



A development of rating-curve using Bayesian Multi-Segmented model

Kim, Jin-Young^a · Kim, Jin-Guk^a · Lee, Jae Chul^b · Kwon, Hyun-Han^{a*}

^aDepartment of Civil Engineering, Chonbuk National University, Jeonju 561-756, Republic of Korea

^bDepartment of Civil Engineering and Informatics, Chungnam State University, Republic of Korea

Paper number: 16-001

Received: 4 January 2016; Revised: 28 January 2016 / 5 February 2016; Accepted: 5 February 2016

Abstract

A Rating curve is a regression equation of discharge versus stage for a given point on a stream where the stream discharge is measured across the stream channel with a stage and discharge measurement. The curve is generally used to calculate discharge based on the stage. However, the existing approach showed problems in terms of estimating uncertainty associated with regression parameters including the separation parameter for low and high flow. In this regard, this study aimed to develop a new method for the aforementioned problems based on Bayesian approach, which can better estimate the parameter and its uncertainty. In addition, this study used a Bayesian Multi-Segmented (Bayesian M-S) model which is provided a comparison between the existing and proposed scheme. The proposed model showed better results for the parameter estimation than the existing approach, and provided better performance in terms of estimating uncertainty range.

Keywords: Rating curve, Bayesian, Multi-Segmented, Uncertainty

Bayesian 기반 Multi-Segmented 곡선식을 활용한 수위-유량 곡선의 불확실성 분석

김진영^a · 김진국^a · 이재철^b · 권현한^{a*}

^a전북대학교 토목공학과 방재연구센터, ^b충남도립대학교 건설정보과

요 지

수위-유량 관계곡선(rating curve)은 수위표에서 관측된 수위 및 유량을 이용하여 만들어진 회귀분석식을 의미하며, 하천의 수위를 유량으로 환산하는 방법으로 일반적으로 활용되고 있다. 그러나 수위-유량 관계곡선식에서 저수위와 고수위와 분리 및 매개변수 추정에 있어 불확실성을 고려한 해석은 이루어지지 않고 있다. 이러한 이유로 본 연구에서는 수위-유량 관계곡선식에서 매개변수 추정 및 저·고수위 분리시 발생하는 문제점을 개선하기 위해 Bayesian 기법을 도입하였으며, 수위-유량 관계곡선식의 매개변수의 추정과 더불어 불확실성을 정량화 하는데 목적을 두었다. 이와 더불어 Bayesian 모형 기반 Multi-Segmented 수위-유량 관계곡선(Bayesian M-S)을 활용하여 저·고수위를 분리할 수 있는 새로운 수위-유량 관계곡선을 개발하고 기존 수위-유량 관계곡선과 비교·분석을 실시하였다. 그 결과 본 연구에서 개발한 Bayesian M-S 기법이 기존 수위-유량 관계곡선식 보다 개선된 결과를 도출할 수 있었으며, 수위-유량 관계곡선식의 신뢰구간을 제시하는데 유리한 것을 확인할 수 있었다.

핵심용어: 수위-유량 관계곡선, Bayesian, Multi-Segmented, 불확실성

1. 서 론

하천유량(streamflow)이란 하천의 특정 지점을 흐르는 물의 양을 의미하며, 유량 일수에 따라 갈수량, 평수량, 풍수량

등으로 나뉘어 하천구조물의 설계 및 수자원 계획 수립을 위한 기초자료로서 활용된다. 이러한 하천유량 자료는 강우량 자료와 함께 수문설계에서 중요한 수문자료로서 사용되고 있으며 정확한 수문모형을 구축하는데 있어 필수적으로 요구되는 자료이다. 최근 선진국을 중심으로 새로운 수문 모형의 개발과 정확한 수문자료 취득 및 활용 측면에서 중요성이 강조되고 있다(Li et al., 2010; Block et al., 2009; Xu et al., 2007).

*Corresponding Author. Tel: +82-63-270-2426
E-mail: hkwon@jbnu.ac.kr (H.-H. Kwon)

수문학분야에서 이수, 치수 및 하천환경문제에 주된 관심을 가지며 이·치수 및 하천환경문제의 해결을 위한 중요 자료는 하천유량이며 하천유량자료의 정확한 획득 여부는 모든 수문분석에 있어서 중요성이 대두되고 있다(Yoon, 2007). 그러나 하천을 흐르는 유량을 직접 연속적으로 측정하는 것은 기술적인 문제뿐만 아니라 경제적인 면에서도 대단히 어려운 일이므로 특정 하천수위를 측정하고 이를 기 수립된 수위-유량 관계곡선식을 사용하여 유량으로 환산하여 사용하고 있다. 이때 수위-유량 관계곡선식(stage-discharge relation curve or rating curve)은 측정된 수위와 그에 따른 유량을 환산할 수 있는 식으로 나타낸 것으로, 관측된 수위에 대한 유량을 간접적으로 산정하기 위한 도구로서 활용된다. 일반적으로 수위-유량 관계곡선식을 구성하고 있는 매개변수들을 추정하기 위해 최소자승법(least square method)에 근거한 해석이 활용되고 있으며, 자료의 적합(fitting) 후 잔차(residual)의 정규성(normality) 및 등분산성(homoscedasticity) 가정을 기본으로 하고 있다. 그러나 유량이 커지는 경우 이에 따른 오차도 동시에 커지는 특징을 가지고 있어 기존 최소자승법에 근거한 해석에 문제점이 지적되고 있다(Seber and Wild, 1989; Petersen-Øverleir, 2005).

앞서 언급하였듯이 수위-유량 관계곡선식의 최소자승법을 활용한 매개변수 산정과정은 수위-유량 관계곡선식에서 나타나는 정규성 및 등분산성 가정을 만족하기 어려우므로 이러한 문제를 개선할 수 있는 모형 개발의 필요성에 대해 언급되고 있다(Kim and Lee, 2008). 따라서 앞서 언급된 문제를 극복하기 위해 일반화된 최소자승법(generalized least square method), 가중최소자승법(weighted least square method) 등을 활용하는 방안이 제안되었으며(Seber and Wild, 1989), 수위-유량 관계곡선식의 매개변수를 추정하는데 있어서 비등분산적인 오차를 등분산적으로 변환할 수 있는 HMLE(heteroscedastic maximum likelihood estimation) 방법을 제안하고 이를 이용하여 수위-유량 관계곡선식의 매개변수를 추정한 결과를 비선형 회귀분석 결과와 비교함으로써 HMLE 방법의 우수성을 입증하였다(Reitan and Petersen-Øverleir, 2006). 또한 우도함수비를 이용하여 구축된 수위-유량 관계곡선식의 구간에 따른 분리 필요성을 객관적으로 정량화하였고 곡선의 분리 유무를 결정하는 방법이 제시되었다(Petersen-Øverleir and Reitan, 2005).

국내에서는 의사우도추정법(pseudo-likelihood estimation method)을 고려하여 수위-유량 관계곡선 산정법을 개선하였으며(Lee et al., 2008), Bayesian 기법을 기반으로 수문학적 모형 개발에 이용된 사례(Lee et al., 2008; Kwon et al., 2012a)

가 있으나 Bayesian 모형을 이용한 수위-유량 관계곡선 개발에 관한 연구는 단순히 적용만 이루어지고 있는 실정이며, 다양한 확률분포를 고려한 종합적인 불확실성 분석이 포함된 연구는 미비한 실정이다.

현재 국내외 많은 연구에서 수위-유량 관계곡선식의 효과적인 매개변수 추정기법은 활발히 진행되고 있지만, 매개변수에서 기인하는 불확실성을 분석할 수 없는 단점이 존재한다(Kwon et al., 2008; Kwon et al., 2012b; Kim et al., 2014). 또한 저수위와 고수위를 분리하는 기법에 대한 연구 역시 미진한 실정이다. 즉, 국내에서는 일반적으로 수위-유량 관계곡선 작성시 저수위와 고수위를 분리하여 수위-유량 관계곡선식을 따로 사용하고 있으며, 저수위와 고수위를 분리하는데 있어서 하도 및 단면통제 특성을 기준으로 반복적 시행착오 방법을 활용하여 결정하고 있다.

이러한 이유로 본 연구에서는 기존 연구의 단점을 개선하고자 Bayesian Multi-Segmented (Bayesian M-S) 기법을 개발하였다. 본 연구에서 제안하는 Bayesian M-S 기법은 기존 저수위와 고수위를 분리하는 문제를 해결하기 위해 하천의 물리적 특성을 기준으로 확률통계적으로 접근이 용이하게 수위-유량 관계 곡선 추정 방법을 개발하였다. 또한 Bayesian 기법을 도입함으로써, 기존 수위-유량 관계곡선식의 매개변수들에 대한 불확실성을 정량적으로 산정할 수 있는 장점이 있다. 본 연구에서는 전라북도 섬진강 유역 내 관촌 유역을 연구 대상 유역으로 선정하여 Bayesian M-S 모형을 적용한 수위-유량 관계곡선 모형을 적용하였다. 본 연구의 구성은 다음과 같다. 1장에서는 본 논문의 배경 및 목적에 대해 언급하였으며, 2장에서는 본 연구의 방법론에 대해 서술하였다. 3장에서는 대상유역에 Bayesian M-S 모형을 적용한 결과를 작성하였으며, 4장에서는 결론 및 토의에 대해 언급하였다.

2. 본 론

본 연구에서는 Bayesian M-S 수위-유량 관계곡선의 검증 을 위해 전라북도 유역 내 관촌 수위관측소를 대상으로 연구를 진행하였다. 본 장에서는 기존 수위-유량 관계곡선식의 모형 설명 및 저·고수위의 변동점 분석이 고려된 Bayesian M-S 수위-유량 관계곡선의 이론적인 배경을 수록하였다.

2.1 수위-유량 관계곡선

하천의 시간과 그에 따른 유량을 알기 위해서는 지속적으로 수위와 유량측정을 수행하여야 하지만, 이를 정기적으로

수위와 유량을 예측하는 것은 기술적 및 경제적으로 매우 어려운 실정이다. 이러한 이유로 측정된 하천수위와 유량 자료를 활용하여 수위-유량 관계곡선식을 도출하고, 해당 식을 활용하여 특정 수위에 대한 유량을 간접적으로 산정하고 있다. 위와 같은 과정으로 도출된 유량 자료는 하천의 수자원계획수립 또는 수리시설물의 계획 및 설계, 그리고 댐 및 저수지 등의 운영에 이용되고 있다. 이러한 자연하천에서의 수위-유량 관계곡선식은 일반적으로 멱함수형 Eq. (1)과 포물선형 Eq. (2)와 같이 표현할 수 있다. 수위-유량 관계곡선식에 대한 연구는 상당히 진행되었으므로 자세한 내용은 생략하였다.

$$Q = a(H+b)^c \tag{1}$$

$$Q = a'H^2 + b'H + c' \tag{2}$$

Eq. (1),(2)에서 Q 는 유량(m^3/sec), H 는 수위계의 영점 표고 기준으로 측정된 하천수위($El.m$)이며, a, b, c 와 a', b', c' 은 각각 회귀분석으로 결정되는 회귀상수이다. 이러한 수위-유량 관계곡선식의 경우 저수위와 고수위에서의 하천단면의 급격한 변동으로 인해 저수위와 고수위를 구분하여 수위-유량 관계곡선식을 개발하여 사용하고 있다. 다음 Table 1은 본 연구의 연구 분석대상구역으로 채택

Table 1. The rating curve equations at gwanchon station (Korea annual hydrological report, 2010~2012)

Station	Years	Water level range	Rating curve
Gawncnon	2010	$0.09 \leq h \leq 1.41$	$Q = 16.127 \times (h - 0.087)^{4.193}$
		$1.41 < h \leq 5.22$	$Q = 21.963 \times (h - 0.026)^{2.678}$
	2011	$0.52 \leq h \leq 1.20$	$Q = 33.662 \times (h - 0.520)^{1.588}$
		$1.20 < h \leq 6.50$	$Q = 64.983 \times (h - 0.557)^{2.051}$
	2012	$0.47 \leq h \leq 1.02$	$Q = 91.071 \times (h - 0.474)^{2.586}$
		$1.02 < h \leq 4.37$	$Q = 59.712 \times (h - 0.451)^{2.018}$

된 관촌 수위관측소의 수위-유량 관계곡선식을 표시하였으며, Fig. 1은 Table 1에 해당하는 수위-유량 관계곡선식을 도시한 결과이다.

2.2 Bayesian 모형을 활용한 Multi-segmented 수위-유량 관계곡선

일반적으로 수위-유량 관계곡선식에서 저수위와 고수위의 변동점 산정시 하도 및 단면통제 특성을 기준으로 시행착오적인 방법이 활용되고 있다. 이는 저수위와 고수위를 구분하는데 있어서 다수의 반복적인 작업이 이루어지는 불편함과 더불어 분리구간을 중심으로 불연속적인 곡선이 산정되는 경우가 있다. 이와 더불어 유량자료와 같이 정구분포를 따르지 않는 경우 기존 최소자승법에 근거한 매개변수 추정은 곡선식의 불확실성을 정량적으로 해석하는데 어려움이 따른다. 따라서 본 연구에서는 이러한 문제점을 극복하고자 Bayesian 모형 기반의 Multi-Segmented 기법을 개발하여 기존 수위-유량 관계곡선식의 저수위 및 고수위 구분 시 발생하는 문제 및 추정되는 유량의 신뢰성을 높이고자 새로운 수위-유량 관계곡선 모형을 개발하였다. 즉, 일반적으로 회귀분석시 사용되는 최소자승법은 매개변수의 불확실성을 고려하지 못하는 단점이 존재하였는데, 본 연구에서는 Bayesian 기법을 도입함으로써 매개변수의 불확실성을 정량화 하고, 추정되는 유량에 대한 불확실성 구간 또한 정량적으로 산정하고자 한다.

앞서 언급하였듯이 기존 연구에서는 기본적으로 저수위·고수위 구분을 결정하는데 있어 발생하는 불확실성을 고려하지 않고 있으며, 구간 분리에 따른 통계정보의 손실에 대해 문제점이 발생하고 있다. 즉, 단순한 구간분리를 통해 수위-유량 관계곡선을 작성하는 경우 자료 전체의 분산을 고려하지 못하는 단점과 더불어 분리된 곡선간의 불연속성이 발생하는 문제점이 있다. 따라서 본 연구에서는 수위-유량 관계곡선식 매개변수에 하도 및 단면통제를 기준으로 사전분포를 부여하여 추정된 매개변수의 불확실성을 정량화 하고, 이에 따른 수위-유량 관계곡선식에 불확실성을 제시하고자 한다. 본 연구는

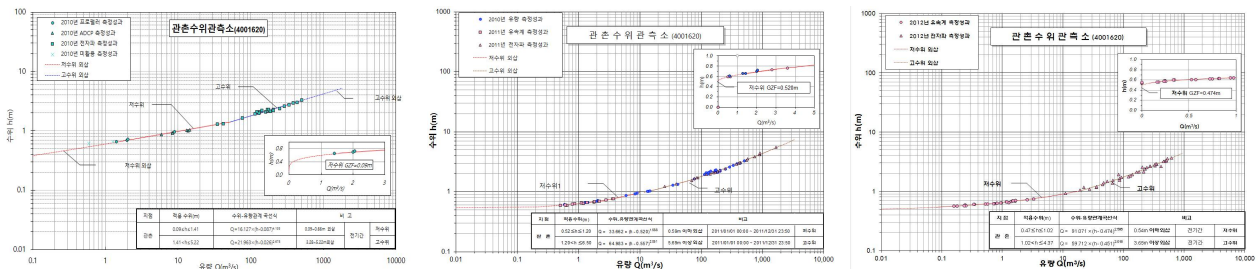


Fig. 1. The rating curve equations at gwanchon station for three different years (2010, 2011 and 2012)

Reitan and Petersen-Øverleir (2008)이 제시한 방법론을 근간으로 모형 개발이 이루어졌으며, Gibbs 샘플링 기반의 계층적 Bayesian 모형을 직접 개발하여 적용하였다. 먼저 수위-유량 관계곡선식에서 불연속적 전이 발생을 억제하기 위해 다음 Eq. (3)과 같은 제약조건을 기반으로 모형을 구축하였다.

$$q_t = a_1 + \sum_{i=1}^m b_i \Phi_i(h_t, h_z, h_{sgm}) + \epsilon_t \quad (3)$$

여기서 h_t 와 q_t 는 관측 수위와 유량을 나타내며 $h_z = (h_{z,1}, h_{z,2}, \dots, h_{z,m})$, $h_{sgm} = (h_{sgm,1}, h_{sgm,2}, \dots, h_{sgm,m-1})$ 을 나타내며 마지막으로 Φ_i 는 다음과 같이 나타낼 수 있다(Reitan and Petersen-Øverleir, 2008).

$$\Phi_i(h_t, h_z, h_{sgm}) = \begin{cases} 0 & h_t \leq h_{sgm,i-1} \\ \log(h_t - h_{z,i}) - \log(h_{sgm,i-1} - h_{z,i}) & h_{sgm,i-1} < h_t \leq h_{sgm,i} \\ \log(h_{sgm,i} - h_{z,i}) - \log(h_{sgm,i-1} - h_{z,i}) & h_t > h_{sgm,i} \end{cases} \quad (4)$$

위 Eq. (4)로부터 고정된 m 의 구간이 가정된다 하더라도 기존의 최우도법(maximum likelihood) 기반의 매개변수 추정방법은 수위-유량 관계곡선 적합시에 상대적으로 적은 자료 개수로 인해 추정되는 매개변수의 신뢰성이 결여된다는 문제점이 있는 것으로 알려져 있다(Petersen-Øverleir and Reitan, 2005). 이러한 문제점을 극복하고자 본 연구에서는 매개변수의 사후분포(posterior distribution) 추정이 가능한 Bayesian 모형을 기반으로 연구를 진행하고자 하며, 복합 특성을 가지는 수위-유량 관계곡선식의 신뢰성을 개선하고자 한다.

본 연구에서는 Bayesian 모형을 수위-유량 관계곡선식에 적용시키기 위해서 적합도 평가를 통하여 유량자료에 대해서 대수정규분포를 적용하였다. 대수정규분포의 확률밀도함수 및 누가확률밀도 함수는 다음 Eq. (5),(6)과 같다.

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (5)$$

$$F(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{e^{-\frac{(\ln(t) - \mu)^2}{2\sigma^2}}}{t} dt \quad (6)$$

이때 μ 는 위치매개변수(location parameter), σ 는 규모매개변수(scale parameter)이다. 유량 자료 계열의 분포가 대

수정규분포를 따른다고 가정할 때 수위를 고려한 Bayesian GLM (generalized linear regression) 형태의 회귀분석 모형으로 표현이 가능하며, 이는 Eq. (7)과 같다.

$$q(t) \sim \text{Lognormal}(\mu_i(t), \sigma) \quad i = 1, \dots, m \quad (7)$$

Bayesian 모형 하에 Eq. (7)의 모든 매개변수들은 확률분포를 가지게 된다. 즉, $\mu_i(t)$, σ 가 사전분포를 가지게 되며 $\mu_i(t)$ 는 수위에 따라 변동하는 함수로써 Eq. (8)과 같이 앞서 정의된 수위-유량 관계곡선 형태로 표현이 가능하다. 또한 Eq. (9)는 구간을 분리하는 지시함수로서 변동점에 따라 1 ~ m 의 값을 갖는다. 이때 i 는 관측치의 순서를 의미하여, α , β_i , h_i 은 수위-유량 관계곡선의 매개변수들을 의미한다. 여기서 β_i 와 h_i 은 구간 m 에서 각각 결정되는 회귀계수를 나타낸다.

$$p(\mu_i(t)) \sim N(\alpha + \beta_i \log(h_t - h_{z,i}), \sigma_i^2) \quad i = 1, \dots, m \quad (8-1)$$

$$i = I(h_{sgm,i-1} \leq h_t < h_{sgm,i}) \quad (8-2)$$

$$\sigma \sim G(k_\sigma, s_\sigma) \quad (9)$$

본 연구에서는 수위-유량 관계곡선식의 회귀매개변수에 대해 특성을 고려하여 사전확률분포를 할당하여 연구를 진행하였다. 즉, α , β_i , h_i 의 경우 양과 음의 값을 모두 가질 수 있도록 평균은 정규분포로 가정하였으며, α , β_i , h_i 의 분산의 경우 항상 양의 값을 가져야 하는 특성을 고려하여 Gamma 분포로 가정하였다. 이는 Eq. (10)~(14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha \sim N(\mu_\alpha, \sigma_\alpha) \quad (10)$$

$$\beta_i \sim N(\mu_{\beta_i}, \sigma_{\beta_i}) \quad i = 1, \dots, m \quad (11)$$

$$h_{z,i} \sim N(\mu_{h_{z,i}}, \sigma_{h_{z,i}}) \quad i = 1, \dots, m \quad (12)$$

$$\sigma_i \sim G(k_i, s_i) \quad i = 1, \dots, m \quad (13)$$

$$p(\alpha, \beta_i, h_{z,i}, \sigma_i) \propto 1 \quad i = 1, \dots, m \quad (14)$$

Bayes 정리에 의해서 매개변수의 사후분포는 다음 Eq.

(15)와 같이 전개될 수 있다.

$$p(\theta | h, q) = \frac{p(\theta, h, q)}{p(h, q)} \propto p(h, q | \theta) \cdot p(\theta) \quad (15)$$

여기서 $\theta = [\mu_i(t), \sigma, \alpha, \beta_i, h_{z,i}, \sigma_i]$ 는 전체매개변수들의 집합을 나타내며, $p(\theta)$ 는 매개변수들의 사전분포를 $p(h, q | \theta)$ 는 수위-유량 자료 q, h 의 우도함수(likelihood function)를 의미한다.

$$p(h, q | \theta) = \prod_{i=1}^n \text{Lognormal}(q_i, h_i | \mu(t), \sigma) \quad (16)$$

여기서, n 은 수위-유량 자료계열의 자료수를 나타낸다. Eq. (8), Eq. (9), Eq. (14),에서 정의되는 매개변수들의 사전분포들을 Eq. (16)에 대입시킴으로써 매개변수들의 사후분포를 추정할 수 있다. 또한 Eq. (17)에서는 대수정규분포의 위치 및 규모 매개변수와 회귀매개변수들을 위한 비공액사전분포(non-conjugate prior)를 이용하여 여러 매개변수들을 추정한다. 공액사전분포(conjugate prior)는 사전분포와 우도가 공액을 이룬다는 의미로서 사전분포와 사후분포가 동일한 분포를 나타내도록 사전분포를 선택하는 방법으로서 편의성을 기준으로 선택되는 방법이다. 즉, 우도함수가 이항분포를 따르는 경우 Beta 분포를 사전분포로 사용하게 되면 공액분포가 된다. 그러나 본 연구에서는 추정할 매개변수가 다수이고 모든 분포에 대해서 공액사전분포를 적용하기가 어렵기 때문에 비공액사전분포를 이용하여 사후분포를 추정하였다.

$$p(h, q | \theta) \propto \prod_{i=1}^n \text{Lognormal}(q_i, h_i | \mu(t), \sigma) \cdot N(\alpha + \beta_i \log(h(t) - h_{z,i}), \sigma_i^2) \cdot G(k_\sigma, s_\sigma) \quad (17)$$

Eq. (17)의 경우 모든 매개변수에 대한 적분을 통해 직접적으로 추정하는 것은 불가능하여, 본 연구에서는 Markov Chain Monte Carlo (MCMC) 방법을 도입하여 매개변수들의 사후분포를 추정하였다. 본 연구에서는 MCMC 방법 중 깃스포본법을 활용하여 수위-유량 관계곡선식의 회귀매개변수들을 추정하였으며, 모형의 수렴상태를 검증하기 위해 3개의 Chain을 독립적으로 시행하여 Sampling이 효과적으로 혼합(mixing)할 수 있도록 모형을 개발하였다.

최종적으로 Bayesian 회귀분석을 이용한 수위-유량 관계곡선의 실제 활용성을 검토하기 위해 섬진강권역의 관측 수위

관측소의 실측된 수위, 유량 관측자료를 대상으로 기존에 개발된 수위-유량 관계곡선식과 본 연구를 통해 개발된 Bayesian M-S곡선식을 비교분석하였으며, 사용된 매개변수는 Eq. (18)에서 사용된 일반적인 멱함수 형태의 다중구간 수위-유량 관계곡선을 이용하였다.

$$Q(h) = \begin{cases} 0 & h \leq h_{z,1} \\ C_1 (h - h_{z,1})^{b_1} & h_{z,1} < h \leq h_{sgm,1} \\ \dots & \\ C_m (h - h_{z,m})^{b_m} & h > h_{sgm,m-1} \end{cases} \quad (18)$$

여기서 Q 는 유량을 나타내며 h 는 수위를 의미하며 m 은 수위의 구간수를 나타내며, $h_{sgm,i}$ 는 구간 i 와 $i+1$ 의 천이되는 변동점을 나타낸다. $C_i, b_i, h_{z,i}$ 는 구간 i 에서 수위-유량 관계곡선 식의 매개변수를 의미한다. 매개변수 h_z 는 영점 수위를 의미하며 b 와 C 는 각각 멱지수(exponent)와 상수를 나타낸다.

3. 적용 및 고찰

3.1 대상구역

섬진강유역은 우리나라 4대강 유역의 하나로서 남해안 중서부에 위치하고 있으며 총 유역면적은 4,914 km²이고, 본류의 유로연장은 222.05 km이다. 유역의 최남단은 북위 34° 02' 6", 최북단은 북위 35° 50' 00"이며, 최동단은 동경 127° 53' 05", 최서단은 동경 126° 51' 50"이다. 본 연구에서는 섬진강 유역 내 관측 수위관측소를 대상으로 연구를 진행하였다. Fig. 2는 섬진강댐으로 유입되는 유량을 측정하는 유량 관측소에 대해 도시하였으며, Table 2는 관측 수위관측소의 수문학적 기초자료의 값을 나타낸다.

3.2 매개변수 추정 및 불확실성 분석결과

수위-유량 관계곡선식의 불확실성은 기본적으로 수위-유량 관계곡선식에 사용되는 매개변수에서 기인하게 된다. 뿐만 아니라 동일 수위에서 관측된 유량값의 오차는 고수위로 갈수록 더욱 증가하게 되는데, 이러한 문제를 해결하고자 부득이하게 저수위와 고수위를 나누어 1개의 수위-유량 관계곡선에서 2개의 수위-유량 관계곡선식을 산출하고 있다. 이때 저수위와 고수위를 나누는 데에 있어 하도 및 단면특성을 고려되고 있으나 최소자승법을 근간으로 반복시행을 통해 최적 분리구간을 추정하며, 불연속적 곡선식으로 추정이 이루어지는 등 분리구간 선정 및 매개변수 추정에 대한 불확실성 평

Table 2. Specifications at gwanchon station

Station	Competent authority	Observation date	Watershed	Area (km ²)	Maximum water level (m)	Design flood discharge (CMS)
Gwanchon	K-water	1990.12.15	Seomjin river	364.31	7.5	1,390

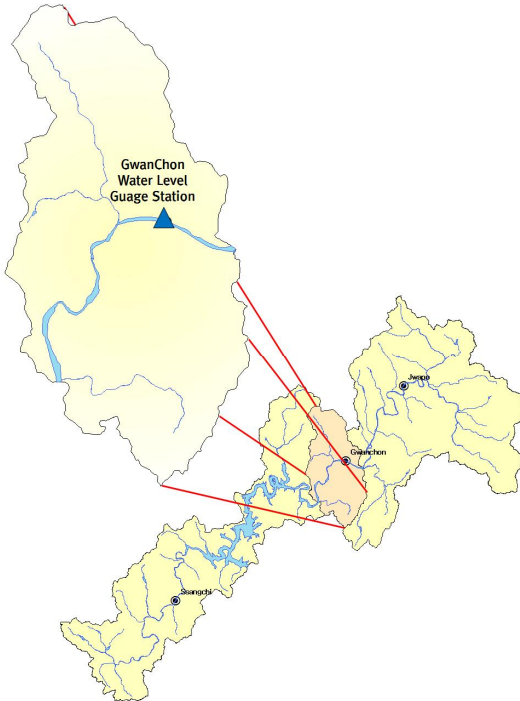


Fig. 2. A basin of seomjin river dam

가는 고려되지 않고 있다. 이러한 점에서 본 연구에서는 매개 변수 및 수위-유량 관계의 불확실성을 고려하기 위해 본 연구에서는 Bayesian M-S 기법을 적용하였다. 이를 통해 수위-유량 관계곡선식 매개변수들의 사후분포를 추정하고, 매개변수의 최적화수행 및 불확실성을 평가하였다. 또한 변동점 분석을 연동시켜 기존의 저수위와 고수위를 구분하는 방법을 개선하였다.

앞서 언급하였듯이 Bayesian 기법은 기존 최소자승법 및 최우도법과는 다르게 모든 매개변수에 확률분포를 부여하고 최종적으로 사후분포를 추정이 가능하기 때문에 매개변수의 불확실성을 객관적으로 정량화 할 수 있다. 즉, 본 절에서는 Bayesian GLM 기법을 이용한 수위-유량 관계곡선식의 실제 활용성을 검토하기 위해 수위-유량 관측자료를 대상으로 기존 수위-유량 관계곡선식과 본 연구를 통해 개발된 수위-유량 관계곡선식을 비교 분석 하였다.

본 연구에서는 각 매개변수별로 5,000번 모의를 수행하였으며 최종적으로 수위-유량 관계곡선식의 매개변수 별 사후

분포를 도출하였다. Fig. 3에서 파란 실선은 각 매개변수들의 불확실성 범위를 나타낸다. 그림에서 볼 수 있듯이 각 매개변수 별 사후분포는 사전분포에 가정한 형태를 동일하게 따르는 것을 볼 수 있다. Table 3은 도출된 사후분포로부터 최종적으로 매개변수의 불확실성 범위를 나타내며, 매개변수별 2.5%, 50%, 97.5%의 Quantile을 추출하여 매개변수의 불확실성 구간을 정량적으로 산정하였다. 매개변수들의 사후분포를 보면 양(+)과 음(-)의 값이 교차하는 구간이 상대적으로 적은 것을 확인할 수 있으며, 이는 매개변수들이 통계적인 유의성을 가지고 있음을 의미한다.

3.3 Bayesian 모형을 이용한 수위-유량 관계곡선 산정 결과

본 연구에서는 앞서 언급하였듯이 Bayesian M-S 모형을 적용하여 수위-유량 관계곡선식을 개발하였으며, 분리구간 산정을 포함해서 연속적인 수위-유량 관계곡선식으로 추정이 가능하였다. 이는 앞서 도출한 매개변수 별 사후분포 값을 활용하여 수위-유량 관계곡선식에서 발생하는 불확실성을 정량적으로 산정하였으며, 도출된 결과는 Fig. 4와 같다. 본 연구에서 개발된 Bayesian M-S 모형의 경우 저수위와 고수위가 구분되는 변곡점을 Bayesian 모형 내에서 추정할 수 있었으며, 추정되는 유량의 불확실성 구간을 정량적으로 제시할 수 있는 장점을 확인할 수 있었다. 그림에서 살펴 볼 수 있듯이 수위-유량 관계곡선식의 경우 고수위로 갈수록 추정되는 유량값의 불확실성이 크게 증가하는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 4에서 검은 점선은 각 관측소에서 산정된 수위-유량 관계곡선식으로 도출한 값이며, 파란 실선은 Bayesian M-S 모형을 통해 도출된 중간값을 의미한다. 또한 빨간 점의 경우 관측된 유량을 도시한 결과이다. 그림에서 살펴 볼 수 있듯이 기존 수위-유량 곡선의 경우에도 관측 자료와 매우 유사한 거동을 하는 것을 확인할 수 있었다. 다만 본 연구의 경우 상대적으로 자료가 부족한 고유량 부분에서도 불확실성을 정량적으로 표현할 수 있는 장점을 확인할 수 있었다. 이와 더불어 기존 수위-유량 관계곡선 작성 시 분리구간을 설정하고 여러 번 반복시행을 통해 최적의 수위-유량 곡선을 작성하는 번거로움이 존재하며, 신뢰성이 다소 결여되는 문제가 있다. 즉, 기존 수위-유량 관계곡선의 경우 분리구간이 1.0~1.4 m에서 형성

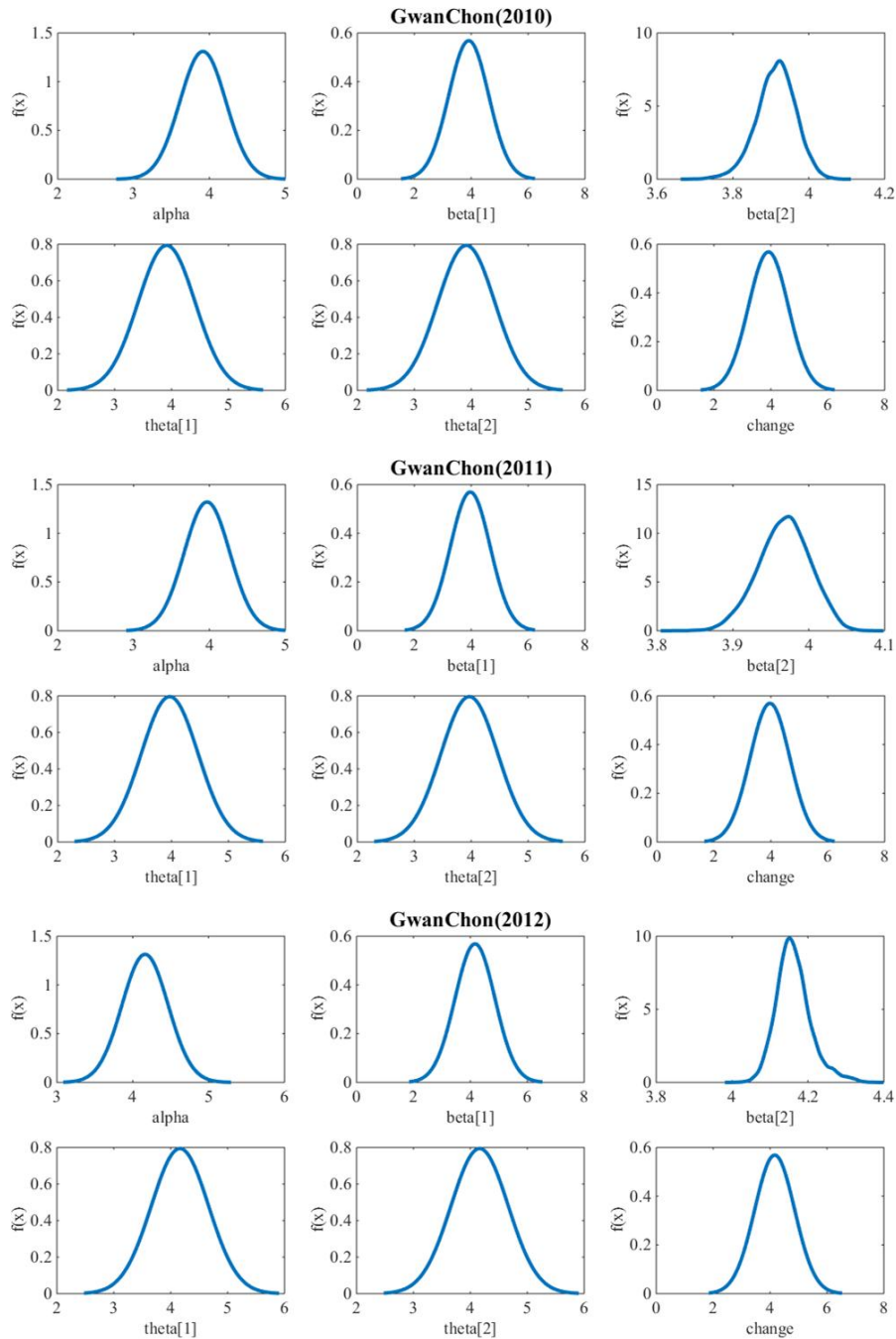


Fig. 3. Posterior distributions of model parameters at gwanchon for three different years

되고 있는 반면 본 연구에서는 대부분 2.0~3.0m 범위에서 구간분리가 이루어지고 있다. 실제 유량 측정 단면을 보면 단면 확폭이 이루어지는 구간은 2~4m 라 판단되며, 기준 수위-유량 관계곡선의 경우 물리적 관점에서 신뢰성이 다소 결여된다고 할 수 있다. 이는 상대적으로 작은 범위 내에서 반복수행을 통해 모형오차가 최소가 되는 구간을 찾는 과정에서 나타나는

문제로 판단된다. 이에 반해 본 연구에서 제안한 방법의 경우 하도 및 단면 통제가 예상되는 변동구간을 사전분포로 할당하고 수위-유량 관계로부터 확률통계적으로 재현가능성이 가장 상태 즉, 우도가 최대가 되도록 모형을 최적화하는 과정이 수행된다. 이를 통하여 수위-유량 관계곡선의 최적 매개변수의 추정과 더불어 불확실성을 동시에 정량화가 가능한 장점

을 확인할 수 있었다. 본 연구에서 개발한 Bayesian M-S 모형으로 산정된 중간값의 경우 기존 수위-유량 관계곡선식과 유사한 결과를 도출할 수 있었으나, 불확실성 정량화 측면에서 매우 우수한 결과를 확인할 수 있었으며, 불확실성 범위내에 수위-유량 관측자료가 대부분 위치하고 있는 것도 확인할 수 있었다. 이와 더불어 수위-유량 관계곡선식으로 추정된 유량과 관측유량과의 적합성을 통계적 지표로 평가하여 다음 Table 4에 나타내었다.

통계적 평가 수단 사용된 지표 중 상관계수(Coefficient of

Correlation) R은 모형의 효율성을 나타내는 무차원 기준으로 1에 근접할수록 모의능력이 우수함을 뜻한다. 또한 Nash and Sutcliffe (1970)가 제안한 N-S (Nash-Sutcliffe)계수는 통계

Table 3. Credible interval of model parameters derived from posterior distribution

Station	Parameters	Mean	Std	2.5%	Median	97.5%
Gwanchon (2010)	α	3.913	0.051	3.805	3.916	4.008
	β_1	2.273	0.065	2.148	2.270	2.410
	β_2	1.096	32.040	-61.520	0.777	63.980
	θ_1	0.463	0.014	0.432	0.464	0.490
	θ_2	0.310	0.178	0.016	0.310	0.597
	h'	2.186	0.655	1.060	2.224	3.214
Gwanchon (2011)	α	3.968	0.034	3.899	3.969	4.031
	β_1	2.209	0.044	2.132	2.204	2.307
	β_2	0.718	31.540	-60.870	0.899	62.180
	θ_1	0.465	0.009	0.446	0.465	0.480
	θ_2	0.299	0.172	0.014	0.300	0.578
	h'	2.712	1.219	1.078	2.493	5.302
Gwanchon (2012)	α	4.162	0.046	4.083	4.158	4.273
	β_1	2.099	0.085	1.982	2.081	2.303
	β_2	0.983	31.500	-60.490	0.961	62.840
	θ_1	0.506	0.009	0.487	0.507	0.520
	θ_2	0.276	0.163	0.012	0.274	0.547
	h'	2.100	0.772	1.037	1.973	3.526

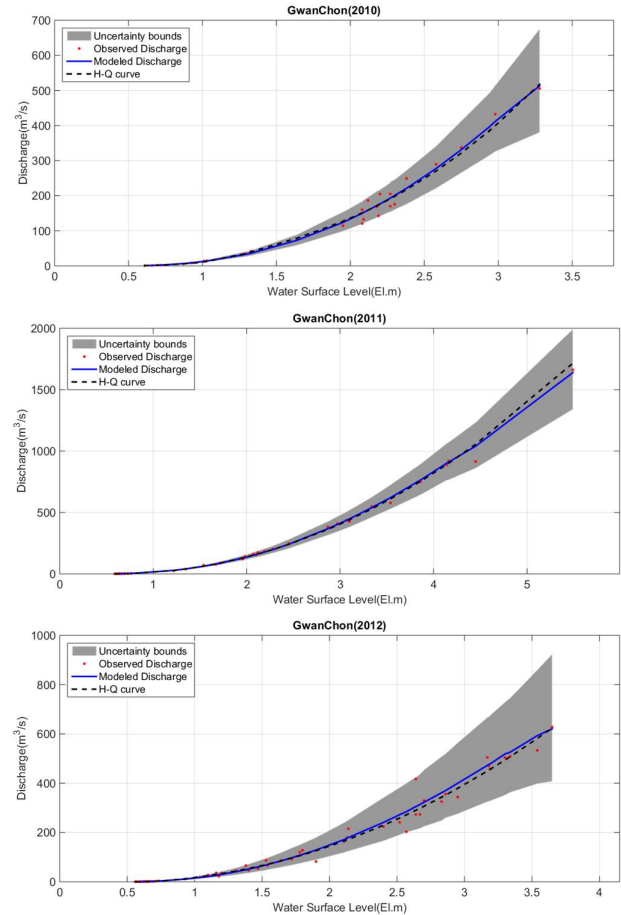


Fig. 4. A comparison between Bayesian M-S and rating curve at gwanchon station. the thick blue line indicates median value of rating curve estimated from Bayesian M-S model. The red dots are observed discharge and the black dot line is a least square method based rating curve at gwanchon station

Table 4. A comparison through statistical assessment between observed and simulated discharge

Statistics	2010		2011		2012	
	H-Q	Bayesian	H-Q	Bayesian	H-Q	Bayesian
R	0.9934	0.9942	0.9981	0.9982	0.9898	0.9899
N-S	0.9865	0.9884	0.9948	0.9961	0.9796	0.9779
RMSE	15.7320	14.5446	25.6598	22.3931	25.7725	26.8367
mean (Obs)	131.5785		249.0213		154.5757	
mean (Sim)	130.6542	131.6913	252.6160	252.0143	153.5456	158.7440
std (Obs)	137.2985		361.9141		182.3141	
std (Sim)	134.1305	136.0850	374.4671	368.0149	180.4052	187.5099

적 기준으로 편의를 줄일 수 있는 무차원계수로서 모의된 유출곡선이 실제 유출곡선과 잘 일치할수록 N-S계수가 1에 가까워지는 성질이 있다. 이 기준은 무차원양으로서 자료의 개수에 관계없이 절대적 평가기준이 될 수 있다. 기본 통계치를 비교한 결과 기존 방법과 큰 차이는 없지만 대부분의 지표에서 다소 개선된 결과를 도출해 주고 있는 것을 확인할 수 있었다. 모형의 잔차에 대해서 이등분산성(heteroscedasticity)을 유무를 White Test (White, 1980)를 통해 검토한 결과 유의수준 5%에서 통계적으로 유의하지 않는 것을 확인할 수 있었으며, 잔차의 자기상관성도 통계적으로 유의하지 않는 것으로 평가되었다. 이러한 점에서 기존 최소자승법에 근거한 수위-유량관계곡선의 경우와 큰 차이를 나타내지 않은 것으로 판단된다. 그러나 본 연구에서 제시된 방법론의 신뢰성 있는 매개변수 추정과 더불어 가장 큰 장점은 불확실성을 정량화 할 수 있다는 점에서 기존 방법론과 차별성을 갖는다 할 수 있다.

4. 결론 및 토의

하천유량 자료는 강우량 자료와 함께 수문설계에서 가장 중요한 수문자료로서 인식되고 있으며 정확한 수문모형을 구축하는데 있어 필수적으로 요구되는 자료이다. 그러나 기술적 및 경제적인 문제로 인해 하천 수위와 그에 따른 유량의 측정은 매일 정확한 시간에 측정하는 것은 물리적으로 불가능하다. 따라서 갈수위, 저수위, 고수위 등으로 구분하여 측정된 수위와 유량자료를 수위-유량 관계곡선식으로 도출하여 간접적으로 유량을 산정하고 있다. 그러나 이때 산정되는 수위-유량 관계곡선식의 경우 저수위 및 고수위 분리와 더불어 고수위 자료 부족으로 인해 특히 고수위에 따른 유량환산시 상당한 불확실성을 내포하고 있으나, 이에 대한 정량적 평가는 부족한 실정이다. 기존 수위-유량 관계곡선식에서도 신뢰구간을 제시해주고 있지만, 자료의 분포를 정규분포로 가정된 결과로서 유량자료의 실제 특성을 효과적으로 반영하지 못한다고 할 수 있다. 이러한 이유로 본 연구에서는 하천특성의 중요한 기초자료인 수위-유량 관계곡선을 개발하는데 있어 불확실성을 정량화 하고 단면 및 하도통계 특성을 기준으로 저수위 및 고수위 분리가 가능한 확률통계학적 모형을 개발하여 기존 수위-유량 관계곡선의 문제점을 개선하는데 중점을 두고 연구를 진행하였다. 본 연구에서 도출한 결과는 다음과 같이 요약할 수 있다.

첫째, 기존 수위-유량 관계곡선식 산정시 저수위 및 고수위를 분리하는데 있어 단면 및 하도통계 특성을 기준으로 시행

작오적 방법에 의해 결정되었다. 즉, 저수위와 고수위를 구분하는 기준이 명확하지 않아 수위-유량 관계곡선 작성시 다수의 반복작업과 더불어 분리구간에서 불연속적인 형태의 관계곡선식이 유도되는 경우가 존재하였다. 본 연구에서는 이러한 점을 개선하고자 단면 및 하도통계를 기준으로 사전확률분포를 부여하고 활용할 수 있는 Bayesian M-S 기법을 개발하였으며, 분리구간에 합리적 결정과 더불어 연속성을 가지는 수위-유량 관계곡선식 유도가 가능하였다.

둘째, 본 연구에서는 Bayesian 기법을 기반으로 기존 수위-유량 관계곡선 모형을 개발하였으며, 수위-유량 관계곡선식의 모든 매개변수의 사후분포를 정량적으로 유도할 수 있었다. 또한 추정되는 유량에 대한 불확실성 구간을 사후분포로부터 정량적으로 추정할 수 있는 장점을 확인할 수 있었다.

본 연구는 기존 수위-유량 관계곡선식 작성에 있어 상대적으로 연구가 미진했던 불확실성 평가를 개선하는데 목적이었으며, 향후 수위-유량 측정 성과에 대한 신뢰성을 평가하는 활용이 가능할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토교통부 물관리사업의 연구비지원(14AWMP-B082564-01)에 의해 수행되었습니다.

References

- Block, P.J., Filho, F.A.S., and Kwon, H.-H. (2009). "A Streamflow Forecasting Framework using Multiple Climate and Hydrological Models." *Journal of The American Water Resources Association*, Vol. 45, No. 4, pp. 828-843.
- Kim, J.-Y., Kwon, H.-H., and Lim, J.-Y. (2014). "Development of Hierarchical Bayesian Spatial Regional Frequency Analysis Model Considering Geographical Characteristics." *Journal of Korea Water Resources Association, KWRA*, Vol. 47, No. 5, pp. 469-482.
- Kim, S.U., and Lee, K.S. (2008). "Identification of Uncertainty in Fitting Rating Curve with Bayesian Regression." *Journal of Korea Water Resources Association, KWRA*, Vol. 41, No. 9, pp. 943-958.
- Kwon, H.-H., Filho, F., Block, P., Sun, L., Lall, U., and Reis Jr, D. S. (2012a). "Uncertainty Assessment of Hydrologic and Climate Forecast Models in Northeastern Brazil." *Hydrological Processes*, Vol. 26, pp. 3875-3885.
- Kwon, H.-H., Kim, J.-G., Lee, J.S., and Na, B.-K. (2012b). "Uncertainty Assessment of Single Event Rainfall-Runoff

- Model using Bayesian Model.” *Journal of Korea Water Resources Association*, KWRA, Vol. 45, NO. 5, pp. 505-516.
- Kwon, H.-H., Moon, Y.-I., Kim, B.-S., and Yoon, S.-Y. (2008). “Parameter Optimization and Uncertainty Analysis of the NWS-PC Rainfall-Runoff Model Coupled with Bayesian Markov Chain Monte Carlo Inference Scheme.” *Journal of Korean Society of Civil Engineer*, Vol. 28 No. 4B, pp. 363-467.
- Lee, W.S., Kim, S.U., Chung, E.-S., and Lee, K.S. (2008). “Improvement of Rating Curve Fitting Considering Variance Function with Pseudo-likelihood Estimation.” *Journal of Korea Water Resources Association*, KWRA, Vol. 41, No. 8, pp. 807-823.
- Li, P.-H., Kwon, H.-H., Sun, L., Lall, U., and Kao, J.-J. (2010). “A Modified Support Vector Machine based Prediction Model on Streamflow at the Shihmen Reservoir, Taiwan.” *International Journal of Climatology*, Vol. 30, pp. 1256-1268.
- Ministry of Land, Infrastructure and Transport. (2010). “Korea Annual hydrological report.”
- Ministry of Land, Infrastructure and Transport. (2011). “Korea Annual hydrological report.”
- Ministry of Land, Infrastructure and Transport. (2012). “Korea Annual hydrological report.”
- Nash, J.E., and Sutcliffe, J.V. (1970). “River Flow Forecasting through Conceptual Models Part I-A Discussion of Principles.” *Journal of Hydrology*, Vol. 10, pp. 282-290.
- Petersen-Øverleir, A. (2005). “A Hydraulics Perspective on the Power-law Stage-discharge Rating Curve.” NVE report 05-05, *Norwegian Water Resources and Energy Directorate*, pp. 28.
- Petersen-Øverleir, A. and Reitan, T. (2005) “Objective Segmentation in Compound Rating Curves.” *Journal of Hydrology*, Vol. 311, Issues 1-4, pp. 188-201.
- Reitan, T., and Petersen-Øverleir, A. (2006). “Existence of the Frequentistic Regression Estimate of a Power-law with a Location Parameter, with Applications for Making Discharge Rating Curves.” *Stoch. Environ. Res. Risk Asses*/, Vol. 20, No. 6, pp. 445-453.
- Reitan, T., and Petersen-Øverleir, A. (2008). “Bayesian methods for estimating multi-segment discharge rating curves”, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, Vol. 23, No. 5, pp. 627-642.
- Seber, G.A.F., and Wild, C.J. (1989). “Nonlinear Regression.” New York: John Wiley and Sons.
- White, H. (1980). “A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity.” *Econometrica*, Vol. 48, No. 4, pp. 817-838.
- Xu, K., Brown, C., Kwon, H.-H., Lall, U., Zhang, J., Hayashi, S., and Chen, Z. (2007). “Climate Teleconnections to Yangtze River Seasonal Steamflow at the Three Gorges Dam, China.” *International Journal of Climatology*, Vol. 27, pp. 771-780.
- Yoon, Y.N. (2007). “Hydrology - Basics and Application.” CheongMoonGak