

# 확장유한요소법을 이용한 철근 콘크리트 보의 다중균열 해석

유 현 석<sup>1</sup> · 김 한 수<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>건국대학교 건축구조전공, <sup>2</sup>건국대학교 건축학과

## Simulation of Multi-Cracking in a Reinforced Concrete Beam by Extended Finite Element Method

Hyun-Suk Yoo<sup>1</sup> and Han-Soo Kim<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Division of Architectural Engineering, KonKuk Univ., Seoul, 05029, Korea

<sup>2</sup>Division of Architectural Engineering, KonKuk Univ., Seoul, 05029, Korea

### Abstract

Recently, extensive research on crack analysis using extended finite element method(XFEM) which has main advantages in element re-meshing and visualization of cracks has been conducted. However, its application was restricted to the members of a single material. In this study, the applicability and feasibility of the XFEM to the multiple crack analysis of reinforced concrete beams were demonstrated. ABAQUS which has implemented XFEM was used for the crack analysis and its results were compared with test results. Enriched degree-of-freedom locking phenomenon was discovered and its causes and the ways to prevent it were suggested. The locking occurs when cracks in the adjacent elements simultaneously develop. A modelling technique for multiple cracking similar to test results was also proposed. The analysis with XFEM showed similar results to the tests in terms of crack patterns, spacing of cracks, and load-deflection relationship.

**Keywords** : extended finite element method(XFEM), reinforced concrete, three point bending test(3PBT), phantom node methods, crack analysis

### 1. 서 론

균열 해석연구에 있어서 과거에는 Cerbenka(1994)와 Dahlblom(1990)등에 의해서 분산균열(smearred crack)이나 이산균열(discrete crack)의 방법들에 의한 연구들이 주를 이루었으나, 최근에는 분산균열의 단점인 가시성 및 이산균열의 단점인 요소망의 재구성 등의 문제점들을 보완할 수 있는 확장유한요소법(extended finite element method, XFEM)이 Belytschko와 Black(1999)에 의해서 개발된 이후 이를 이용한 균열해석이 활발히 연구되고 있다(Lee *et al.*, 2004; Zi *et al.*, 2005; 2010). 확장유한요소법을 이용한 다중균열의 연구 또한 Belytschko(2004), Rabczuk(2007)에 의해서 수행되었다. 하지만 지금까지 확장유한요소

법을 이용한 균열 해석의 경우 Zi(2010)에 의해서 연구된 아스팔트 또는 Liu(2012)의 연구에서와 같이 강재, 그리고 Kim(2015)의 연구와 같이 콘크리트로만 구성된 단일 재료 부재에 대한 균열 해석들이 주로 수행되어 왔다. 2가지 이상의 복합재료에 대한 균열들도 Belytschko(2006) 등에 의해서 연구되어져 왔으나, 확장유한요소법을 이용한 해석은 미비한 실정이다. 따라서 본 연구에서는 확장유한요소법을 이용하여 복합재료로 이루어진 철근 콘크리트부재의 균열을 해석하고 실험결과와의 비교를 통해서 그 적용성과 타당성을 알아 보았다.

본 연구에서는 상용 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS를 이용해서 확장유한요소 해석을 수행하였으며, ABAQUS에서는 Song(2006), Rabczuk(2008)에 의해서 연구된 팬텀 노드

\* Corresponding author:

Tel: +82-2-2049-6110; E-mail: hskim@konkuk.ac.kr

Received March 28 2016; Revised April 4 2016;

Accepted April 18 2016

©2016 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

(phantom node)를 이용한 확장유한요소법이 구현되어 있다. 본 연구의 타당성을 검증하기 위해서 Carpinteri(2011)가 실험한 철근콘크리트 보의 휨 실험 결과와 균열해석 결과를 비교 분석하였다. 해석과정에서 인접요소에 동시에 균열이 발생할 경우 균열로 인한 불연속성이 표현되지 않는 잠금 현상이 발견되었으며 이에 대한 원인과 해결 방안을 제시하였다. 또한 실험과 유사한 다중균열이 발생되도록 하는 모델링 방안도 제시하였다.

철근콘크리트 휨 부재에 균열이 발생하게 되면 구조물의 휨 강성이 저하되고 이는 곧 처짐의 증가를 초래하기 때문에 구조물의 사용성에 큰 영향을 미칠 수 있다(Jouan, *et al.*, 2012). 따라서 가시적으로 균열 진전 모습을 확인하면서 균열폭 및 처짐을 해석할 수 있는 해석기술을 확보한다는 것은 구조물 설계기술 발전에 큰 도움이 될 수 있다.

**2. 확장유한요소법(XFEM)**

이 장에서는 확장유한요소법의 기본 개념을 소개한 후 ABAQUS에 사용된 팬텀 노드법에 대한 이론을 소개하고자 한다.

**2.1 부가자유도(enriched DOF)**

확장유한요소법은 Belytschko(1999)에 의하여 발표된 해석 기법으로서 기존의 유한요소법을 확장하여 요소망의 재구성 없이 균열진전해석을 수행하는 방법이다. 확장유한요소법은 기존 유한요소법의 형상 함수에 균열로 인한 불연속성 및 응력특이성을 표현하는 함수를 곱하여 추가의 형상 함수를 구성하고 해당 절점에 추가된 부가적인 자유도를 이용하여 변위장을 구성하는 방법이다. 부가된 자유도가 0의 값을 가지면 기존의 유한요소법과 동일하게 된다. 확장유한요소법의 가장 큰 장점은 요소망의 재구성 없이 균열을 요소 내부에 표현 가능하고, 초기 균열의 위치를 지정하거나 예상하지 않아도 균열진전 묘사가 가능하다는 것이다.

Fig. 1과 같이 확장유한요소법에서는 균열의 묘사가 요소 내에서 이루어지기 때문에 균열진전에 따른 절점의 추가 및

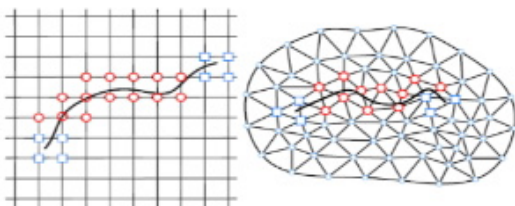


Fig. 1 Crack propagation by XFEM

삭제가 필요하지 않으며 Michael(2009)에 의해 연구된 것과 같이 기존 해석프로그램에 적용하기 쉽다. 확장유한요소법을 사용할 경우 균열은 요소내부 어디에나 위치할 수 있고, 균열경로는 요소망과 완전히 독립적이다. XFEM에서는 균열이 존재할 경우 균열면을 경계로 변위 및 응력의 불연속성이 발생하게 되고, 이와 더불어 균열선단에서의 응력집중이 발생하게 된다. 균열면에서의 변위 불연속성은 식 (1)와 같은 계단 함수를 이용하여 나타낸다.

$$H(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

또한 XFEM에서는 균열선단의 응력특이성을 표현할 수 있도록 식 (2)과 같은 특이함수를 추가하여 균열선단의 변위를 나타낸다.

$$g(x) = [\sqrt{r} \sin(\theta/2), \sqrt{r} \cos(\theta/2), \sqrt{r} \sin\theta \sin(\theta/2), \sqrt{r} \sin\theta \cos(\theta/2)] \quad (2)$$

이때  $r$ 은 균열선단에서의 거리,  $\theta$ 는 균열선단에서의 접선에 대하여 상대적인, 해당 절점을 향한 선분의 각도를 나타낸다. 불연속을 나타내는 함수와 4개의 특이함수를 기존 유한요소법의 근사 변위함수와 함께 사용하면 다음과 같이 균열에 의한 불연속성과 균열선단에 의한 응력집중을 동시에 고려할 수 있는 근사변위 함수 식 (3)을 얻을 수 있다.

$$u = \sum_{i \in I} N_i(x) u_i + \sum_{j \in J} N_j(x) H(x) a_j + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} N_k(x) g_l(x) b_{kl} \quad (3)$$

여기서,  $N_i(x)$ 는 유한요소법의 형상함수이며  $I$ 는 모델에 포함된 모든 절점,  $H(x)$ 는 불연속성을 나타내기 위한 계단함수이고,  $J$ 는 균열이 관통하는 요소를 구성하는 절점의 집합을 나타낸다.  $N_j(x)H(x)$  불연속성을 표현하는 추가적인 형상함수이고,  $a_j$ 는 부가적인 자유도이다.  $K$ 는 균열선단이 위치한 요소를 구성하는 절점을 뜻하며  $N_k(x)g_l$ 는 균열선단의 특이성을 표현할 수 있도록 추가된 형상함수이고,  $b_{kl}$ 는 4개의 특이함수에 대한 부가적인 자유도이다.

본 연구에서와 같이 점성균열(cohesive crack)을 사용한 균열진전해석을 할 경우에는 균열선단의 응력집중을 나타낼 필요가 없으므로 식 (2)의 기저함수와 해당자유도는 제외된다.

**2.2 팬텀 노드(Phantom node)법**

ABAQUS는 확장유한요소법을 구현하기 위해서 Song

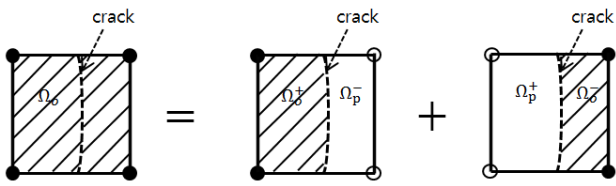


Fig. 2 The principle of phantom nodes methods; solid and hollow circles denote the original nodes and the added phantom nodes, respectively

(2006)에 의해서 연구된 팬텀 노드법을 이용하였다. 앞서 설명한 확장유한요소법에서는 절점에 자유도를 추가하는 방식으로 변위장을 추가하였지만, 팬텀 노드법은 균열의 발생에 의해서 상상(phantom)의 절점을 생성함으로써 추가되는 자유도를 대신한다. Fig. 2는 팬텀 노드법을 나타낸 그림이다. 여기서  $\Omega_o$ 는 기존 도메인을 의미하며,  $\Omega_p$ 는 팬텀 노드에 의해 규정되는 도메인을 의미하고, 각 도메인의 윗 첨자의 +, - 기호는 균열 면을 결정하는 함수에 의한 도메인의 불연속성을 나타낸다.

팬텀 노드법은 Fig. 2에서와 같이 균열이 발생한 요소를 균열면이 포함된 2개의 요소를 중첩하는 방법으로 균열을 나타낸다. 기존 확장유한요소법에서는 절점에 추가적인 자유도를 추가함으로써 절점 당 자유도 수가 달라지지만 팬텀 노드법에서는 절점당 자유도 수는 일정하게 된다. 하지만 중첩된 요소를 위하여 팬텀 노드에 해당하는 절점과 팬텀 노드를 가지는 요소를 추가해야 하는 복잡함은 여전히 존재한다. 팬텀 노드법은 Hansbo(2004)에 의해서 연구된 Hansbo 방법을 이용해서 요소 방정식을 중첩한 것으로도 볼 수 있다. 팬텀 노드법은 저차 요소에 쉽게 적용이 가능하고, 특히 가우스 적분점이 1개인 요소들에 특히 유용하다. 팬텀 노드법을 보다 쉽게 설명하기 위하여 아래의 Fig. 3과 같은 1차원 요소에서 불연속성이 발생할 경우를 생각해 볼 수 있다.

균열이 발생하면 팬텀 노드 3과 4를 추가하여 기존의 절점

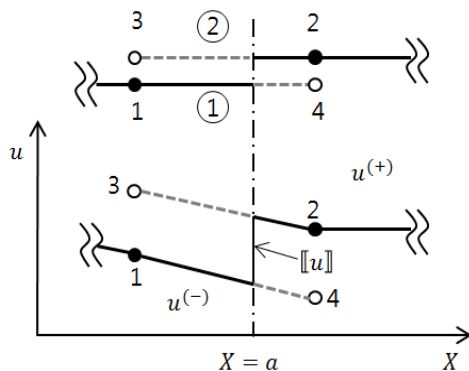


Fig. 3 Phantom nodes methods in one dimensional element; solid circles denote the real nodes and hollow circles denote phantom nodes

1과 2로 구성되었던 요소를 절점 1과 4로 구성된 요소 ①과 절점 2와 3으로 구성된 요소 ②로 나눈다. 식 (3)의 부가 자유도를 이용할 경우의 1차원 요소의 변위장은 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다. 여기서는 균열전단의 특이함수는 제외하고 균열로 인한 불연속만을 포함하였다.

$$u = u_1N_1 + u_2N_2 + a_1N_1H + a_2N_2(H-1) \tag{4}$$

$(u_2 - a_2)$ 를 요소1에서의 팬텀 노드인 절점4의 자유도  $u_j^1$ ,  $(u_1 + a_1)$ 를 요소2에서의 팬텀노드인 절점3에서의 자유도  $u_i^2$ 라고 하면, 식 (4)는 식 (5)과 같이 쓸 수 있다. 이때 윗 첨자는 요소번호를 아래 첨자는 요소에서의 절점번호를 의미한다.

$$u = u_i^1N_1(1-H(x-a)) + u_j^1N_2(1-H(x-a)) + u_i^2N_1H(x-a) + u_j^2N_2H(x-a) \tag{5}$$

식 (5)을 통해서 Fig. 3에서 나타낸 것과 같이 팬텀 노드에 연결된 추가적인 요소를 표현함으로써 균열에 의해서 발생하는 변위의 불연속을 표현할 수 있음을 알 수 있다. 2차원 요소와 3차원 요소의 불연속 변위함수에 대해서는 Belytschko (2006)에서 확인할 수 있다.

### 3. 다중 힘 균열 해석

#### 3.1 균열실험 및 해석모델

확장유한요소법을 이용한 복합재료 부재의 다중균열 해석의 적용성 및 타당성을 확인하기 위하여 Carpinteri(2011)가

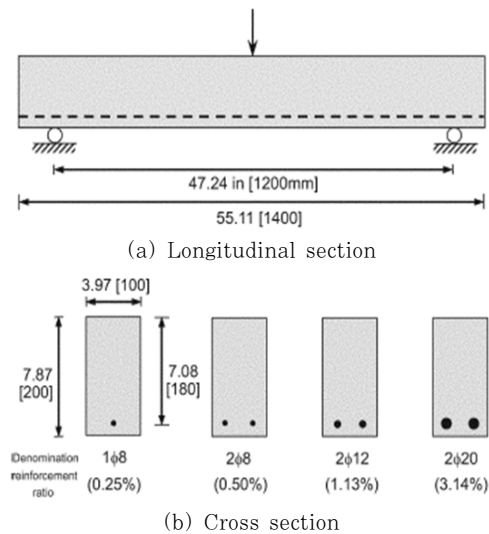


Fig. 4 Dimension of test model

수행한 철근콘크리트 보의 균열 실험결과와 해석결과를 비교하였다. 철근콘크리트 보의 3점 휨 실험의 모델은 Fig. 4와 같다.

실험에서는 5개의 철근비에 따라 각 4개의 시편을 제작하여 유사 정적 조건의 변위하중을 가하여 실험을 수행하였다. 지점과 보의 중간부분, 그리고 보 경간의 2/3의 지점에서 변위를 측정하였으며, 균열의 경로와 진전과정은 디지털 카메라로 측정하였다. 실험에서는 무근콘크리트 보를 포함하여 Fig 4(b)에 나타난 4가지 단면에 대한 실험을 수행하였다. 본 연구에서는 가장 보편적인 철근비이며 수직균열과 사인장 균열이 복합적으로 나타나는 1.13%의 철근비를 가지는 경우에 대하여 해석을 수행하여 실험결과와 비교하였다.

평면응력요소와 트러스요소를 이용하여 Fig 4(a)와 동일하게 2차원 해석 모델을 작성하고 2φ12의 철근의 단면적에 해당하는 226.2mm<sup>2</sup>를 트러스의 단면적으로 하였다. 해석에 사용한 재료 물성은 Carpinteri(2011)에서 제시한 재료물성을 바탕으로 Table 1의 값을 적용하였다. Table 1에서  $f_y$ 는 철근의 항복강도를  $f_k$ 는 철근의 극한강도를  $f_c$ 는 콘크리트의 항복강도를  $E$ 는 탄성계수를  $G_f$ 는 콘크리트의 파괴에너지를 의미한다. 철근의 재료모델은 Fig. 5와 같은 이중선형(bilinear) 소성재료모델을 적용하였다.

Table 1 Material property of analysis model

Steel bars	$f_y$ (MPa)	$f_k$ (MPa)	
φ12	572	646	-
Concrete	$f_c$ (MPa)	$E$ (MPa)	$G_f$ (N/m)
	36.75	33,058	111.5

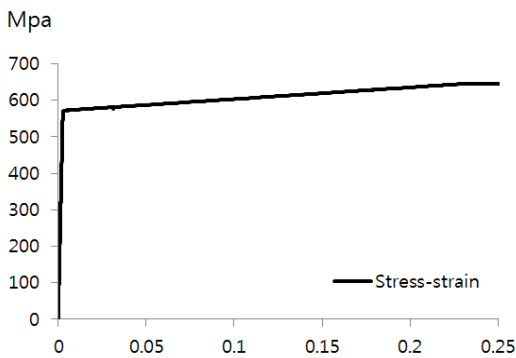


Fig. 5 Material property of reinforcement

본 논문의 목적이 확장유한요소법을 이용한 복합재료 부재의 균열 해석이므로 콘크리트의 인장 균열은 재료모델이 아닌 확장유한요소법에 의한 불연속을 표현하는 형상함수에 의하여 표현될 수 있도록 콘크리트의 재료모델은 단순한 선형탄성모델로 하였다. 하중은 아래쪽 방향으로 해석모델의 윗면 중앙부에 20mm의 변위를 시간에 따라 선형으로 증가

시켰다. 확장유한요소해석의 설정에 필요한 균열의 시작 기준은 최대주인장응력(Maxps)으로 설정하고 3MPa를 적용하였다. 해석모델은 Fig 6(a)와 같이 작성되었으며, 콘크리트는 감소 적분(reduced integration)을 사용하는 4절점 평면응력 요소로, 철근은 트러스 요소로 모델링하였다. 철근은 embedded region 기능을 이용하여 콘크리트와 완전 결합시켰으며, 요소망의 크기는 보의 깊이 방향으로 충분한 수의 콘크리트 요소를 만들기 위해서 10mm로 설정하였다. 해석에 사용된 요소의 수는 평면응력요소 2,800개, 트러스요소는 20mm 길이로 하여 70개이다.

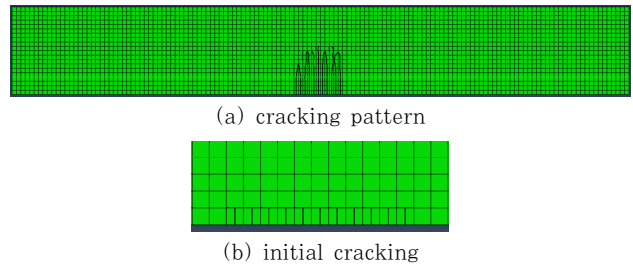


Fig. 6 Analysis result

### 3.2 다중균열 해석의 문제점

휨 균열 해석에서는 가장 큰 인장응력이 발생하는 곳에서 부터 초기 균열이 발생하기 때문에 하중이 가해지는 중앙부 밑면 부분에서 균열이 발생할 것으로 예상된다. 해석모델에서 균열이 발생한 요소의 수평방향 인장응력은 균열 발생 이전 까지는 파괴기준인 3MPa까지 선형으로 증가하다가 파괴기준에 도달하여 균열이 발생한 이후에는 균열이 발생한 요소의 인장 응력은 이완되어야 한다. 하지만 ABAQUS의 확장유한요소법으로 균열 해석을 초기 수행한 결과는 Fig. 6(a)와 같고, 실제 균열의 발생양상과는 큰 차이를 보인다.

해석결과를 분석해 보면 Fig. 6(b)처럼 초기균열이 인접한 요소에서 동시에 발생하고 이후 균열이 상부로 진전된다. 또한 균열이 발생한 요소의 시간에 따른(수직변위 증가에 따른) 수평방향 인장응력은 Fig. 7과 같이 선형으로 계속 증가하는 양상을 보인다. Fig. 7에서 빨간색 점선은 파괴기준으로 적용한 최대 주인장응력을 의미한다. 이런 오류는 확장유한요소법에서 인접한 두 요소에서 균열이 동시에 발생할 경우, 부가자유도가 공유됨으로써 균열이 발생한 인접한 요소 사이에 인장력이 전달되기 때문이다. ABAQUS에서 구현된 팬텀노드법에서도 마찬가지로 균열이 동시에 발생한 두 인접 요소 사이의 팬텀 노드가 공유됨으로써 동일한 잠김 현상이 발생한다. 본 논문에서는 이 같은 현상을 부가자유도 잠김(enriched dof locking) 또는 팬텀노드 잠김(phantom node locking)

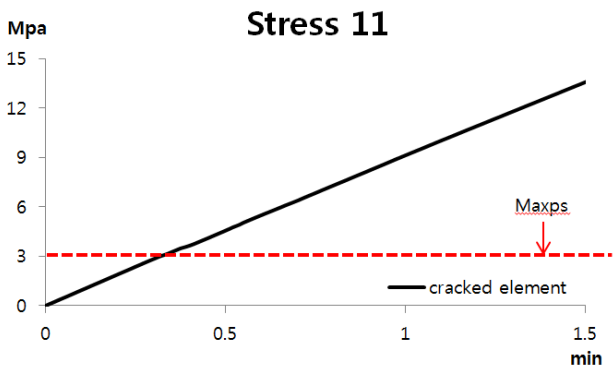


Fig. 7 Tensile stress of x axis in cracked element

이라고 부르기로 한다.

Fig. 8에서와 같이 인접한 요소 ②와 ③에서 균열이 발생하는 경우 팬텀 노드법에 의해서 요소 ②와 ③은 각각 요소 2-1과 2-2, 그리고 3-1과 3-2로 나뉜다. 이때 요소 2-2의 우변 팬텀 노드와 요소 3-1의 좌변의 팬텀 노드가 공유됨으로써 요소 ②와 ③ 사이에 잠김 현상이 발생한다. 만일 공유되지 않고 추가의 팬텀 노드가 생성된다면 원래 있던 절점의 자유도는 구속을 받지 않는 자유도로서 해를 구할 수 없는 상태가 된다.

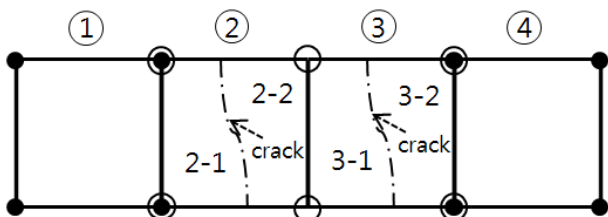


Fig. 8 Phantom node locking; solid circles denote the real nodes and hollow circles denote phantom nodes

팬텀노드 잠김 현상을 Fig. 9와 같이 1차원 요소를 이용하여 나타내면 보다 이해하기가 쉽다. 절점 1과 2, 그리고 2와 3으로 구성된 요소에서 불연속이 동시에 발생하게 되면 팬텀 노드 4, 5, 6, 7이 생성되고 5와 7이 공유된다. 따라서 절점 1의 인장력은 공유된 5-7을 통하여 3으로 전달됨으로써 불연속이 없는 것처럼 거동한다. 만일 공유되지 않고 독립적으로

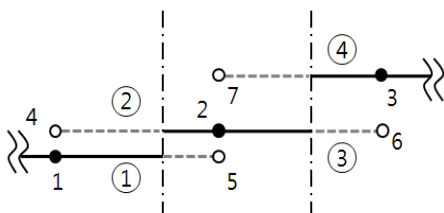
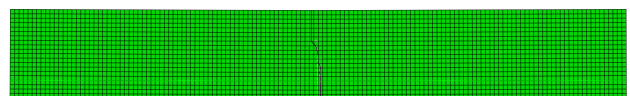


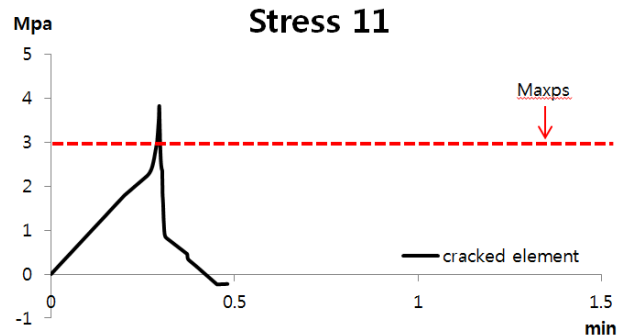
Fig. 9 Phantom node locking in one-dimensional element; solid circles denote the real nodes and hollow circles denote phantom nodes

거동한다면 절점 2는 팬텀노드 4와 6으로만 연결된 구속을 받지 않는 절점이 되어 해를 구할 수 없게 된다.

부가자유도 또는 팬텀노드 잠김 현상을 방지하기 위해서는 초기 균열이 인접한 요소에서 동시에 발생하지 않도록 하여야 한다. 이를 위하여 다음과 같은 3가지의 방법을 제시할 수 있다. 첫 번째는 초기 균열의 위치를 지정하는 것이다. 그러나 이 방법은 확장유한요소법의 장점인 초기 균열의 위치를 지정하거나 예측하지 않아도 된다는 것을 포기하는 해석법이기에 때문에 좋은 방법은 아니다. 두 번째는 해석의 하중 증분을 작게 하는 것이다. 이 경우 단일요소에서만 최대주인장 응력을 초과하는 수준의 하중 증분 크기를 설정하여 균열을 해석한다. 세 번째는 요소 크기를 작게 하여 해석모델의 요소 수를 늘리는 방법이다. 응력집중이 발생하는 요소영역을 축소하여 단일요소에서 초기균열이 발생하도록 하는 것이다. 두 번째와 세 번째 방법은 해석시간을 증가시키지만 확장유한요소법의 장점인 초기 균열의 발생위치를 특정할 필요가 없고 정확한 해석이 가능하기 때문에 유용하다. 본 연구에서는 앞서 제시한 세 가지 방법 중 두 번째 방법인 하중 증분을 작게 하여 초기 균열이 단일요소에서 발생하도록 해석을 수행하였으며, 그 결과는 Fig. 10과 같다. Fig. 10(a)에서는 Fig. 6(a)와는 다르게 단일균열이 묘사되는 것을 볼 수 있다. 균열이 발생한 요소의 수평방향 인장응력 역시 Fig. 10(b)와 같이 균열 발생이후에 응력이 이완되는 것을 확인할 수 있다. 인장응력이 일시적으로 파괴기준 값인 3MPa를 넘어서는 것은 파괴기준 응력을 계산하는 지점과 수평응력을 계산하는 지점이 다르기 때문이다. Fig. 10의 결과를 통하여 초기균열이 인접한 요소에서 동시에 발생하지 않으면 확장유한요소법의 문제인 부가자유도 잠김 현상을 해결할 수 있음을 알 수 있다. 하지만 일반적으로 철근콘크리트 부재에서 균열이 발생하는 경우



(a) a single crack



(b) Tensile stress in a cracked element

Fig. 10 Analysis result with a single crack

균열이 발생한 요소의 응력이 철근에 의해서 주변의 요소들로 재분배가 되면서 단일 균열이 아니라 다중 균열이 발생한다. 그러나 Fig. 10(a)의 해석 결과에서는 단일 균열만이 묘사되고 있다. 또한 해석모델에서 단일균열이 발생한 보의 중심부 외에도 보 경간의 2/3지점 요소의 수평방향 인장응력이 파괴기준을 초과하는 값을 가지지만, 균열의 발생이나 진전은 보이지 않는다.

Fig 10(a)와 같은 단일 균열의 발생은 ABAQUS의 확장유한요소법의 영역이 1개의 영역으로 지정될 경우 균열을 추적에 사용하는 레벨 셋 함수(level set function; Stolarska *et al.*, 2001)의 값이 균열을 기준으로 부호를 갖는 거리(signed distance)로 표현되는데 단일균열의 발생이후 이 값이 변하지 않기 때문이다. 따라서 동일한 해석모델에 대하여 Fig. 11(a)와 같은 단일 영역 대신에 Fig. 11(b)와 같이 7개의 영역별로 각각의 enriched 영역을 적용하면 균열의 불연속성을 묘사하는 함수를 다중으로 구현하여 이러한 문제를 해결할 수 있고, Fig. 12와 같은 다중균열의 해석이 가능하다.

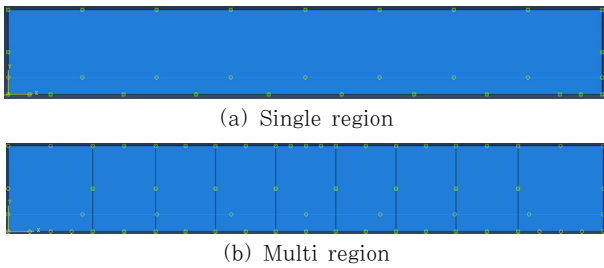


Fig. 11 Assignment of enriched region

### 3.3 비교분석

본 연구에서는 해석한 철근비가 1.13%인 실험체의 균열양상(Carpinteri, 2011)은 Fig. 13과 같다. 실험한 철근 콘크리트 보의 균열 양상을 살펴보면 초기균열의 위치나 발생한 균열의 숫자 등은 다르지만 균열의 진전방향이 보의 상단 중심을 향하고 있는 균열의 발생 양상을 확인할 수 있다. Fig. 12의 다중균열의 발생양상 또한 균열의 발생이 보의 상단 중심을 향하고 있는 것을 확인할 수 있다.

응력 재분배에 의한 균열 발생순서와 균열 개구부의 폭 등에 대한 정보가 실험논문에 포함되어 있지 않기 때문에 정확한

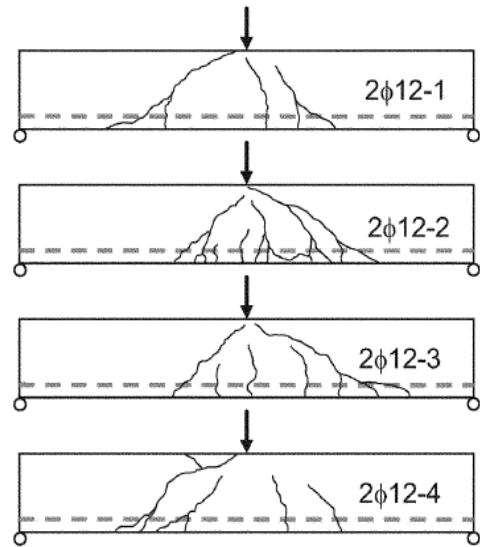


Fig. 13 Cracked deform shape of test specimen

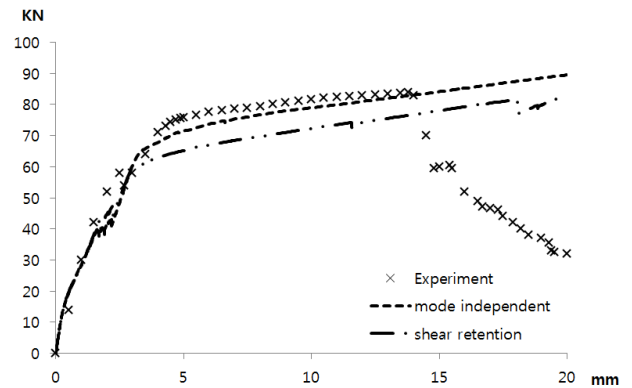


Fig. 14 Comparison of load-displacement curve between experiment results and ABAQUS analysis results

비교를 통한 분석이 어렵지만, 다중균열의 위치와 간격과 같은 부분에 있어서는 매우 유사한 결과를 보인다. Fig. 14는 실험 논문의 하중-변위곡선의 결과와 균열을 해석한 경우의 하중-변위 곡선의 결과를 같이 도시한 것이다. mode independent는 균열면에서의 전단 강성을 고려하지 않은 것이고, shear retention은 균열면에서의 전단의 효과를 고려한 균열 해석의 결과를 보인다. 해석모델에서는 부착-슬립의 효과나 건조수축과 크리프의 효과를 포함하지 않고 변위장의 불연속성만으로 균열을 나타낸 점을 고려하면 초기 강성이나 최대 하중의 크기 등의 면에서 실험결과와 상당히 유사한 결과를 보여준다고 할

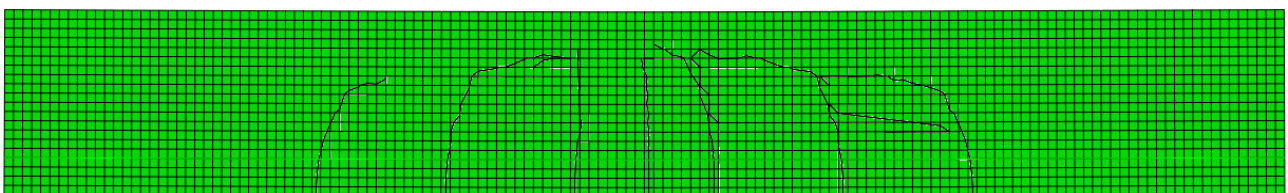


Fig. 12 Cracking pattern with multiple cracks

수 있다. 한편, 해석모델에서 철근은 이중선형 소성모델을 적용하고 콘크리트는 선형탄성모델을 적용했기 때문에 콘크리트의 압축파괴가 발생하지 않으므로 실험결과처럼 내력이 감소하는 형태를 보이지는 않는다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 기존의 단일재료 부재에 적용되었던 확장유한요소법을 이용한 균열해석을 철근콘크리트와 같은 복합재료 부재에 적용하였으며 부재 내에서 응력의 재분배에 따른 다중 균열의 발생까지도 묘사가 가능하다는 것을 확인하였다. 인접한 요소에 동시에 균열이 발생할 경우의 부가자유도 잠김 현상을 규명하고 그 해결 방법을 제시하였다. 실제 실험결과와 비교분석을 통하여 해석의 타당성을 검증하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 확장유한요소법을 이용하여 단일재료 부재뿐만 아니라 복합재료 부재인 철근콘크리트 보의 다중 휨 균열을 묘사할 수 있다.
- 2) 확장유한요소법에서 인접요소에서 균열이 동시에 발생하는 경우 균열의 불연속성이 반영되지 못하는 부가자유도 또는 펜텀노드 잠김 현상이 발생한다. 초기 균열이 단일요소에서 발생하도록 함으로써 잠김 현상을 해결할 수 있다.
- 3) 균열을 추적하는 레벨 셋 값이 별도로 생성될 수 있도록 부가 영역을 다수로 설정함으로써 다중 균열의 묘사가 가능하다.
- 4) 휨해석에서는 수직균열 및 사인장균열이 구조물의 거동을 지배하므로 균열과 철근의 항복만으로도 실험과 유사한 최대내력과 처짐을 구할 수 있다.
- 5) 확장유한요소법을 이용한 균열해석에 있어서 콘크리트의 소성재료모델, 부착-슬립모델, 건조수축과 크리프와 같은 시간종속적인 효과가 미치는 영향에 대한 추가의 연구가 필요하다.

#### 감사의 글

본 연구는 2015년도 미래창조과학부의 재원으로 한국연구재단이 주관하는 기초연구사업(과제번호 2013R1A1A2013203)의 지원을 받아 수행되었습니다.

#### References

Belytschko, T., Black, T. (1999) Elastic Crack

- Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 45(5), pp.601~620.
- Belytschko, T., Budyn, E. Zi, G., Moes, N. (2004) A Method for Multiple Crack Growth in Brittle Materials without Remeshing, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 61, pp.1741~1770.
- Belytschko, T., Rabczuk, T. (2006) Application of Particle Methods to Static Fracture of Reinforced Concrete Structures, *Int. J. Fract.*, 137, pp.19~49.
- Carpinteri, A., Carmona, J.R., Ventura, G. (2011) Failure Mode Transitions in Reinforced Concrete Beams-Part2: Experimental Tests, *ACI Struct. J.*, 108, pp.286~293
- Cervenka, J., Saouma, V.E. (1994) Discrete Crack Modeling In Concrete Structures, *Fracture Mechanics of Concrete Structures*.
- Dahlblom, O., Ottosen, N.S. (1990) Smeared Crack Analysis Using Generalized Fictitious Crack Model, *J. Eng. Mech.*, 116, pp.55~76.
- Hansbo, P., Hansbo, A. (2004) A Finite Element Method for the Simulation of Strong and Weak Discontinuities in Solid Mechanics, *Comput. Methods Appl. Mech. & Eng.*, 193, pp.3523~3540.
- Jouan, G., Kotronis, P., Collin, F. (2012) Numerical Modeling of A 3 Point Bending Test of A Reinforced Concrete Beam Using a Second Gradient Theory, *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*.
- Kim, H.S., Yoo, H.S. (2015) Drying Shrinkage Crack Analysis of Concrete using Optimized Prony Series, *J. Arch. Inst. Korea*, 31, pp.27~34.
- Lee, S.H., Song, J. H., Yoon, Y.C., Zi, G., Belytschko, T. (2004) Combined Extended and Superimposed Finite Element Method for Cracks, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 59, pp.1119~1136.
- Liu, P.F., Zhang, B.J., Zheng, J.Y. (2012) Finite Element Analysis of Plastic Collapse and Crack behavior of Steel Pressure Vessels and Piping using XFEM, *J. fail. anal. & Prev.*, 12, pp.707~718.
- Michael, J.M. (2009) Implementation of The Extended Finite Element Method in the ABAQUS Software Package, *Georgia Institute of Technology*, Master of Science in Mechanical Engineering, p.51.
- Rabczuk, T., Bordas, S., Zi, G. (2007) A Three-dimensional Meshfree Method for Continuous Multiple-crack Initiation, Propagation and Junction

- in Statics and Dynamics, *Computational Mechanics*, 40, pp.473~495.
- Rabczuk, T., Zi, G., Gerstenberger, A., Wall, W.A.** (2008) A New Crack Tip Element for the Phantom-node Method with Arbitrary Cohesive Cracks, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 75, pp.577~599.
- Song, J.H., Areias, P.M.A., Belytschko, T.** (2006) A Method for Dynamic Crack and Shear Band Propagation with Phantom Nodes, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 67, pp.868~893.
- Stolarska, M., Chopp, D.L., Moes, N., Belytschko, T.** (2001) Modelling Crack Growth by Level Sets in the Extended Finite Element Method, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 51, pp.943~960.
- Zi, G., Yu, S.M., Chau-Dinh, T., Mun, S.H.** (2010) Analysis of Static Crack Growth in Asphalt Concrete using the Extended Finite Element Method, *Korean Society of Civil Engineers*, 30, pp.387~393.
- Zi, G., Song, J.H., Lee, S.H.** (2005) A New Method for Growing Multiple Cracks without Remeshing and Its Application to Fatigue Crack Growth, *Korean Soc. Civil Eng.*, 25, pp.183~190.

## 요 지

최근에 요소망의 재구성이 불필요하고 균열의 가시화에 강점을 가지는 확장유한요소법(XFEM)을 이용한 균열 해석이 많이 연구되고 있지만 주로 단일재료로 이루어진 부재의 해석에 집중되어 있다. 본 논문에서는 복합재료 부재인 철근콘크리트 보의 다중균열 해석에 확장유한요소법을 적용하며 그 적용성과 타당성을 살펴보았다. 확장유한요소해석 기능이 탑재된 상용 해석프로그램인 ABAQUS를 사용하여 균열해석을 수행하였으며 그 결과를 실험결과와 비교하였다. 확장유한요소법에서 인접요소에 동시에 균열이 발생할 경우 균열의 불연속성이 나타나지 않은 부가자유도 잠김 현상을 발견하였고 이에 대한 원인과 그 해결방안을 제시하였다. 또한 실험결과와 유사한 다중균열 발생을 위한 모델링 기법도 제시하였다. 확장유한요소법을 이용한 해석결과는 실험결과와 유사한 균열 양상 및 균열 간격을 보여 주었으며 하중-변위 관계에 있어서도 실험에 근접한 결과를 보여 주었다.

**핵심용어** : 확장유한요소법, 철근콘크리트, 3점 휨 실험, 팬텀 노드법, 균열모사