타난 광탄성 무늬 형태이다.

Fig. 2에서 알 수 있듯이 동일 하중 하에서 무차원 노치반경 r/h가 증가하더라도 즉 노치 반경

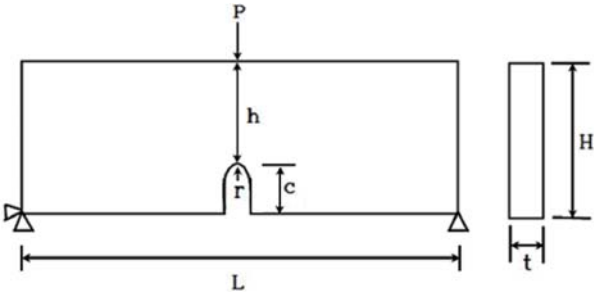
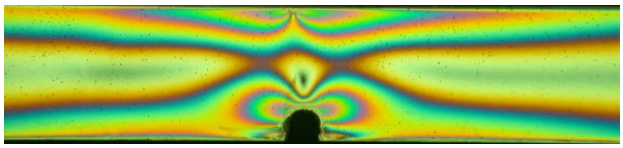
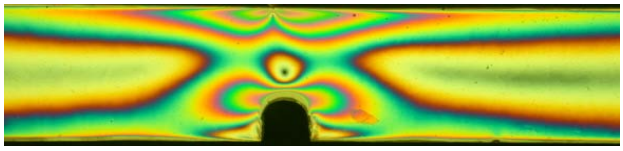


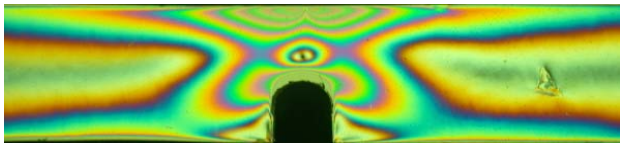
Fig. 1 Model of simple beam with a notch used for photoelasticity and finite element analysis



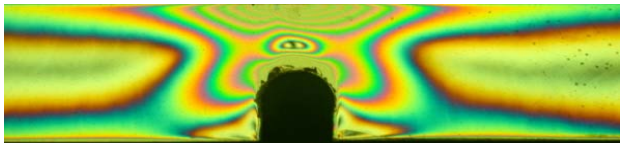
(a) H/h=1.27, r/h=0.12, P=44.45N, σ_{max}=10.8MPa



(b) H/h=1.38, r/h=0.19, P=44.45N,σ_{max}=12.3MPa



(c) H/h=1.77, r/h=0.34, P=44.45N,σ_{max}=14.04MPa



(d) H/h=1.91, r/h=0.45, P=44.45N, σ_{max}=18.2MPa

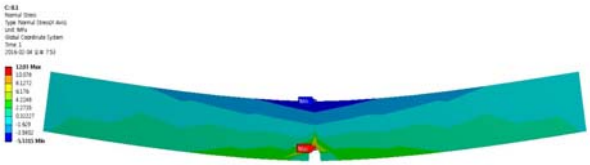
Fig. 2 Photoelastic fringe patterns around north

Fig. 3 Element configuration of simple beam

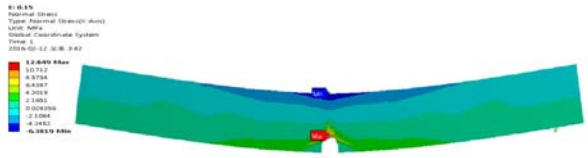
r=1.9mm[Fig. 2(a)]에서 4.7mm[Fig. 2(d)]로 증가하더라도 노치의 H/h가 증가하면, 즉 노치의 길이 C=4.3mm[Fig. 2(a)]에서 9.5mm[Fig. 2(d)]로 증가하면 노치선단의 최대 응력은 증가함을 알 수 있다. 이러한 현상은 노치의 길이가 증가하면 h가 감소하므로 하중단면(t*h)이 감소한다. 따라서 노치의 길이가 증가할수록 최대응력은 증가하는 것은 당연하다.

Fig. 3은 본 연구에서 사용된 단순보 노치의 유한요소분할의 형상을 나타내고 있으며, 요소의 mesh형상은 4각형이며, 노치선단에서 조밀하게 분할하였다. 하중조건 및 구속조건은 Fig. 1과 같다. 사용된 탄성계수 $E=1.78$GPa, 푸아송의 비 $\nu=0.33$이다.

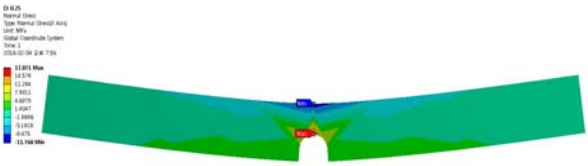
Fig. 4는 무차원 노치의 길이 H/h=1.27~1.91, 무차원 노치선단의 반경 r/h=0.12~0.45인 경우에 대한 노치선단의 유한요소해석을 나타내고 있다.



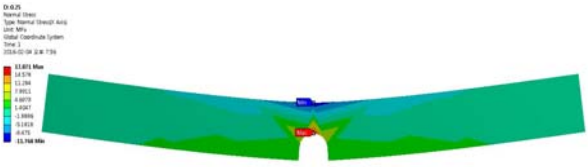
(a) H/h=1.27, r/h=0.12, P=44.45N, σ_{max}=12.03MPa



(b) H/h=1.38, r/h=0.19, P=44.45N, σ_{max}=12.85MPa



(c) H/h=1.77, r/h=0.34, P=44.45N, σ_{max}=17.822MPa



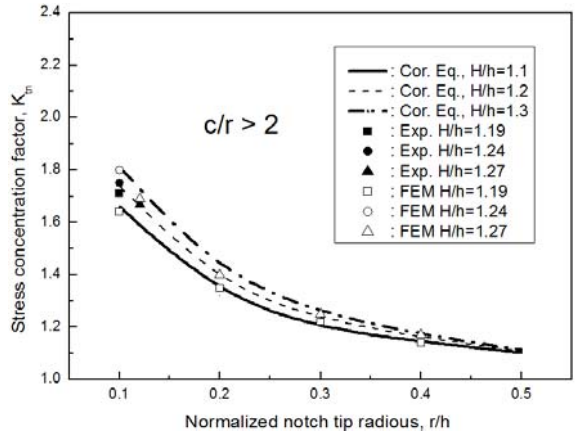
(d) H/h=1.91, r/h=0.45, P=44.45N, σ_{max}=17.871MPa

Fig. 4 The results of FEM for simple beam

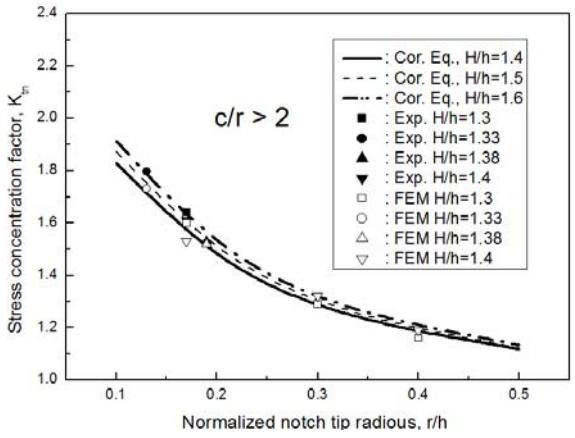
그림에서 알 수 있듯이 노치의 길이가 클수록 노치선단에서 응력은 증가하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5는 단순보노치에서 c/r>2이고 무차원 노치 길이 H/h=1.1~1.9, 무차원 노치선단 반경 r/h=0.1~0.5인 경우 노치선단에서 발생하는 응력집중계수 $K_{tn}(=\sigma_{max}/\sigma_{nom})$를 나타내고 있다. 여기서 $\sigma_{nom}=3PL/(2th^2)$이다. 그림에서 실선, 점선, 일점쇄선은 광탄성실험(Exp.)과 유한요소(FEM)의 결과로부터 얻은 추정 응력집중계수K_{tn}이다. Fig. 5에서 알 수 있듯이 노치의 길이(H/h)가 클수록, 노치선단의 반경이 작을수록 응력집중계수 K_{tn}은 증가함을 알 수 있다. 이와 관련된 비슷한 연구를 Leven 등[15]이 연구한 바가 있다.

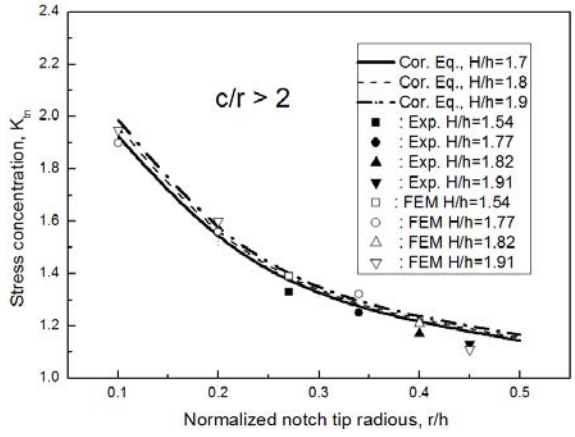
그들의 연구에서는 단순보의 길이가 무한대이며 Fig. 1과 같은 보의 중앙노치부근에서 등굽힘 모멘트가 작용할 때 노치선단의 응력집중계수를 연구한 바가 있다. 본 연구와 Leven 등[15]의 연구는 다른 경계조건 때문에 응력집중계수]의 값은



(a) Approach SCF for H/h=1.1~1.3



(b) Approach SCF for H/h=1.4~1.6



(c) Approach SCF for H/h=1.7~1.9

Fig. 5 Stress concentration factors K_{tn} with H/h and r/h in notch of cantilever

본 연구와 상당한 차이가 있으나 노치의 길이 및 틈 간격의 변화에 따른 응력집중계수의 변화거동은 본 연구와 일치한다.

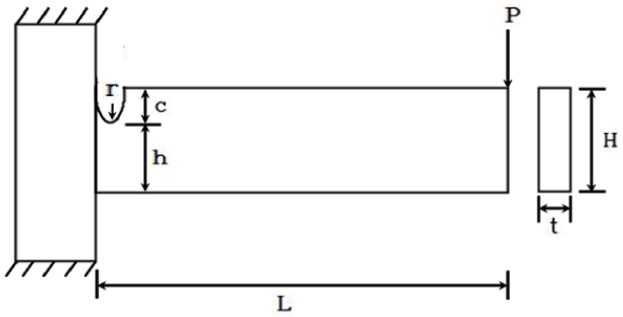
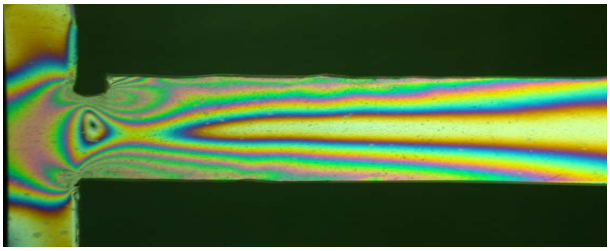
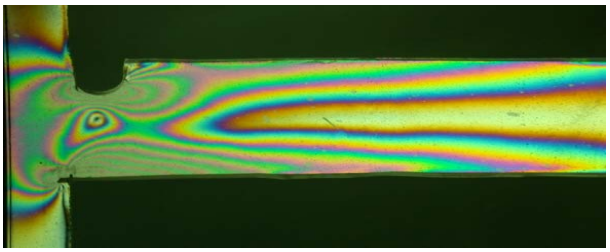


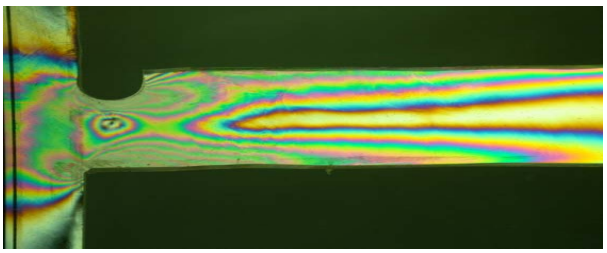
Fig. 6 Model of cantilever beam with a notch



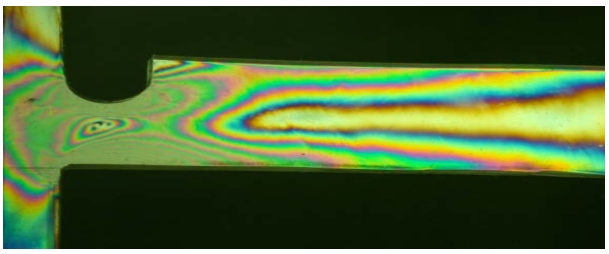
(a) H/h=1.16, r/h=0.11, P=44.45N, σ_{max}=15.12MPa



(b) H/h=1.29, r/h=0.18, P=44.45N, σ_{max}=17.7MPa



(c) H/h=1.48, r/h=0.28, P=44.45N, σ_{max}=20.16MPa



(d) H/h=1.6, r/h=0.38, P=44.45N, σ_{max}=22.4MPa

Fig. 7 Isochromatic fringe pattern of cantilever beam

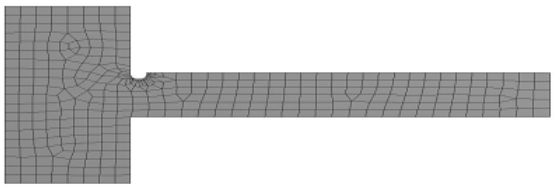


Fig. 8 Element configuration of cantilever beam

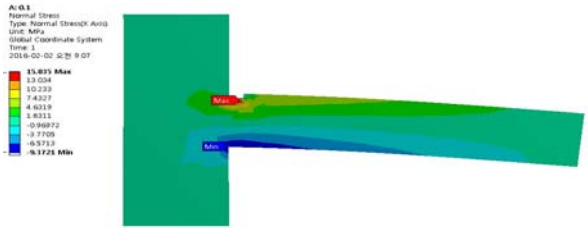
3.2 외팔보 노치

해석모델은 Fig. 6과 같으며 이때, 길이 L= 0.1m, 높이 H=0.2m, 두께 t=0.0075mm이다. 그리고 노치의 길이를 나타내는 무차원 노치길이 H/h=1.1~1.6 이며, 노치의 틈 간격을 나타내는 무차원 틈 간격 r/h=0.1~ 0.4이다.

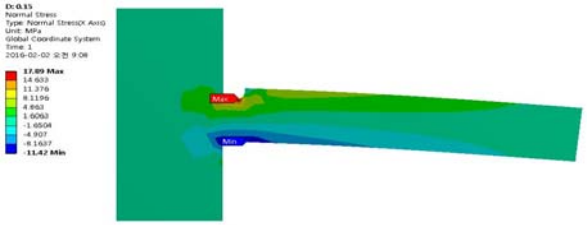
Fig. 7은 외팔보 끝에 집중하중이 작용하는 경우 외팔보에서 발생하는 광탄성무늬형태를 나타내고 있다. Fig. 7에서 알 수 있듯이 동일 하중하에서 무차원 노치반경 r/h가 어느 정도 증가하더라도 즉 노치 반경 r = 1.9mm [Fig. 7(a)]에서 4.75mm[Fig. 7 (d)]로 증가 하더라도, 노치의 H/h가 증가하면, 즉 노치의 길이 C=2.75mm[Fig. 7(a)]에서 7.5mm[Fig. 7 (d)]로 증가하면 노치선단의 최대응력은 증가함을 알 수 있다. 이러한 현상은 노치의 길이가 증가하면 h가 감소하므로 하중단면(t*h)는 감소한다. 따라서 노치의 길이가 증가할수록 최대응력이 증가하는 것은 당연하다. Fig. 8은 본 연구에서 사용된 외팔보 노치의 유한요소분할의 형상을 나타내고 있으며, 요소의 Mesh형상 및 물성치는 단순보의 경우와 같다. 하중조건 및 구속조건은 Fig. 6과 같이 보의 오른쪽 끝단에 집중하중, 보의 왼쪽 돌출 단의 상하부분에 x 및 y방향의 변위를 0으로 하여 구속하였다.

Fig. 9는 무차원 노치의 길이 H/h=1.16~1.6, 무차원 노치선단의 반경 r/h=0.11~0.38인 경우에 대한 노치선단의 요한요소해석의 최대응력을 나타내고 있다. 유한요소의 결과에서도 알 수 있듯이 이 경우에도 노치의 길이가 클수록 노치선단에서 응력은 증가하고 있음을 알 수 있다.

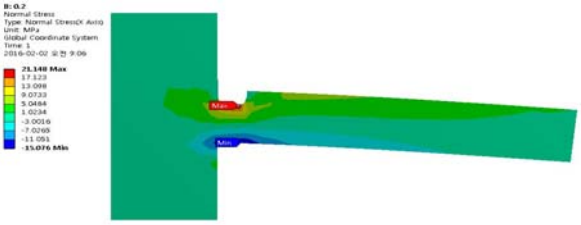
Fig. 10은 외팔보 노치에서 c/r>2이고 무차원 노치 길이 H/h=1.1~1.6, 무차원 노치선단 반경 r/h= 0.1~0.4인 경우 노치선단에서 발생하는 응력집중계수$K_{tn}(=\sigma_{\max}/\sigma_{nom})$를 나타내고 있다. 여기서 $\sigma_{nom}=6PL/(th^2)$이다. 그림에서 실선, 점선, 일점쇄선은 광탄성실험(Exp.)과 유한요소(FEM)의 결과로부터 얻은 추정 응력집중계수 K_{tn}이다. Fig. 10



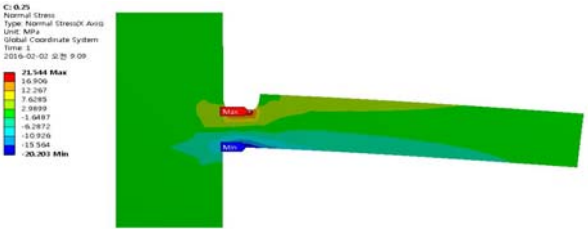
(a) H/h=1.16, r/h=0.11, P=44.45N $\sigma_{\max}$=15.84MPa



(b) H/h=1.29, r/h=0.18, P=44.45N, $\sigma_{\max}$=17.89MPa



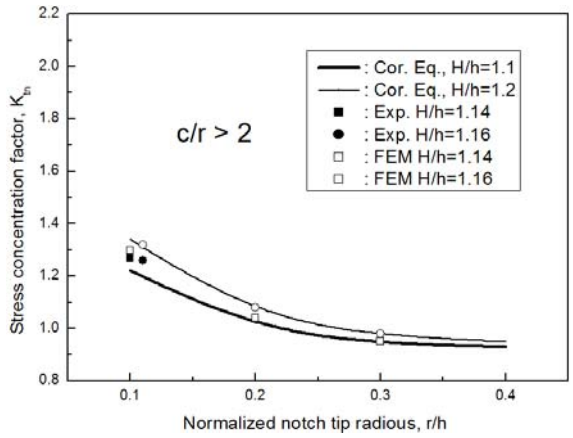
(c) H/h=1.48, r/h=0.28, P=44.45N, $\sigma_{\max}$=21.15MPa



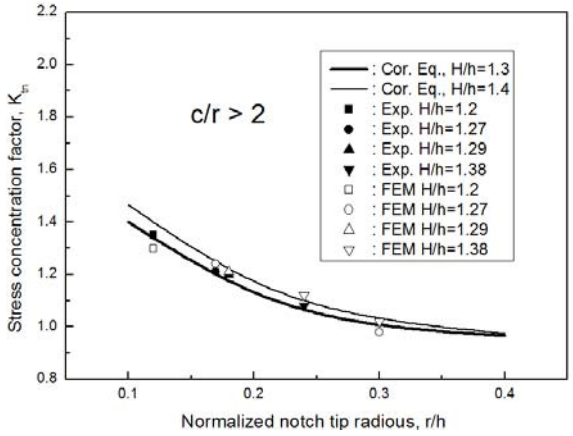
(d) H/h=1.6, r/h=0.38, P=44.45N, $\sigma_{\max}$=21.54MPa

Fig. 9 The results of FEM at cantilever beam

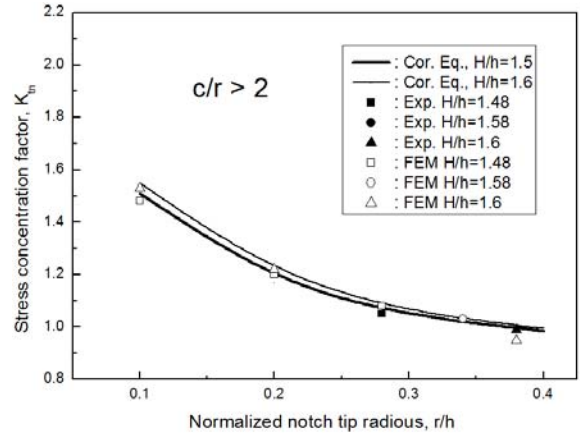
에서 알 수 있듯이 노치의 길이(H/h)가 클수록, 또한 노치선단의 반경(노치의 틈 간격)이 작을수록 응력집중계수 K_{tn}은 증가함을 알 수 있다. 그리고 H/h가 낮은 경우, 즉 노치의 길이가 작은 경우에는 노치선단 반경이 작을수록(예 r/h=0.2→0.1) 응력집중계수가 크게 증가하나 H/h가 큰 경우, 즉 노치의 길이가 큰 경우에는 노치의 틈 간격이 작아도 약간 증가함을 알 수 있다. 따라서 노치의 틈 간격이 응력집중계수에 미치는 영향은 노치의 길이가 큰 경우보다는 작은 경우에서 더 큼을 확인할 수 있다. 그러나 실제적으로는 노치



(a) Approach SCF for H/h=1.1~1.2



(b) Approach SCF for H/h=1.3~1.4



(c) Approach SCF for H/h=1.5~1.6

Fig. 10 Stress concentration factors K_{tn} with H/h and r/h in notch of cantilever

의 길이가 클수록 응력집중계수는 증가한다.

3.3 단순보 균열

해석모델은 Fig. 11과 같으며 이때, 시험편의

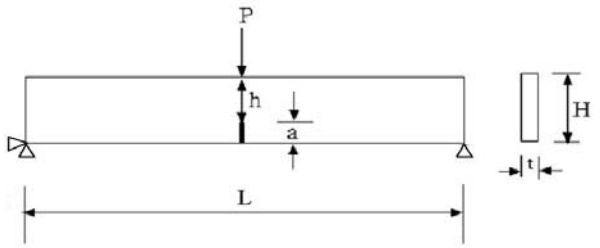
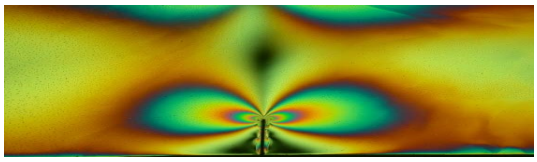
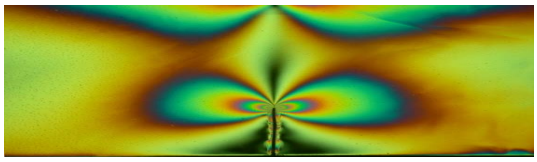


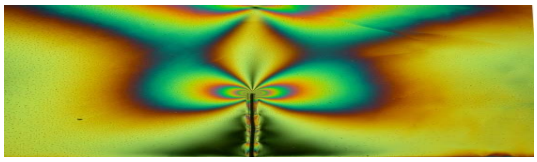
Fig. 11 Model of simple beam with a crack used in finite element analysis



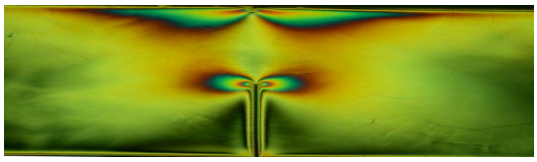
(a) a/H=0.2, P=222N, K_I=0.686$MPa\sqrt{m}$



(b) a/H=0.3, P=200N, K_I=0.819$MPa\sqrt{m}$



(c) a/H=0.4, P=177.8N, K_I=0.946$MPa\sqrt{m}$



(d) a/H=0.5, P=88.9N, K_I=0.636$MPa\sqrt{m}$

Fig. 12 Isochromatic fringe pattern of simple beam with a edge crack

치수와 동일하게 하기 위하여 길이 L=0.2m, 높이 H=0.05m, 두께t=0.0067m로 하였다. 단순보의 무차원 균열 길이 a/H=0.2, 0.3, 0.4, 0.5로 하였다.

Fig. 12는 a/H=0.2~0.5인 경우 광탄성무늬 형태와 응력확대계수를 나타내고 있다. 비슷한 하중하에서는 균열의 길이가 증가할 때, 등색선 무늬의 크기가 증가함을 알 수 있다.

이것은 다시 말해 동일한 하중하에서 균열의 길이가 증가하면 최대전단응력(τ_{max})이 증가함을 의미한다. 따라서 비슷한 하중하에서는 균열의

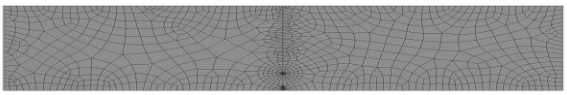
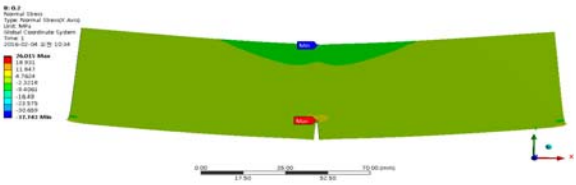
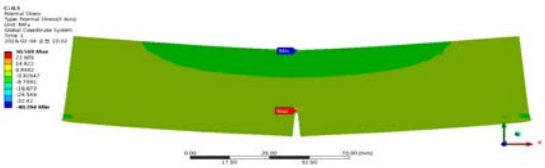


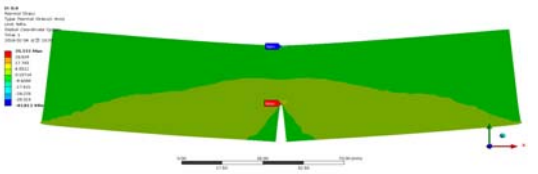
Fig. 13 Element configuration of simple beam



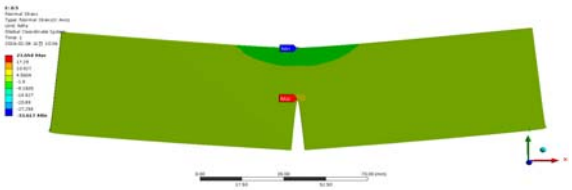
(a) a/H=0.2, a=0.01m, P=222.26N, K_I=0.69$MPa\sqrt{m}$



(b) a/H=0.3, a=0.015m, P=200N, K_I=0.804$MPa\sqrt{m}$



(c) a/H=0.4, a=0.02m, P=177.8N, K_I=0.93$MPa\sqrt{m}$



(d) a/H=0.5, a=0.025m, P=88.9N, K_I=0.623$MPa\sqrt{m}$

Fig. 14 Stress intensity factors in simple beam with a edge crack

길이가 증가할수록 응력확대계수가 증가한다.

Fig. 13은 단순보균열의 유한요소 Mesh 형상을 나타내고 있다. 균열 주변의 J-적분경로를 따라서는 정밀한 해석을 위하여 요소의 간격을 조밀하게 분할하고, 요소분할은 4절점의 요소이다. 하중조건 및 구속조건은 Fig. 11과 같이 보의 양끝에서 y방향의 변위를 고정시켰으며 보의 왼쪽 아래 부분은 x방향의 변위를 고정시켰다.

Fig. 14는 a/H=0.2~0.5인 단순보 외측균열에 대한 유한요소해석결과를 나타내고 있다. 유한요소해석 결과에서 알 수 있듯이 실험의 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 15는 단순보균열에 대한 무차원 응력확대계수, F_1(식 2참조)을 나타내고 있다. 무한판의 외부에 모드 I 하중이 작용하는 경우 무차원 응력확대계수 $F_1=1$이다. 그러나 유한판의 경우에는 시편의 형상 및 하중조건에 따라 변화한다. Fig. 15에서 알 수 있듯이 무차원 균열의 길이(a/H)가 클수록 F_1은 크게 증가하며 a/H가 0.2에 가까우면 무한판에서 발생하는 무차원 응력확대계수와 가까운 $F_1\approx1$이다. 본연구의 결과는 기존 연구결과의 Srawley[20]의 결과와도 잘 일치하고 있다.

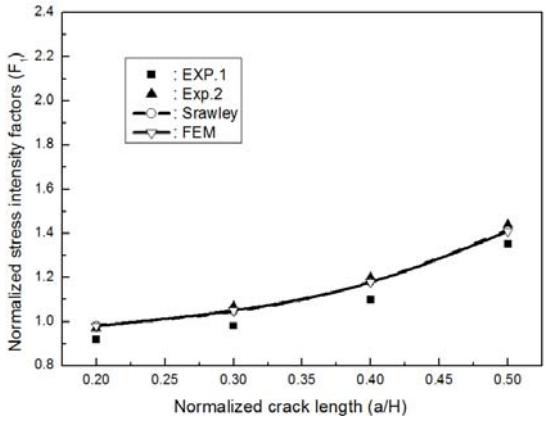


Fig. 15 Normalized stress factors(F_1) of simple beam obtained by FEM, photoelastic experiment and BCM

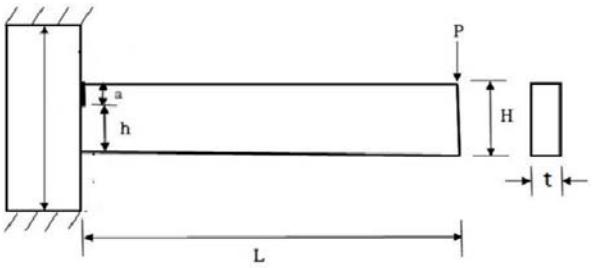
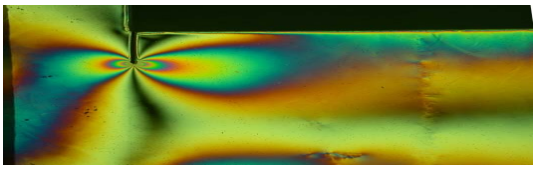


Fig. 16 Model of cantilever beam with a crack

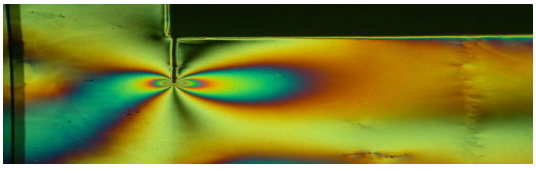
3.4 외팔보 균열

외팔보 균열의 해석모델은 Fig. 16과 같다. 이 경우에도 L=0.2m(3.2의 외팔보 노치인 경우 0.1m), 높이 H=0.05m, 두께 t=0.0067m이며 무차원 균열길이 a/H=0.2~0.5이다.

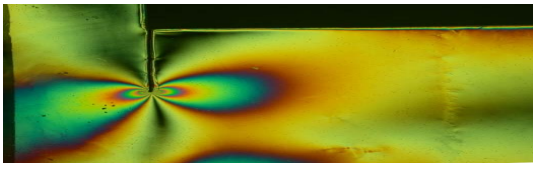
Fig. 17은 Fig. 16과 같은 모델에 대한 광탄성실험에서 촬영된 광탄성무늬를 나타내고 있다. a/H=0.2~0.5인 경우이며 광탄성무늬 형태로부터 응력확대계수를 나타내고 있다. 균열의 길이가 증가할 때, 보의 끝단의 하중이 다소 감소하더라



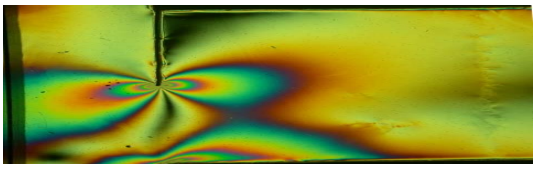
(a) a=0.01m, P=39.2N K_I=0.678$MPa\sqrt{m}$



(b) a=0.015m, P=29.4N K_I=0.681$MPa\sqrt{m}$



(c) a=0.02m, P=23.52N K_I=0.705$MPa\sqrt{m}$



(d) a=0.025m, P=19.6N K_I=0.763$MPa\sqrt{m}$

Fig. 17 Isochromatic fringe pattern of cantilever beam with a edge crack

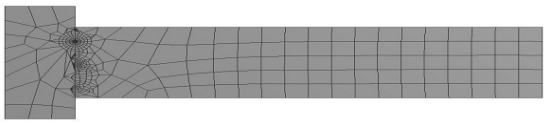
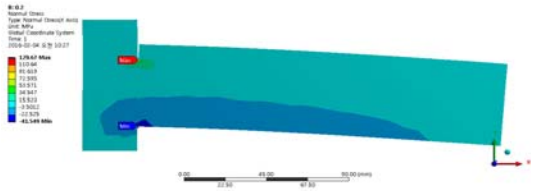


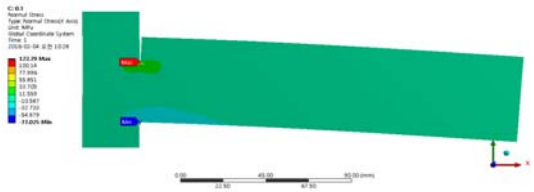
Fig. 18 Element configuration of cantilever beam

도 응력확대계수는 증가함을 알 수 있다. 이것을 다시 말해 동일한 하중하에서 균열의 길이가 증가하면 최대전단응력(τ_{max})이 증가함을 의미하며, 동일한 하중하에서는 균열의 길이가 증가할수록 응력확대계수가 증가한다고 하겠다.

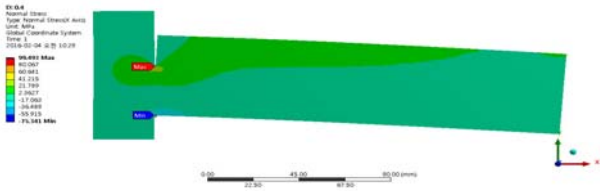
Fig. 18은 외팔보의 Mesh형태를 나타내고 있다. 전체적으로 요소의 간격을 균일하게 분할하였으나, 균열 주변의 J-적분경로를 따라서는 정밀한 해석을 하기 위해서 요소의 간격을 조밀하게 분할하고, 요소분할은 4절점의 요소이다. 하중조건 및 구속조건은 Fig. 16과 같이 보의 오른쪽 끝단에 집중하중, 보의 왼쪽 돌출 단의 상하부분에 x 및 y방향의 변위를 0으로 하여 구속하였다.



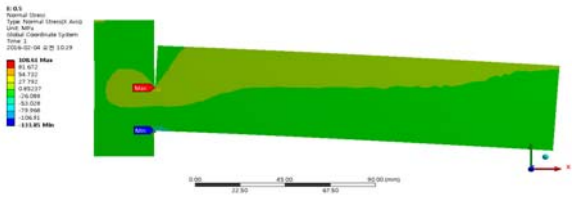
(a) a/H=0.2, a=0.01m, P=39.2N, K_I=0.637$MPa\sqrt{m}$



(b) a/H=0.3, a=0.015m, P=29.4N, K_I=0.642$MPa\sqrt{m}$



(c) a/H=0.4, a=0.02m, P=23.52N, K_I=0.68$MPa\sqrt{m}$



(d) a/H=0.5, a=0.025m, P=19.6N, K_I=0.795$MPa\sqrt{m}$

Fig. 19 Stress intensity factors in cantilever beam with a edge crack

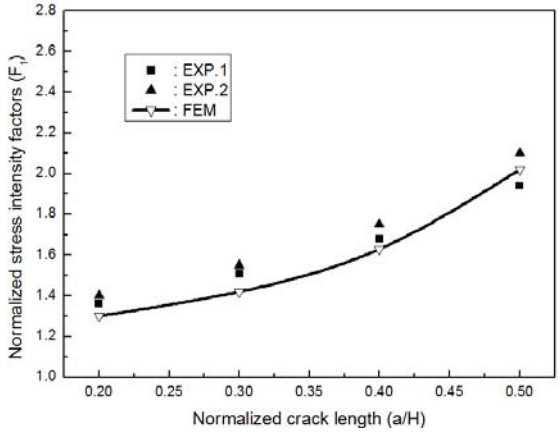


Fig. 20 Normalized stress intensity factors of cantilever beam obtained by FEM and photoelastic experiment

Fig. 19는 a/H=0.2~0.5인 경우 유한요소해석 결과를 나타내고 있다. 이들의 결과는 Fig. 17의 광탄성실험의 결과와 비교할 때 응력확대계수값의 차이는 있으나 균열길이의 증가에 대한 응력확대계수의 증가는 서로 일치함을 알 수 있다.

Fig. 20은 외팔보균열에 대한 무차원 응력확대계수, F_1을 나타내고 있다. Fig. 20에서 알 수 있듯이 무차원 균열의 길이 a/H가 클수록 F_1은 크게 증가한다.

4. 결 론

본 연구에서는 단순보 및 외팔보의 U형노치 및 외측 균열에 대하여 광탄성 실험 및 유한요소해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 단순보의 U형노치에 대하여는 Fig. 5, 외팔보에 대하여는 Fig. 10과 같은 응력집중계수 그래프를 얻었다. 노치의 길이(H/h)가 클수록, 노치의 틈 간격(r/h)가 작을수록 응력집중계수는 증가한다. 외팔보의 노치에서 발생하는 응력집중계수는 단순보의 노치에서 발생하는 응력집중계수보다 작게 발생하나 실제적으로 노치선단에서 발생하는 최대응력은 외팔보에서 더 크게 발생한다.

(2) 단순보 및 외팔보의 균열에서 발생하는 무차원 응력확대계수는 균열의 길이가 증가할수록 증가함을 알 수 있다. 외팔보의 균열에서 발생하는 무차원 응력확대계수는 단순보의 균열에서 발생하는 무차원 응력확대계수보다 약 1.31 (0.2<a/H<0.5)배 정도 더 크게 발생하나 실제의 응력확대계수는 동일한 무차원 균열의 길이 및 하중하에서는 약 5.5배 정도 더 큰 응력이 발생한다. 따라서 외팔보의 균열에서 파괴위험은 단순보 균열의 경우보다 월등히 높다.

(3) 본 연구의 해석결과는 단순보 및 외팔보의 안전성평가에 유용하게 사용될 수 있다.

후 기

본 논문은 2014년도 교육부 재원으로 한국연구재단의 일반연구자지원사업에 의해 수행된 연구입니다. (과제번호 : NRF-2014R1A1A2057477)

참고문헌
(References)

(1) Irwin, G. R., 1957, “Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate,” *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, Vol. 24, pp.361~364.

(2) Sih, G. C. and Liebowitz, H., 1968, "Mathematical Theories of Brittle Fracture. In Fracture: An Advanced Treatise, Edited by H. Liebowitz," Academic Press, New York

(3) Lee, K. H., Lee. Y. J. and Cho, S. B., 2009, “Characteristics of a Transiently Propagating Crack in Functionally Graded Materials,” *J. of Mech. Sci. and Tech.*,Vol. 23, pp. 1306~1322.

(4) Lee, K. H., 2009, "Analysis of a Transiently Propagating Crack in Functionally Graded Materials Under Mode I and II," *Inter. J. of Engng. Sci.*, Vol. 47, pp. 852~865.

(5) Lee, K. H., 2014, "Influence of Density Variation on the Arbitrarily Propagating Crack Tip Fields in Funactioally Graded Materials," *J. of Mech. Sci. and Tech.*, Vol. 26, No. 6, pp. 2129~2140.

(6) Lee, K. H., 2016, "Analysis of a Propagating Crack Tip in Orthotropic Functionally Graded Materials," *Compo. part B*, Vol, 84, pp. 83~97.

(7) Bowie, O.L. and Freese, C.E., 1972, "Central Crack in Plane Orthotropic Rectangular Sheet," *Int. J. Fract.* Vol. 8, No. 1, pp. 49~58.

(8) Berto, F. and Barati, E., 2011, “Fracture Assessment of U-notches Under Three Point Bending by Means of Local Energy Density,” *Materials and Design*, Vol. 32(2), pp. 822~830.

(9) Yao W., Zhang, Z., Hu, X., 2014, “A Singular Element for Reissner Plate Bending Problem with V-shaped Notches,” *Theo. and Applied Fract. Mechan.*, Vol. 74, pp. 143~156.

(10) Afshar, A., Daneshyar, A. and Mohammadi, S., 2015, “XFEM Analysis of Fiber Bridging in Mixed-Mode Crack Propagation in Composites,” *Composite Structures*, Vol. 125, pp. 314~327.

(11) Ashokan, K. and Ramesh, K., 2009, “An Adaptive Scanning Scheme for Effective Whole Field Stress Separation in Digital Photoelasticity,” *Optics & Laser Tech.*, Vol. 41, No. 1, pp. 25~31.

(12) Umezaki, E. and Terauchi, S., 2002, “Extraction of Isotropic Points Using Simulated Isoclinics Obtained by Photoelasticity-Assisted Finite Element Analysis,” *Optics and Lasers in Engng.*, Vol. 38, No.

1, pp. 71~85.

(13) Timilsina, S., Lee, K. H., Kwon, Y. N. and Kim, J. S., 2015, “Optical Evaluation of In Situ Crack Propagation by Using Mechanoluminescence of SrAl2O4 : Eu2+, Dy3+,” *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 98, No. 7, 2197~2204.

(14) Robert, S. and Dariusz, B. 2015, “Strain Analysis at Notch Root in Laser Welded Samples Using Material Properties of Individual Weld Zones,” *Inter. J. of Fatigue*, Vol. 74, pp. 71~80.

(15) Leven, M. M. and Frocht, M. M., 1953, "Stress Concentration Factors for a Single Notch in a Flat Plate in Pure and Central Bending," *Proc. SESA*, Vol. 11, No. 2, p. 179.

(16) Troyani, N., Hernández, S. I., Villarroel, G., Pollonais, Y. and Gomes, C., 2004, “Theoretical Stress Concentration Factors for Short Flat Bars with Opposite U-shaped Notches Subjected to In-plane Bending,” *Inter. J. of Fatigue*, Vol. 26, No. 12, pp. 1303~1310.

(17) Tlilan, H. M, Sakai, N. and Majima, T., 2006, “Effect of Notch Depth on Strain-concentration Factor of Rectangular Bars with a Single-edge Notch Under Pure Bending,” *Inter. J. Solids And Struct.* Vol. 43, No. 3, pp. 459~474.

(18) Barati, E. and Mohammadi, A., 2013, “A New Practical Equation for Evaluation of Strain-energy Density Distribution and J-integral in Plates with Blunt V-notches Under Bending Loading,” *Materials and Design*, Vol. 46, pp. 873~880.

(19) Yazdanmehr, A. and Soltani, N., 2014, “Evaluation of Stress Intensity Factors of Rounded V and U Notches Under Mixed Mode Loading, using the Experimental Method of Caustics,” *Theo. and Applied Fract. Mech.*, Vol. 74, pp. 79~85.

(20) Srawley, J. E., 1976, “Wide Range Stress Intensity Factor Expressions for ASTM E399 Standard Fracture Tougfness Specimens," *Int. J. Fract. Mech.*, 12, pp. 475~476.

(21) Woo, C. W, Cheung, Y. K, Chen, Y. Z. and Wang, Y. H., 1988, “A Simple Model for the contact Problem of a Finite Cracked Plate in Bending,” *Engng. Fract. Mech.*, Vol. 29, No. 2, pp. 227~231.

(22) Iida, J., Hasebe, N. and Nakamura, T., 1990, “Approximate Expressions for SIF of Crack Initiating from Notch for Thin Plate Bending and Plane Problems,” *Engng Fract. Mech.*, Vol. 36, No. 5, pp. 819~825.

(23) Lim, I. L., Johnston, I. W. and Choi, S. K., 1993, “Stress Intensity Factors for Semi-circular Specimens Under Three-point Bending,” *Enging. Fract. Mech.*, Vol. 44, No. 3, pp. 363~382.

(24) Meshii, T. and Watanabe, K., 1998, “Closed-form Stress Intensity Factor for an Arbitrarily Located Inner Circumferential Surface Crack in a Cylinder Subjected to Axisymmetric Bending Loads,” *Engng. Fract. Mech.*, Vol. 59 No. 5, pp. 589~597.

(25) Alatawi, I. A. and Trevelyan, J., 2015, “A Direct Evaluation of Stress Intensity Factors Using the Extended Dual Boundary Element Method,” *Engng. Analy. with Boundary Elements*, Vol. 52, pp. 56~63.

(26) Seo, B. S., 2015, "Stress Analysis on Notch and Crack Tip of the Beam," Master Thesis, Kyungpook National University.

(27) Broek, D., 1982, "Elementary Engineering Fracture Mechanics," Third Revised ed., Martinus Nijhoff Pub.

(28) Dally, J. W. and Riley W. F., 1978, "Experimental Stress Analysis" McGraw Hill.