대한수학교육학회지 <학교수학> 제 18 권 제 1 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 18, No. 1, 127 ~ 141. Mar 2016

고등학생의 이차함수 표상에서 나타난 그래프 사용 모드 및 표상의 유연성 분석

이 유 빈* · 조 정 수**

본 연구는 Chauvat의 그래프 사용 모드에 근거하여 고등학교 1학년 학생의 이차함수 문제 해결에서 나타나는 그래프 표상의 사용 모드를 분석하고자 한다. 이 분석으로부터 Bannister (2014)의 표상의 유연성을 통해 연구 참여 학생들의 이차함수 이해 정도를 조사하였다. 그 결과 고등학교 1학년 학생들이 주로 사용하는 그래프 표상 모드는 계산 도표학적 모드이며, 조작적 모드를 사용할 경우에는 오류를 발생하는 것을 알 수 있었다. 그리고 함수의 이해를 대상과 과정 관점에서 표상의 사용으로 분류한 Bannister(2014)의 유연성의 분류에서는 과정 관점으로 함수를 이해하고 두 표상 사이에 조작이 일어나지 않는 경직된 형태를 보이는 것으로 나타났다. 이러한 결과를 바탕으로 교실에서 학생들을 위한 그래프 표상 사용에 대한 교육 및 다양한 관점으로 함수를 이해할 수 있는 교수 -학습 방법에 대한 연구가 필요할 것으로 보인다.

Ⅰ. 서 론

함수 개념은 수학 학습에서 가장 중요한 개념 중 하나이며 함수에 대한 감각을 기르는 것은 수학 학습에 중요한 목표 중 하나이다(Eisenberg, 1992). 그리고 이러한 함수 개념을 이해하는 관점에는 대상(Object) 관점과 과정(Process) 관점이 있으며 함수 문제 해결에서 과정과 대상 관점의 형성은 성공적인 문제 해결을 위해서는 매우 중요하다. 이 대상과 과정 관점은 함수를 나타내는 표, 대수식, 그래프 표상과 관련이 있다. 그래서 학생들은 함수와 관련된 이러한 표상들을 조작하는 과정을 통해 함수의 이해 관점을 형성한다 (Moschovich, Schoenfeld, & Arcavi, 1993). 특히, 함수를 나타내는 표상들 중 그래프 표상은 함수 개념의 의미를 해석하는데 매우 중요한 표상이다(Yerushalmy & Swidan, 2012).

함수 개념의 이해는 함수를 나타내는 세 가지 표상들을 변환하는 능력을 의미하는데(Hitt, 1998; Selden & Selden, 1992), 이 표상들을 변환하는 능력은 함수라는 수학적 내용에 대한 이해뿐만 아니라 함수 개념에 대한 통찰력을 길러주는 데도 도움이 된다(Even, 1998). 따라서 함수 개념을 나타내는 표상들을 명확하게 사용하는데 어려움이 있다면, 함수 개념의 이해와 더불어 함수에 대한 통찰력을 가지기도 어렵다는 것을 의미한다(Janvier, 1987).

함수를 이해하는 관점과 함수의 통찰력에 영향을 주는 표상에 대한 지금까지의 연구를 살펴보면 함수를 나타내는 대수적, 기하적 표상들 사이의 변환에 관한 연구가 대부분이다(Goldin,

* 울산신정고등학교, missbeen@naver.com (제1 저자)
** 영남대학교, chocs@yu.ac.kr (교신저자)

1987; Lesh, Post, & Behr, 1987; Monk, 1988). 그 결과 이들 연구들은 표상 변환의 유연성과 표상과 함수의 이해의 측면이 상호 관련되어 있는 측면을 간과하고 있다(Even, 1998).

따라서 본 연구는 선행 연구 분석을 통해 드러난 이런 측면을 보완하기 위해 Chauvat의 그래프 사용 모드에 근거하여 고등학교 1학년 학생의 이차함수 문제해결에서 나타나는 그래프 표상의 사용 모드를 분석하고 Bannister(2014)의 표상의 유연성을 통해 연구 참여 학생들의 이차함수 이해 정도를 조사하였다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 그래프 사용 모드

함수를 나타내는 표상 중 하나인 그래프 표상에 관한 선행 연구들을 살펴보면 그래프의 해석과 조작을 의미하는 시각화(Visualization)와 관련된 것들이 많이 있다(Eisenberg & Dreyfus, 1994; Monk & Nemirovsky, 1994). 이 연구자들에 따르면 함수 그래프의 시각적 측면들은 단지 학생들의 오류를 찾아내기 위해서가 아니라 함수 개념에 대한 이해와 학습에 있어서 중요한 역할을 한다고 한다. 그리고 학생들이 주어진 함수 그래프의 특징을 해석하고 의미를 부여하는 능력은 선천적으로 타고나는 것이 아니라 적절한 방법으로 가르쳐야 한다고 언급하고 있다.

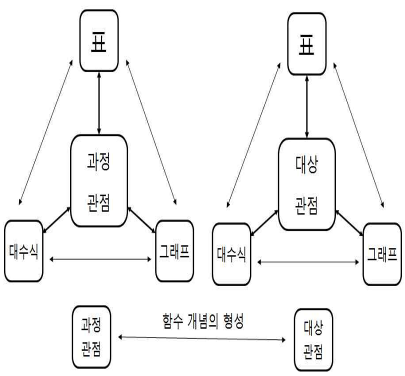
그래프 표상을 만들고 해석하는 과정은 함수라는 수학 개념 이해의 시작 과정이라고 볼 수 있다. 교사는 학생들에게 그래프가 특정한 상황을 얼마나 효율적으로 나타내는 도구인지를 가르쳐야 한다. 그러나 이 과정에서 그래프의 세부적인 사항에 초점을 두는 것과 함께 그래프의 개형을 이해하고 해석하는 과정도 중요하다. 특히 그래프를 그리는 과정은 함수의 대수식과 그래프를 연결하는 과정이다. 즉, 주어진 대수식에 수를 대입해서 표를 만들고 적당한 축척을 사용하여 좌표평면에 점을 나타내고 그 점들을 이어서 부드러운 곡선을 이어주는 과정이 바로 함수의 그래프를 그리는 과정이다. 학생들은 이러한 과정에서 그래프의 증가 구간, 불연속성 등과 같은 그래프의 전반적인 특성을 개관할 수 있어야 하며 그래프에 맞는 상황을 찾아봄으로써 의미를 부여하는 활동도 필요하다. 이러한 활동이 부족할 경우 학생들은 그래프를 어떤 상황에 대한 그림과 혼동하는 현상이 생길 수 있다(김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정영옥, 홍진곤, 2006).

Chauvat는 그래프 표상을 사용하는 학생들을 대상으로 한 연구에서 학생들이 그래프를 사용하는 방법에 따라 계산 도표학적 모드(Nomographic Mode), 표의적 모드(Ideogrammatic Mode), 그리고 조작적 모드(Operational Mode)의 세 가지 유형이 있음을 밝혔다. 세 가지 유형을 자세히 설명하면 다음과 같다. 계산 도표학적 모드는 국소적인 절차를 사용하여 수치적인 결과를 얻기 위해 그래프를 사용하는 모드이다. 그리고 이때 그래프에는 사용자에게 필요한 모든 정보를 포함하고 있으며 수치적인 결과를 얻기 위해 그래프를 조작하고 사용하는 것이다. 다음으로 표의적 모드는 그래프가 아이디어를 설명하는 ‘표의기호’로 사용되는 경우를 말한다. 구체적으로 표의(表意)기호란 하나하나의 기호가 음과는 상관없이 일정한 뜻을 나타내는 기호를 말한다. 예를 들어 두 변수 사이의 이차적인 변화를 나타내기 위해 포물선 모양의 그래프를 사용하는 것은 표의기호적 모드의 예가 된다. 표의기호로 그래프가 사용되는 경우 그래프는 수학적 개념들 사이의 의사소통이나 표나 대수식으로부터 얻은 정보를 설명하고 요약하는데 사용된다. 마지막으로 조작적 모드는 상호 작용을 위한 과정에 그래프가 사용

되는 경우이다. 그리고 특히 이러한 모드의 사용은 사용자에게 주어진 과제가 그래프를 사용해서 해결해야 되는 과제이지만 그래프만으로는 해결이 되지 않는 과제를 해결할 때 사용하는 모드이다. 다음은 조작적 모드를 사용하여 해결하여야 하는 과제의 예시이다. 함수 f가 증가하게 하는 x의 구간 중 가장 큰 구간을 찾아라. 주어진 그래프가 나타내는 이차함수의 식을 찾아라. 주어진 함수를 기본 함수의 합으로 나타내는 문제가 여기에 해당된다(Yavuz, 2010, 재인용).

2. 과정과 대상

Moschovich, Schoenfeld, & Arcavi(1993)은 함수 개념을 이해하는 관점을 과정 관점과 대상 관점으로 분류하면서 함수 개념의 과정과 대상 관점은 함수의 표상인 대수식, 표, 그래프와 연결되어 있다고 주장하였다. 또 함수의 표상과 과정, 대상 관점을 연결할 수 있는 모델을 제시하였는데 이를 도식화 하면 다음 [그림 II-1]과 같다.



[그림 II-1] Moschovich, Schoenfeld, & Arcavi(1993)의 모델

위 그림에서 보듯이 함수를 나타내는 표상인 대수식, 표, 그래프가 서로 연결되어 있으며 이러한 표상들의 조작은 함수의 과정, 대상 관점의 형성에 영향을 줄 수 있음을 나타내고 있다.

함수를 과정 관점에서 이해한다는 것은 함수를 x값과 y값을 연결하는 것으로 인식하는 것을 말한다. 다시 말해 함수의 두 변수 x값과 y값 사이의 관계를 파악하는 것이다. 그리고 이러한 관계는 함수를 나타내는 표상인 표, 그래프, 대수식 모두를 사용하여 나타낼 수 있다. 대수식에서 과정 관점은 x, y의 값과 그들 사이의 관계를 통해 드러나며 그래프에서는 좌표평면의 점들을 통해 나타난다.

대상 관점으로 함수를 이해하는 것은 함수를 나타내는 세 가지 표상인 대수식, 표, 그래프를 전체로 인식하는 것이다. 예를 들어 "점 $(1,\ 4)$를 지나고 $y=2x-5$에 평행한 직선의 방정식을 구하라."는 문제를 해결할 때, 일반적인 직선의 방정식 $y=ax+b$를 이용하여 구할 것이다. $y=2x-5$의 그래프와 평행이라는 조건을 활용하여 a의 값이 2라고 결정하는 것이 대상 관점에 해당된다. 만약, 점 $(1,\ 4)$를 $y=2x+b$의 식에 대입하여 b의 값 2를 구하였다면 이는 과정 관점으로 문제를 해결한 경우이다. 위의 예에서 다루었듯이 함수 문제는 두 가지 관점으로 해결할 수 있으며 이러한 관점의 형성은 함수의 문제해결에서 매우 중요하다.

이광상, 조민식, 류희찬(2006)은 Moschovich, Schoenfeld, & Arcavi(1993)의 과정과 대상 관점이 학생들의 함수 문제 해결에 중요한 역할을 하는 것을 감안하여 학생들이 함수에 관한 문제를 해결하는 관점 다음 <표 II-1>과 같이 세분화 하였다.

<표 II-1> 함수 문제 해결의 관점

과정-대상 관점의 유형	유형별 정의
정확한 과정 관점 (correct process	함수에 관련된 문제해결에서 x와 y의 값을 구하는 과정 관점을 정확하게 적용해 문제를

perspective)	해결한 경우
근접한 과정 관점 (near process perspective)	함수에 관련된 문제해결에서 x와 y의 값을 구하는 과정 관점을 적용했지만 문제해결과정의 오류가 있는 경우
부정확한 과정 관점 (incorrect process perspective)	함수에 관련된 문제해결에서 x와 y의 값을 구하는 과정 관점을 적용하지 못한 경우
정확한 대상 관점 (correct object perspective)	함수에 관련된 문제해결에서 대수식, 표, 그래프를 대상 관점에서 정확하게 적용해 문제를 해결한 경우
근접한 대상 관점 (near object perspective)	함수에 관련된 문제해결에서 대수식, 표, 그래프를 대상 관점에서 적용했지만 문제해결과정에서 오류가 있는 경우
부정확한 대상 관점 (incorrect object perspective)	함수에 관련된 문제를 해결하는 과정에서 대수식, 표, 그래프를 대상 관점에서 적용하지 못한 경우

이들은 함수 문제 해결의 성공 여부와 과정과 대상 관점을 연결하여 6가지의 유형의 문제 해결 유형을 세분화하였다. 그리고 학생들의 문제해결력의 향상과 대상과 과정 관점의 형성을 위해서 지필환경을 보완할 수 있는 동적인 교육공학 환경의 필요성을 주장하였다.

3. 표상의 유연성

수학적 개념에 적합한 표상을 선택하는 능력과 주어진 표상의 장점을 활동하는 것은 수학적 이해에 중요한 요소이다(Lesh, Post, & Behr, 1987). 수학적 개념의 이해는 표상의 질을 높이는 과정이며 또 표상 활동의 누적된 과정이다(Janvier, 1987). 또 수학적 이해는 표상을 선택하고 다양한 표상을 적용하는 능력이다(Friedlander & Tabach, 2001; Lamon, 2001).

Bannister(2014)는 함수를 나타내는 그래프 표상과 대수적 표상의 변환 능력의 정도와 함수 개념의 이해 관점인 과정 관점과 대상 관점을 연결하여 학생들이 표상으로 어떻게 이용하는가에 따른 유연성을 세 가지로 구분하였다. 첫 번째는 유연한(flexible) 경우로 이 경우에 표상의 사용은 과정과 대상의 두 가지 측면의 모든 구성 개념을 사용하였으며 표상은 대수적 표상과 그래프 표상을 사용하여 조작을 하는 경우이다. 두 번째는 단절된(disconnected) 경우로 이 경우 과정과 대상의 두 가지 측면의 구성 개념을 보였으나 문제를 해결하는 데는 이 두 가지 측면이 서로 변환되지 않는 경우이다. 세 번째는 경직된(constrained)의 경우로 대상이나 과정 중 하나의 관점의 구성 개념만 보이고 대수적 표상과 그래프 표상을 조작하지 못하는 경우이다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

본 연구의 대상은 울산광역시 소재 S고등학교 1학년 학생 400여명이다. 이 학교는 울산광역시의 중심가에 위치하며 학급의 수는 39학급, 교직원의 100여명으로 인문계 고등학교로는 규모가 큰 학교이다. 한 학급의 학생 수는 34명에서 35명으로 구성되어 있으며 전체 학생 수는 1500여명 정도이다. 수학 교과 수업은 1, 2학년을 중심으로 수준별 수업이 이루어지고 있으며 소인수 심화 과정을 통해 특정한 과목에 능력이 있는 학생들에게는 대학 교육 과정 수업이 이루어지고 있는 학교이다. 학부모의 경제적인 수준과 학력은 중, 상 이상인 경우가 대부분이며 한 학급의 60%이상이 사교육을 받고 있다. 이 학교는 울산광역시 전체에서 학군이 가장 좋은 곳에 위치하고 있어 학생들의 학업수준과 학부모의 열의가 높은 곳이다.

본 연구의 연구 대상은 고등학교에서 이차함

수를 학습한 1학년 학생들이다. 이들은 중학교 2. 3학년에서 이차식과 이차함수에 대해 학습하였다. 그리고 고등학교 1학년 교육 과정에서도 이차함수를 배웠다. 3년에 걸친 이차식과 이차함수에 대한 학습은 학생들에게 이차함수에 대한 개념이 어느 정도 정립되어 있다고 볼 수 있다. 이에 본 연구에서는 고등학교 1학년 학생들을 연구 대상으로 선정하였다. 그리고 이들이 가장 많이 다뤄본 함수 중에 하나인 이차함수 문제를 연구 문항으로 선정하였다.

2. 자료 수집 방법 및 절차

본 연구의 목적은 학생들이 문제에서 주어진 그래프 표상을 어떻게 사용하고 있으며 이를 통해 함수 개념에 대한 이해의 관점을 알아보는 연구이다. 구체적으로 본 연구에서는 2015년 4월 6일 ~ 4월 31일 사이에 진행된 이차함수의 수업을 받은 고등학교 1학년을 대상으로 연구를 진행하였다. 이 학생들은 이차함수에 대한 개념을 중학교에서 학습한 학생들이며 고등학교에 복소수 내용을 학습하고 난 뒤 이차함수에 대해 학습한 학생들이다.

연구 문항은 총 아홉 문제로 이 문제들은 모두 선행연구자들(이광상, 조민식, 류희찬, 2006; Even, 1998)의 연구들에서 사용한 문항을 이차함수에 적합한 문항으로 수정하여 사용하였다. 초기의 검사 문항은 총 열 한 개의 문항으로 구성되었으며 이를 바탕으로 현장 교사 및 수학 교육과 교수 등의 조언을 통하여 내용 타당도를 검증하였다. 내용 타당도의 검사 결과를 바탕으로 두 개의 문항을 삭제하여 최종 연구에 사용된 문항은 아홉 문항이다. 모든 문항은 고등학교 1학년 수준에서 해결할 수 문항이며 함수를 이해하고 있는 관점을 평가할 수 있는 문항들이다. 본 연구에 사용된 아홉 개 문항의 내용은 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 연구 문항의 내용

문항	내용
문항1	시간에 따른 거리 그래프 두 개를 비교하기 (1) 멀리간 시간대 구하기 (2) A가 빨리 이동한 시간대 구하고 이유를 설명하기 (3) 특정한 시간대에 누가 더 빨리 이동한 사람 찾기 (4) 특정한 시간대에 더 멀리 이동한 사람 찾기
문항2	이차함수 그래프에 대해 설명하기
문항3	그래프를 보고 이차함수 식의 계수의 부호를 결정하기
문항4	주어진 이차함수의 식 구하기
문항5	이차함수의 식을 그래프를 통해 구하기
문항6	특정한 영역에 그려지는 이차함수 그래프의 기울기의 범위 정하기
문항7	(1) 평행이동한 그래프를 그리기 (2) 위에서 그린 이차함수의 식 구하기
문항8	(1) x와 y의 관계를 나타내는 표를 보고 빈칸을 채우기 (2) x와 y의 관계를 식으로 나타내기
문항9	(1) 평행이동 관계에 있는 두 그래프를 보고 이차함수 식을 보기에서 찾기 (2) 두 그래프의 특정한 점의 좌표를 찾기

총 400여명의 학생들에게 5월 12일과 5월 13일에 걸쳐 수학 수업 시간 한 시간 동안 문제지가 제공되었으며 문항을 해결하기 위해 50분의 시간이 주어졌다. 모든 문항은 개방형 서술 문항으로 구성하였다. 50분 동안 수학 교과 교사가 감독하였으며 학생들의 의문점이나 문항 진술을 이해하지 못한 경우는 문항에 대한 도움을 제공하였다.

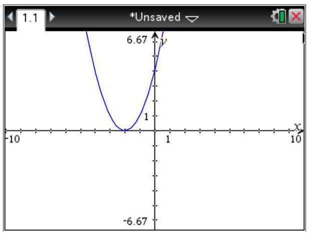
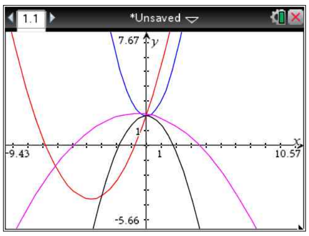
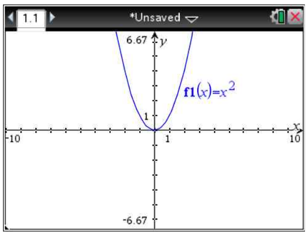
수집된 학생들의 정답지 가운데 총 아홉 문제 중 다섯 문제 이상을 해결한 정답지만을 1차 분류하였다. 그래프 사용 모드에는 세 가지 모드가 있다. 본 연구에 사용된 문항들 중에는 세 가지 모드를 모두 사용할 수 있는 문항들이 포함되어

있다. 이에 학생들이 주된 그래프 표상 사용 모드를 알아보기 위해서는 적어도 아홉 문항 중 다섯 문항 이상을 해결하여야지만 주된 모드가 드러날 수 있을 것이라고 판단하여 1차 분류의 기준을 다섯 문항 이상 푼 정답지로 제한하였다. 그리고 이중에서 정답만 기술한 정답지를 제외하는 2차 분류 작업을 하였다. 그 결과 최종 분석 자료로 사용된 학생들의 정답지는 총 116명의 정답지이다.

3. 연구 문항

본 연구에 사용된 문항의 그래프는 CAS형 그래핑 계산기인 Texas Instrument의 TI-nspir를 사용하였다. 본 연구에서 사용된 문항 아홉 개 중 세 문항을 제시하면 다음 <표 III-2>와 같다.

<표 III-2> 이차함수 그래프 사용 문항

문항 2번	2. 아래의 그래프는 함수의 그래프이다. 이 함수에 대해 설명하여라. 
문항 5번	5. 오른쪽 그림은 (0, 2)를 지나는 이차함수의 그래프들을 나타낸 것이다. (0, 2)를 지나는 이차함수를 모두 포함하는 이차함수의 식을 구하여라. 
문항 7번	7. 아래의 그래프를 보고 다음의 물음에 답하여라. (1) 다음의 함수의 그래프와 x축 방향으로 평행인(혹은 y축) 그래프를 아래의 좌표평면에 그려라.  (2) 위에서 그린 그래프의 함수식을 구하여라.

4. 자료 분석 방법

본 연구의 목적은 학생들이 문제에서 주어진 그래프 표상을 어떻게 사용하고 있으며 이를 통해 함수 개념에 대한 이해의 관점을 알아보는 연구이다. 이러한 연구 목적에 적합한 자료 분석을 위해 학생 정답지의 배점과 총점은 부여하지 않았으며 학생들의 정답지에 기록된 문항별 정답의 유형을 중심으로 분석을 하였다. 우선 학생들의 풀이에 있는 서술을 중심으로 이를 대표할 수 있는 요약 서술을 서술 코드로 정하고 116명의 정답을 분석하였다. 이러한 분석 결과를 확장하여 유형을 분류하였다. 그리고 이렇게 분류된 정답 유형을 기록한 뒤 유형별로 그래프 사용 모드(계산 도표학적 모드, 표의적 모드, 조작적 모드)와 표상의 유연성 정도(유연함, 단절됨, 경직됨)를 오른쪽 여백에 기록하였다. 한 문항에 두 개 이상의 모드를 사용한 경우 주된 모드를 기록하여 한 학생이 이중으로 기록되지 않게 하였다. 116명의 학생 정답지를 문항별로 유형을 분류하는 동안 같은 유형은 전체 비율을 구하기 위해 학생 수를 기록하였다. 116명의 정답지를 가지고 1차 자료 분석을 마쳤으며 일정 기간이 흐른 뒤 다시 한 번 2차 자료 분석을 실시하여 자료 분석의 신뢰도를 높였다. 본 연구의 이러한 자료 분석 과정을 예시하기 위하여 4번 문항의 최종 분석 결과를 제시하면 <표 III-3>과 같다.

<표 III-3> 문항 4번의 정답 유형과 비율의 자료 분석 결과

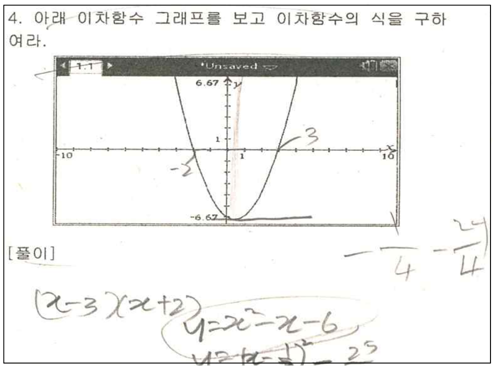
문항	정답 유형	모드/관점
4번문항	① x절편의 좌표, y절편의 좌표를 이용하여 이차함수 식 구함(정답)/78%	계산/과정/단절
	② x절편의 좌표를 이용하여 구하고 기울기를 1로 입력 (오답)/3%	계산/과정/단절
	③ x절편의 좌표를 이용하여 이차함수 식 구하고 기울기를 잘못 입력 (오답)/6%	계산/과정/단절
	④ 꼭짓점 좌표를 이용하여 이차함수 식을 구함(정답)/11%	계산/과정/단절
	⑤ x절편의 좌표, 꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식 구함(정답)/3%	계산/과정/단절

Ⅳ. 연구 결과

본 연구는 학생들이 그래프 표상을 어떻게 사용하고 있는지를 살펴보고 이를 통해 이차함수에 대한 이해를 과정과 대상 관점에서 살펴보고자 하였다. 이에 본 연구의 결과 학생들의 그래프 사용 모드는 수치적 결과를 획득하기 위해 그래프를 사용하는 계산 도표학적 모드가 주된 사용 모드이며 표의기호적 모드의 사용의 경우 많은 학생들이 오류를 보임을 알 수 있었다. 그리고 함수를 이해하는 관점은 과정 관점 중심으로 이해하고 있었다. 표상의 유연성 정도는 과정 관점 중심의 함수 이해와 함께 대수적 표상과 그래프 표상의 변환이 일어나지 않는 경직된 상태였다. 각각의 결과를 학생들의 정답지를 통해 살펴보면 다음과 같다.

1. 계산 도표학적 사용 모드

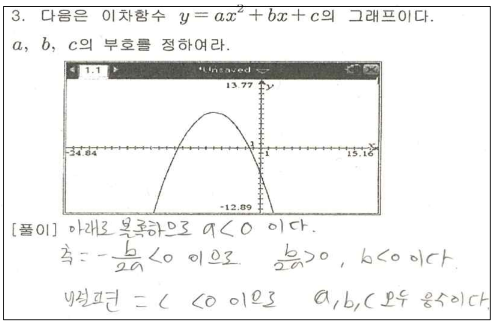
Chauvat의 계산 도표학적 모드는 그래프 표상을 사용하는 모드 중 하나로 그래프 표상을 국소적인 절차를 사용하여 수치적인 결과를 얻는 과정에서 그래프를 사용하는 모드를 말한다(Yavuz, 2010, 재인용). 본 연구에 참여한 고등학생들은 이차함수 그래프 문제를 해결하는 과정에서 수치적 결과를 얻기 위해 그래프 표상을 사용하고 있었다. 특히 4번 문항의 경우 이차함수 식을 구하는 문제에서 무려 78%의 학생들이 함수의 그래프에서 x절편의 좌표를 구해 문제를 해결하였다.



[그림 IV-1] 계산 도표학적 사용 모드 1

위의 [그림 IV-1]은 이 그래프에 해당하는 이차함수의 식을 구하는 문제에서 가장 많은 학생들이 답한 유형이다. 학생들은 x절편의 좌표를 구하기 위해 x축과 그래프가 만나는 점을 $-2,\ 3$으로 그래프 위에 표시하고 이로부터 $(x-3)(x+2)$로 이차식으로 나타낸 뒤 이를 전개하여 이차함수의 식을 답으로 기록하였다. 이것은 주어진 함수의 그래프에서 수치적 결과를 얻을 수 있는 x절편의 정보를 사용한 경우로 그래프 사용 모드에서 볼 때 계산 도표학적 사용 모드에 해당된다.

아래 [그림 IV-2]는 이차함수의 그래프를 보고 이차함수 식의 계수의 부호를 결정하는 문제에서 학생들이 가장 많이 서술한 정답 유형이다. 이러한 정답 유형은 전체 학생의 81%를 차지하였다.



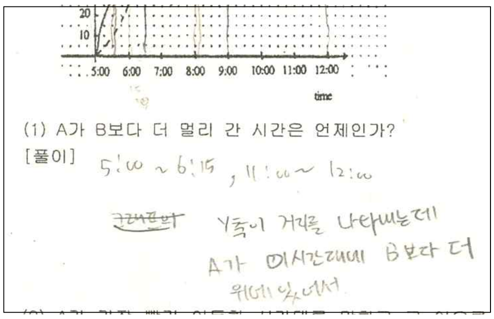
[그림 IV-2] 계산 도표학적 사용 모드 2

학생들은 이차함수의 식의 계수의 부호를 결정하는 문제에서 아래로 볼록한 그래프 개형을 이용하여 이차항의 계수인 a의 부호가 $a<0$임을 결정하였다. 그리고 이차함수식을 완전제곱 형태로 나타내는 경우 이차함수의 꼭짓점의 x좌표가 $-\dfrac{b}{2a}$라는 사실을 이용하여 앞에서 구한 $a<0$의 부호와 그래프에서 꼭짓점의 x좌표의 부호가 $-\dfrac{b}{2a}<0$임을 결합하여 일차항의 계수 $b<0$ 부호를 결정하였다. 마지막으로 그래프에서 y절편의 값이 음수임을 이용하여 상수항의 부호를 정하였다. 이차항의 계수의 부호는 그래프의 개형을 통해 결정하였으므로 이때 그래프 사용 모드는 표의적 사용 모드이다. 그러나 상수항의 부호는 그래프에서 y절편의 부호를 찾아 결정하였다. 그리고 일차항의 계수 부호는 기존에 암기하고 있는 꼭짓점 좌표의 식을 이용하거나 주어진 이차함수 식을 완전제곱의 형태로 바꾸고 그 식의 부호를 알아내기 위해 그래프 표상을 사용하였다. 이는 특정한 좌표의 부호를 확인하기 위해 그래프가 사용된 형태이므로 계산 도표학적 사용 모드이다.

Chauvat는 함수의 그래프 표상으로부터 함수의 식을 찾는 문제를 그래프의 조작적 사용 모드로 분류하였다(Yavuz, 2010, 재인용). 하지만 본 연구에 참여한 학생들은 조작적 모드를 사용하여 풀 수 있는 문제임에도 불구하고 대수적 식을 암기하여 이를 확인하는데 그래프 표상을 사용하고 있었다. 다시 말해, 조작적 모드로 그래프 표상을 사용 가능함에도 불구하고 여전히 계산 도표학적 모드로 그래프 표상을 사용을 하고 있었다.

2. 표의(表意)기호적 사용 모드의 오류

Chauvat가 제시한 그래프의 표의기호적 사용 모드는 아이디어를 나타내는 그래프가 하나의 표의기호로 사용되는 경우를 말한다. 예를 들어 포물선 모양의 그래프는 두 변수 사이의 이차적인 변화의 아이디어를 나타내므로 표의기호적 모드의 예가 된다(Yavuz, 2010, 재인용). 본 연구에 참여한 고등학생들은 기울기가 서로 다른 두 그래프를 비교하는 문제에서 그래프들 사이의 위치 관계를 바탕으로 문제를 해결하려 하였다. 하지만 그래프의 의미를 고려하지 않고 좁은 관점으로 그래프의 위치만 인식하고 답을 기록함으로써 그래프 해석에 오류를 보이는 것을 알 수 있었다. 다시 말해 함수의 그래프 표상을 표의기호적 모드로 사용하였으나 사용에서 오류를 보여 문제를 해결하지 못하는 것으로 나타났다.



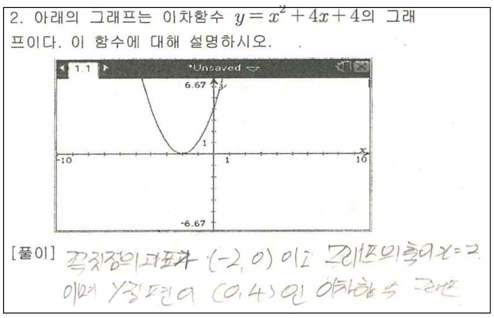
[그림 IV-3] 그래프의 표의기호적 사용 모드에 대한 풀이

[그림 IV-3]은 시간과 거리에 관한 두 함수의 그래프를 제시하고 두 그래프를 통해 이동거리

가 더 큰 시간 구간을 찾는 문제이다. 주어진 문제에서 이동거리는 y축의 변화량으로 측정된다. 하지만 위 학생은 상하로 나타난 두 그래프의 위치 관계를 통해 두 그래프 중 더 높이 위치한 그래프가 이동거리도 더 크다고 생각하고 풀이하였다. 단순히 그래프의 위치관계를 통해 풀이를 기록함으로써 그래프 축이 가지는 의미를 해석하지 못했다. 다시 말해 표의기호적 모드, 즉 시간과 거리 관계의 아이디어를 나타내는 기호인 그래프를 사용하였으나 잘못된 사용으로 오답을 기록하는 것을 알 수 있다.

3. 과정 관점으로 함수 이해

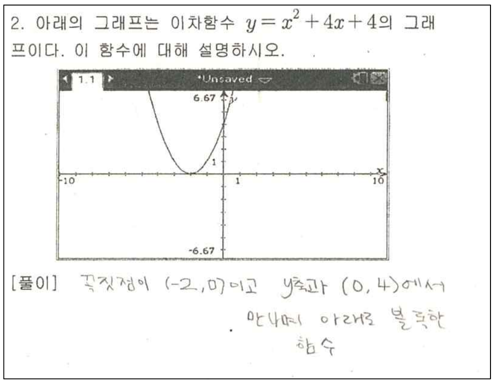
함수를 이해하는 관점은 과정과 대상이라는 두 가지 관점이 있다. 두 가지 관점의 형성은 함수를 나타내는 표상을 조작하는 과정을 통해 형성되는데 관점은 함수와 관련된 문제를 해결하는 데 중요한 역할을 한다(Moschovich, Schoenfeld, & Arcavi, 1993). 그러나 본 연구에 참여한 학생들은 함수를 대상 관점보다는 과정 관점으로 이해하고 있음을 알 수 있었다. 다시 말해 학생들은 이차함수 문제를 해결하기 위해 x값과 y값 사이의 관계로 함수를 이해하고 대수식에서 기울기를 사용하거나 그래프에서는 절편이라는 특정한 점의 좌표를 통해 함수를 이해하고 있음을 알 수 있었다.



[그림 IV-4] 그래프 표상만을 사용한 과정 관점에 의한 풀이 1

[그림 IV-4]는 주어진 이차함수의 대수식 $(y=x^2+4x+4)$과 그래프를 주고 함수에 대해 설명하는 문제에서 전체의 82%에 해당하는 학생들이 대답한 유형이다. 학생들은 위의 그래프를 나타내는 함수에 대해 설명할 때 꼭짓점의 좌표와 y절편의 좌표를 찾았고 이를 함수의 주된 특징으로 설명하였다. 이는 함수를 x와 y의 좌표에 의한 대응 관계로만 파악한 것으로 과정 관점 중심의 함수의 이해에 해당한다. 다시 말해 문제에서 주어진 대수적 표상과 그래프 표상에서 $y=x^2$이나 $y=(x+2)^2$으로부터 $y=x^2+4x+4$의 그래프나 대수식을 이해하려는 변환 조작을 통한 이차함수의 서술은 없었다.

[그림 IV-4]의 풀이 다음으로 가장 많은 비율로 나타난 풀이 유형은 [그림 IV-5]이다.

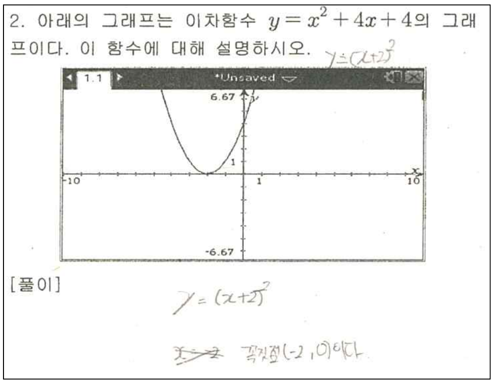


[그림 IV-5] 그래프 표상만을 사용한 과정 관점에 의한 풀이 2

위의 그림에서 보듯이 특정한 좌표 중심의 서술과 함께 아래로 볼록이라는 함수 그래프의 전체 개형에 대한 설명이 있다. 이는 함수를 전체로 인식하고 있는 대상 관점의 서술이다. 하지만 아래의 볼록한 함수의 형태에 대한 서술을 한 학생들은 전체 학생에 34%에 불가하였다. 그리고 이러한 대상 관점을 서술을 하였다할지라도 주어진 그래프 표상과 대수적 표상 사이에 변환

은 일어나지는 않고 한 표상을 중심으로 서술하는 불완전한 이해를 볼 수 있다.

[그림 IV-6]은 $y=x^2+4x+4$ 함수의 대수적 표상만을 사용하여 이 함수에 대해 설명하는 유형의 풀이이다. 이러한 학생들은 대수식을 $y=(x+2)^2$ 완전제곱의 형태로 만들고 난 뒤 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 설명하였으며, 대수식으로부터 y절편의 값 등을 기록하였다. 이러한 특정한 좌표로 함수를 이해하는 것은 과정 관점으로의 함수에 대한 이해이다. 그리고 이 학생들에게 있어서 그래프 표상은 풀이를 서술하는데 아무런 영향을 주지 못하였다. 다시 말해 함수 이해에서 중요한 그래프 표상과 대수적 표상 사이의 변환은 일어나지 않았다는 사실로 미루어볼 때 이차함수에 대한 불완전한 이해를 하고 있다고 판단된다.



[그림 IV-6] 대수적 표상만을 사용한 과정 관점에 의한 문제 풀이

본 연구에 참여한 대부분 학생들은 함수의 그래프 표상에 기초하여 x절편과 y절편, 꼭짓점의 좌표를 구하고 대수식의 조작을 통한 특정한 점의 좌표를 기록하였다. 이러한 풀이는 Bannister (2014)가 분류한 표상의 유연성면에서 살펴보면 하나의 관점, 즉 과정 관점을 중심으로만 함수 개념을 이해하였고 주어진 함수의 그래프 표상과 대수적 표상 사이의 변환이 일어나지 못하였으므로 표상 유연성의 경직된 경우로 해석할 수 있다.

Ⅴ. 결 론

본 연구는 학생들이 그래프 표상을 어떻게 사용하고 있는지를 살펴보고 이를 통해 이차함수에 대한 이해를 과정과 대상 관점에서 살펴보았다. 본 연구 결과로부터 얻은 결론과 그로부터의 시사점은 다음과 같다.

첫째, 본 연구에 참여한 고등학생들의 주된 그래프 표상 사용 모드는 계산 도표학적 모드였다. 함수의 개념은 기하와 대수라는 두 정신적 이미지 사이의 관계로, 구체적으로 기하에서는 그래프 표상, 대수에서는 대수적 표상을 연결하고 이를 변환하는 능력이 중요하다(Kleiner, 1989). 그리고 그래프 표상은 학생들에게 함수에 대한 이해와 학습에 중요한 역할을 한다. 하지만 본 연구에 참여한 학생들은 함수에 대한 수치적 결과를 얻기 위해 그래프 표상을 사용하는 것으로 나타났다.

Sierpinska(1992)는 학생들이 함수의 그래프를 배울 때 대부분 점들을 연결하여 직선이나 곡선을 그리고 이를 통해서 정보를 해석하도록 배운다고 한다. 그리고 이렇게 배운 그래프에 관한 학습은 그래프가 함수를 표상하는 것이라기보다는 점들의 연결이라는 개념을 가지게 된다고 한다. 본 연구의 결과도 이러한 그의 주장을 뒷받침한다. 따라서 학생들이 그래프를 단순히 점들의 연결이라는 개념을 벗어나 다양한 모드로 그래프 표상을 사용할 수 있는 경험과 그래프 표상을 함수 표상의 하나로 인식하고 조작, 사용할 수 있는 과제를 풍부하게 제공하는 수업이 필요함을 본 연구를 통해 알 수 있다. 그리고 학생들

이 계산도표학적 모드를 선호하는 원인 등에 대한 연구가 필요함을 알 수 있다.

둘째, 함수와 관련된 문제에서 조작적 모드에 의한 그래프 표상 사용으로 문제를 해결할 수 있음에도 불구하고 계산 도표학적 모드의 사용이 두드러졌다. 본 연구에 참여한 학생들은 주어진 그래프 표상의 조작을 통해서가 아닌 대수식의 조작이나 이미 알고 있는 대수식의 확인을 위해 그래프 표상을 사용하는 것을 알 수 있었다. 이로 인해 그래프 표상은 여전히 계산 도표학적 모드 중심으로 사용되고 있었다. 이는 대수적 표상 중심으로 사고함으로 인해 그래프 표상의 사용 모드가 제한되고 있다고 해석된다.

학생들은 일반적으로 교실에서 함수의 대수적 표상을 먼저 배우고 그래프 표상을 배운다(Romberg, Fennema, & Carpenter, 1993). 그리고 이러한 방식은 학생들에게 함수의 대수적 표상과 그래프 표상 사이의 대응이 잘 일어나기 힘든 교수학적 상황을 조장한다(Yerushalmy & Schwartz, 1993). 이에 연구자들은 학생들에게 대수식의 구조에 있는 패턴과 그래프 표상의 특징 사이에 풍부한 대응적 변환 활동을 할 수 있는 교육이 필요하다고 지적하고 있다(Blume & Heckman, 1997). 또 Even(1998)은 이차함수 개념을 학습하고 이차함수의 이차식과 그래프 표상에 익숙한 학생들이라 할지라도 여전히 이차식을 보면 그에 대한 이차함수의 그래프 표상을 떠올리지 못하는 현상을 볼 때 학생들에게 함수에 관한 개념에는 대수적 표상이 큰 부분을 차지하고 있다고 언급하였다. 본 연구의 결과는 이러한 Even(1998)의 주장에 근거가 된다. 이에 수학 교실에서 함수의 대수적 표상과 그래프 표상 사이의 변환 활동이 일어날 수 있는 교육과 함께 함수에 대한 표상을 배우는 내용 순서에 대한 고민이 있었으면 한다.

셋째, 고등학교 학생들이 그래프 표상을 표의기호적 모드로 사용하기는 하지만 잘못된 사용으로 오답을 하는 것으로 나타났다. 그래프 표상을 표의기호적 모드로 사용한다는 것은 그래프 표상을 통해 함수에 대한 아이디어를 찾아내는 것을 말한다(Yavuz, 2010, 재인용). 본 연구에 참여한 학생들은 함수의 그래프 표상을 사용하여 문제에서 주어진 함수에 관한 아이디어를 구하려고 하였으나 그래프가 가지는 의미를 고려하지 않고 함수의 행동만을 인식하고 답을 구하는 것이 관찰되었다.

Maria & Rafael(2010)은 이변수 함수와 함수의 그래프 표상에 관한 연구에서 학생들에게 함수의 대수적 표상, 기하적 표상과 관련된 규칙과 관행을 이해하게 하고 사용해야 하게 한다고 하였다. 이러한 방법은 함수 개념의 시각화를 가능하게하며 이러한 시각화는 함수 개념의 이해와 관련된다고 하였다. 더 나아가 Maria & Vanessa (2012)는 학교에서 시각적 표상의 사용을 규정하는 규칙과 기준은 수학 교수 활동의 중요한 부분이 되어야 한다고 하였다. 이들 연구자들의 주장처럼 그래프 표상을 제대로 사용하지 못하는 학생들을 위해 그래프 표상을 올바르게 해석하고 사용할 수 있는 교육 및 교수 학습 활동이 요구됨을 본 연구를 통해서 알 수 있다.

넷째, 본 연구에 참여한 고등학생들의 함수에 대한 이해의 관점은 과정 관점이 대부분이며 표상의 유연성은 하나의 과정 관점 중심의 개념 이해와 함께 대수적 표상과 그래프 표상 사이에 변환이 일어나지 않는 경직된 형태를 보였다. 본 연구의 이러한 결과는 함수와 관련된 문제의 해결에서 과정과 대상 관점의 형성은 매우 중요하다는 이광상, 조민식, 류희찬(2006)의 연구, 그 예로, 특히 함수의 연산이나 함수의 도함수를 구하는 과정에서 대상으로 함수를 인식해야지만 문제를 해결할 수 있다는 선행 연구의 결과와 견해를 같이하고 있다(Dubinsky & Harel, 1992;

Selden & Selden, 1992).

류희찬(2004)은 지필환경에서는 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 a와 b의 역할을 다양하게 탐구할 수 있는 기회의 제한으로 $y=ax+b$ 그래프의 성질을 대상 관점으로 이해하는 데 어려움을 겪을 수 있다고 제언하였다. 그리고 이러한 어려움을 극복하는 방법으로 다양한 학습매체의 사용을 권장하였다. 따라서 이러한 선행 연구자들의 주장처럼 함수를 전체로 인식하는데 도움을 줄 수 있는 스프레드시트나 공학용 계산기를 활용하여 함수의 동적인 면을 체험할 수 있는 경험과 경험할 수 있는 과제 개발이 필요함을 알 수 있다.

참고문헌

김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정영옥, 홍진곤 (2006). **수학교육과정과 교재연구**. 서울: 경문사.

류희찬(2004). 수학교육에서 탐구형 소프트웨어의 활용방안. **청람수학교육, 14**, 1-15. 한국교육대학교 수학교육연구소.

이광상, 조민식, 류희찬(2006). 엑셀의 활용이 일차함수 문제해결에 미치는 효과. **학교수학, 8**(3), 265-290.

Bannister, V. R. P. (2014). Flexible conceptions of perspectives and representations: an examination of pre-service mathematics teachers' knowledge. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 2*(3), 223-233.

Blume, G. W. & Heckman, D. S. (1997). What do students know about algebra and function? In P. Kenney & E. Silver (Eds.), *Results from the sixth mathematics assessment of the National Assessment of Educational Progress* (pp. 225-277). Reston, VA: NCTM.

Dubinsky, E. & Harel, G. (1992). The nature of process of function. In E. Dubinsky, & G. Harel(Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (MAA Notes No. 25, pp. 85-106). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Eisenberg, T. (1992). On the development of a sense for functions. In G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 153-174). Mathematical Association of America.

Eisenberg, T. & Dreyfus, T. (1994). On understanding how students learn to visualize function transformations. *Research on Collegiate Mathematics Education, 1*, 45-68.

Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(1), 105-121.

Friedlender, A. & Tabach, M. (2001). Promoting multiple representation in algebra, In A. A. Cuoco (Ed.), *The roles of representation in school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Goldin, G. A. (1987). Cognitive representational systems for mathematical problem solving. In Claude Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 125-146). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *The Journal of Mathematical Behavior, 17*(1), 123-134.

Janvier, C. (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Kleiner, I. (1989). Evolution of the function concept: A brief survey. *College Mathematics Journal, 20*, 282-300.

Lamon, S. J. (2001). Presenting and representing: From fractions to rational numbers. In A. Cuoco (Ed.), *The roles of representation in school mathematics*. 2001 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 41-52). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In Claude Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Maria T. & Rafael M. P. (2010). Geometrical representations in the learning of two-variable functions. *Educational Studies in Mathematics*, 3-19.

Maria, M. D. & Vanessa, S. T. (2012). The role of visual representations for structuring classroom mathematical activity. *Educational Studies in Mathematics, 80*(3), 413-431.

Monk, G. S. (1988). Students' understanding of functions in calculus courses. *Humanistic Mathematics Network Newsletter, 2*.

Monk, S. & Nemirovsky, R. (1994). The case of Dan: Student construction of a functional situation through visual attributes. *CBMS Issues in Mathematics Education, 4*, 139-168.

Moschkovich, J., Schoenfeld, A., & Arcavi, A. (1993). Aspects of understanding: On multiple perspectives and representations of linear relations and connections among them. In T. Romberg, E. Fennema, & T. Carpenter (Eds.), *Integrating research on the graphical representation of function* (pp. 69-100). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Romberg, T., Fennema, E., & Carpenter, T. (1993). Toward a common research perspective. In T. Romberg, E. Fennema & T. Carpenter (Eds.), *Integrating research on the graphical representation of function*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy, 25*, 23-58.

Selden, A. & Selden, J. (1992). Research perspectives on conceptions of fuction summary and overview. In E. Dubinsky, & G. Harel (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (MAA Notes No. 25, pp. 133-150). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Yavuz, I. (2010). What does a graphical representation mean for students at the beginning of function teaching? *International journal of mathematical education in science and technology, 41*(4), 467-485.

Yerushalmy, M. & Schwartz, J. (1993). Seizing the opportunity to make algebra mathematically and pedagogically interesting. In T. Romberg, E. Fennema, & T. Carpenter (Eds.), *Integrating research on the graphical representation of function* (pp. 69-100). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Yerushalmy, M. & Swidan, O. (2012). Signifying the accumulation graph in dynamic and multi-representation environment. *Educational Studies Mathematics, 80*, 287-306.

An Analysis Modes Related to Use of Graph and Flexibility of Representation Shown in a Quadratic Function Representation of High School Students

Lee, Yu Bin (Shinjung High School)
Cho, Cheong-Soo (Yeungnam University)

This study analyzes modes related to use of graph representation that appears to solve high school students quadratic function problem based on the graph using modes of Chauvat.

It was examined the extent of understanding of the quadratic function of students through the flexibility of the representation of the Bannister (2014) from the analysis.

As a result, the graph representation mode in which a high school students are mainly used is a nomographic specific mode, when using operational mode, it was found to be an error.

The flexibility of Bannister(2014) that were classified to the use of representation from the point of view of the object and the process in the understanding of the function was constrained operation does not occur between the two representations in understanding the function in the process of perspective.

Based on these results, the teaching on use graph representation for the students in classroom is required and the study of teaching and learning methods can understand the function from various perspectives is needed.

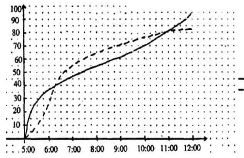
* Key Words : flexibility of representation(표상의 유연성), modes related to use of graph(그래프 사용 모드), quadratic function(이차함수)

논문접수 : 2016. 2. 10
논문수정 : 2016. 3. 4
심사완료 : 2016. 3. 5

<부록 1> 연구문항

문항 1번

1. 아래의 그래프는 A, B의 시간에 따른 이동 거리의 그래프이다. 다음의 물음에 답하여라.



(1) A가 B보다 더 멀리 간 시간은 언제인가?

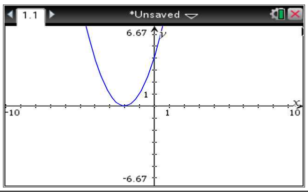
(2) A가 가장 빨리 이동한 시간대를 말하고 그 이유를 설명하시오.

(3) 5:30~6:00, 8:00~9:00의 시간에서 누가 더 빨리 이동하였는가?

(4) 6:30~8:00, 10:00~11:00의 시간에서 더 멀리 이동한 사람은 누구인가?

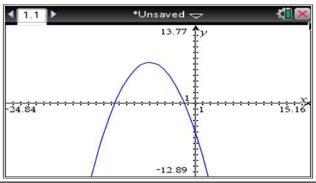
문항 2번

2. 아래의 그래프는 함수의 그래프이다. 이 함수에 대해 설명하여라.



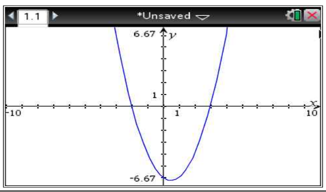
문항 3번

3. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$의 그래프이다. a, b, c의 부호를 정하여라.



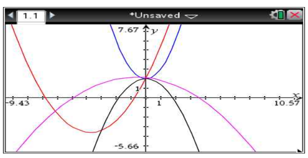
문항 4번

4. 아래 이차함수 그래프를 보고 이차함수의 식을 구하여라.



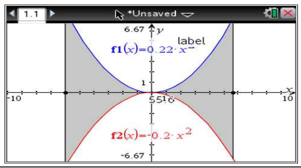
문항 5번

5. 오른쪽 그림은 $(0,\ 2)$를 지나는 이차함수의 그래프들을 나타낸 것이다. $(0,\ 2)$를 지나는 이차함수를 모두 포함하는 이차함수의 식을 구하여라.



문항 6번

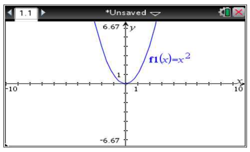
6. 아래 그림의 어두운 부분은 이차함수가 지나간 자리이다. 이 이차함수들의 기울기를 어떻게 나타낼 수 있는가?



문항 7번

7. 아래의 그래프를 보고 다음의 물음에 답하여라.

(1) 다음의 함수의 그래프와 x축 방향으로 평행인(혹은 y축) 그래프를 아래의 좌표평면에 그려라.



(2) 위에서 그린 그래프의 함수식을 구하여라.

문항 8번

8. 다음 표를 보고 물음에 답하여라.

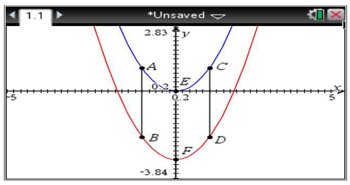
x	1	2	3	4	···	n
y	0	-1	0	(1)	···	(2)

(1) $x = 4$일 때, y의 값은 얼마인가?

(2) $x = n$일 때, y의 값을 구하면?

문항 9번

9. 오른쪽 그림을 보고 물음에 답하여라.



(1) 다음 함수식에서 위의 그래프에 적합한 이차함수식을 두 개 찾아보아라.

① $y = -2x^2$
② $y = -3x^2$
③ $y = x^2$
④ $y = x^2 - 3$
⑤ $y = -x^2 - 3$
⑥ $y = 2x^2 + 2$

(2) $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$가 y축에 평행할 때, 점 A, B, C, D의 좌표를 구하여라.