

조밀도가 증가된 3차원 십자격자형 신호성상도의 설계

이상¹ · 강석근^{2*}

Design of 3-Dimensional Cross-Lattice Signal Constellations with Increased Compactness

Shuang Li¹ · Seog Geun Kang^{2*}

¹Department of Electrical and Electronic Engineering, Gyeongsang National University, Gyeongnam 52828, Korea

^{2*}Department of Semiconductor Engineering, Gyeongsang National University, Gyeongnam 52828, Korea

요약

본 논문에서는 조밀도가 증가된 3차원 십자격자형 신호성상도의 설계 방법을 제시하고 분석한다. 우수한 성형이득을 얻기 위하여 여기서는 기존 성상도에서 최외곽에 위치한 심볼들을 빈 면과 움푹 들어간 모서리로 이동시킨다. 제시된 신호성상도는 심볼 간 최소 유클리드 거리를 동일하게 유지하면서도 기존 성상도에 비하여 크기에 따라 3~5% 감소된 평균전력과 최대 25%까지 감소된 체적을 가지는 것으로 나타났다. 이와 같은 조밀도의 증가로 인하여 새로운 성상도는 기존 성상도에 비하여 감소된 평균전력을 가진다. 그 결과, 제시된 십자격자형 신호성상도는 디지털 전송시스템의 심볼오류성능을 0.4 [dB] 가량 향상시킬 수 있는 것으로 확인되었다. 따라서 제안된 3차원 격자형 신호성상도는 저전력 및 고신뢰성이 요구되는 디지털 통신시스템에 적합한 것으로 사료된다.

ABSTRACT

In this paper, a method to design 3-dimensional (3-D) cross-lattice signal constellations with increased compactness is presented and analyzed. Here, the symbols located at the outermost sides in the conventional lattice constellation are moved symmetrically to fill in empty sides and sunken corners. While the minimum Euclidean distance (MED) among adjacent symbols remains unchanged, the presented cross-lattice constellations have 3~5% reduced average power and upto 25% reduced total volume as compared with the conventional ones. Due to the increase compactness, average power of the new 3-D constellations is lower than that of the conventional ones. As a result, computer simulation verifies that the presented cross-lattice constellations can improve symbol error performance of a digital transmission system about 0.4 [dB]. Hence, the proposed 3-D cross-lattice constellations are appropriate for low-power and high-quality digital communication systems.

키워드 : 디지털통신, 격자, 최소 유클리드 거리, 성형이득, 신호성상도

Key word : Digital communications, Lattice, Minimum Euclidean distance, Shaping gain, Signal constellation

Received 11 February 2016, Revised 20 February 2016, Accepted 12 March 2016

* Corresponding Author Seog Geun Kang(E-mail: sgkang@gnu.ac.kr, Tel:+82-55-772-1737)

Department of Semiconductor Engineering and Engineering Research Institute (ERI), Gyeongsang National University, Gyeongnam 52828, Korea

Open Access <http://dx.doi.org/10.6109/jkice.2016.20.4.715>

print ISSN: 2234-4772 online ISSN: 2288-4165

©This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.
Copyright © The Korea Institute of Information and Communication Engineering.

I. 서론

일반적으로 디지털 통신시스템은 송신기와 수신기, 전송채널로 구성된다. 대부분의 송신기는 정보원부호기, 채널부호기, 변조기, 다중화기 등의 핵심 요소들로 구성되며, 수신기는 송신기에서 일어나는 신호처리의 역과정을 수행한다. 신뢰성 있는 디지털통신을 달성하기 위한 가장 주요한 통신시스템 구성 요소는 오류제어 부호 기술을 포함하는 채널부호기이다. 이는 해밍부호(Hamming code)가 처음 제안된 이후 최근 저밀도 패리티검사부호(low-density parity check code)까지 발전하여 왔다[1-3]. 이러한 채널부호 가운데 일부는 디지털변조와 통합된 형태인 부호화변조 기술로 발전되었다[4]. 여기서는 잉여비트(redundant bit)에 따라 늘어난 정보단어(information word)를 전송심볼로 사상시키기 위하여 확장된 신호성상도가 사용된다. 이런 이유로 디지털 변조방식의 최적화는 사용된 신호성상도를 통하여 얻을 수 있는 부호이득(coding gain)과 성형이득(shaping gain) 향상 방법으로 귀결되기도 한다[5, 6].

부호이득은 성상도의 확장을 통하여 증가시킬 수 있다. 이는 부호화변조에서 잉여비트의 수를 증가시킴으로써 각각의 부호어에 대응되는 심볼 집합 간 거리를 증가시키는 방법이다[4]. 이에 비하여 성형이득은 신호성상도를 구(sphere)에 가까운 구조로 설계함으로써 증가시킬 수 있다. 이는 신호성상도의 평균전력이 일정한 조건 하에서 신호점들 간 최소 유클리드거리(minimum Euclidean distance, MED)를 최대화시키는 문제가 되며, 일반적으로는 성상도의 차원을 증가시킴으로써 성형이득을 개선할 수 있다[6-8].

성형이득의 개선을 위하여 다차원 신호성상도의 설계 방법에 대한 연구는 구형집적(sphere packing) 이론이 제시된 이후 꾸준히 진행되어 왔다[9-11]. 특히, 광통신 분야에서는 고속 및 고신뢰성을 동시에 달성하기 위한 수단으로 다차원 변조형태(modulation format)의 실제적인 적용 사례 연구가 활발히 진행되고 있다[3, 10]. 특히, [11]에서는 기존의 검색 알고리즘에 기반한 다차원 신호성상도 설계 방법에 비하여 훨씬 간편하고 직접적인 3차원 신호성상도 설계 방법이 제시된 바 있다. 여기서는 정육면체의 꼭지점을 기본 구조로 정하고, 이를 3차원의 각 축방향으로 대칭이 되도록 체계적으로 확장하여 고차레벨 신호성상도를 구한다. 하지만 이러한 방

법으로 설계된 십자격자형 신호성상도의 경우 신호점의 수가 증가됨에 따라 구형집적도가 감소되는 문제점이 발생된다.

본 논문에서는 기존 성상도보다 조밀도가 증가된 3차원 십자격자형 신호성상도의 설계 방법을 제시한다. 여기서는 가장 외곽면에 위치한 심볼들을 면과 면사이의 빈 면과 모서리로 대칭적으로 이동시킴으로써 성상도의 외형이 구에 가깝도록 체계적으로 집적한다. 따라서 심볼 간 최소 유클리드가 거리를 동일하게 유지하는 조건에서 제시된 새로운 신호성상도는 기존 성상도보다 감소된 평균전력을 가진다. 역으로 신호성상도의 평균전력이 동일한 조건을 적용하면 제시된 3차원 십자격자형 성상도에서 심볼 간 최소 유클리드거리는 기존 성상도보다 증가된다. 이로 인하여 새로운 신호성상도는 디지털 전송시스템의 오류성능을 향상시킬 수 있다.

II. 기존 3차원 십자격자형 신호성상도

일반적인 디지털 통신시스템에서 전송되는 신호는 다음과 같은 직교형태(quadrature form)로 표현된다 [4].

$$s(t) = x \cos(w_c t) + y \sin(w_c t), \quad (1)$$

여기서 $w_c (=2\pi f_c)$ 는 전송신호의 반송주파수이고 x 와 y 는 2차원 복소평면에서 정보메시지에 대응하는 동상(in-phase) 성분과 이상(quadrature phase) 성분을 각각 나타낸다. 이와 같이 모든 정보메시지를 2차원 복소평면에 시각적으로 표현한 것을 신호성상도라고 한다.

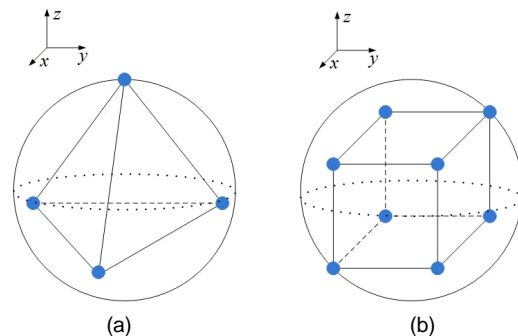


Fig. 1 The basic 3-D signal constellations (a) $M = 4$ (b) $M = 8$

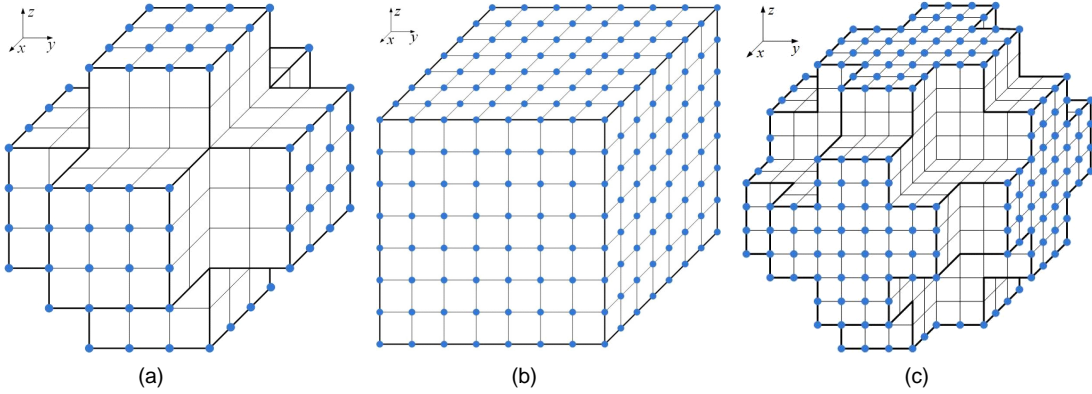


Fig. 2 Typical examples of the 3-D cross-lattice signal constellations (a) $M = 256$ (b) $M = 512$ (c) $M = 1024$.

2차원 성상도와는 달리 3차원 신호성상도의 가장 기본적인 형태는 그림 1에 나타난 것처럼 정다면체의 꼭지점을 신호점(또는 심볼)으로 이용한다. 여기서 M 은 신호성상도 상의 신호점의 수를 나타낸다. 꼭지점의 수가 2의 자승수인 정다면체는 그림 1에 나타난 두 가지를 제외하면 존재하지 않는 것으로 알려져 있다. 이로 인하여 16개 이상의 신호점을 가지는 3차원 신호성상도를 설계하기 위한 이전의 연구에서는 완전 반복검색 알고리즘이 사용된 바 있다. 하지만 이 방법은 심볼수에 따라 연산복잡도가 지수적으로 증가되는 문제점이 있다[10]. 이에 따라 [11]에서는 그림 1(b)에 나타난 정육면체를 3차원의 각 축방향으로 대칭적으로 확장함으로써 고차레벨 신호성상도를 직접적이면서도 간단하게 설계할 수 있는 방법이 제안되었다. 이를 이용하여 설계된 256진, 512진 및 1024진 십자격자형 신호성상도의 예를 그림 2에 나타내었다.

III. 개선된 3차원 십자격자형 성상도

3차원 격자형 신호성상도는 완전격자형과 십자격자형으로 구분된다. 신호점의 수를 M 으로 가정하면 성상도 상의 각 심볼은 $N_b = \log_2 M$ 비트를 전송한다. 만약 N_b 가 3의 정수배이면 그 성상도는 그림 2(b)에 나타난 것처럼 완전격자형이다. 이 조건을 충족시키지 못하면 그림 2(a)와 2(c)처럼 십자격자형 신호성상도가 된다.

완전격자형 신호성상도는 빈 공간이 전혀 없으므로 비록 성형이득 측면에서 최적이라고 할 수는 없지만 성

상도 구조의 변형이 허용되지 않는다. 이에 비하여 십자격자형 성상도는 면과 면 사이에 빈 공간이 존재하며, 이들을 활용하면 성형이득을 개선시킬 수 있다.

격자 기반 N 차원 신호성상도의 심볼오율(symbol error rate, SER)은 다음과 같이 근사화된다 [4].

$$P_e = N_{\min} Q\left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2E_{avg/2D}} \cdot \frac{E_{avg/2D}}{N_0}}\right), \quad (2)$$

여기서 N_{\min} 은 인접한 심볼의 수이고 d_{\min} 은 최소 유클리드거리를 나타낸다. $Q(x)$ 는 널리 알려진 Q-함수이고 [4], $E_{avg/2D}$ 는 다차원 신호성상도의 평균전력을 2차원으로 환산한 값으로 다음과 같이 정의된다.

$$E_{avg/2D} = \frac{2}{N} E_{avg} = \frac{2}{NM} \sum_{m=1}^M \|x_m\|^2. \quad (3)$$

여기서 $\|x_m\|$ 은 N 차원 신호점의 norm이다. 따라서 $E_{avg/2D}/N_0$ 는 N 차원 신호성상도의 신호 대 잡음비(signal-to-noise ratio)를 2차원으로 환산한 값이 된다. 신호성상도의 성능지수(figure of merit)를

$$CFM = \frac{d_{\min}^2}{E_{avg/2D}} \quad (4)$$

로 정의하면 [4], 신호 대 잡음비가 일정한 경우 (2)에 의하여 CFM이 증가됨에 따라 심볼오율은 감소한다. CFM을 구성하는 요소별 영향을 파악하기 위하여 (4)

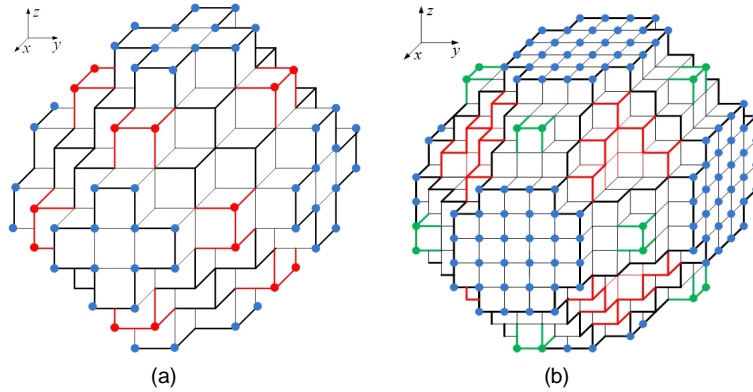


Fig. 3 The modified 3-D cross-lattice signal constellations (a) $M = 256$ (b) $M = 1024$

를 다음과 같이 분해한다.

$$CFM \cong 6 \left[\frac{V(\Lambda)}{V(R)} \right]^{2/N} \cdot \frac{d_{\min}^2}{V(\Lambda)^{2/N}} \cdot \frac{V(R)^{2/N}}{6E_{avg/2D}} \quad (5)$$

$$= CFM_0 \cdot \gamma_c(\Lambda) \cdot \gamma_s(R),$$

여기서 CFM_0 는 격자의 구조에 따른 기본 성능지수이고, $V(\Lambda)$ 는 격자 Λ 의 Voronoi 영역의 체적을 나타내며 $V(R)$ 은 반지름이 R 인 구의 체적을 나타낸다. $\gamma_c(\Lambda)$ 와 $\gamma_s(R)$ 가 각각 부호이득과 성형이득을 나타내므로 신호성상도의 성능지수는 기본 성능지수와 부호이득, 성형이득의 곱에 의하여 결정된다.

본 논문에서는 그림 1(b)에 보인 정육면체 형태의 기본 격자만을 확장한 십자격자형 성상도를 이용하며, 부호화변조 기술을 적용하지 않으므로 신호성상도의 성능지수는 성형이득에 의하여 전적으로 결정된다. 구형집적 이론에 따르면 성상도의 최소 유클리드가 고정되는 경우 격자 구조가 조밀할수록 성상도의 체적이 감소되므로 성형이득은 향상된다 [7, 8]. 이와 같은 성형이득의 향상은 신호성상도의 설계만으로 심볼오울을 감소시킬 수 있는 한 가지 방법이 된다. 따라서 그림 2(a)와 2(c)에 나타난 십자격자형 성상도를 구에 가깝도록 변형시키는 것이 바람직하다.

기존 성상도보다 조밀도가 증가된 3차원 십자격자형 신호성상도를 설계하기 위한 알고리즘은 다음과 같다.

- ① 성상도 상의 빈 면과 움푹 들어간(sunken) 모서리들 가운데 원점과의 거리가 가장 가까운 곳을 찾는다.
- ② 현 상태에서 전력이 가장 큰 신호점들을 선택한다.

이들은 대부분 최외곽 면의 모서리에 위치한 신호점으로 원점과의 거리가 가장 큰 특징을 갖는다.

- ③ 선택된 신호점의 수가 ①에서 검색한 위치보다 작으면 신호점들을 ①에서 검색한 위치로 이동시키고 그렇지 않으면 알고리즘을 종료한다.

- ④ ①부터 ③까지의 과정을 반복한다.

여기에 적용되는 유일한 제약조건은 전체적인 신호성상도의 외형이 반드시 원점 대칭성을 유지하는 것이다. 제시된 알고리즘에 따라 변형된 십자격자형 신호성상도의 예를 그림 3에 나타내었다. 그림 2(a)에 보인 기존 256진 성상도에 비하여 새로운 격자형 성상도는 6개의 최외곽 면에 위치했던 가장 큰 전력을 가지는 신호점 4개씩이 상대적으로 적은 전력을 가지는 곳으로 이동되었음을 알 수 있다. 1024진 성상도의 경우 하나의 최외곽 면에 위치한 48개의 신호점 가운데 전력이 가장 큰 16개의 심볼이 면과 면 사이에 위치한 전력이 적은 좌표로 이동된다. 따라서 x, y, z 축 방향으로 6개의 외곽면이 있으므로 전체적으로는 96개의 심볼이 새로운 좌표로 변경된다. 이에 따라 그림 3에 나타난 새로운 십자격자형 신호성상도는 그림 2의 성상도에 비하여 훨씬 더 구형에 가까운 외형을 가지는 것을 확인할 수 있다.

IV. 수치분석 및 모의실험

제시된 알고리즘을 통하여 구한 변형된 십자격자형 신호성상도를 분석하기 위하여 주요 파라미터를 척도

로 사용한 구조적 특성을 표 1에 나타내었다. 여기서 Original은 기존 성상도를 나타내고 Modified는 새로운 성상도를 나타낸다. 각 파라미터의 수치는 신호성상도의 심볼 간 최소 유클리드거리를 $MED = 2$ 로 정규화시켜서 계산한 값이다.

Table. 1 Numerical results of the 3-D cross-lattice constellation

Constellation		Measure		
		E_{avg}	$V(R)$	CFM
256	Original	39.0	2297.2	0.154
	Modified	37.5	1898.3	0.160
1024	Original	99.0	10032.0	0.061
	Modified	94.3	8717.1	0.064
2048	Original	159.0	24316.0	0.038
	Modified	150.3	18275.0	0.040

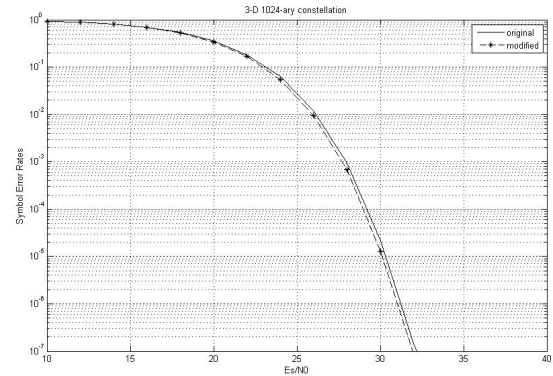
제시된 신호성상도 설계 알고리즘은 기존 성상도에서 최대 전력을 가지는 일부 심볼을 상대적으로 적은 전력을 가지는 좌표로 이동시킨다. 이에 따라 신호점의 수가 256, 1024, 2048로 증가됨에 따라 새로운 십자격자형 신호성상도의 평균전력은 기존 성상도에 비하여 각각 3.85%, 4.75%, 5.47% 가량 감소됨을 알 수 있다.

신호성상도에서 가장 전력이 큰 신호들은 성상도의 가장 외곽 면에서도 가장자리에 위치하므로 원점으로 부터의 거리도 가장 크다. 따라서 이러한 신호들의 일부가 면과 면 사이의 빈 공간으로 이동되므로 변형된 십자격자형 신호성상도의 체적은 기존 성상도보다 성상도의 크기에 따라 약 17.4%, 13.1%, 24.8% 가량 감소된 것을 확인할 수 있다. 이로 인하여 제시된 알고리즘에 의하여 설계된 신호성상도는 기존 성상도에 비하여 미미하지만 증가된 성능지수를 갖는다.

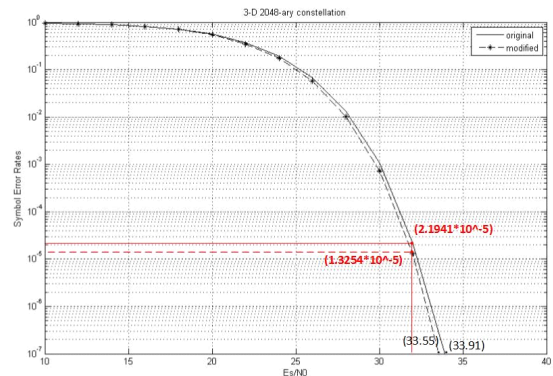
증가된 성능지수가 오류성능에 미치는 영향을 확인하기 위하여 두 가지 성상도를 적용한 디지털 전송시스템을 대상으로 모의실험을 수행하였다. 전송환경은 평균이 0이고 전력스펙트럼밀도가 $N_0/2$ 인 가산성 백색 가우시안 잡음채널로 하였으며, 사용된 심볼의 수는 10^8 개이다. Matlab[®]을 이용한 컴퓨터 모의실험의 결과는 그림 4에 나타내었다.

새로운 신호성상도가 적용된 전송시스템은 모든 신호 대 잡음비 영역에서 기존 시스템보다 우수한 심볼오율을 가지는 것으로 나타났다. 예를 들어, 신호점의 수가 2048인 경우 심볼오율이 $SER = 10^{-7}$ 에 도달하기 위

하여 요구되는 신호 대 잡음비를 비교하면, 기존 시스템은 약 33.91 dB가 요구되는데 비하여 제시된 성상도가 적용된 시스템은 약 33.51 dB 정도로 약 0.4 dB 가량 감소됨을 알 수 있다.



(a)



(b)

Fig. 4 SERs of the 3-D cross-lattice constellations (a) $M = 1024$ (b) $M = 2048$.

V. 결론

본 논문에서는 3차원 십자격자형 신호성상도의 원점 대칭성과 최소 유클리드거리를 유지하면서도 조밀도가 증가되도록 심볼들의 좌표를 이동시킬 수 있는 체계적인 알고리즘을 제시하고 분석하였다. 그 결과, 새로운 성상도는 기존 성상도에 비하여 크기에 따라 3~5% 가량 감소된 평균전력과 최대 25% 정도 감소된 체적을 가지는 것으로 확인되었으며, 이전에 비하여 훨씬 더 구

에 가까운 외형을 가지는 것으로 나타났다. 이와 같은 조밀도의 증가는 성능지수를 증가시키므로 전송시스템의 오류성능을 향상시키는 원인이 된다. 즉, 기존 성상도와 동일한 체적과 평균전력을 가지도록 정규화시키면 새로운 성상도의 최소 유클리드거리가 증가된다. 이로 인하여 성상도의 잡음여유도가 증가되므로 오류성능이 다소 향상되는 것으로 분석된다. 따라서 부호이득의 증가에 의한 고신뢰성 통신시스템에의 적용을 위해서는 향후 새로운 성상도를 기반으로 하는 부호화 변조 방법에 대한 연구가 필요한 것으로 사료된다.

ACKNOWLEDGMENTS

A part of this work was supported by the Basic Science Research Program through the National Research Foundation (NRF) of Korea funded by the Ministry of Education (MOE) (No. 2013-013013). And this work has also been supported in part by the same program of the NRF funded by the MOE (No. 2015R1D1A1A01060057).

REFERENCES

[1] R. W. Hamming, "Error detecting and error correcting codes," *Bell System Tech. J.*, vol. 24, no. 2, pp. 147-160, Apr. 1961.

[2] R. G. Gallager, "Low-density parity-check codes," *IRE Trans. Inform. Theory*, vol. 8, no. 1, pp. 21-28, Jan. 1962.

[3] H. G. Batshon, I. Djordjevic, L. Xu, and T. Wang, "Multidimensional LDPC-coded modulation for beyond 400 Gb/s wavelength transmission," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 21, no. 16, pp. 1139-1141, Aug. 2008.

[4] G. Ungerboeck, "Trellis-coded modulation with redundant signal set - Part 2: State of the art," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 25, no. 2, pp. 12-21, Feb. 1987.

[5] J. G. Proakis and M. Salehi, *Digital Communications*, 5th ed., McGraw-Hill, Singapore, 2008.

[6] G. Stepniak, "Comparison of efficiency of N -dimensional CAP modulations," *J. Lightwave Technol.*, vol. 32, no. 14, pp. 2516-2523, July 2014.

[7] N. J. A. Sloane, R. H. Hardin, T. D. S. Duff, and J. H. Conway, "Minimal-energy clusters of hard spheres," *Discrete Comput. Geom.*, vol. 14, pp. 237-259, Oct. 1995.

[8] J. H. Conway and N. J. A. Sloane, *Sphere Packings, Lattices and Groups*, Springer-Verlag, New York, N.Y., 1988.

[9] J.-E. Porath and T. Aulin, "Design of multidimensional signal constellations," *IEE Proc.-Commun.*, vol. 150, no. 5, pp. 317-323, Oct. 2003.

[10] Z. Chen and S. G. Kang, "Three-dimensional modulation formats with constant power for optical communications," *Opt. Express*, vol. 19, no. 23, pp. 22358-22363, Nov. 2011.

[11] S. G. Kang, Z. Chen, J. Y. Kim, J. S. Bae, and J.-S. Lim, "Construction of higher-level 3-D signal constellations and their accurate symbol error probabilities in AWGN," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 12, pp. 6267-6273, Dec. 2011.



이상(Shuang Li)

2013년 7월 중국 요녕과학기술대학교 전자계측공학과 학사
 2016년 2월 경상대학교 대학원 반도체공학과 석사
 ※관심분야 : 디지털통신, 통신신호처리, OFDM



강석근(Seog Geun Kang)

1999년 8월: 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학박사)
 2003년 4월 ~ 현재: 경상대학교 공과대학 반도체공학과 및 대학원 전기전자공학과, 교수
 2003년 4월 ~ 현재: 경상대학교 공학연구원, 책임연구원
 ※관심분야 : 디지털통신, 무선통신, 오류정정부호, 디지털 신호처리