

## 수학과 교육과정의 변화에 따른 초등학교 3,4학년 교과서의 수학적 모델링 관련 제시 방법 분석<sup>1)</sup>

정승요<sup>2)</sup> · 박만구<sup>3)</sup>

본 연구는 수학과 교육과정의 변화에 따라서 초등학교 3,4학년 수학교과서의 수학적 모델링 관련 제시 방법을 분석하고, 수학적 모델링 관점에서 교과서 개발의 방향을 제시하는 것을 목적으로 하였다. 분석의 틀은 김민경(2010)이 수학적 모델링 관점에서 제시한 Mathematics in Context[MiC]와 우리나라 초등수학교과서의 분석 기준을 예비조사를 통해 적용한 후, 수정·보완하여 우리나라 교과서에 대한 분석 기준으로 사용하였다. 연구 결과 7차 교육과정에서 2009 개정 교육과정에 의한 수학교과서로 변화하면서 수학적 모델링의 관점에서 볼 때, 실세계 맥락의 상황 제시는 《확률과통계》를 제외한 모든 영역에서 증가하였고, 수학적 모델의 표현 방법은 《규칙성》을 제외한 전 영역에서 표현 방법이 다양해졌으며, 의사소통에 있어서는 《규칙성》영역을 제외한 모든 영역에서 유형이 다양화되고 빈도가 증가하였다. 연구 결과를 바탕으로 향후 교과서 개발에서 고려해야 할 부분을 제시하였다.

주요용어 : 수학적 모델링, 실세계, 수학적 모델, 의사소통

### I. 서론

현대 사회는 빠른 속도로 변화하기 때문에, 이런 사회에 적응하며 살아가기 위한 더 많은 노력이 요구되고 있다. 현재의 이런 환경에 적응하기 위해서는 실생활의 여러 문제들에 대하여 깊은 사고력과 빠른 판단력으로 합리적이고 창의적으로 문제를 해결하는 능력이 요구된다. 따라서 이러한 시대는 단순히 반복적인 연습을 통해 주어진 내용을 암기하는 인재가 아닌 창의적으로 사고하고 현실에서 부딪치는 문제의 해결 능력이 뛰어난 인재를 요구한다. 이런 인재 상에 맞추어 National Council of Teachers of Mathematics[NCTM](2000)는 수학적 소양을 수학교육의 목표로 제시해 학생들이 추론, 문제해결, 수학적 의사소통과 같은 수학적 능력을 갖추도록 강조하고 있다. 또한 2009 개정 교육과정에서도 초등학교 수학교육이 나아갈 방향을 수학적 사고 능력 개발, 수학적 문제해결 능력 개발, 수학적 연결성 추구, 수학에서의 창의·인성 개발, 수학적 의사소통 능력 함양, 그리고 수학의 가치 이해로 제시하

\* MSC2010분류 : 97U20

1) 이 논문은 제1저자의 2015년 석사학위 논문 일부를 재구성한 것임.

2) 서울안암초등학교 (yo7925@sen.go.kr)

3) 서울교육대학교 (mpark29@snue.ac.kr), 교신저자

였다(교육과학기술부, 2011).

그러나 현재 사회가 바라는 인재상의 하나인 실세계의 문제 상황에 대처하고 이를 해결하는 능력은 학생들에게 정형화된 수학 문제를 해결하도록 함으로써 발달되는 것이 아니다(Blum, 1993). 실세계의 문제 상황에서, 문제를 해결한다는 의미는 지식의 생성과 공유의 입장에서 현실의 문제를 해결하고 자신이 생각한 것을 타인에게 이해시키고 전달하며 설득하는 일련의 과정이라 볼 수 있다. 이런 지식의 생성 및 공유 과정에서 주변 학생들과 의사소통이 나타나고, 자신의 문제 해결을 타인에게 설득하는 과정에서 학생들은 자신의 생각을 정당화하게 된다. 결국 문제를 해결한다는 것은 의사소통과 정당화의 과정을 동반하게 된다고 할 수 있다(남승인, 2000). 그러나 현재 교육에서의 문제 해결에서는 주어진 문제를 알고리즘을 따라 정확한 계산을 통해 풀었는가에만 초점을 맞추는 경우가 많은데, 이때 단순히 문제를 푸는 것 이외에 타인에게 자신의 해법을 설득력 있게 설명할 수 있는 의사소통과 정당화의 과정을 강조할 필요가 있다.

따라서 수학을 학습하는 과정에서 학생들에게 일상생활 속에서 일어나는 현상을 수학적으로 인지하고, 교사나 동료들과의 의사소통과 정당화 과정에서 문제를 해결하는 능력을 기르도록 하는 수학적 모델링 능력이 필요하다. 본 연구에서 수학적 모델링은 현실의 문제 또는 상황에 대하여 수학적 모델을 사용해 문제를 해결하고 현실에 비추어 재해석하는 체계적인 절차로 보았다. 수학적 모델링은 실세계의 문제를 수학적으로 해결하는 과정에서 학생들에게 문제 해결 능력과 의사소통 능력을 신장시킬 수 있는 효과적인 방법이라고 할 수 있다.

Schoenfeld(2013)의 주장에 따르면, 모델링은 수학에 대한 이해를 돕기 위한 방법으로 학생들이 그래프, 표 등을 사용하여 다양하게 표현하도록 격려함으로써 학생들의 수학적 이해를 도울 수 있다고 하였다. 그리고 Common Core State Standards Initiative[CCSSI](2010)에서는 “경험적 상황을 해석하거나 보다 더 잘 이해하기 위하여, 그리고 의사결정을 잘하기 위하여 적절한 수학과 통계를 선택하고 사용하는 과정(p.72)”으로 정의하였다. Meyer(2015)는 그동안 수학교과서에서 학생들에게 수학적인 모델링의 관점에서 제대로 수학을 문제를 제시하지 못했다고 지적하면서, 학생들에게 현실 세계와 관련한 보다 흥미 있고 학생들의 관점에서 예상하기 쉽지 않은 모델링 관련 과제를 제시할 필요가 있다고 보았다. Anhalt와 Cortez(2015)는 11명의 미국 예비 중등학교 교사들의 수학적 모델링에 대한 이해를 조사하였는데, 이전에 모델링에 관한 경험이 없는 예비교사들도 잘 계획된 프로그램 안에서는 모델링의 과정을 잘 이해하고 적용할 수 있음을 보여 주었다.

국내의 연구로 정인수(2011)는 수학적 모델링을 학습한 집단이 실생활 경험과 지식을 바탕으로 실제적인 해법을 제시하는 능력이 향상된다고 주장하였다. 이런 수학적 모델링은 수업에서 적용될 경우 학생들의 수학적 정당화와 의사소통 능력을 신장시켜주고(이지영, 2013), 수학적 모델링을 활용했을 때, 학생들의 문제해결력이 향상되었다(장영아, 2008). 그 외의 수학적 모델링에 관한 연구는 수학적 모델링의 적용을 통해 향상시킬 수 있는 능력(김선희, 2005; 성호금, 2000; 이지영, 2013), 수학적 모델링 지도 방법(김민경, 홍지연, 김은경, 2009), 수학적 모델링 과정(강옥기, 2010), 수학적 모델링 자료 개발(남승인, 2000), 초등수학에서 수학적 모델링 적용의 필요성에 대한 연구(오영열, 2013), 수학적 모델링을 활용한 교수·학습 방법에 대한 연구(장영아, 2008) 등이 있다. 그러나 지금까지의 수학적 모델링 연구들은 그 속상상 주로 중등 수학 교수·학습에서의 수학적 모델링에 초점이 맞추어져 있었다. 비록 수학적 모델링이 수학 수업에서 교사와 학생이 어떻게 상호작용하느냐에 좌우될 수 있으나, 수학 수업에서 모델링과 관련하여 교육과정이나 교과서의 문서상에서 어떻게 제안하

고 있는지를 알아보는 것은 의미가 있다.

7차 교육과정에서부터 2009 개정 수학과 교육과정까지 수학적 모델링의 관점에서 초등학교 수학교과서의 모델링과 관련한 문장 제시 방법의 변화를 분석하고, 수학 수업이나 향후 교과서 개발에 주는 시사점을 알아보았다.

## II. 이론적 배경

### 1. 수학적 모델

모델은 일반적으로 구체적 모델(Concrete model)과 추상적 모델(Abstract model)로 나눌 수 있다. 구체적 모델은 실물의 특성을 이해하기 위해, 그 실물을 축소 혹은 확대해 만든 조형물이다. 추상적 모델은 어떤 사물이나 현상의 특성을 추상적인 방법, 즉 기호, 문자, 식, 그래프, 도표 등을 사용해 나타낸 것이다(강옥기, 2010). 이때 추상적 모델이 수학적인 개념, 원리, 법칙들을 포함하는 경우, 이를 수학적 모델이라 한다(정은실, 1991). 수학적 모델에 대한 학자들의 의견은 <표II-1>과 같다.

<표II-1> 수학적 모델의 의미에 대한 견해

학자(연도)	수학적 모델
Nelson(1977)	현실의 수학적인 표상이거나, 수학적인 용어로 표현한 현실의 타당한 근사값
Niss(1989)	실제 상황의 측면을 나타내기 위해 선택된 하나 이상의 수학적 존재(수학 모음)와 그것들 사이의 관계
Blum & Niss(1991)	현실 모델의 기본적인 요소들과 이 요소들의 관계에 대응하는 수학적 대상들로 조직된 모델
Richard & Guershon(2003)	묘사하는 체계를 수학적 부분에서 구조적 특성에 중점을 둔 모델
Lesh & Leher(2003)	어떤 특별한 목적과 대표적인 표상을 표현하는 개념적인 조직
Doerr & English(2003)	제시한 표기체계를 사용하며, 다른 체계를 구성하고 기술, 설명하기 위해 사용되는 수학적 개념 체계
Schichl(2004)	일상생활에서 일어나는 문제를 해결하기 위해 수학을 적용하는 과정
정은실(1991)	현실 모델이 만들어진 후 그 모델의 단어와 개념을 수학적 기호와 표현으로 대치하는 과정
장혜원(2003)	어떤 현상의 특성들에 근접하는 수학적 구조

Nelson(1977)은 수학적 모델은 현실의 수학적인 표상이거나, 수학적인 용어로 표현한 현실의 타당한 근사값으로 보았다. 수학적 모델은 행렬 조직 같이 매우 추상적인 것에서 정육각형 판이 정육각형을 나타내는 것과 같은 기하학적 모델의 경우처럼 현실을 그대로 보여

주는 경우도 있다. 장혜원(2003)은 수학적 모델은 어떤 현상의 특성들에 근접하는 수학적 구조로 보며, 수학적 모델링에 이용되는 기본적인 수학적 구조로 그래프, 식, 화살표, 표, 알고리즘 등을 예로 들었다. 황혜정(2007)은 수학적 모델링 문제에서 수학적으로 환원되어 해결에 이르기까지 고유한 모델이 구축되어 수학화가 이루어진다고 보았다. 또한 모델링의 과정은 현상이나 문제 상황의 적절한 단순화 작업과 더불어 주어진 상황에 맞는 수학적 모델을 형성하는 것이 중요한데, 교사의 입장에서 학생들에게 의미 있는 모델을 선택하여 문제를 해결해 가도록 돕는 것이 중요하다고 보았다.

CCSSI(2010)에서도 동전 같은 아주 간단한 모델조차 2차원의 그림으로 나타낼지, 3차원의 입체도형으로 나타낼지 선택해야 하는 것처럼 문제 해결에서 사소하게 보이는 것이라도 특정 모델을 선택하는 것의 중요성에 대해 말해 주고 있었다. 그리고 수학적 모델의 정의는 연구에 따라 접근 방식의 차이가 존재하지만, 기본적으로 수학적 모델이 현실 모델을 기반으로 해서 수학적인 변환이 나타난 것이라는 공통점이 있었다.

## 2. 수학적 모델링

Niss(1992)는 수학적 모델링을 원래의 현실 문제 상황에서부터 수학적인 모델로 변환하는 총체적인 과정이라 보았다. 또한 그는 수학적 모델링의 목표를 학생들이 수학적 모델링 과정을 실행하고, 이해하고, 분석하고 평가하는 것으로 보았다. Schichl(2004)은 수학적 모델링을 일상생활의 문제를 해결하기 위하여 수학을 적용하는 과정으로 보았다. CCSSI(2010)에서는 수학적 모델링을 실세계의 경험적 상황을 분석하기 위해 적절한 수학적 지식이나 통계적 지식을 선택하고 사용하는 과정이라고 정의하였다.

국내 연구로 김수미(1993)는 수학적 모델링이란 실 상황의 모델을 구성하여 실 상황 문제를 해결하는 전체 과정이라 보았다. 그녀는 수학적 모델링은 단지 존재하는 현상 전체의 단순화된 상을 찾는 것이기보다는 현상 일부분의 조작 가능한 상을 찾는 것으로 보았다. 신은주와 권오남(2001)은 수학적 모델링을 수학과 동시한 Freudenthal의 관점을 수용하여 정의하였는데, 이때 수학과는 인간의 창조적 활동의 하나로서 간주할 수 있는 것으로 보았다. 이들은 수학과 과정을 실제적인 상황에서 직관 모델을 만들고, 직관 모델의 탐구에서 수학적 모델들을 만들어 내고, 추상화와 형식화를 통해서 수학적 해를 구하고, 구해진 해를 원래 상황에서 반성해보는 피드백 과정을 거치는 수학적 모델링 과정을 의미한다고 하였다. 본 연구에서는 수학적 모델링을 현실의 문제 또는 상황을 수학적 모델을 사용해 문제를 해결하고 현실에 비추어 재해석하는 일련의 체계적인 절차로 보았다.

## 3. 수학교과서에 나타난 수학적 모델링

수학적 모델링 관점에서 교과서 분석에 대한 연구는 주로 중등 수준에서 이루어졌다. 이선민(2010)은 교과서의 수학적 모델링의 활용에 대해 확률 단원에서 한국 교과서와 미국 MiC교재 비교 연구를 하였다. 그는 MiC교재의 모델링 자료들은 실세계 맥락의 상황으로 학습자가 수학에 부담을 느끼지 않게 하고 스스로 수학적 지식을 찾아가게 구성한 것으로 분석하였다. 그리고 우리나라 교과서에서는 실생활 맥락의 상황 문제를 난이도별로 나타낸 것에 비해, MiC교재에서는 쉬운 난도로 일관되게 제시하고 있다고 하였다. 김정은(2008)의

경우도 중등 교과서에 나타난 수학적 모델링 조사였는데, 여기서는 우리나라의 중학교 5개 교과서에 제시된 수학적 모델링 소재의 분포와 사용 사례를 조사했다. 이 조사에서 수학적 모델링 소재가 연립방정식, 부등식, 확률에 특히 많은 비중을 차지하고 있고, 사용되는 소재가 유사하다고 주장하였다.

초등에서 우리나라 수학교과서를 수학적 모델링의 관점으로 분석한 연구는 거의 없었는데, 이는 모델링의 과정과, 일반화, 정당화와 같은 수학적 능력이 초등학생들의 인지적 수준에서는 어렵기 때문이기도 하다. 그러나 English와 Watters(2005)는 수학적 모델링은 전통적으로 주로 중등학교에서 실시가 되었지만, 초등학생들도 모델링을 통해 모델 형성, 일반화, 정당화를 이룰 수 있기 때문에 초등학교부터 수학적 모델링을 지도할 필요가 있다고 주장하였다. 또한 국내의 선행 연구들에서도 초등학생에게 수학적 모델링이 여러 이점을 준다고 주장하고 있다(김민경, 홍지영, 김은경, 2009; 이지영, 2013; 장영아, 2008; 정승요, 2015; 정인수, 2011).

### Ⅲ. 연구 방법

#### 1. 연구 대상

각 교육과정 시기별 3,4학년 교과서의 수학적 모델링 제시 방법에는 어떤 차이가 있는지에 대한 연구를 위해 우리나라 교육과정에서 학생 중심을 표방하는 7차 교육과정부터 현행 2009 개정 교육과정까지의 국정 1종 교과서인 초등 수학 3,4학년 교과서의 각 영역별 단원을 대상으로 분석했다. 영역별 수학적 모델링 분석 단원은 <표Ⅲ-1>과 같다.

<표Ⅲ-1> 영역별 수학적 모델링 분석 단원

영역	학년	7차 교과서	2007 개정 교과서	2009 개정 교과서
수와연산	3학년	2. 덧셈과 뺄셈	2. 덧셈과 뺄셈	1. 덧셈과 뺄셈
	4학년	2. 곱셈과 나눗셈	2. 곱셈과 나눗셈	2. 곱셈과 나눗셈
도형	3학년	3. 평면도형	3. 평면도형	2. 평면도형
	4학년	4. 수직과 평행	3. 수직과 평행	2. 수직과 평행
측정	3학년	8. 길이와 시간	8. 길이와 시간	5. 시간과 길이
	4학년	3. 각도	3. 각도	3. 각도와 삼각형
확률과 통계	3학년	7. 자료 정리하기	7. 자료 정리	6. 자료의 정리
	4학년	7. 꺾은선그래프	7. 꺾은선그래프	5. 꺾은선그래프
규칙성	3학년	8. 문제 푸는 방법 찾기	8. 규칙 찾기와 문제해결	
	4학년	8. 문제 푸는 방법 찾기	8. 규칙 찾기와 문제해결	6. 규칙과 대응

수학 교육과정 내용의 분석 대상은 3,4학년으로 하였는데, 이는 3,4학년이 앞으로 고학년

인 5,6학년 수학적 모델링 연구뿐만 아니라 저학년인 1,2학년 수학적 모델링 연구에 방향을 제시해 줄 수 있을 것으로 보았기 때문이다. 교과서의 단원은 3,4학년의 1,2학기의 각 교육과정의 공통 범위를 고려하여 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 규칙성의 다섯 영역으로 나누고, 김민경(2010)의 수학적 모델링 분석 기준을 예비 분석을 통해 수정해서 분석했다.

## 2. 연구 방법 및 절차

본 연구는 현행 2009 개정 교육과정부터 7차 교육과정까지의 초등학교 3,4학년 교과서를 영역에 따라 수학적 모델링의 관점에서 비교·분석 연구를 수행했다. 이를 위해 각 교육과정과 교과서를 수집하여 비교·분석을 하였다. 이때 3,4학년에서 나타난 수학적 모델링을 분석하기 위해 <표 III-1>과 같이 7차 교과서, 2007 개정 교과서, 2009 개정 교과서를 영역에 따라 단원을 나누었다.

그리고 이들 교과서를 김민경(2010)이 수학적 모델링의 관점에서 Mathematics in Context[MiC] 교재와 우리나라 교과서를 분석한 기준으로 예비적으로 분석했다. 예비 분석 결과를 통해 김민경(2010)의 분석틀을 수정하여 본 연구에서의 분석으로 사용하였다.

## 3. 예비 분석

김민경(2010)은 수학적 모델링의 관점에서 Mathematics in Context[MiC] 교재와 우리나라 교과서를 실세계 맥락의 상황 제시, 모델의 형성과 적용, 수학적 사고 및 의사소통의 3가지 기준으로 분석하였다.

예비 분석에서는 이를 바탕으로, 수학적 모델링 관점에서 7차와 2007 개정, 2009 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학교과서 4학년 수와연산의 곱셈과 나눗셈을 김민경(2010)의 분석 기준으로 예비 분석하였다. 예비 분석에서 실세계 맥락의 상황 제시의 유무에 대한 결과 분석을 보면, 실세계 맥락의 상황이 제시된 차시 안에서도 실세계 맥락 문제의 수가 다른 경우가 있었다. 이 실세계 맥락이 어떻게 제시되는지 파악하는 것은 안소영(2012)의 연구를 참고해 소재 분류 기준을 만들어서 분류하였다. 이와 같이 실세계 맥락의 상황 제시와 관련해 본 연구에서는 1차로 실세계 맥락 상황 제시의 유무를 살피고 2차로 실세계 맥락 상황을 경제, 사회, 과학, 자연, 생활의 크게 5개의 소재로 나누어 분류하였다.

모델의 형성과 적용에서, 우리나라 2007 개정 수학 교과서는 수학적 모델링을 의도한 것이 아닌, 수학적 사고력 신장을 강조하며, 수학적 모델을 통해 학생들이 수학적 문제해결력, 논리적 추론능력, 의사소통 능력 등을 향상시키는 것을 목적으로 하는 교과서이다(강완, 김상미, 박만구, 백석운, 오영열, 2009). 그렇기 때문에 김민경(2010)의 모델의 형성과 적용 비교연구에서 나타나는 것처럼 MiC교재는 학생들이 활동을 통해 스스로 수학적 모델을 형성하고 적용할 기회가 있고, 우리나라 교과서는 주어진 모델을 제시하고 활동하게 함으로 학습자 스스로 모델을 구성하고, 적용할 기회가 없다는 결론이 났다. 따라서 우리나라 교과서를 수학적 모델링 관점에서 분석할 때, 모델의 형성과 적용이라는 관점에서 비교할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 모델에 관해서 모델의 형성과 적용측면이 아닌 수학적 모델의 표현 방법에서 접근했다.

김민경(2010)의 분석틀에서 수학적 사고 및 의사소통 분석은 연구자의 관점에서 수학적

사고와 의사소통에 대한 의견과 설명을 포함하여 분석하였다. 이때 수학적 사고에 대해서는 여러 학자에 의해 다양하게 정의되기 때문에 본 연구에서는 교육과정과 교과서에서 제시하고 있는 의사소통 분석에 초점을 맞추었다. 교과서의 의사소통의 분석을 위해서는 읽기, 듣기, 말하기, 쓰기의 영역에서 의사소통 활동의 적합성, 용어 기호 사용의 적합성, 문어적 적합성, 시각적 표현의 적합성, 교육과정과의 일치 등 많은 기준을 사용할 수 있지만, 본 연구에서는 의사소통을 세부적으로 분석하는 것이 목적이 아니고, 수학적 모델링 관점에서 의사소통을 분석하는 것이기 때문에 정해지지 않은 답을 통해 학생들의 생각과 과정을 묻는 열린 질문을 의사소통을 제시하는 질문으로 간주하고 학생들의 의사소통과 관련한 교과서의 상황이나 문제 제시 방법에 대해 분석을 하였다.

#### 4. 분석틀

본 연구의 분석틀에서는 김민경(2010)이 MiC교재와 우리나라 교과서를 수학적 모델링 관점에서 분석한 기준을 예비 분석을 통해 우리나라 교과서간 분석기준으로 수정하였다. 본 연구에서 7차 교육과정 교과서부터 2009 개정 교육과정 교과서까지 수학적 모델링 제시 방법을 분석할 기준은 실세계 맥락의 상황 제시, 수학적 모델의 표현 방법, 그리고 의사소통이다.

##### 1) 실세계 맥락의 상황 제시

실세계 맥락의 상황 제시는 수학적 모델링에 있어서 필수적인 요소 중 하나다. 이때 실세계 맥락의 상황이란 현실 맥락적인 그림, 도표, 삽화나 문장제로 나타난 상황 모두를 포함한다(김민경, 2010). 그리고 수학적 모델링은 반드시 그 출발을 실세계의 일상적인 현상과 같이 문맥상 수학적으로 보이지 않는 상황으로부터 시작할 필요가 있다. 본 연구에서의 분류 기준은 <표 III-2>와 같다.

<표III-2> 실세계 맥락 상황 제시 소재 분류 기준

소재	분류 기준
사회	사람들이 모여 사는 곳에서 사람간의 관계와 같은 사회성을 지는 것들 혹은 사회적 변화, 전통문화와 관련된 역사적 산물들. (ex) 선거, 광고, 박물관, 방송시간표, 달리기 시간표, 강강술래, 전통문화, 마을별, 도시별 통계 및 변화
과학	과학의 체계적·이론적인 지식체계로 살펴본 정확성을 가진 것들. (ex) 자석, 건전지, 알약, 전기회로, 중력, 설계도, 온도와 부피사이의 관계 등
경제	인간의 생활에 필요한 재화나 용역을 생산·소비·분배하는 모든 활동을 포함하는 것들. (ex) 소비, 이익, 절약, 매출 값, 할인율, 관람료, 총액 등
자연	사람의 주위를 둘러싼 자연 그대로의 모습과 그로인해 나타나는 현상. (ex) 동·식물, 곤충, 지구, 하늘, 땅, 바람, 산, 온도
생활	사람이 살아가며 살아가는 일과 관련된 것들. (ex) 주사위, 리본, 고무줄, 비밀번호, 퍼즐, 책, 타일, 포장지, 부채, 버스, 기차, 자동차, 운동, 키, 몸무게, 체온, 여가 생활 등

실세계 맥락의 상황 제시에서는 먼저 각 교육과정의 3,4학년 교과서를 영역별로 분석하되, 각 차시 안에서 실세계 맥락의 상황이 제시된 문제를 통해 실세계 맥락의 상황이 제시된 차시와 그렇지 않은 차시를 분석하였다. 차시는 각 교과서의 지도서에 나타난 차시를 바탕으로 하되 7차 교과서의 재미있는 놀이는 실세계 맥락의 상황이 제시된 것이 아닌, 학생들이 놀이를 통해 배운 내용을 복습하는 것이기 때문에 제외하였다. 또한 2009 개정 교과서 단원 앞의 이야기 전개에 사용된 그림, 녹음은 교과서에 문제가 제시된 것이 아닌, 자료를 통해 학생들이 수업 내용을 이해하는 것이라 차시에서 제외하였다. 또한 놀이마당, 이야기마당, 체험마당은 단원에 따라 지도서상 차시에 포함되거나 포함되지 않을 때도 있었다. 이때 차시에 포함될 때 실세계 맥락의 상황이 나타날 경우도 있지만 문제로 나타나지 않았기 때문에 제외하였다. 연차시의 경우는 두 차시의 문제를 합하여 하나의 차시로 분석하였다. 그리고 영역별로 실세계 맥락의 상황이 제시된 차시 분석 후에는 차시 안에서 전체 문제 중 실세계 맥락의 상황이 제시된 문제의 비율을 분석하였다.

그리고 실세계 맥락 상황 제시의 소재 분류는 크게 사회, 과학, 경제, 자연, 생활의 5가지 소재로 분류하였다. 이때 경제는 사회의 소재에 포함될 수 있지만, 초등학생의 주위에서 일어나는 많은 수학적 활동이 물건의 구입, 관람료 같은 경제활동과 관련이 있어 사회와 별도로 경제 소재를 분류기준에 넣었다. 자연 또한 과학의 범주 혹은 과학이 자연의 범주에 들어갈 수 있지만, 과학이 과학적인 이론상의 정확성과 타당성에 초점을 맞춘 분석기준이라면 자연은 학생들의 주위에서 볼 수 있는 동물, 식물과 같은 자연 그대로의 모습에 초점을 맞추었기에 두 소재를 나눠서 분류했다.

## 2) 수학적 모델의 표현 방법

모델에 관해 수학적 모델링의 과정을 살펴보면, 바라보는 관점에 따라 수학적 모델링 과정의 차이가 있다(CCSSI, 2010; Glabriath & Clatworthy, 1990; NCTM, 1989). 그러나 수학적 모델링이라면 모든 과정에서 필수적으로 들어가는 것이 있었는데 그 중에 하나가 수학적 모델이다. 선행연구(CCSSI, 2010; 황혜정, 2007)에 나타난 것처럼 수학적 모델의 선택은 중요하다. 따라서 교과서에서 문제해결에 하나의 수학적 모델(표, 그래프, 식, 그림, 수직선)만 주어진다면 학생들은 상황에 맞는 수학적 모델을 형성하는 능력을 기를 수 없고, 학생들이 능동적으로 수학적 모델링을 통해 문제를 해결하기보다 수동적으로 주어진 모델에 따라 문제를 해결할 수 있다. 따라서 수학적 모델링 관점에서 보았을 때 교과서의 수학 개념의 제시 및 풀이에서 다양한 수학적 모델의 표현이 필요하다. 본 연구에서는 모델의 분석 기준으로 수학적 모델의 표현 방법으로 정하고, 황혜정(2007)의 선행 연구 분석을 토대로 세부 분석으로 식, 그래프, 그림, 수직선, 표의 5가지 경우로 나누어 분석하였다.

## 3) 의사소통

수학적 모델링을 적용한 선행연구를 살펴보면 많은 경우 소집단이나 학급전체에서 의사소통 과정이 나타났다(정인수, 2011; 조수빈, 2013; 홍지연, 2007). 또한 수업에서 수학적 모델링을 적용했을 때 의사소통 수준에 있어서 향상을 나타내었다(이지영, 2013).



<표Ⅲ-3> 열린 질문의 어미별로 살펴본 의사소통 유형

유형	코드	열린 질문의 어미
1	A	왜 그렇게 생각합니까?/했습니까?
2	B	~라고 생각합니까?
3	C1	...이야기해 보시오.
4	C2	...생각해 보시오.
5	C3	...설명해 보시오.
6	C4	...말해 보시오.
7	C5	...비교해 보시오.
8	D	...문장을 만들어 보시오.
9	E	친구들과 의논해 봅시다.

수학적 모델링 과정의 경우에도 프레젠테이션, 토의와 같은 의사소통이 수학적 모델링 과정 자체에 나타나는 경우도 있었다(Galbriath & Clatworthy, 1990; Lesh, Doerr, Carmona, & Hjalmarson, 2003). 이는 수학적 모델링에서 의사소통이 의미 있게 사용됨을 나타내었고, 수학적 모델링의 관점에서 의사소통을 분석하는 것이 의미가 있음을 알 수 있었다. English와 Waters(2005)는 학급에서 수학적 의사소통을 가능하게 하는 방법으로 수학적 모델링을 제시하며, 수학적 모델링과 의사소통의 상호관계를 나타내었다. 오영열(2013)은 수학적 모델링 과정에서는 학생들이 자신들의 의견을 정당화 하고, 다른 학생들과 상호작용하는 가운데 결론을 도출하고 현실에 비추어 재해석을 한다고 하며, 수학적 모델링에서 수학적 의사소통이 필수적으로 요구된다고 보았다.

본 연구에서는 김민경(2010)의 예비 분석의 결과와 홍갑주, 박정련(2010)의 열린 질문 연구, 그리고 이기라(2014)의 분석들을 참고하여 <표 Ⅲ-3>의 어미별로 살펴본 열린 질문의 어미를 통해 의사소통을 유형별로 분류하고 빈도수를 조사하여 분석하였다.

#### IV. 분석 및 결과

수학적 모델링의 관점에서 초등학교 3,4학년 수학교과서를 실세계 맥락의 상황 제시, 수학적 모델의 표현 방법, 의사소통에 따른 분석의 결과는 다음과 같다.

##### 1. 실세계 맥락의 상황 제시

실세계 맥락의 상황 제시는 먼저 실세계 맥락의 상황이 제시된 차시와 문제의 비율로 분석하였다. 그 결과를 정리하면 다음 <표 Ⅳ-1>과 같다.

&lt;표 IV-1&gt; 시기별 3,4학년 교과서의 실세계 맥락 상황 제시

영역	7차		2007 개정		2009 개정	
	실세계차시	실세계문제	실세계차시	실세계문제	실세계차시	실세계문제
수와 연산	13/15 (86.66%)	56/196 (28.51%)	10/17 (58.82%)	80/272 (29.41%)	17/17 (100%)	92/202 (45.54%)
도형	3/13 (23.07%)	2/72 (2.77%)	6/14 (42.85%)	23/126 (18.25%)	12/23 (52.17%)	24/115 (20.86%)
측정	8/13 (61.53%)	24/92 (26.08%)	14/19 (73.68%)	84/214 (39.25%)	15/23 (65.21%)	41/154 (26.62%)
확률과 통계	13/13 (100%)	92/93 (98.92%)	15/15 (100%)	125/130 (96.15%)	16/17 (94.11%)	101/109 (92.66%)
규칙성	6/9 (66.66%)	94/144 (63.51%)	11/11 (100%)	70/108 (64.81%)	4/5 (80%)	26/35 (74.28%)

《수와연산》에서는 실세계 문제의 비율이 7차 교과서가 28.51%, 2007 개정 교과서 29.41%, 2009 개정 교과서 45.54%로 실세계 문제의 비율이 순차적으로 증가하였다. 실세계 차시 비율은 7차 교과서 86.66%, 2007 개정 교과서 58.82%, 2009 개정 교과서 100%로, 7차 교과서에서 2007 개정 교과서로 가며 감소하였지만, 7차 교과서에서 2009 개정 교과서로 가며 증가하였다. 《도형》에서는 실세계 문제의 비율이 7차 교과서가 2.77%에서 2007 개정 교과서 18.25%, 2009 개정 교과서가 20.86%로 실세계 문제의 비율이 순차적으로 증가하였다. 더불어 도형에서는 실세계 차시 비율도 실세계 문제와 같은 경향을 보였다.

《측정》은 실세계 문제의 비율이 7차 교과서 26.08%, 2007 개정 교과서 39.25%, 2009 개정 교과서 26.62%로 7차 교과서와 2009 개정 교과서를 비교했을 때는 증가했지만, 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서를 비교했을 때는 실세계 맥락의 문제 제시의 비율이 감소하였다. 실세계 차시 비율 또한 실세계 문제의 비율과 같은 경향을 보였다. 《확률과통계》는 실세계 문제의 비율이 7차 교과서 98.92%, 2007 개정 교과서 96.15%, 2009 개정 교과서 92.66%로 지속적으로 실세계 문제의 비율이 감소하였다. 실세계 차시 비율 또한 7차 100%, 2007 개정 100%, 2009 개정 94.11%로 감소하였다.

《규칙성》은 실세계 문제의 비율이 7차 교과서가 63.51%, 2007 개정 교과서 64.81%, 2009 개정 교과서 74.28%로 교과서의 변화에 따라 실세계 문제의 비율이 순차적으로 증가하였다. 규칙성에서 실세계 차시 비율은 7차 교과서 66.66%, 2007 개정 교과서 100%, 2009 개정 교과서 80%로, 7차 교과서에서 2009 개정 교과서로 가며 비율이 증가 하였지만, 2007 개정 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되면서 감소하였다.

이를 통해 실세계 맥락의 상황 제시에서 《수와연산》, 《도형》, 《측정》, 《규칙성》에서 7차에서 2009 개정 교과서로 개정되며, 실세계 맥락이 제시된 차시와, 실세계 맥락의 문제의 비율이 모두 증가한 것을 알 수 있었다. 또한 2007 개정 교과서는 실세계 맥락이 제시된 차시, 실세계 맥락 문제의 비율이 《측정》과 《확률과통계》에서 더 높고, 2009 개정 교과서는 《수와연산》, 《도형》에서 높아 두 교과서 간 실세계 맥락에서 차이는 없었다.

<표 IV-2> 시기별 3, 4학년 교과서의 실세계 맥락 상황 제시의 소재

영역	7차	2007 개정	2009 개정
	소재	소재	소재
수와연산	경제(35.71%) 자연, 생활(23.21%) 사회(16.07%) 과학(1.78%)	생활(40%) 경제( 28.75%) 자연(17.5%) 사회(13.75%)	생활(53.26%) 자연(39.13%) 과학(7.6%)
도형	생활(100%)	생활(82.60%) 사회(17.39%)	생활(75%) 과학(25%)
측정	생활(50%) 사회(29.16%) 자연(20.83%)	생활(76.19%) 사회(19.04%) 자연(4.76%)	생활(85.36%) 사회(12.19%) 자연(2.43%)
확률과통계	생활(47.82%)사회(27.17%) 자연(14.13%) 과학(10.86%)	생활(56%) 사회(21.6%) 자연(15.2%) 과학(7.2%)	생활(66.33%) 사회(14.85%) 자연(9.90%) 과학(8.91%)
규칙성	생활(83.50%) 경제(8.24%) 사회(7.21%) 자연(1.03%)	생활(84.28%) 경제(10%) 사회(5.71%)	생활(61.53%) 경제(26.92%) 사회(11.53%)

실세계 맥락 상황 제시의 소재의 분석은 <표 IV-2>와 같이 나타났다. 실세계 맥락 상황 제시의 소재는 7차 교과서 《도형》의 생활(100%)을 제외하고 전 교육과정 영역에서 두 개 이상의 실세계 맥락 상황의 소재가 사용되어서 다양한 실세계 맥락 상황의 소재가 사용되었다. 또한 소재의 사용에 있어서 7차 교과서의 《수와연산》을 제외하고 전 교육과정 영역에서 실세계 맥락 상황의 소재 중 생활의 비중이 가장 높았다.

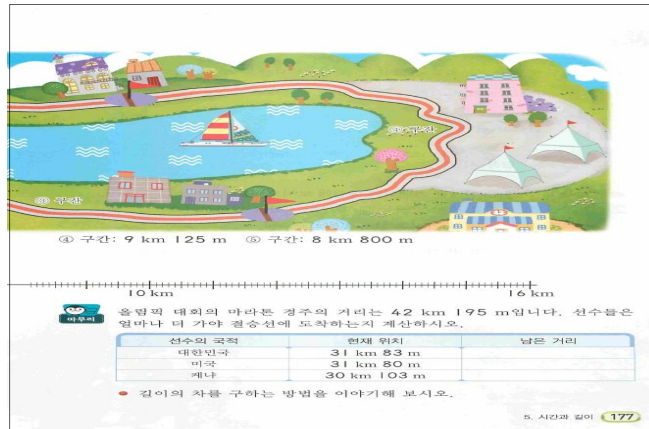
## 2. 수학적 모델의 표현 방법

수학적 모델의 표현 방법은 <표 IV-3>과 같이 각 시기별 교과서에서 사용된 수학적 모델을 분석했다.

<표 IV-3> 시기별 3,4학년 교과서의 수학적 모델의 표현 방법

영역	교육 과정	수학적 모델				
		식	그래프	그림	수직선	표
수와연산	7차	○	×	×	×	×
	2007 개정	○	×	○	×	×
	2009 개정	○	×	○	×	○
도형	7차	×	×	×	×	×
	2007 개정	×	×	×	×	×
	2009 개정	○	×	×	×	×
측정	7차	○	×	○	○	×
	2007 개정	○	×	○	○	×
	2009 개정	○	×	○	○	○
확률과 통계	7차	×	○	○	×	○
	2007 개정	×	○	○	×	○
	2009 개정	○	○	○	×	○
규칙성	7차	○	×	×	×	○
	2007 개정	○	×	×	×	○
	2009 개정	○	×	×	×	○

《수와연산》에서 7차 교과서는 식, 2007 개정 교과서는 식과 그림으로 표현하고, 2009 개정 교과서는 식, 그림, 표로 표현하며 교과서의 변화에 따라 수와 연산에서 수학적 모델의 표현 방법이 다양해졌다.



[그림 IV-1] 2009 개정 3학년 1학기 교과서 수학적 모델 (p.177)

《도형》에서는 7차 교과서, 2007 개정 교과서에서 수학적 모델의 표현이 없고 2009 개정 교과서에서는 식으로 표현하였다. 《측정》에서는 7차 교과서, 2007 개정 교과서는 식, 그림, 수직선을 표현하고, 2009 개정 교과서는 식, 그림, 수직선, 표를 표현해 7차, 2007 개정 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되며 측정에서 수학적 모델의 표현이 다양해졌다. 특히 2009 개정 교과서는 [그림 IV-1]과 같이 하나의 실세계 맥락의 문제 상황에서 수학적 모델을 다양하게 경험할 수 있도록 제시하였다.

《확률과통계》에서는 7차 교과서, 2007 개정 교과서는 그래프, 그림, 표를 표현하고, 2009 개정 교과서는 식, 그림, 그래프, 표를 표현해 7차, 2007 개정 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되며 확률과 통계에서 수학적 모델의 표현이 다양해졌다. 《규칙성》에서는 7차, 2007 개정, 2009 개정에서는 모두 식과 표를 표현하였다. 이를 통해 7차, 2007 개정 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되며 《수와연산》, 《도형》, 《측정》, 《확률과 통계》에서 수학적 모델의 표현 방법이 다양해짐을 볼 수 있었다. 또한 7차 교과서와 2007 개정 교과서는 수학적 모델의 표현 방법에서 《수와연산》을 제외하고는 차이가 없어 두 교과서간 수학적 모델 표현의 차이를 보이지 않았다.

### 3. 의사소통

의사소통에서는 7차 교육과정 3,4학년 교과서부터 2009 개정 교육과정 3,4학년 교과서까지 의사소통의 유형과 빈도를 영역별로 분석하였다. 그 결과를 정리하면 <표 IV-4>와 같다.

<표 IV-4> 시기별 3,4학년 교과서의 의사소통

영역	교육과정	의사소통 유형									합계
		A	B	C1	C2	C3	C4	C5	D	E	
수와 연산	7차	5	25								30
	2007 개정	7	11	17	7	4			1		47
	2009 개정	2	18	10	4	3		5			42
도형	7차	3	3				1	6			13
	2007 개정	13	12			1	2	1	2		31
	2009 개정	1	1	15	7	5	2	5	1		37
측정	7차	2	3		2		1	3			11
	2007 개정	18	18	1	2	3	10		9		61
	2009 개정	1	1	34	6			5	2		49
확률과 통계	7차	1	2		1		6	1			11
	2007 개정	19	9	5	3	5					41
	2009 개정	5	4	15		6	3	2			35
규칙성	7차	6	9		6	3	7	2			33
	2007 개정					3	11				14
	2009 개정			4		6					10

의사소통 유형을 분석 결과 《수와연산》에서는 7차 교과서에서 의사소통 유형 2개를 사용하였고, 2007 개정 교과서, 2009 개정 교과서에서는 6개의 의사소통 유형을 사용하였다. 《도형》에서는 7차 교과서에서 4개의 의사소통 유형, 2007 개정 교과서에서 6개의 의사소통 유형, 2009 개정 교과서에서 8개의 의사소통 유형을 사용하였다. 《측정》에서는 7차 교과서에서 5개의 의사소통 유형, 2007 개정 교과서에서 7개의 유형, 2009 개정 교과서에서 6개의 의사소통 유형을 사용하였다. 《확률과통계》에서는 7차 교과서에서 5개의 의사소통 유형, 2007 개정 교과서에서 5개의 의사소통 유형, 2009 개정 교과서에서 6개의 의사소통 유형을 사용하였다. 《규칙성》에서는 7차 교과서에서 6개의 의사소통 유형, 2007 개정 교과서에서 2개의 의사소통 유형, 2009 개정 교과서에서 2개의 의사소통 유형을 사용하였다.

이를 통해 의사소통 유형의 다양성을 볼 때, 《수와연산》, 《도형》, 《측정》, 《확률과통계》는 7차 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되며 의사소통 유형이 다양해 졌고 《규칙성》에서는 7차 교과서에서 2009 개정 교과서로 오며 의사소통의 유형이 줄어들었다. 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서의 의사소통 유형은 《도형》, 《확률과통계》에서는 2009 개정 교과서가 의사소통 유형이 다양하고, 《측정》에서는 2007 개정 교과서가 의사소통 유형이 다양했다. 또한 《수와연산》, 《규칙성》에서는 의사소통 유형의 다양성이 같았다. 따라서 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서에는 의사소통 유형의 다양성에서 차이가 없었다.

의사소통의 빈도는 《수와연산》에서는 7차 교과서에서 30번, 2007 개정 교과서에서 47번, 2009 개정 교과서에서 42번 의사소통 질문이 나타났다. 《도형》에서는 7차 교과서에서 13번, 2007 개정 교과서에서 38번, 2009 개정 교과서에서 37번 의사소통 질문이 나타났다. 《측정》에서는 7차 교과서에서 11번, 2007 개정 교과서에서 61번, 2009 개정 교과서에서 49번 의사소통 질문이 나타났다. 《확률과통계》에서는 7차 교과서에서 11번, 2007 개정 교과서에서

서 45번, 2009 개정 교과서에서 35번 의사소통 질문이 나타났다. 《규칙성》에서는 7차 교과서에서 30번, 2007 개정 교과서에서 47번, 2009 개정 교과서에서 42번 의사소통 질문이 나타났다.

이를 통해 볼 때, 7차 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되면서 《수와연산》, 《도형》, 《측정》, 《확률과통계》에서 의사소통의 빈도가 증가하였고, 《규칙성》영역에서는 의사소통의 빈도가 감소하였다. 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서의 의사소통 빈도 변화에서는 《수와연산》, 《도형》, 《측정》, 《확률과통계》, 《규칙성》 모든 영역에서 2007 개정 교과서가 의사소통의 빈도가 높았다. 따라서 2007 개정 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되며 의사소통의 빈도가 줄었다.

결과적으로, 7차 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되며 《규칙성》영역을 제외한 모든 영역에서 의사소통 유형이 다양해지고 의사소통 빈도가 증가하였다. 그러나 2007개정 교과서와 2009 개정 교과서 간에는 의사소통의 유형에 차이는 없었다. 또한 의사소통 빈도에서는 2007 개정 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되면서 전 영역에서 의사소통 빈도가 감소하였다.

## V. 결론 및 제언

본 연구는 초등학교 3,4학년 수학교과서에 나타난 수학적 모델링 관련 제시 방법을 분석하였다. 이를 위해 수학적 모델링 관점으로 7차 교육과정, 2007 개정 교육과정, 2009 개정 교육과정 초등학교 3,4학년 수학교과서의 수학적 모델링 제시 방법을 분석하였다. 분석 결과 7차 교육과정 이후 2009 개정 교육과정까지 시기별 초등학교 3,4학년 교과서의 수학적 모델링 제시 방법은 다음과 같았다.

첫째, 실세계 맥락의 상황 제시 방법을 교육과정에 따라 교과서의 영역별 내용에 대해 분석한 결과 《확률과통계》를 제외한 모든 영역에서 실세계 맥락의 상황 제시가 7차 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되며 증가하는 경향이 있다. 실세계 맥락의 상황 제시 측면에서 7차 교과서와 2009 개정 교과서의 실세계 맥락의 상황 제시 차시와 문제를 비교했을 때는 《확률과통계》를 제외한 모든 영역에서 비율이 증가하며 실세계 맥락의 상황 제시가 교육과정의 변화에 따라 의미 있는 차이가 나타났다. 그러나 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서를 비교했을 때에는 《수와연산》, 《도형》에서는 2009 개정 교과서가 더 많은 실세계 맥락의 상황을 제시하고 《측정》, 《확률과 통계》에서는 2007 개정 교과서가 더 많은 실세계 맥락의 상황을 제시해, 두 교과서 전체적으로 실세계 맥락의 상황 제시가 차이를 나타내지 않았다. 실세계 맥락 상황 소재의 다양성 측면에서는 7차 교과서의 《도형》을 제외한 각 교육과정별 영역에서 소재의 다양성을 보였고, 다양한 소재 중 생활 소재가 가장 높은 비율을 보였다. 실생활 맥락 제시의 소재측면에서는 7차 교과서가 《도형》에서 생활 소재만 등장한 것을 제외하고 각 교육과정 교과서에서 2개 이상의 소재를 사용하여 다양한 소재의 사용이 이루어졌다. 그러나 다양한 소재 중 생활 소재의 비중이 《도형》, 《측정》, 《규칙성》의 경우 7차 교과서부터 2009 개정 교과서 까지 모든 교과서에서 사용된 소재의 50%를 넘어 특정 소재의 비중이 컸다.

둘째, 수학적 모델의 표현 방법은 《규칙성》을 제외한 전 영역에서 7차 교과서, 2007 개

정 교과서에서 2009 개정 교과서로 교과서의 개정에 따라 수학적 모델의 표현 방법이 다양해진다. 《규칙성》에서 수학적 모델이 식과 표만 표현되었던 것은 7차 교육과정과 2007 개정 교육과정, 2009 개정 교육과정 모두 3,4학년 규칙성의 성취수준에서 □, △를 사용하는 식, 계산식, 대응표, 표 만들기와 같이 주로 식과, 표를 나타낸 것과 연관이 있었다. 또한 7차 교과서와 2007 개정 교과서는 도형 영역에서 수학적 모델의 사용이 없었고, 2009 개정 교과서에 들어와서 수학적 모델로써 식이 나타나고 있다.

셋째, 의사소통의 유형과 빈도를 분석한 결과 《규칙성》영역을 제외한 모든 영역에서 7차 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되면서 의사소통의 유형이 다양화되고 의사소통의 빈도가 증가하고 있다. 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서간에는 의사소통 유형에서는 차이가 없었고, 의사소통 빈도에서는 교과서의 개정에 따라 의사소통 빈도가 전 영역에서 감소했다. 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서에서 의사소통 유형은 《수와연산》, 《규칙성》에서는 두 교과서의 의사소통 유형이 같았고, 《측정》에서는 2007 개정 교과서가 의사소통 유형이 더 다양하고, 《도형》, 《확률과통계》에서는 2009 개정 교과서가 의사소통 유형이 더 다양해 두 교과서 사이에 의사소통 유형에서 차이가 없었다. 의사소통 빈도에서는 2007 개정 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되며 모든 영역에서 의사소통 빈도가 감소하였다. 시기별 3,4학년 수학교과서를 모델링의 관점에서 분석한 결과는 7차 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되면서 실세계 맥락의 상황의 제시가 증가했고 수학적 모델의 표현 방법이 다양해졌으며 의사소통의 유형이 다양해지고 빈도가 증가하였다. 이는 수학문제의 해결에서 실세계 맥락과 다양한 수학적 모델의 표현의 중요성이 시대의 변화에 따라 더욱 높아짐을 보여주는 것이다. 또한 7차 교과서에서 2009 개정 교과서의 변함에 따라 의사소통의 유형과 빈도의 중요성이 교과서에 반영된 것으로 볼 수 있었다. 이는 앞선 정은실(1991), 황혜정(2007), 김선희(2005)의 연구와도 맥을 같이 한다고 볼 수 있었다. 또한 2007 개정 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되면서 실세계 맥락의 상황의 제시와 의사소통 유형에 차이가 없었던 것과 의사소통 빈도의 감소는 향후 교과서 연구 및 교육과정의 반영이 필요한 부분으로 볼 수 있다.

본 연구의 결과를 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 앞으로의 수학교과서에서 실세계 맥락의 상황 제시를 더욱 확대할 필요가 있다. 연구 결과를 보면 실세계 맥락의 상황 제시는 7차 교과서에서 2009 개정 교과서로 오며 대부분의 영역에서 확대되었음을 볼 수 있었다. 반면, 《확률과통계》 영역은 7차 교과서, 2007 개정 교과서, 2009 개정 교과서로 오며, 《측정》영역은 2007 개정에서 2009 개정 교과서로 실세계 맥락의 상황제시가 축소되었다. 수학적 모델링 관점에서 실세계 맥락제시의 중요성 및 필요성을 볼 때, 앞으로 수학교과서에서는 《확률과통계》, 《측정》영역도 실세계 맥락의 상황제시를 확대할 필요가 있다. 또한 7차 교과서부터 2009 개정 교과서까지 실세계 맥락의 상황을 제시할 때, 대부분의 영역에서 생활 소재가 대부분이었다. 이는 초등학교 수학교육의 목표에 생활 주변이 나타난 것과 관련이 있는 것으로 보인다. 그러나 전체 소재에서 생활 소재가 차지하는 비중과, 중학교 수학교육 목표의 사회 현상과 자연 현상과의 연계를 고려했을 때, 앞으로의 수학교과서에서는 다양한 소재로 경제·사회·과학·자연 분야에서 초등학교 학생의 수준에 맞는 소재를 적절하게 도입할 필요가 있다.

둘째, 수학적 모델의 표현에서 향후 교과서의 《도형》과 《규칙성》에 다양한 수학적 모델링을 적용할 필요가 있다. 《도형》에서는 2009 개정 교과서에서 하나의 수학적 모델만 나타났다. 앞서 언급한 다양한 모델 선택의 중요성을 비추어 볼 때, 《도형》영역에서 다양

한 수학적 모델의 표현의 확대가 필요하다. 《규칙성》에서는 7차 교과서, 2007 개정 교과서, 2009 개정 교과서에서 식과 표의 2가지 수학적 모델만을 사용하였다. 이는 성취수준에서 식과 표의 모델만을 제시했기 때문이라 볼 수 있었다. 다양한 수학적 모델은 학생들이 현실 문제를 해결할 때 상황에 맞는 수학적 모델을 사용하고, 다양한 해결방법 및 전략을 수립할 수 있기에 앞으로 교육과정의 《규칙성》 성취수준에서는 식과 표가 아닌 그래프, 그림, 수직선의 수학적 모델이 나타나고 교과서는 이를 반영해야 한다. 이는 CCSSI(2010) 및 황혜정(2007)의 연구에서의 수학적 모델의 제시와도 맥을 같이 한다.

셋째, 수학적 모델링의 관점에서 의사소통의 유형과 빈도에 대한 교과서와 교육과정에 대한 보다 심층적인 후속 연구가 필요하다. 의사소통은 이전 2007 개정 교육과정과 현재 2009 개정 교육과정에서도 강조하는 부분이다. 본 연구 결과 7차 교과서에서 2009 개정 교과서로 개정되며 의사소통의 유형은 다양해지고 빈도는 증가하였다. 그러나 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서로 바뀌면서 《측정》에서 의사소통 유형은 감소하고 의사소통의 빈도는 《수와연산》, 《도형》, 《측정》, 《확률과통계》, 《규칙성》의 모든 영역에서 감소하였다. 따라서 교육과정과 교과서의 연계성과 의사소통의 중요성의 측면에서 볼 때, 수학교과서에서 교육과정에서 추구하는 의사소통의 반영 및 의사소통의 양적·질적인 확대를 위해, 앞으로 수학교과서는 교육과정에서 의사소통의 확대를 반영하여 더 많은 다양한 의사소통 유형의 도입과 의사소통 빈도의 확대가 필요하다.

마지막으로, 모델링을 통해 2015 개정 수학과 교육과정에서 강조한 교과역량을 반영하고, 초등 수준에서도 수학적 모델링 활용에 대한 정보의 공유 및 수학적 모델링의 연구 환경이 필요하다. 2015 개정 수학과 교육과정에서는 새롭게 6개의 교과역량을 강조하였다. 특히 창의·융합, 정보 처리, 태도 및 실천은 이전에는 시도해 보지 않은 부분으로 모델링과 연계하여 이에 대한 적용 방안에 대한 연구가 필요하다. 신현성, 이명화(2011)에 따르면 모델링 문제는 다양한 학문과 관련이 되기 때문에 모델링의 적용에서 세밀한 계획이 필요하고 이런 계획의 일환으로 융합과 정보 처리와 모델링을 연계할 수도 있다. 또한 김민경, 민선희, 강선미(2009)의 연구에 따르면 많은 초등 교사들은 수학적 모델링의 용어조차 생소해 하는 경우가 많았다. 따라서 앞으로 초등 수준에서도 수학적 모델링의 교육과정 도입에 대한 더 많은 연구와 이를 수학교과서에 적절하게 적용하기 위해 현장에서 적용한 사례들에 대한 정보의 공유가 필요하다. 더불어 수학적 모델링의 연구에 있어서 1,2학년의 저학년과 5,6학년의 고학년의 후속 연구가 필요하며 본 연구와 같은 초등학교 교과서 간 비교·분석뿐만 아니라, 수학적 모델링을 수업에서 활용할 때의 효과에 대한 연구가 초등수학에서 활발하게 연구할 필요가 있다. 그리고 본 연구는 교과서에 나타난 모델링에 대한 것으로 제한점을 가지고 있다. 실제 수업에서는 같은 내용의 교과서라도 교사에 따라서 매우 다른 모델링의 과정이 나타날 수 있으므로 교과서의 내용과 수업의 장면에서 나타나는 모델링에 대한 연계성에 대한 광범위하고 장기간의 연구가 필요하다.



## 참고 문헌

- 강육기 (2010). 수학적 모델링의 정교화 과정 연구. **수학교육학연구**, 20(1), 73-84.
- 강완, 김상미, 박만구, 백석윤, 오영열 (2009). **초등수학교육론**. 서울: 경문사.
- 교육과학기술부 (2011). **2009 개정 초중등학교 교육과정 총론**. 교육과학기술부.
- 교육부 (2015). **2015 개정 초중등학교 교육과정**. 교육부.
- 김민경 (2010). **수학적 모델링**. 서울: 교우사.
- 김민경, 민선희, 강선미 (2009). 초등교사들의 수학적 모델링에 대한 인식 조사 연구. **한국학교수학회논문집**, 12(4), 411-431.
- 김민경, 홍지연, 김은경 (2009). 수학적 모델링 사례 분석을 통한 초등 수학에서의 지도 방안 연구. **수학교육**, 48(4), 365-385.
- 김선희 (2005). 문제 중심 학습의 방법으로서 수학적 모델링에 대한 고찰. **학교수학**, 7(3), 303-318.
- 김수미 (1993). **중등학교에서의 수학적 모델링에 관한 고찰**. 서울대학교 석사학위 논문.
- 김정은 (2008). **8단계 수학 교과서에 나타난 수학적 모델링 연구**. 성균관대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 남승인 (2000). 수학적 사고력 신장을 위한 규칙성 영역의 학습 자료 개발. **과학수학교육연구**, 23(1), 91-121.
- 성호금 (2000). **수학적 모델링 지도가 수학적 신념 및 학업 성취도에 미치는 영향**. 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 신은주, 권오남 (2001). 탐구지향 수학적 모델링에 관한 연구. **수학교육학연구**, 11(1), 157-177.
- 신현성, 이명화 (2011). 실세계 상황에서 수학적 모델링 과제설정 효과. **한국학교수학회논문집**, 14(4), 423-442.
- 안병근 (2011). 초등수학의 수학적 의사소통에 관한 분석. **한국초등수학교육학회지**, 15(1), 161-178.
- 오영열 (2013). 초등수학에서 수학적 모델링 적용 필요성에 대한 연구. **한국초등수학교육학회지**, 17(3), 483-501.
- 이기라 (2014). **교육과정 변화에 따른 초등 수학교과서 질문 비교·분석**. 서울교육대학교 교육전문대학원 석사학위 논문.
- 이선민 (2010). **수학적 모델링 활용에 관한 한국, 미국, MIC교과서 비교연구**. 서강대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 이지영 (2013). **초등학생의 수학적 모델링 적용과정에서 나타나는 정당화와 의사소통에 관한 연구: 5학년 수와 연산을 중심으로**. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 장영아 (2008). **수학적 모델링을 활용한 교수-학습 방법에 관한 연구**. 울산대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 장혜원 (2003). **중등 수학의 대수와 함수 영역에서의 모델링**. 한국교원대학교 수학교육연구소, 11, 41-65.
- 정승요 (2015). **초등학교 수학교과서에 나타난 수학적 모델링 분석: 3,4학년을 중심으로**. 서울교육대학교 석사학위 논문.
- 정인수 (2011). **수학적 모델링 학습이 문장제 해결 능력 및 모델링 과정에 미치는 효과**. 한국교원대학교 대학원 박사학위 논문.

- 정은실 (1991). 응용과 모델구성을 중시하는 수학과 교육과정 개발 방안 탐색. *수학교육*, 30(1), 1-19.
- 조수빈 (2013). 수학적 모델링을 활용한 비와 비례 수업이 초등학교 6학년 아동의 문제 해결력과 비례 추론 전략의 활용 능력에 미치는 효과. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 홍갑주, 박정련 (2010). 초등학교 3,4학년 수학교과서에 제시된 ‘열린 질문’에 대한 고찰. *학교수학*, 12(3), 425-438.
- 홍지연 (2007). 수학적 모델링을 활용한 수업이 초등학교 4학년 수와 연산 학습에 미치는 효과. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 황혜정 (2007). 수학적 모델링의 이해. *학교수학*, 9(1), 65-97.
- Anhalt, C. O. & Cortez, R. (2015). Developing understanding of mathematical modeling in secondary teacher preparation. *Journal of Mathematics Teacher Education*. DOI 10.1007/s10857-015-9309-8.
- Blum, W. (1993). *Mathematical modelling in mathematics education and instruction*. Chisheter, Ellis Horwood Limited.
- Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to the subjects: State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Common Core State Standards Initiative (CCSSI) (2010). Common core state standards for mathematics. Retrieved on Jun 15, 2015 from [http://www.corestandards.org/assets/CCSSI\\_Math%20Standards.pdf](http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf)
- Doerr, H. M. & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136.
- English, L. D. & Watters, J. J. (2005). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 58-79.
- Galbraith, P. L. & Caltworthy, N. J. (1990). Beyond standard models-meeting the challenge of modelling. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 137-163.
- Lesh, R. & Leher, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2&3), 109 - 129.
- Lesh, R., Doerr, H. M., Carmona, G., & Hjalmarson, M. (2003). Beyond constructivism. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2,3), 211-234.
- Meyer, D. (2015). Missing the math. *Mathematics Teacher*, 108(8), 578-583.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Nelson, R. D. (1977). Mathematical modelling in the classroom. *The Mathematical Gazette*, 61(416), 82-92.
- Niss, M. (1989). Aims and scope of application and modelling in mathematics curriculum. In W. Blum, et al. (Eds.), *Applications and modeling in learning and teaching mathematics*. Chichester, Uk: Ellis Horwood Limited.
- Niss, M. (1992). Applications and modelling in school mathematics: Directions for future

- development. In I. Wirszup & R. Streit (Eds.), *Development in school mathematics education around the world V.3* (pp. 346-361). Reston, National Council of Teachers of Mathematics.
- Richard, L. & Guershon, H. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2&3), 157-189.
- Schichl, H. (2004). Models and the history of modeling. *Applied Optimization*, 88, 25-36.
- Schoenfeld, A. (2013). Mathematical modeling, sense making, and the common core state standards. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 4, 6-17.
- Swetz, F. & Hartzelr, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum*. Reston, VA: NCTM.

# An Analysis of Mathematical Modeling in the 3rd and 4th Grade Elementary Mathematics Textbooks

Jung, Seongyo<sup>4)</sup> · Park, Mangoo<sup>5)</sup>

## Abstract

The purpose of this study was to analyze the sentences related with mathematical modeling in the third and fourth grade mathematics textbooks in accordance with changing of Korean mathematics curricula. In the preliminary analysis, the researchers used the criteria that Kim(2010) had analyzed Mathematics in Context[MiC], and analyzed South Korean textbooks from the perspective of mathematical modeling. The researchers revised them for the analysis criteria among South Korean elementary mathematics textbooks and employed them as the analysis framework of the present study. From the mathematical modeling perspective, the study reached the following conclusions in accordance with the change of textbooks from the 7th curriculum to the 2009 revised curriculum. The contexts of real-world situations presented in the textbooks are increased in all areas except Probability and Statistics areas, the methods of expression of mathematical model are diversified in all areas except Patterns area, and the communication types are also diversified and frequencies increased in all areas except Patterns area. Based on this research, several suggestions were made for the development of future textbooks.

Key Words : Mathematical modeling, Real-world, Mathematical model, Communication

Received March 7, 2016  
Revised March 22, 2016  
Accepted March 24, 2016

---

\* 2010 Mathematics Subject Classification : 97U20

4) Seoul Anam Elementary School (yo7925@sen.go.kr)

5) Seoul National University of Education (mpark29@snue.ac.kr), Correspondent author