

# 선형 제약 조건화를 통한 내쉬 협상 해법 기반 효율적 자원 할당 방법

## Efficient Resource Allocation Strategies Based on Nash Bargaining Solution with Linearized Constraints

최 지 수\* · 정 승 현\* · 박 형 곤†  
(Jisoo Choi · Seunghyun Jung · Hyunggon Park)

**Abstract** - The overall performance of multiuser systems significantly depends on how effectively and fairly manage resources shared by them. The efficient resource management strategies are even more important for multimedia users since multimedia data is delay-sensitive and massive. In this paper, we focus on resource allocation based on a game-theoretic approach, referred to as Nash bargaining solution (NBS), to provide a quality of service (QoS) guarantee for each user. While the NBS has been known as a fair and optimal resource management strategy, it is challenging to find the NBS efficiently due to the computationally-intensive task. In order to reduce the computation requirements for NBS, we propose an approach that requires significantly low complexity even when networks consist of a large number of users and a large amount of resources. The proposed approach linearizes utility functions of each user and formulates the problem of finding NBS as a convex optimization, leading to nearly-optimal solution with significantly reduced computation complexity. Simulation results confirm the effectiveness of the proposed approach.

**Key Words** : Nash bargaining solution, Resource management, Piecewise linear, Convex optimization

### 1. 서 론

다양한 모바일 기기의 사용이 급속히 확산되면서 다중 사용자들에 대한 멀티미디어 응용 서비스 이용이 폭발적으로 증가하고 있다. 멀티미디어 데이터는 용량이 방대하며 지연에 민감한 특성이 있기 때문에 사용자의 환경 및 미디어 특성에 맞게 네트워크 자원을 효율적으로 활용하는 것이 무엇보다도 중요하다. 따라서 본 연구에서는 네트워크 자원 할당에 대해 게임 이론적 접근 방법을 이용, 멀티미디어 서비스 품질 보장과 동시에 전체 네트워크 효율을 높이고자 한다[1-5]. 공리적 협상 해법을 기반으로 한 게임 이론적 방법으로 주어진 문제를 접근하며 자원 할당 방법으로 널리 알려진 NBS(Nash bargaining solution)을 이용한 방법을 제시한다[6-10].

NBS는 멀티미디어 사용자의 효율을 고려한 네트워크 자원 할당의 전략적인 자원 할당 방법으로 사용되어 왔다. [6]에서는 NBS가 제시하는 자원관리 전략이 서로 자원을 공유하고 있는 멀티미디어 사용자들의 전체 시스템 성능을 극대화 하는 것을 이론

적으로 보였다. 하지만 [6]에서는 주어진 효율 함수에 대한 알고리즘만 제시할 뿐 일반적인 효율 함수에 대해서는 적용할 수 없어 자원량과 사용자의 수가 증가할수록 NBS를 구하는데 필요한 연산 복잡도는 기하급수적으로 증가한다는 문제가 있다. 이를 해결하기 위하여 [9]에서는 반복적 협상 전략을 이용해 한정된 시스템 내에서 자원을 효율적으로 할당하는 방법을 제안, 가능 효율 집합을 복수 개의 서브 집합으로 분할하여 각각에 대하여 NBS를 수행하는 접근 방식이 제안되었다. 그러나 반복적 협상 전략을 이용한 방법은 참여하는 사용자의 수가 늘어날수록, 그리고 전체 자원량이 많아질수록 각각 서브 효율 집합의 차원(탐색 차원), 그리고 그 크기(탐색 영역의 크기)가 증가하기 때문에 여전히 비효율적인 점을 내포하고 있다. 이에 따라 [12]에서는 시간상으로 인접한 효율 집합 사이의 관계에서 유도된 선형 변환을 기반으로 불필요한 연산을 제외하여 빠르게 NBS를 구할 수 있는 방식이 제안되기도 하였다. 하지만 이 방법은 전체 자원량이 변화하는 네트워크 환경에만 초점을 맞추어 사용자의 수가 변화하는 환경에서는 적용할 수 없다는 한계점이 있다. 따라서 본 연구에서는 사용자의 수, 그리고 전체 자원량의 변화에도 적용할 수 있는 알고리즘을 제안한다.

본 논문에서는 다중 멀티미디어 사용자들 사이에 공유된 자원을 효율적으로 분배하기 위해 조각 선형화 방식을 사용하여 각 사용자의 효율 함수를 근사한다. 이를 바탕으로 NBS기반 자원 관리 문제를 컨벡스 최적화기법 문제(convex optimization problem)로 모델링하여 선형 제약 조건하에서 근접 최적의 해법

† Corresponding Author : Dept. of Electronics Engineering,  
Ewha Womans University, Korea

E-mail : hyunggon.park@ewha.ac.kr

\* Dept. of Electronics Engineering, Ewha Womans University,  
Korea

Received : January 14, 2016; Accepted : February 18, 2016

(nearly-optimal solution)을 구한다[13, 14]. 특히, 주어진 문제를 컨벡스 최적화기법을 기반으로 해결함으로써 NBS를 수행하는데 필요한 연산 복잡도를 획기적으로 감소시켜 전체 자원량과 참여 사용자의 수가 늘어날수록 NBS를 수행하기 위한 연산 복잡도가 기하급수적으로 증가하는 기존의 문제점을 해결하였다. 이를 통해 대용량의 자원 및 다수의 사용자에 대한 효율적인 자원 분배를 가능케 하였으며, 기존 방법 대비 연산 복잡도면에서 효율이 획기적으로 개선됨을 시뮬레이션을 통해 검증하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 2장에서는 NBS에 대한 특징을 간단히 다루고 문제 정의 및 그에 대한 접근 방법을 제시한다. 3장에서는 본 연구에서 제안하는 알고리즘을 적용한 시뮬레이션 결과를 살펴보고, 4장에서 결론을 맺고 마무리한다.

## 2. 문제 정의 및 제안 방법

### 2.1 문제 정의

본 논문에서는 전체 멀티미디어 시스템의 자원 관리 효율을 극대화하기 위하여 협상 해법으로 NBS를 사용한다. NBS는 하나의 특정한 효용쌍으로 파레토 최적과 공평성에 관한 공리들에 의해 결정된다[7]. 이처럼 여러 가지 공리들에 의해 결정되는 NBS는 내쉬 곱(Nash product)을 최대화하며, 이는 곧 멀티미디어 사용자의 경우 전체 시스템 효율을 극대화한다고 알려져 있다[6].  $n$ 명의 사용자가 있을 때, 내쉬 곱은 다음과 같이 정의된다[1].

$$G(u_1(x_1), u_2(x_2), \dots, u_n(x_n)) = \prod_{i=1}^n (u_i(x_i) - d_i). \quad (1)$$

여기서  $u_i, x_i, d_i$ 는 각각 사용자  $i$ 의 효용, 할당 받은 자원의 양, 합의 실패 점에서의 효용을 뜻하며, 본 논문에서 사용자의 효용 함수  $u_i$ 는 일반적인 효용 함수 형태인 오목(concave)하며 증가(increasing) 함수로 가정하며,  $x_i$ 는 연속적인 값을 갖는다. 또한  $d_i = 0$ 이 아닌 양수의 경우에는  $d_i = 0$ 인 경우의 NBS를 평행 이동하여 구할 수 있으므로[6] 본 논문에서는 모든 사용자에 대하여  $d_i = 0$ 으로 가정한다. 각각의 사용자는 한정된 전체 자원  $R_{max}$ 을 공유하므로 각 사용자에게 할당된 자원의 합은 일정하게 유지된다.

$$\sum_{i=1}^n x_i = R_{max}.$$

### 2.2 선형 제약 조건화를 통한 내쉬 협상 해법

컨벡스 최적화기법은 제약 조건을 가진 볼록 함수(convex function)인 목적 함수를 최소화

$$\begin{aligned} &\text{minimize } f_o(x) \\ &\text{subject to } g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, k \end{aligned} \quad (2)$$

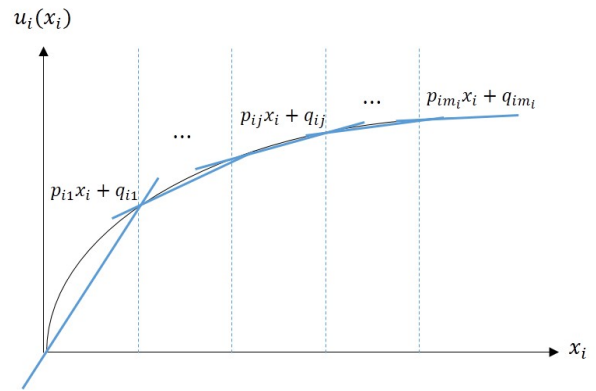


그림 1 조각 선형화가 적용된 효용 함수의 예시

Fig. 1 Example of a piecewisely linearized utility function

또는 다음과 같은 오목 함수(concave function)인 목적 함수를 최대화한다.

$$\begin{aligned} &\text{maximize } -f_o(x) \\ &\text{subject to } g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, k \end{aligned}$$

이때, 함수  $f_o, g_1, \dots, g_k$ 는 볼록(convex)하다.

본 논문에서는 자원을 효율적으로 분배하기 위해 조각 선형화 방식을 사용, 각 사용자의 효용 함수를 임의의 크기로 조각화 하여 곡선으로 표현된 효용 함수를 직선으로 근사화 한다. 즉, 각 사용자의 효용 함수에 대해 임의의 크기  $m_i$ 개의 간격을 중심으로 조각 선형 방식(piecewise linear method)을 적용한다[14-16]. 효용 함수가 오목(concave)한 형태를 가지므로 그림 1과 같이 각 구간에서  $m_i$ 개의 선형 함수 중 최솟값을 갖는 함수로 각 사용자의 효용 함수를 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_1(x_1) &= \min_{j=1, \dots, m_1} (p_{1j}x_1 + q_{1j}), \\ u_2(x_2) &= \min_{j=1, \dots, m_2} (p_{2j}x_2 + q_{2j}), \\ &\vdots \\ u_i(x_i) &= \min_{j=1, \dots, m_i} (p_{ij}x_i + q_{ij}), \\ &\vdots \\ u_n(x_n) &= \min_{j=1, \dots, m_n} (p_{nj}x_n + q_{nj}). \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $p_{ij}, q_{ij}$ 는 각각  $j$ 번째 구간의 선형화 된 효용 함수의 기울기,  $y$ 절편을 나타내며,  $p_{ij}, q_{ij}$ 의 개수는 각각  $m_i$ 개로 각 사용자의 효용 함수에 대한 조각 선형 간격의 개수에 의해 결정된다. 목적 함수인 내쉬 곱에 대하여 로그를 취해도 오목함(concavity)이 변하지 않는 성질 [14]을 이용하면 NBS를 구하는 문제를 각

사용자의 로그를 취한 효용 함수의 합을 최대화 하는 문제로 다음과 같이 동치 변환할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \operatorname{argmax}_{\mathbf{x} \in R^n} G(u_1(x_1), u_2(x_2), \dots, u_n(x_n)) \\ &= \operatorname{argmax}_{\mathbf{x} \in R^n} u_1(x_1)u_2(x_2) \cdots u_n(x_n) \\ &= \operatorname{argmax}_{\mathbf{x} \in R^n} \{\log u_1(x_1) + \log u_2(x_2) + \cdots + \log u_n(x_n)\} \\ & \text{subject to } \sum_{i=1}^n x_i = R_{max}. \end{aligned} \quad (4)$$

이때,  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T$  는 모든 사용자에게 할당된 자원의 양을 원소로 포함하고 있는 행렬이다. 위의 식 (4)에 (3)의 수식들을 대입하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \operatorname{argmax}_{\mathbf{x} \in R^n} \sum_{i=1}^n (\min_{j=1, \dots, m_i} \log(p_{ij}x_i + q_{ij})) \\ & \text{subject to } \sum_{i=1}^n x_i = R_{max} \end{aligned} \quad (5)$$

이때  $t_1, t_2, \dots, t_n$ 을 각각  $p_{1j}x_1 + q_{1j}, p_{2j}x_2 + q_{2j}, \dots, p_{nj}x_n + q_{nj}$ 의 하한 값(lower bound)으로 설정하여 주어진 최적화 문제를 아래와 같이 표현할 수 있으며, 이는 선형 제약 조건을 가진 컨벡스 최적화 문제와 동일함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} & \operatorname{argmax}_{\mathbf{t} \in R^n} f_o(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \log t_i \\ & \text{subject to } t_1 \leq p_{1j}x_1 + q_{1j}, j=1, \dots, m_1 \\ & \quad t_2 \leq p_{2j}x_2 + q_{2j}, j=1, \dots, m_2 \\ & \quad \vdots \\ & \quad t_i \leq p_{ij}x_i + q_{ij}, j=1, \dots, m_i \\ & \quad \vdots \\ & \quad t_n \leq p_{nj}x_n + q_{nj}, j=1, \dots, m_n \\ & \quad \sum_{i=1}^n x_i = R_{max} \end{aligned} \quad (6)$$

이때,  $\mathbf{t} = [t_1 \ t_2 \ \cdots \ t_n]^T$ 는 위에서 설정한 하한 값 정보를 담고 있는 행렬이다. 최종적으로 위의 수식 (6)을 행렬 표현식(matrix notation)으로 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & \operatorname{argmax}_{\mathbf{t} \in R^n} f_o(\mathbf{t}) \\ & \text{subject to } \tilde{\mathbf{b}} \leq \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{t} \\ & \quad \tilde{\mathbf{c}}^T \mathbf{t} \leq R_{max} \quad \mathbf{x} \geq 0 \\ & \quad -\tilde{\mathbf{c}}^T \mathbf{t} \leq -R_{max} \end{aligned} \quad (7)$$

with

$$\tilde{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} p_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ p_{12} & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1m_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{21} & 0 & \cdots & 0 & 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & p_{n1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & p_{n2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & p_{nm_n} & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} q_{11} \\ q_{12} \\ \vdots \\ q_{1m_1} \\ q_{21} \\ \vdots \\ q_{n1} \\ q_{n2} \\ \vdots \\ q_{nm_n} \end{bmatrix}$$

이때,  $\tilde{\mathbf{A}}$ 는  $mn \times 2n$  크기의 행렬,  $\tilde{\mathbf{t}}$ 와  $\tilde{\mathbf{c}}$ 는  $2n$ 차원 벡터이며  $\tilde{\mathbf{b}}$ 는  $mn$ 차원 벡터이다. 이와 같이 최적화기법으로 주어진 문제를 모델링하면, Frank - Wolfe 알고리즘(Frank - Wolfe algorithm) [17], 심플렉스법(simplex method) [18], 연차근사법(successive approximation method) [19] 등의 잘 알려진 최적화 알고리즘을 통해 효율적으로 해법을 구할 수 있다.

### 3. 실험 결과 및 분석

본 논문에서는 제안한 방법의 성능 검증을 위해 각각의 사용자를 비디오 콘텐츠 기반의 멀티미디어 사용자로 가정, 전송률(rate)에 따른 왜곡(distortion)의 정도를 나타내는 DR 모델 (Distortion-Rate model;  $D_i = \frac{\mu_i}{x_i - R_{0i}} + D_{0i}$ )에 기반을 두어 효용 함수를 정의 한다 [20].

$$\begin{aligned} u_i(x_i) &= \frac{255^2}{D_i(x_i)} = \frac{255^2(x_i - R_{0i})}{D_{0i}(x_i - R_{0i}) + \mu_i} \\ x_i &\geq R_{0i}, D_{0i} \geq 0, \mu_i > 0 \end{aligned}$$

여기서  $R_{0i}, D_{0i}, \mu_i$  각 사용자의 rate offset, distortion offset, RD factor로 비디오 시퀀스에 영향을 주는 파라미터이다. 세 가지 표준 비디오 시퀀스 foreman, coastguard, mobile (CIF, 30Hz frame rate)에 대하여 기존의 반복적 협상 전략을 이용한 방법 [11]과 제안 알고리즘을 각각 적용, 그에 대한 성능 비교를 수행한다. 각 비디오 시퀀스에 대한 비디오 특성 파라미터는 기존 연구에서 사용된 파라미터를 참고하였으며 표 1에 나타내었다 [6]. 성능 비교는 제안 알고리즘의 정확도를 의미하는 최대 내쉬 곱, 그리고 연산 복잡도를 의미하는 NBS를 구하는 데 걸리는 시간으로 이루어진다. 또한 시뮬레이션에서 사용된 사용자의 효용 함수 조각화를 위한 간격의 개수는 모두 동일하게 설정하였다. ( $m_i = m, i = 1, 2, \dots, n, m \in N, 2 \leq m$ ).

그림 2는 전체 자원량에 대한 최대 내쉬 곱을 나타내며, 조각 선형 간격의 개수에 따라 얻어지는 최대 내쉬 곱을 비교한다. 결과를 보면, 조각 선형 간격의 개수가 증가할수록 최대 내쉬 곱 또한 증가하는 경향을 보인다는 것을 알 수 있다. 이는 치밀하게 조각 선형을 할수록 근사된 효용 함수가 실제 효용 함수에 가까

표 1 각 비디오 시퀀스에 대한 비디오 특성 파라미터

Table 1 Model parameters for video sequences

Video Sequences	$\mu$	$D_0$	$R_0$
Foreman (CIF, TL=4, 30Hz)	5,232,400	0	0
Coastguard (CIF, TL=4, 30Hz)	6,329,700	4.3	0
Mobile (CIF, TL=4, 30Hz)	38,230,000	1	44,040

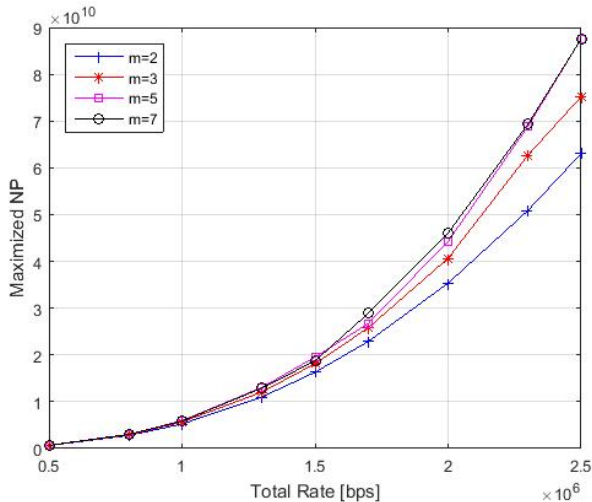


그림 2 조각 선형 간격의 개수에 따른 최대 내쉬 곱

Fig. 2 Maximized NP depending on the number of piecewise linear intervals

위저 NBS를 더욱 정확하게 구할 수 있기 때문이다.

그림 3, 그림 4는 본 논문에서 제안하는 자원 할당 방법과 기존의 반복적 협상 전략을 이용한 방법에 대한 성능 비교를 나타내고 있다. 그림 3은 전체 자원량에 따른 제안 방법과 기존 방법에 대한 최대 내쉬 곱을 나타낸 것이다. 제안 방법이 기존의 방식과 비교해 내쉬 곱이 최대 3.39% 차이가 나므로 거의 동일한 최대 내쉬 곱을 갖는다는 것을 알 수 있다. 이는 기존 방법에 비해 제안 방법이 정확도 면에서 거의 비슷한 성능을 낸다는 것을 의미한다.

그림 4는 전체 자원량에 따른 위의 두 가지 방법에 대한 실행 시간을 나타낸 것이다. 기존의 방법은 전체 자원량이 늘어날수록 연산 복잡도도 증가하는 반면, 제안된 방법은 전체 자원량에 관계없이 비교적 항상 일정한 연산 복잡도를 나타냄으로써 일정한 성능을 보장하는 것을 특징으로 하는 것을 볼 수 있다. 왜냐하면 기존의 방법은 전체 자원량이 증가할수록 탐색 영역의 크기 또한 증가하기 때문이다.

그림 5는 제안 방법의 사용자 수 증가에 따른 실행 시간을 나타내고 있다. 결과를 통해 사용자 수에 관계없이 비교적 항상 일

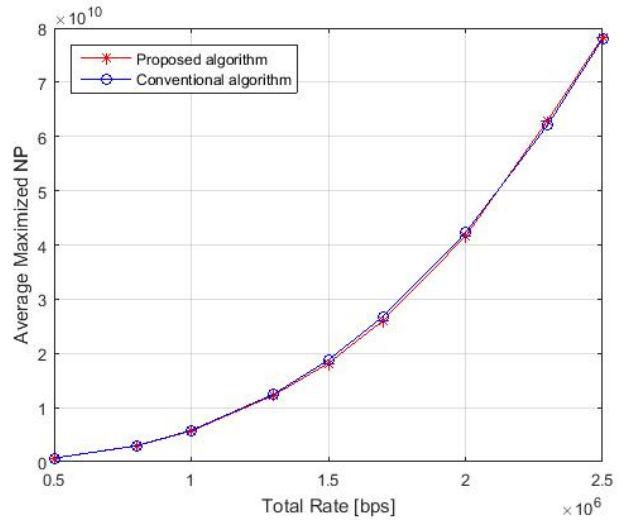


그림 3 제안 방법과 기존 방법의 최대 내쉬 곱 비교

Fig. 3 Maximized NP based on proposed algorithm and conventional algorithm

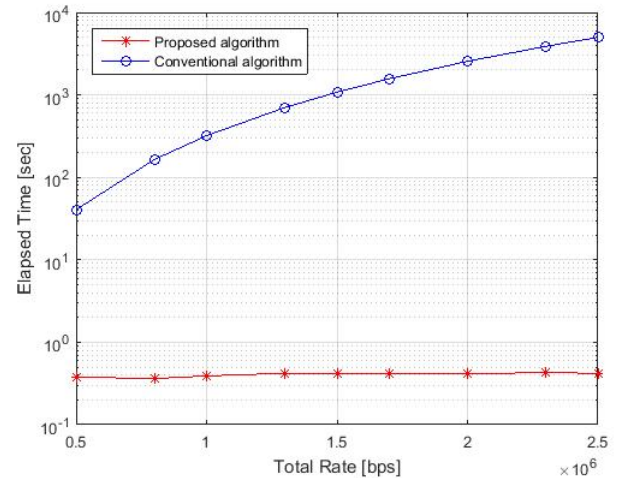


그림 4 제안 방법과 기존 방법의 해법을 구하는 데 걸리는 실행 시간 비교

Fig. 4 Elapsed time required to find the NBS based on proposed algorithm and conventional algorithm

정한 성능을 보장하는 것을 알 수 있다. 이는 잘 알려져 있듯이 컨벡스 최적화기법은 계산상 다루기 쉬운 문제(computationally tractable problem)로 낮은 연산 복잡도에 기반 하여 문제의 해법을 구할 수 있기 때문이다[21]. 즉, 사용자의 수가 늘어날수록 탐색 차원 또한 증가하여 이에 따른 연산 복잡도가 기하급수적으로 증가하는 문제점이 있는 기존의 방법과 달리 제안 방법은 수십 명 정도의 사용자가 포함되더라도 0.5초 내에서 해결되기에 보다 효율적으로 빠르게 해법을 찾을 수 있다.

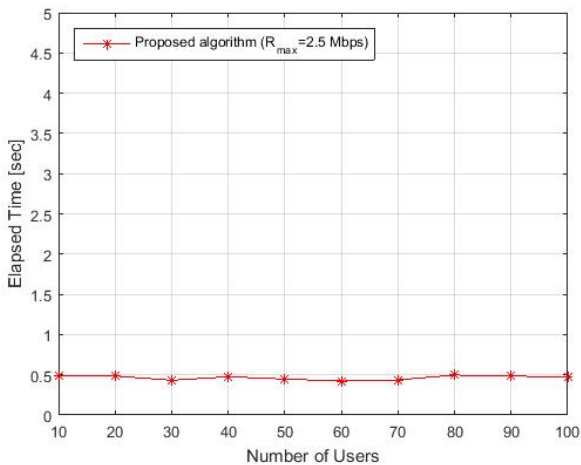


그림 5 제안 방법의 사용자 수에 따른 실행 시간

Fig. 5 Elapsed time of proposed algorithm depending on the number of users

따라서 본 논문에서 제안하는 방식으로 NBS를 수행하는 경우, 매우 낮은 연산 복잡도에 기반하여 근접 최적의 해법(nearly-optimal solution)을 얻을 수 있으며, 이를 통해 전체 자원량과 사용자의 수가 실시간으로 변화하는 동적 네트워크 환경에 적용하여 일정 수준 이상의 성능을 보장받을 수 있다. 이는 곧, 제안 알고리즘이 네트워크 환경 변화에 매우 강인하다는 것을 의미한다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 각 사용자의 효용 함수를 조각 선형화하여 주어진 문제를 선형 조건을 가진 컨벡스 최적화기법 문제로 모델링, 이를 기반으로 NBS를 구하는 방법을 제안하였다. 이를 통해 기존 방법 대비 연산 복잡도를 획기적으로 감소시켜 대용량의 자원 및 다수의 사용자를 대상으로 빠르고 효율적인 자원 분배를 가능케 하였으며, 시뮬레이션 결과를 통해 사용자의 인원이 많아질수록, 전체 자원량이 많아질수록 제안 방법의 성능이 극대화된다는 것을 확인하였다. 따라서 본 논문에서 제안된 방법이 다양한 자원 관리 전략 분야에서 효율적이고 공평한 최적의 해법을 찾는 데에 실질적으로 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

#### 감사의 글

이 논문은 2014학년도 이화여자대학교 대학원 장학금 지원에 의한 논문으로 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단(No. NRF-2014R1A2A1A11051257)의 지원을 받아 수행되었으며, 미래창조과학부 및 정보통신기술진흥센터의 대학ICT연구센터(IITP-2015-H8501-15-1007) 육성지원사업의 연구결과로 수행되었습니다.

#### References

- [1] J. Nash, "The bargaining problem", *Econometrica*, vol. 18, pp. 155-162, 1950.
- [2] M. J. Osborne and A. Rubinstein, *A course in game theory*, MIT press, 1994.
- [3] K. Binmore, *Fun and Games: A Text on Game Theory*, Lexington, MA:D.C. Heath, 1992.
- [4] K. Lee, "A Study on Transaction Pricing of Generation Bidding in Electricity Market by Using Game Theory", *The Transaction of the Korean Institute of Electrical Engineers*, vol. 52A, no. 6, pp. 333-339, 2003.
- [5] J. Shin and K. Lee, "Analysis on Incomplete Information in an Electricity Market using Game Theory", *The Transaction of the Korean Institute of Electrical Engineers*, vol. 55A, no. 5, pp. 214-219, 2006.
- [6] H. Park and Mihaela van der Schaar, "Bargaining Strategies for Networked Multimedia Resource Management", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, no. 7, pp. 3496-3511, 2007.
- [7] Z. Han, Z. J. Ji, and K. Liu, "Fair multiuser channel allocation for ofdma networks using nash bargaining solutions and coalitions", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 53, no. 8, pp. 1366-1376, 2005.
- [8] J. E. Suris, L. DaSilva, Z. Han, A. B. MacKenzie, R. S. Komali et al., "Asymptotic optimality for distributed spectrum sharing using bargaining solutions", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, no. 10, pp. 5225-5237, 2009.
- [9] A. Z. Shifat, M. Z. Chowdhury, and Y. M. Jang, *A game theoretical approach for QoS provisioning in heterogeneous networks*, *ICT Express*, 2015.
- [10] N. Enneya, R. Elmeziene, and M. Elkoutbi, "A game theory approach for enhancing QoS-Aware routing in mobile ad hoc networks", in 2009. NDT'09. First International Conference on Networked Digital Technologies, pp. 327-333, Czech, Ostrava, July 2009.
- [11] E. Kim, H. Park, and P. Frossard, "Low complexity iterative multimedia resource allocation based on game theoretic approach", in 2012 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), pp. 1099-1102, Seoul, Korea, May 2012.
- [12] E. Choi and H. Park, "Transformation based low complexity algorithm for nash bargaining solutions in dynamic networks", in 2013 International Conference on Information Networking (ICOIN), pp. 365-370, Bangkok, Thailand, Jan. 2013.
- [13] S. Yoo, Y. Do, and D. Lee, " $H_2/H_\infty$  Filter Design for Linear Discrete Time Systems via Convex Optimization"

The Transaction of the Korean Institute of Electrical Engineers, vol. 45, no. 11, pp. 1603-1607, 1996.

[14] S. Boyd and L. Vandenberghe, Convex optimization. Cambridge university press, 2004.

[15] M. Johansson, Piecewise linear control systems. Springer, 2003.

[16] B. Iem, "Performance Analysis of A Variable Bit Rate Speech Coder", The Transaction of the Korean Institute of Electrical Engineers, vol. 62, no. 12, pp. 1750-1754, 2013.

[17] E. S. Levitin and B. T. Polyak, "Constrained minimization methods", USSR Computational mathematics and mathematical physics, vol. 6, no. 5, pp. 1-50, 1966.

[18] G. B. Dantzig and R. Cottle, The Basic George B. Dantzig. Stanford University Press, 2003.

[19] J. Callahan, K. Homan, D. Cox, D. O'Shea, H. Pollatsek, and L. Senechal, Calculus in context: the five college calculus project. WH Freeman, 1995.

[20] K. Stuhlmüller, N. Färber, M. Link, and B. Girod, "Analysis of video transmission over lossy channels", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 18, no. 6, pp. 1012-1032, 2000.

[21] A. B. Tal and A. Nemirovski, Lectures on modern convex optimization: analysis, algorithms and engineering applications, Siam, 2001.

## 저 자 소 개



### 최 지 수 (Jisoo Choi)

2014년 2월 이화여자대학교 공학사  
 2016년 2월 이화여자대학교 공학석사  
 2016년 3월 ~ 현재 이화여자대학교 전자공학과 멀티미디어 통신 및 네트워크 연구실 연구원

Email : cjs2094@ewhain.net



### 정 승 현 (Seunghyun Jung)

2016년 2월 이화여자대학교 공학사  
 2016년 3월 ~ 현재 이화여자대학교 전자공학과 석사과정

Email : krl9427@ewhain.net



### 박 형 곤 (Hyunggon Park)

2004년 2월 포항공과대학교 공학사  
 2006년 3월 미국 University of California, Los Angeles (UCLA) M.S.  
 2008년 12월 미국 University of California, Los Angeles (UCLA) Ph.D.  
 2010년 2월 스위스 Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne (EPFL) 신호처리 연구실 선임연구원  
 2010년 3월 ~ 현재 이화여자대학교 전자공학과 부교수

Email : hyunggon.park@ewha.ac.kr