

&lt;학술논문&gt;

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2016.40.4.373>ISSN 1226-4873(Print)  
2288-5226(Online)

## CT 영상에서 뼈의 불균질 모델 생성을 위한 B-스플라인 볼륨의 빠른 보간 방법

박 준 흥\* · 김 병 철\*\*

\* 동아대학교 기계공학과

### Method of Fast Interpolation of B-Spline Volumes for Reconstructing the Heterogeneous Model of Bones from CT Images

Jun Hong Park\* and Byung Chul Kim\*\*

\* Dept. of Mechanical Engineering, Dong-A Univ.

(Received January 7, 2016 ; Revised March 1, 2016 ; Accepted March 2, 2016)

**Key Words:** B-spline Volume(B-스플라인 볼륨), CT Images(CT 영상), Heterogeneous Model(불균질 모델), Interpolation(보간), Reconstruction(재구성)

**초록:** 복잡한 불균질성을 가지는 뼈의 경우 물성치 분포를 B-스플라인 볼륨 함수를 이용해 표현하는 것이 적합하다고 알려져 있다. 물성치 분포에 대한 B-스플라인 볼륨 함수는 CT 영상의 각 화소값들을 보간하여 얻을 수 있다. 그러나 뼈의 CT 영상 데이터는 3차원이며 크기가 매우 크기 때문에 보간 시간이 오래 걸리며, 많은 컴퓨터 메모리가 필요하다. 본 연구에서는 이를 해결하기 위한 방법을 제안한다. 제안하는 방법에서는 영상이 가지는 화소 간격의 균일성 및 B-스플라인 기저 함수의 특징을 이용해 B-스플라인 볼륨 보간 문제를 단순화 시킨다. 이는 결과적으로 계산 시간 및 메모리 사용량을 줄여준다. 검증 을 위해, 제안한 방법을 컴퓨터 프로그램으로 구현하였으며, 실험을 통해 계산 시간이 줄어든 것을 확인하였다.

**Abstract:** It is known that it is expedient to represent the distribution of the properties of a bone with complex heterogeneity as B-spline volume functions. For B-spline-based representation, the pixel values of CT images are interpolated by B-spline volume functions. However, the CT images of a bone are three-dimensional and very large, and hence a large amount of memory and long computation time for the interpolation are required. In this study, a method for resolving these problems is proposed. In the proposed method, the B-spline volume interpolation problem is simplified by using the uniformity of pixel spacing of the image and the properties of B-spline basis functions. This results in a reduction in computation time and the amount of memory used. The proposed method was implemented and it was verified that the computation time and the amount of memory used were reduced.

#### 1. 서 론

2000년대 전후로 공간적으로 다른 재료 구성 및 구조를 가지는 불균질 물체(heterogeneous object)에 대한 모델링 연구가 활발히 연구되었다. 이는 경사기능재료(functionally graded material, FGM),

다공성 구조(porous structure) 또는 복합재료(composite)를 가지는 물체를 표현하는데 이용되었다.<sup>(1)</sup> 더 나아가 이를 응용하여 인체의 일부, 특히 뼈를 불균질 물체로 모델링 하기 위한 연구가 진행되었다.<sup>(2-5)</sup> 이전 연구들에서는, 본질적으로 불균질 물체인 뼈를 균질(homogeneous)로 가정하였을 때 발생했던 문제들을 해결하기 위한 방법을 제시하였다. 불균질 물체를 표현하기 위한 다양한 수학적 모델들이 제안되었으나, 뼈의 경우에는 불균

† Corresponding Author, mir7942@dau.ac.kr

© 2016 The Korean Society of Mechanical Engineers

질성이 복잡하여 B-스플라인 볼륨 함수(B-spline volume function)를 이용한 표현이 가장 널리 사용된다. B-스플라인으로 표현된 불균질 물체는 메쉬 생성, 유한요소 해석 및 기하분석 등에 활용될 수 있다.

B-스플라인 볼륨 함수를 이용해 뼈의 불균질 모델을 구축하기 위해서는, CT 영상의 각 화소값(pixel value)들을 B-스플라인 볼륨 함수를 이용해 보간(interpolation)하는 방법<sup>(4,5)</sup>을 사용한다. 그러나 CT 영상은 3차원이기 때문에 크기가 매우 크며, 이로 인해 보간 계산을 위한 큰 용량의 컴퓨터 메모리가 필요하다. 또한 보간 시간이 오래 걸린다.

본 연구에서는 이 문제를 해결하기 위해, B-스플라인 볼륨 보간 시간 및 메모리 사용량을 줄이는 방법을 개발하였다. 본 연구에서 제안하는 방법에서는 화소 간격(pixel spacing)의 균일성 및 B-스플라인 기저 함수(B-spline basis function)의 특성을 이용해 B-스플라인 볼륨 보간 문제를 단순화 시킨다. 이는 결과적으로 계산 시간 및 메모리 사용량을 줄여준다.

논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2 절에서는 관련 연구를 살펴본다. 3 절에서는 B-스플라인 볼륨 함수를 이용한 불균질 물체의 표현 방법에 대해 소개한다. 4 절에서는 본 연구에서 제안하는 B-스플라인 볼륨 함수의 빠른 보간 방법에 대해 설명한다. 5 절에서는 제안한 방법의 구현 및 실험 결과를 설명하고, 6 절에서는 향후 연구 방향에 대해서 논의한다.

## 2. 관련 연구

### 2.1 불균질 물체의 표현

불균질 물체를 표현하기 위한 다양한 방법들이 제안되었으며, 이에 대한 전반적인 리뷰는 참고문헌 (6)에 잘 정리되어 있다. 대표적인 방법으로 복셀기반 모델(voxel based model), 볼륨 메쉬기반 모델(volume mesh based model), 양함수 모델(explicit function model), 음함수 모델(implicit function model), 제어특징형상 기반 모델(control feature based model), 제어점 기반 모델(control point based model)이 있다.

복셀기반 모델<sup>(7,8)</sup>과 볼륨 메쉬기반 모델<sup>(9)</sup>은 공간을 일정한 크기의 격자나 균일한 모양으로 분할하여, 분할된 각 영역이 재료의 분포 특성을 나타내도록 표현하는 방법이다. 복셀기반 모델은 정육면체를 사용하고, 볼륨 메쉬기반 모델은 사면체나 육면체를 사용한다. 이 방법들은 뼈와 같은 불균

질 물체를 가장 일반적으로 표현할 수 있고, 불규칙한 재료 분포를 가진 물체도 표현 가능하다. 그러나 공간을 분할한 해상도 또는 격자 크기에 따라 모델의 정확도가 결정되기 때문에 높은 정확도를 가진 물체를 표현하는데 한계가 있다. 또한 정확도가 높아질수록 거대한 저장 공간이 필요하며, 정확도가 낮은 경우에는 계단현상(aliasing)이 발생한다.

양함수 모델,<sup>(10,11)</sup> 음함수 모델<sup>(12,13)</sup> 및 제어특징형상 기반 모델<sup>(14,15)</sup>은 재료 분포를 함수를 이용해 표현하는 방법이다. 이 방법들은 재료 분포를 간결하고 정확한 방법으로 표현할 수 있으며, 해상도 독립적이며 수학적으로도 엄격하다. 이 중 제어특징형상 기반 모델은 설계 의도를 표현하기 좋기 때문에 가장 선호된다. 그러나 뼈와 같이 복잡하고 불규칙한 형상을 가진 물체를 표현하기가 매우 어렵다.

제어점 기반 모델<sup>(4,5,16,17)</sup>은 함수를 이용해 표현한다는 관점에서는 앞의 방법과 유사하나, 함수가 몇 개의 제어점(control point)으로 표현된다는 점이 다르다. 주로 B-스플라인 함수(B-spline function)를 이용해 표현한다. 이 방법은 복잡한 재료 분포의 표현 및 제어가 용이하나, 복잡한 형상의 경계 부분에 대한 표현이 매우 어렵다.

### 2.2 B-스플라인 함수의 보간

B-스플라인 함수를 이용해 곡선이나 곡면을 보간 또는 근사화하기 위한 방법들은 형상모델링 분야에서 오래 전부터 제안되었다. 전통적으로 사용해온 방법<sup>(18)</sup>은 B-스플라인 함수의 매개변수와 주어진 점을 매칭시킨 후, 일반적인 보간 방법이나 최소자승법(least square method)을 이용하는 것이다. 일부 특수한 경우, 로프트 곡면(lofted surface) 형태로 보간하는 방법<sup>(19,20)</sup>도 이용한다.

B-스플라인 함수를 이용해 볼륨을 보간하는 방법도 제안되었다. Yang 과 Qian<sup>(16)</sup>은 B-스플라인 함수를 이용한 불균질 물체의 일반적인 모델링 방법을 제안하였다. Warkhedkar 와 Bhatt<sup>(5)</sup>은 뼈의 CT 영상 데이터를 보간하기 위해 B-스플라인 볼륨 함수를 이용하였다. Park<sup>(21)</sup>은 B-스플라인 하이퍼볼륨(B-spline hyper-volume)이라는 개념을 도입하여 3차원 이상으로 B-스플라인 함수를 확장하였으며, B-스플라인 하이퍼볼륨에 대한 보간 방법을 제시하였다. Martin 등<sup>(22)</sup>은 조화함수(harmonic function)을 이용한 B-스플라인 보간을 통해 볼륨 데이터를 보간하는 방법을 제시하였다.

본 연구에서는 뼈의 불균질성을 표현하기 위해

B-스플라인 볼륨 함수를 이용한다. 본 연구에서 사용한 방법은 Warkhedkar 등의 방법<sup>(5)</sup>과 유사하나, 본 연구에서는 B-스플라인 볼륨 함수의 빠른 보간 방법에 초점을 맞추었다는 점이 다르다. Unser 등<sup>(23,24)</sup>도 의료 영상 이미지에 대한 빠른 B-스플라인 보간 방법을 제안하였다. 이 방법에서는 화소 간격의 균일성을 이용해 B-스플라인 함수를 기수 B-스플라인(cardinal B-spline) 함수로 단순화시키고, B-스플라인이 컨볼루션(convolution) 형태로 표현될 수 있다는 특성을 이용해 필터링 연산을 반복적으로 적용하는 형태로 B-스플라인 보간을 표현하였다. Unser 등의 방법은 본 연구와 근본적으로 같으나, Unser 등의 방법은 필터링 연산 형태이고, 본 연구의 방법은 행렬식 형태라는 점이 다르다. 또한 본 연구의 방법은 화소 간격이 불규칙한 경우로도 쉽게 확장될 수 있다.

### 3. B-스플라인 볼륨 함수 기반 불균질 물체의 표현

B-스플라인은 컴퓨터 이용 설계(computer-aided design, CAD) 및 컴퓨터 그래픽스(computer graphics, CG) 분야에서 형상을 표현하기 위한 함수로 널리 사용되며, 참고문헌 (18)에 B-스플라인 함수의 표현 방법 및 그 특성이 잘 설명되어 있다. 본 연구에서는 물체의 불균질성을 표현하기 위한 방법으로 B-스플라인 볼륨 함수를 사용한다. B-스플라인 함수로 불균질성을 표현하면, B-스플라인 함수의 다양한 특성을 이용할 수 있다.

3차원 공간에서  $(n + 1) \times (m + 1) \times (l + 1)$  개의 제어점  $\mathbf{P}_{i,j,k}$ 가 주어졌을 때, B-스플라인 볼륨 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{V}(u, v, w) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^l N_{i,p}(u)N_{j,q}(v)N_{k,r}(w)\mathbf{P}_{i,j,k} \quad (1)$$

여기서,  $u, v, w \in [0,1]$ 는 각각 B-스플라인 볼륨의  $u$ -,  $v$ -,  $w$ -방향 매개변수,  $N_{i,p}(u)$ ,  $N_{j,q}(v)$ ,  $N_{k,r}(w)$ 는 각각  $u$ -,  $v$ -,  $w$ -방향에 대한 B-스플라인 기저함수,  $p, q, r$ 은 각 기저함수의 차수(degree)이다. 이 때, B-스플라인 기저함수는 다음과 같이 정의된다.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & (u_i \leq u < u_{i+1}), \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (3)$$

여기서,

$$u_i \in U = \{u_0, u_1, \dots, u_{n+p+1}\} \quad (4)$$

이며,  $u_i$ 를 매듭(knot),  $U$ 를 매듭벡터(knot vector)라고 한다.  $v$ -,  $w$ -방향에 대해서도 같은 방법으로 정의한다.

불균질 물체를 표현하기 위해서는 제어점을 다음과 같이 표현한다.

$$\mathbf{P}_{i,j,k} = (x_{i,j,k}, y_{i,j,k}, z_{i,j,k}, \mathbf{m}_{i,j,k}) \quad (5)$$

여기서 벡터  $\mathbf{m}_{i,j,k}$ 는 위치  $(x_{i,j,k}, y_{i,j,k}, z_{i,j,k})$ 에서의 재료 조합률을 나타낸다. CT 영상의 HU(Hounsfield unit)값으로부터 뼈의 밀도<sup>(25)</sup>와 탄성계수<sup>(26)</sup>를 구할 수 있으므로, 본 연구에서는 다음과 같이 HU 값으로 재료의 불균질성을 표현한다.

$$\mathbf{m}_{i,j,k} = h_{i,j,k} \quad (6)$$

### 4. B-스플라인 볼륨 함수의 빠른 보간

본 연구에서는 화소값이 HU 값으로 표현된 뼈의 3 차원 CT 영상을 표현하는 B-스플라인 볼륨 함수를 찾고자 한다. CT 영상은 원점이  $\mathbf{0} = (o_x, o_y, o_z)$ 이며,  $(n + 1) \times (m + 1) \times (l + 1)$  개의 화소값으로 표현되고, 각 방향에 대한 화소 간격(spacing)은  $\Delta u, \Delta v, \Delta w$ 이다. 영상의 각 화소는  $\mathbf{Q}_{a,b,c} = (x_{a,b,c}, y_{a,b,c}, z_{a,b,c}, h_{a,b,c})$ 로 표현된다.

이 문제는 화소  $\mathbf{Q}_{a,b,c}$  (여기서,  $a = 0, 1, \dots, n$ ;  $b = 0, 1, \dots, m$ ;  $c = 0, 1, \dots, l$ )가 주어졌을 때, 이 화소를 지나는 차수가  $p, q, r$ 인 B-스플라인 볼륨 함수를 찾는 문제이다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_{a,b,c} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^l N_{i,p}(\bar{u}_a)N_{j,q}(\bar{v}_b)N_{k,r}(\bar{w}_c)\mathbf{P}_{i,j,k} \quad (7)$$

이 문제의 미지수는 차수  $p, q, r$ , 각  $\mathbf{Q}_{a,b,c}$ 에 대응하는 매듭값  $(\bar{u}_a, \bar{v}_b, \bar{w}_c)$ ,  $(n + 1) \times (m + 1) \times (l + 1)$  개의 제어점  $\mathbf{P}_{i,j,k}$ , 그리고 매듭벡터  $U, V, W$ 이다. 차수는 사용자가 정하며, 일반적으로 3 차

함수, 즉,

$$p = q = r = 3 \tag{8}$$

이다.

B-스플라인 보간을 위해, 우선  $\mathbf{Q}_{a,b,c}$ 에 대응하는 매듭값  $(\bar{u}_a, \bar{v}_b, \bar{w}_c)$ 를 결정한다. 매듭값은 유일하게 결정되는 것은 아니며, 매듭값의 선택은 볼륨 형상에 영향을 준다. 본 연구에서는 가장 널리 사용되는 현 길이(chord length)를 이용한 방법을 사용한다.

우선  $u$ -방향에 대한 매듭값은 다음과 같이 계산한다. 고정된 각각의  $b = 0, 1, \dots, m$  와  $c = 0, 1, \dots, l$ 에 대해, 다음과 같이  $\bar{u}_a^{b,c}$  (여기서,  $a = 0, 1, \dots, n$ )을 계산한다. 매개변수  $u$ 의 범위를 0에서 1로 제한하기 위해, 양 끝점에서의 매듭값을 각각 0과 1로 고정한다. 즉,

$$\bar{u}_0^{b,c} = 0 \tag{9}$$

$$\bar{u}_n^{b,c} = 1 \tag{10}$$

그리고 전체 현의 길이  $d$ 를 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} d &= \sum_{a=1}^n \|\mathbf{Q}_{a,b,c} - \mathbf{Q}_{a-1,b,c}\| \\ &= \sum_{a=1}^n \Delta u = n\Delta u \end{aligned} \tag{11}$$

여기서,  $\|\mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_2\|$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\|\mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_2\| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \tag{12}$$

각각의  $a = 1, 2, \dots, n-1$ 에 대해, 매듭값  $\bar{u}_a^{b,c}$ 은 다음과 같이 계산한다.

$$\bar{u}_a^{b,c} = \bar{u}_{a-1}^{b,c} + \frac{\|\mathbf{Q}_{a,b,c} - \mathbf{Q}_{a-1,b,c}\|}{d} \tag{13}$$

마지막으로 각각의  $a = 1, 2, \dots, n-1$ 에 대해,  $\bar{u}_a^{b,c}$ 의 평균을 다음과 같이 계산한다.

$$\bar{u}_a = \frac{1}{(m+1)(l+1)} \sum_{b=0}^m \sum_{c=0}^l \bar{u}_a^{b,c} \tag{14}$$

식 (11), (13), (14)는  $u$ -방향 화소 간격이  $\Delta x$ 인

영상에 대해 다음과 같이 각각 단순화 될 수 있다.

$$\begin{aligned} d &= \sum_{a=1}^n \|\mathbf{Q}_{a,b,c} - \mathbf{Q}_{a-1,b,c}\| \\ &= \sum_{a=1}^n \Delta x = n\Delta x \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_a^{b,c} &= \bar{u}_{a-1}^{b,c} + \frac{\|\mathbf{Q}_{a,b,c} - \mathbf{Q}_{a-1,b,c}\|}{d} \\ &= \bar{u}_{a-1}^{b,c} + \frac{1}{n} = \frac{a}{n} \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_a &= \frac{1}{(m+1)(l+1)} \sum_{b=0}^m \sum_{c=0}^l \bar{u}_a^{b,c} \\ &= \frac{1}{(m+1)(l+1)} \sum_{b=0}^m \sum_{c=0}^l \frac{a}{n} \\ &= \frac{1}{(m+1)(l+1)} (m+1)(l+1) \frac{a}{n} = \frac{a}{n} \end{aligned} \tag{17}$$

$v$ -방향과  $w$ -방향도 같은 방법으로 계산한다.

앞에서 구한 매듭값을 평균하여 각 방향에 대한 매듭벡터  $U, V, W$ 를 결정한다.  $u$ -방향 차수는  $p$ 이므로, B-스플라인의 특성 상 매듭의 양 끝  $(p+1)$ 개의 값은 각각 0과 1이어야 한다. 즉,

$$u_0 = u_1 = \dots = u_p = 0 \tag{18}$$

$$u_{n+1} = u_{n+2} = \dots = u_{n+p+1} = 1 \tag{19}$$

그리고, 가운데 매듭 값들은 각각의  $j = 1, 2, \dots, n-p$ 에 대해 다음과 같이 계산한다.

$$u_{j+p} = \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} \bar{u}_i \tag{20}$$

매듭벡터  $V$ 와  $W$ 도 같은 방법으로 계산한다.

제어점  $\mathbf{P}_{i,j,k}$ 를 계산하기 위해 식 (7)에서  $b$ 와  $c$ 를 고정시키면, 각각의  $a = 0, 1, \dots, n$ 에 대해 식 (7)을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{a,b,c} &= \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_a) \left( \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^l N_{j,q}(\bar{v}_b) N_{k,r}(\bar{w}_c) \mathbf{P}_{i,j,k} \right) \\ &= \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_a) \mathbf{R}_{i,b,c} \end{aligned} \tag{21}$$

여기서, 각각의  $i = 0, 1, \dots, n$ 에 대해,

$$\mathbf{R}_{i,b,c} = \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^l N_{j,q}(\bar{v}_b) N_{k,r}(\bar{w}_c) \mathbf{P}_{i,j,k} \quad (22)$$

이다. 식 (21)을 풀어 쓰면, 각각의  $b = 0, 1, \dots, m$ 와  $c = 0, 1, \dots, l$ 에 대해 다음과 같다.

$$\mathbf{Q} = \mathbf{N}_u \mathbf{R}, \quad (23)$$

여기서,

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{0,b,c} \\ \mathbf{Q}_{1,b,c} \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_{n,b,c} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$\mathbf{N}_u = \begin{bmatrix} N_{0,p}(\bar{u}_0) & N_{1,p}(\bar{u}_0) & \cdots & N_{n,p}(\bar{u}_0) \\ N_{0,p}(\bar{u}_1) & N_{1,p}(\bar{u}_1) & \cdots & N_{n,p}(\bar{u}_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{0,p}(\bar{u}_n) & N_{1,p}(\bar{u}_n) & \cdots & N_{n,p}(\bar{u}_n) \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0,b,c} \\ \mathbf{R}_{1,b,c} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{n,b,c} \end{bmatrix} \quad (26)$$

이다.

식 (23)~(26)에서,  $\mathbf{N}_u$ 는  $b$ 와  $c$ 에 독립적이며,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $h$  각각의 성분에서 LU 분해(LU decomposition)를 이용해 풀면 행렬  $\mathbf{R}$ 을 구할 수 있다.

행렬  $\mathbf{R}$ 의 계산은  $O(n^3)$ 의 계산시간이 필요하며,  $O(n^2)$ 의 메모리가 필요하다. 그러나 식 (25)에서  $N_{i,p}$ 는 매듭간격  $[u_j, u_{j+1})$ 에 대해  $(p+1)$ 개만 0이 아니므로, 행렬  $\mathbf{N}_u$ 는 반크기(semi-bandwidth)가  $(p-1)$ 인 띠행렬(band matrix)로 표현할 수 있다.<sup>(18)</sup> 그러면  $O(np^2)$ 의 계산시간만 필요하며,  $O(np)$ 의 메모리만 필요하다. 일반적으로  $p \ll n$ 이므로 계산속도와 메모리 효율을 크게 높일 수 있다.

행렬  $\mathbf{R}$ 을 구한 후, 식 (22)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{i,b,c} &= \sum_{j=0}^m N_{j,q}(\bar{v}_b) \left( \sum_{k=0}^l N_{k,r}(\bar{w}_c) \mathbf{P}_{i,j,k} \right) \\ &= \sum_{j=0}^m N_{j,q}(\bar{v}_b) \mathbf{S}_{i,j,c} \end{aligned} \quad (27)$$

여기서, 각각의  $j = 0, 1, \dots, m$ 에 대해,

$$\mathbf{S}_{i,j,c} = \sum_{k=0}^l N_{k,r}(\bar{w}_c) \mathbf{P}_{i,j,k} \quad (28)$$

이다. 식 (27)은 식 (21)과 같은 형태를 가지므로, 같은 방법으로 풀 수 있으며, 이로부터  $\mathbf{S}_{i,j,c}$ 를 구할 수 있다. 마지막으로 식 (28)을 이용해 모든  $\mathbf{P}_{i,j,k}$ 를 찾을 수 있다.

3차원 영상의 경우에는 화소가 격자 모양으로 균일하게 배치되어 있기 때문에,  $\mathbf{P}_{i,j,k}$ 의 위치는 별도의 계산 없이 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(x_{i,j,k}, y_{i,j,k}, z_{i,j,k}) = \mathbf{0} + (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \quad (29)$$

여기서, 벡터  $\mathbf{0}$ 는 영상의 원점 좌표이다. 따라서 식 (21)~(28)로부터  $h_{i,j,k}$ 만 계산하면 된다. 이는 계산 시간을 1/4로 줄여준다.

## 5. 구현 및 실험

본 연구에서 제안한 방법의 검증은 위해 프로그램을 구현해 실험을 하였다. 테스트 데이터로 국내에서 구축한 의료영상 데이터베이스인 Visible Korean(VK)<sup>(27)</sup>의 여성 CT 영상을 이용했으며 대퇴골(femur) 부분의 영상을 분할(segmentation)하여 사용했다. 대퇴골 영상은  $128 \times 128 \times 481$ 개의 화소로 구성되어 있다. 테스트는 인텔 코어 i7-3770 CPU와 8GB 램을 가진 PC에서 64비트 코드로 구현한 뒤 진행하였다. 행렬은 배정도 실수(double) 형식으로 정의했다. 그리고 시간 및 메모리 사용량을 비교하기 위해  $O(n^3)$  시간이 걸리고  $O(n^2)$  메모리를 필요로 하는 기존 방법과  $O(np^2)$  시간이 걸리고  $O(np)$  메모리를 필요로 하는 제안한 방법을 모두 구현하였다.

구현 결과의 검증은 위해 테스트 데이터를 가지고 제안한 방법을 이용해 3차 B-스플라인 볼륨을 생성한 후, 테스트 데이터의 화소 간격과 동일한 간격으로 B-스플라인 볼륨의 점들을 샘플링 했다. 같은 간격으로 샘플링 했기 때문에 테스트 데이터와 샘플링 한 결과는 동일한 영상을 보여주어야 한다. Fig. 1(a)는 테스트 데이터의 관상단면(coronal section) 일부를 보여주고, Fig. 1(b)는 이를 B-스플라인 볼륨으로 보간한 후 다시 샘플링을 하여 얻은 영상이다. 두 이미지는 샘플링 점에서 오차 없이 동일한 화소값을 가지는 것을 확인하였고, Fig. 1에서 시각적으로도 동일한 것을 볼 수 있다.

기존 방법의 경우 평균 20,010 ms가 걸렸고 약 7260 KB의 메모리가 사용되었다. 반면, 제안한 방



**Fig. 1** The experimental result: (a) the test data and (b) the image generated from the interpolated B-spline volume

법의 경우 평균 1,338 ms 가 걸렸고, 약 75 KB 의 메모리가 사용되었다. 실험 결과에서도 성능이 크게 개선된 것을 확인할 수 있다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 B-스플라인 볼륨 함수 보간 방법을 이용해 뼈의 불균질 모델을 구성할 경우 소요되는 시간 및 메모리 사용량을 줄이기 위한 방법을 제안하였다. 제안한 방법에서는 CT 영상이 가지고 있는 화소 간격의 균일성 및 B-스플라인 기저 함수의 특성을 이용해 B-스플라인 볼륨 보간 문제를 단순화 시켰다. 그리고 구현 및 실험을 통해 제안한 방법이 기존 방법에 비해 성능을 개선시킨 것을 확인하였다.

그러나 B-스플라인 볼륨 함수로 보간을 하는 경우, B-스플라인을 정의하기 위해 많은 수의 제어점과 매듭벡터가 필요하다. 따라서 B-스플라인 볼륨의 제어점과 매듭벡터를 줄이는 방법에 대한 연구가 필요하다. 또한 B-스플라인 볼륨을 이용한 다양한 응용 연구도 필요하다.

## 후 기

이 논문은 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(NRF-2014R1A1A1006181)이며, 본 연구에 활용한

한국인의 인체영상(Visible Korean) 데이터셋은 한국과학기술정보연구원(KISTI)의 과학기술빅데이터 공동활용체제구축 사업의 결과물로서 활용되었음을 감사 드립니다.

## 참고문헌 (References)

- (1) Kumar, V., Burns, D., Dutta, D. and Hoffmann, C., 1999, "A Framework for Object Modeling," *Computer-Aided Design*, Vol. 31, No. 9, pp. 541~556.
- (2) Watari, F., Kondo, H., Matsuo, S., Miyao, R., Yokoyama, A., Omori, M., Hirai, T., Tamura, Y., Uo, M., Ohara, N. and Kawasaki, T., 2003, "Development of Functionally Graded Implant and Dental Post for Bio-Medical Application," *Materials Science Forum*, Vol. 423~425, pp. 321~326.
- (3) Shackelford, J. F., 1999, *Bioceramics: Applications of Ceramic and Glass Materials in Medicine*, Trans Tech Publications.
- (4) Pise, U. V., Bhatt, A. D., Srivastava, R. K. and Warkhedkar, R. M., 2009, "A B-Spline Based Heterogeneous Modeling and Analysis of Proximal Femur with Graded Element," *Journal of Biomechanics*, Vol. 42, No. 12, pp. 1981~1988.
- (5) Warkhedkar, R. M. and Bhatt, A. D., 2009, "Material-Solid Modeling of Human Body: A Heterogeneous B-Spline Based Approach," *Computer-Aided Design*, Vol. 41, No. 8, pp. 586~597.
- (6) Kou, X. Y. and Tan, S. T., 2007, "Heterogeneous Object Modeling: A Review," *Computer-Aided Design*, Vol. 39, No. 4, pp. 284~301.
- (7) Chandru, V., Manohar, S. and Prakash, C. E., 1995, "Voxel-Based Modeling for Layered Manufacturing," *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 15, No. 6, pp. 42~47.
- (8) Cho, J. R. and Ha, D. Y., 2002, "Optimal Tailoring of 2D Volume-Fraction Distributions for Heat-Resisting Functionally Graded Materials using FDM," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 191, No. 29~30, pp. 3195~3211.
- (9) Jackson, T. R., 2000, *Analysis of Functionally Graded Material Object Representation Methods*, Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- (10) Shin, K.-H. and Dutta, D., 2001, "Constructive Representation of Heterogeneous Objects," *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, Vol. 1, No. 3, pp. 205~217.
- (11) Shin, K.-H., 2011, "Modeling of Time-Variant Heterogeneous Objects in Micro-System Packages," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 25, No. 5, pp. 1119~1128.

- (12) Adzhiev, V., Kartasheva, E., Kunii, T., Pasko, A. and Schmitt, B., 2003, "Hybrid Cellular-functional Modeling of Heterogeneous Objects," *Journal of Computing and Information Sciences in Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 312~322.
- (13) Biswas, A., Shapiro, V. and Tsukanov, I., 2004, "Heterogeneous Material Modeling with Distance Field," *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 21, No. 3, pp. 215~242.
- (14) Siu, Y. K. and Tan, S. T., 2002, "Source-Based Heterogeneous Solid Modeling," *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 34, No. 1, pp. 41~55.
- (15) Samanta, K. and Koc, B., 2005, "Feature-Based Design and Material Blending for Freeform Heterogeneous Object Modeling," *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 37, No. 3, pp. 287~305.
- (16) Yang, P. and Qian, X., 2007, "A B-Spline-Based Approach to Heterogeneous Objects Design and Analysis," *Computer-Aided Design*, Vol. 39, No. 2, pp. 95~111.
- (17) Huang, J., Fadel, M. G., Blouin, V. Y. and Grujicic, M., 2002, "Bi-Objective Optimization Design of Functionally Gradient Materials," *Materials and Design*, Vol. 23, No. 7, pp. 657~666.
- (18) Piegl, L. and Tiller, W., 1997, *The NURBS Book*, Springer-Verlag, New York.
- (19) Park, H., 2001, "An Approximate Lofting Approach for B-Spline Surface Fitting to Functional Surfaces," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 18, No. 7, pp. 474~482.
- (20) Park, H., 2003, "Lofted B-Spline Surface Interpolation by Linearly Constrained Energy Minimization," *Computer-Aided Design*, Vol. 35, No. 14, pp. 1261~1268.
- (21) Park, S., 2009, "A Rational B-Spline Hypervolume for Multidimensional Multivariate Modeling," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 23, No. 7, pp. 1967~1981.
- (22) Martin, T., Cohen, E. and Kirby, R. M., 2009, "Volumetric Parameterization and Trivariate B-Spline Fitting Using Harmonic Functions," *Computer-Aided Geometric Design*, Vol. 26, No. 6, pp. 648~664.
- (23) Unser, M., Aldroubi, A. and Eden, M., 1991, "Fast B-Spline Transforms for Continuous Image Representation and Interpolation," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 13, No. 3, pp. 277~285.
- (24) Thevenaz, P., Blu, T. and Unser, M., "Interpolation Revisited," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. 19, No. 7, pp. 739~758.
- (25) Rho, J. Y., Hobatho, M. C. and Ashman, R. B., 1995, "Relations of Mechanical Properties to Density and CT Numbers in Human Bone," *Medical Engineering and Physics*, Vol. 17, No. 5, pp. 347~355.
- (26) Wirtz, D. C., Schiffers, N., Pandorf, T., Radermacher, K., Weichert, D. and Forst, R., 2000, "Critical Evaluation of Known Bone Material Properties to Realize Anisotropic FE-Simulation of the Proximal Femur," *Journal of Biomechanics*, Vol. 33, No. 10, pp. 1325~1330.
- (27) Visible Korean Homepage, <http://vkh3.kisti.re.kr/>.