

<학술논문>

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2016.40.2.185>

ISSN 1226-4873(Print)
2288-5226(Online)

통계 기반 모델 개선을 위한 임팩트 해머 실험의 오차 요인 분석

이 수* · 이진우*†

* 아주대학교 기계공학과

Investigation of Error Factors from an Impact Hammer Test for Developing a Statistic Based Technique for Model Updating

Su Lee* and Jin Woo Lee*†

* Division of Mechanical Engineering, Ajou Univ.

(Received September 17, 2015 ; Revised November 6, 2015 ; Accepted November 16, 2015)

Key Words: Finite Element Analysis(유한 요소 해석), Impact Hammer Test(임팩트 해머 실험), Uncertainty(불확실성), Frequency Response Function(주파수 응답 함수), Natural Frequency(고유 주파수)

초록: 본 논문에서는 통계적인 기법을 기반으로 유한 요소 모델을 개선하기 위해 수행되는 임팩트 해머 실험에서 발생할 수 있는 오차 요인을 분석하고, 오차를 줄일 수 있는 방안을 제시한다. 먼저, 이론 모델과 실험을 통해, 실험 과정과 측정된 신호를 후처리 하는 과정에서 발생할 수 있는 오차 요인을 파악한다. 실험 오차 요인으로 가진력의 지속 시간과 크기, 시편을 지지대와 연결하는 고무줄의 강성과 위치, 응답 신호를 측정하기 위해 시편에 부착하는 가속도계의 위치와 질량을 고려하고, 이에 따른 고유 모드와 고유 주파수의 변화를 살펴본다. 그리고, 디지털 신호 처리 과정에서는 말뚝 울타리 효과, 누설, 지수 창 함수 사용에 의한 오차를 살펴보고, 이런 오차를 줄일 수 있는 방법을 제시한다.

Abstract: In this work, experimental errors from an impact hammer test were investigated to develop a statistic-based technique for updating a finite element model. Digital signal processing was analyzed by using theoretical models and experiments when errors occurred during the experimental procedure. First, the duration time and peak level of the excitation signal, the stiffness and position of elastic springs connecting the specimen as well as the support, position and mass of the accelerometer were considered as error factors during the experiment. Then the picket fence effect, leakage, and exponential window function were considered as candidate error factors during the digital signal processing. Finally, methods to reduce errors are suggested.

1. 서론

실험 결과와 비교하여 유한 요소 해석 결과의 유효성을 살펴볼 때 주파수 응답 함수(Frequency response function)가 널리 사용된다. 유한 요소 프로그램과 실험에서 구한 주파수 응답 함수의 고유 주파수를 서로 비교하여 해석 모델의 정확도를 판단하거나 유한 요소 모델을 업데이트하는 연구가 많이 진행되고 있다.⁽¹⁾ 그러나, 실험을 통해 얻어진 주파수 응답 함수는 시스템 물성치의 불확실성(Uncertainty)과 실험 과정과 디지털 신호 처리 과

정 등에서 존재할 수 있는 오차(Error)에 의한 불확실성을 내포하고 있다.

최근에는 물성치의 불확실성을 고려한 해석 결과와 실험 결과를 통계적 기법을 이용하여 비교하는 연구에 대한 관심이 높아지고 있다. Angeli 등⁽²⁾은 시스템 질량과 강성 행렬의 불확실성이 고유 주파수에 미치는 영향을 살펴보았다. Gao⁽³⁾는 물성치의 불확실성을 고려한 구조물의 고유 주파수와 고유 모드를 유한 요소 모델을 이용하여 계산하였다. 이런 연구들은 복잡한 시스템에 적용하기 어렵거나 실제 실험으로 검증되지 못하였다.

실험 과정에서 발생하는 불확실성 요인에 대해 연구한 Carne 와 Dohrmann⁽⁴⁾은 경계 조건이 진동

† Corresponding Author, jinwoolee@ajou.ac.kr

© 2016 The Korean Society of Mechanical Engineers

계의 모달 변수(Modal parameter)에 미치는 영향을 질량-스프링 진동계를 이용하여 이론적으로 살펴 보았다. Baldanzini 와 Pierini⁽⁵⁾는 부가 질량이 주파수 응답 함수에 미치는 영향을 이론적으로 고찰하였다. Kotambkar⁽⁶⁾는 부가 질량의 크기와 위치에 따른 고유 주파수의 변화를 유한 요소 해석과 실험으로 입증하였으며, Baharin 과 Rahman⁽⁷⁾은 부가 질량의 크기와 위치에 따른 고유 모드의 변화를 살펴 보았다. 이외에도 실험 과정에서 존재할 수 있는 불확실성에 대해 이론적으로 살펴보거나 실제 실험이나 유한 요소 해석 등을 통해 검증하는 연구^(8,9)가 다수 진행되었지만, 불확실성에 의한 오차를 줄이는 방법에 대한 연구는 부족하였다.

측정된 시간 신호(Time signal)를 주파수 영역으로 변환하는 신호 처리(Signal processing) 과정에서도 오차가 발생할 수 있다. Koruk 와 Sanliturk⁽¹⁰⁾는 유한 시간 동안 측정된 응답 신호에 곱해지는 지수 함수(Exponential function)에 의해 발생한 감쇠 불확실성에 대해 살펴보았다. Ahn 과 Jeong⁽¹¹⁾은 지수 함수 사용으로 인해 발생할 수 있는 오차를 줄이는 연구를 수행하였다. Tondreau 등⁽¹²⁾은 실험에서 발생하는 오차 요인을 노이즈(Noise)로 가정하고, 신호 대 잡음비(Signal to noise ratio)와 불확실성의 관계를 통계적으로 살펴보았다. Griffith 등⁽¹³⁾은 실제 실험을 통해 측정된 값의 오차 요인이 경계 조건 및 신호 처리 방법에 있을 수 있음을 입증하였다.

시스템 물성치의 불확실성만을 고려하여 실험 고유 주파수의 통계적인 분포를 살펴 볼 때, 다수의 시편에 대해 실험이 진행되어야 하며 물성치의 불확실성을 제외한 다른 불확실성에 의한 오차를 줄이는 노력이 필요하다. 이러한 실험 오차들을 줄이기 위해 Ashory^(14,15)는 가속도계 질량과 주파수 응답 함수 사이의 관계식을 유도하고 오차를 보정하는 방법을 연구 하였으며, Hosoya 등⁽¹⁶⁾은 더미 질량(Dummy mass)을 이용하여 주파수 응답 함수의 오차를 보정하려 하였다. Lee⁽¹⁷⁻¹⁹⁾는 시스템의 질량 행렬과 강성 행렬을 이용하여 계산한 감도계수를 사용하여 부가 질량에 의한 오차를 보정하고자 하였다. Silva 등⁽¹⁷⁻¹⁹⁾도 부가 질량과 주파수 응답 함수 간의 관계식을 유도하고, 다수의 가속도계로부터 동시에 측정된 주파수 응답 함수들을 이용하여 오차를 보정하는 방법을 연구하였다. 이러한 연구는 다소 복잡한 수학적 계산 과정을 포함하기에 평판 등의 단순 구조물에서만 그 유효성이 입증되었다. 또한, 이러한 연구들은 개별적인 실험 오차를 보정하는 것에 국한되고 있다. 따라서 다양한 오차 요인들을 정리하고 이런 오차

요인들을 종합적으로 줄이는 노력이 필요하다. 본 논문에서는 임팩트 해머 실험(Impact hammer test)에서 발생할 수 있는 오차 요인들을 살펴보고, 이 오차 요인들을 줄일 수 있는 방법들을 제시하고자 한다. 이를 위해 1 또는 2 자유도 진동계나 유한 요소 모델을 이용하여 이론 해석을 진행하고, 사각 평판에 대해 임팩트 해머 실험을 수행한다. 결론부에서는 실험 오차를 가능한 줄일 수 있는 방법을 제시하고, 실험 고유 주파수가 가지는 불확실성에 대해서 정리한다.

2. 임팩트 해머 실험과 오차 요인

Fig. 1 과 Fig. 2 는 각각 일반적인 임팩트 해머 실험 구성도와 실험 과정을 나타낸다. 가속도계(Accelerometer)를 장착한 시편(Specimen)을 지지대(Support)에 설치한 후 임팩트 해머(Impact hammer)

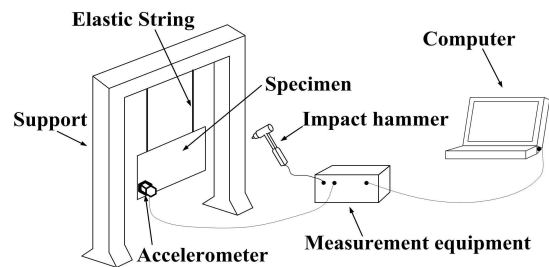


Fig. 1 Schematic diagram for an impact hammer test

Experimental equipment

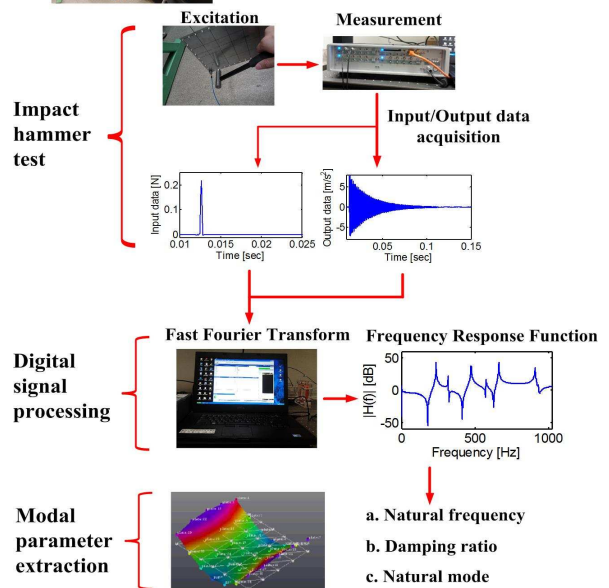


Fig. 2 Experimental modal analysis

로 가진하여 입력(Input)과 출력(Output) 신호를 계측 장비(Measurement equipment)로 받는다. 측정된 신호는 컴퓨터에 내장된 전용 실험 해석 프로그램에서 이산 신호 처리(Digital signal processing) 과정을 거쳐서, 최종적으로 모달 파라미터(Modal parameter: 고유 주파수, 고유 모드, 감쇠비)를 얻을 수 있다. 본 연구에서는 LMS 사의 Scadas mobile(SCR05-16)과 Test Lab(Rev. 10A)이 계측 장비와 진동 실험 해석 프로그램으로 사용된다.

이렇게 얻어진 구조물의 실험 고유 주파수와 유한 요소 해석에서 얻은 고유 주파수의 불일치는 사용된 시편의 제작 오차, 실험 환경에 의한 오차, 이산 신호 처리 과정에서 발생하는 오차, 유한 요소 모델의 물성치 오차 등에 기인한다. 이러한 오차 요인 중 본 연구에서는 실험 환경에 의한 오차와 이산 신호 처리 과정에서 발생하는 오차 요인을 분석하고, 그 오차를 줄이는 방법을 제안하고자 한다.

3. 실험 환경에 의한 오차

3.1 가진력의 불확실성

임팩트 해머 실험을 통해 주파수 응답 함수를 측정할 때, 모든 주파수 영역에서 가능한 동일한 크기의 가진력을 발생시키기 위해서는 입력 신호는 시간 영역에서 식 (1)과 같이 델타 함수(Delta function)이어야 한다. 그러나, 실제 실험에서는 Fig. 3(a)와 같은 형태로 가진하게 되며, 이 가진력은 Fig. 3(b)와 같이 단순화 할 수 있다. 즉, 가진력의 지속 시간(T_0), 가진력 피크값(F_{max})과 충격량(A) 등으로 실제 가진력의 특징을 나타낼 수 있다. Fig. 4의 1 자유도 질량-강성-감쇠 진동계에 식 (2)와 같은 힘($F(t)$)이 작용할 때의 응답은 식 (3)의 상태공간 방정식으로 얻을 수 있다. 식 (2)에서의 함수 $u(t)$ 는 단위 계단 함수이고, $x_1(t)$ 는 변위, $x_2(t)$ 는 속도를 나타낸다. 식 (2)와 (3)을 이용하여 얻어진 가진력($F(t)$)과 진동 변위($x(t)$)의 시간 신호를 주파수 변환하여 주파수 응답 함수를 구한다. 가진력의 함수 형태가 일정할 때, 세 변수(T_0, F_{max}, A)중 두 변수만 독립적으로 변한다. 따라서, 가진력의 지속시간과 피크값이 독립적으로 변화할 때, 주파수 응답 함수의 변화를 살펴본다. 두 경우에, 질량(m)은 1 kg, 강성값(k)은 1.6×10^6 N/m, 감쇠값(c)는 25 N·s/m 를 사용한다. 식 (3b)에서, 출력 신호 $y_1(t)$ 은 질량 요소 (m)의 변위를, $y_2(t)$ 는 질량 요소 (m)의 속도를 나타낸다.

$$F(t) = \delta(t) \tag{1}$$

$$F(t) = F_{max}e^{g(t)}(u(t) - u(t - T_0)) \tag{2a}$$

$$g(t) = -8\left(\frac{2t}{T_0} - 1\right)^2 \tag{2b}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1/m \end{Bmatrix} F(t) \tag{3a}$$

$$\begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} \tag{3b}$$

3.1.1 가진력 지속 시간의 영향

가진력의 지속시간 (T_0)이 주파수 응답 함수에

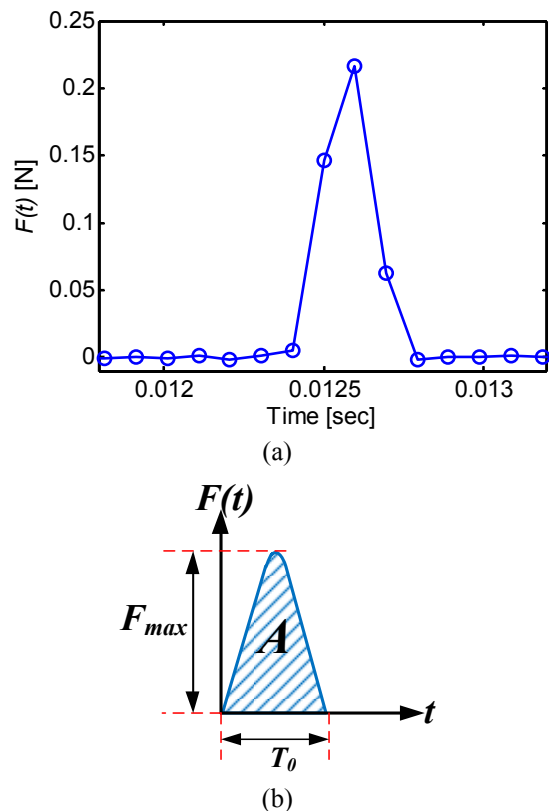


Fig. 3 Excitation signal in an impact hammer test: (a) Measured excitation signal and (b) Simplified excitation signal

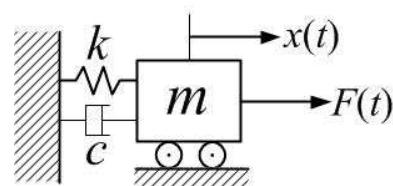


Fig. 4 One-degree-of freedom vibrating system

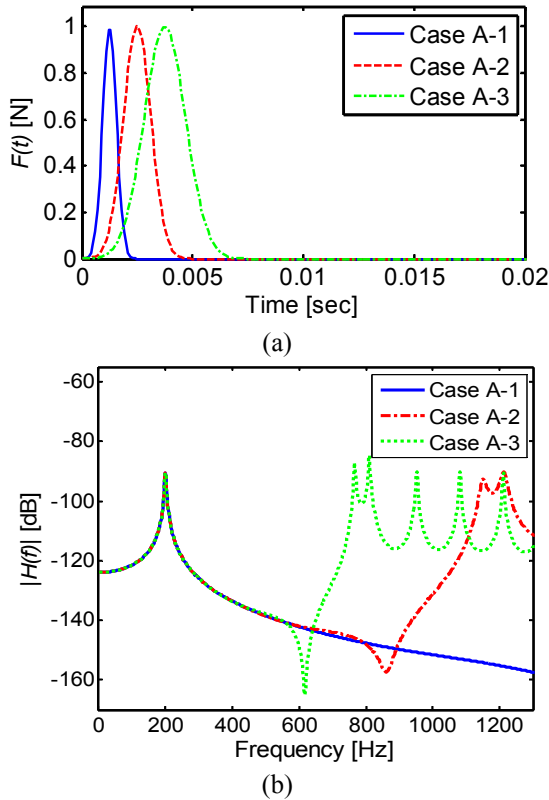


Fig. 5 Effect of the duration time (T_0) of the input signal on the frequency response function: (a) Input signals with different duration times and (b) Frequency response functions

미치는 영향을 알아보기 위하여, Fig. 5(a)와 같이 가진력 피크값($F_{max} = 1$ N)은 동일하지만 T_0 가 다른 3개의 가진력에 대한 주파수 응답 함수($H(f)$)의 절대값을 Fig. 5(b)에 나타내었다: $T_0 = T_{ref}$ (Case A-1); $T_0 = 2 \times T_{ref}$ (Case A-2); $T_0 = 3 \times T_{ref}$ (Case A-3); $T_{ref} = 2.50 \times 10^{-3}$ sec.

Fig. 5(b)에서 보는 것과 같이 가진력의 지속시간 (T_0)이 충분히 짧지 못 할 경우, 피크 주파수가 한 개만 존재해야 하는 1 자유도 시스템의 주파수 응답 함수에서 여러 개의 피크가 관측되는 잘못된 결과를 얻을 수 있다. 따라서, 관심 주파수 대역을 고려하여 가능한 가진력의 지속시간을 짧게 해야 한다. 실제 실험에서 고무나 플라스틱보다 알루미늄이나 철과 같은 금속을 임팩트 해머의 팁(Tip)으로 사용하면 지속시간을 줄여서 가진 주파수 범위를 넓힐 수 있다.

3.1.2 가진력 피크값의 영향

Fig. 4의 시스템에 대하여 Fig. 6(a)와 같이 지속시간($T_0 = T_{ref}$)을 같게 하고 가진력의 피크값만 다

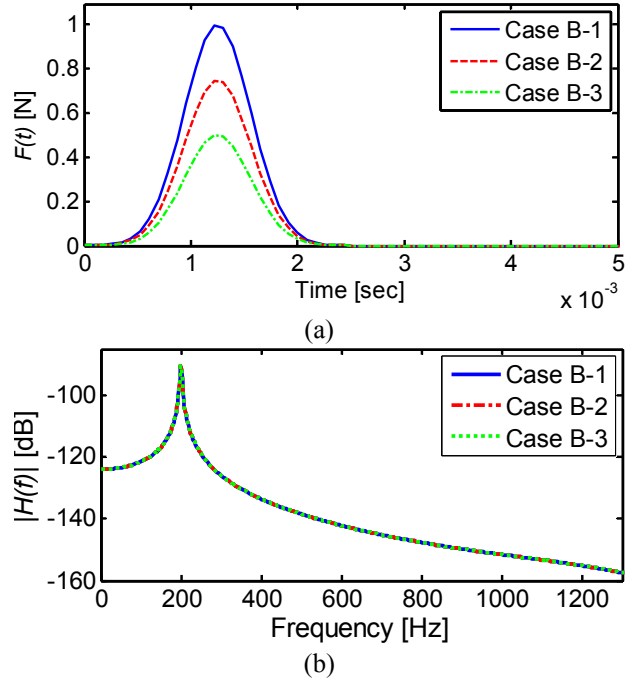


Fig. 6 Effect of the peak value of the input signal on the frequency response function: (a) Input signals with different peak values; (b) Frequency response functions

르게 하여 계산된 주파수 응답 함수를 Fig. 6(b)에서 비교한다. : $F_{max} = F_{ref}$ (Case B-1); $F_{max} = 0.75 \times F_{ref}$ (Case B-2); $F_{max} = 0.5 \times F_{ref}$ (Case B-3); $F_{ref} = 1$ N. Fig. 6(b)에서 보듯이 가진력의 피크값은 주파수 응답 함수에 영향을 주지 않음을 알 수 있다. 따라서, 가진력이 응답점에 도달하는 동안 감쇠에 의해 크기가 줄어들더라도 주변 잡음에 비해 충분히 크다면, 필요 이상으로 크게 발생시킬 필요는 없다는 것을 알 수 있다.

3.2 시편과 지지대 연결부의 불확실성

3.2.1 연결부 강성의 영향

Fig. 7(a)와 같이 모든 경계가 자유단(Free end)인 유한 요소 모델을 이용하여 계산된 고유 주파수의 정확도를 실험적으로 검증할 때, 동일한 시편을 제작하여 Fig. 7(b)와 같이 고무줄(Elastic string) 등으로 지지대에 매달아서 임팩트 해머 실험을 수행하는 방법이 널리 사용된다. Fig. 7(a)와 Fig. 7(b)를 단순한 모델로 나타내면 각각 Fig. 8(a)와 Fig. 8(b)로 나타낼 수 있다. 즉, 서로 다른 경계 조건을 갖는 두 시스템의 고유주파수를 비교하게 되는 것이다. 이 고무줄 강성이 측정된 주파수 응답 함수에 미치는 영향을 살펴본다.

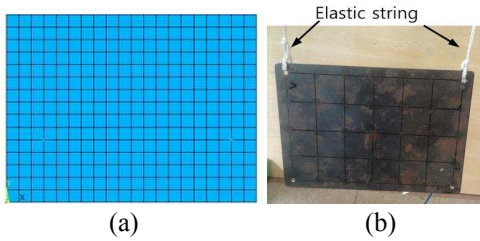


Fig. 7 Systems for finite element analysis and experiment: (a) Finite element model; (b) Experimental specimen

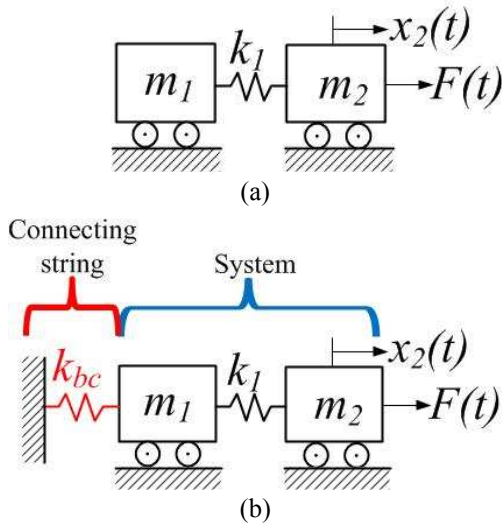


Fig. 8 Simplified models of Figs. 7(a) and 7(b): (a) Unconstrained vibrating system; (b) Constrained vibrating system

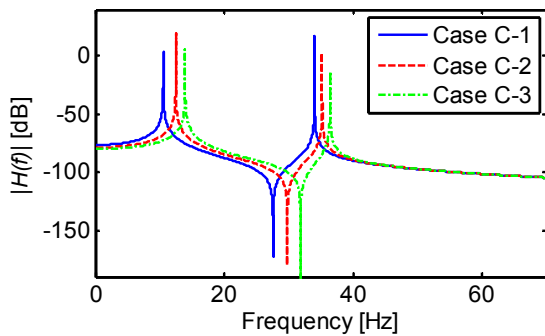


Fig. 9 Effect of the stiffness of the connecting elastic string on the frequency response function

지지대와 시편을 연결시키는 고무줄의 강성이 주파수 응답 함수에 미치는 영향을 알아보기 위하여, Fig. 8(b)의 k_{bc} 값이 다른 3 가지 경우에 대해 주파수 응답 함수를 비교한다: $k_{bc} = k_{ref}$ (Case C-1), $k_{bc} = 1.5 \times k_{ref}$ (Case C-2), $k_{bc} = 2 \times k_{ref}$ (Case C-3), $k_{ref} = 10^4$ N/m. Fig. 9 에서 보듯이 고무줄의 강성에 따라 주파수 응답 함수의 피크 주파수 값이 변화함을 알 수 있다. 본 계산에서는 $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 1$ kg, $k_1 = 2 \times 10^4$ N/m 값이 사용되었다.

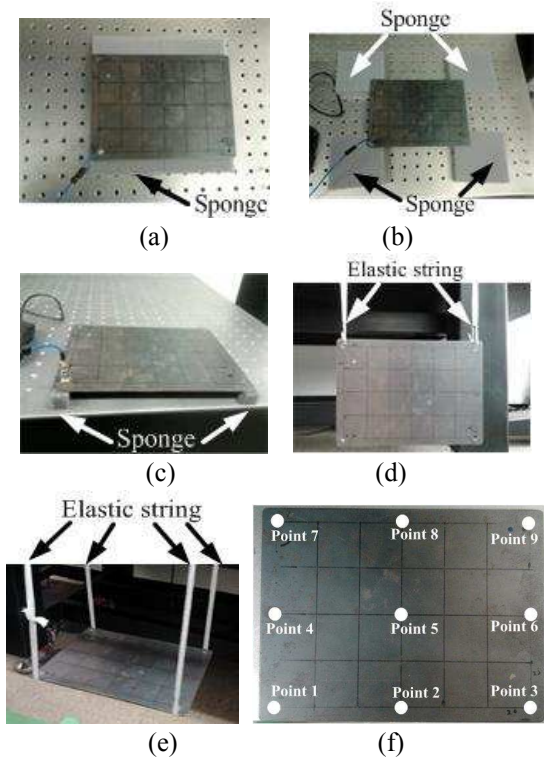


Fig. 10 Five different boundary conditions and measuring points: (a) Case D-1; (b) Case D-2; (c) Case D-3; (d) Case D-4; (e) Case D-5; (f) measuring points

이러한 연결부 강성의 영향을 실제 실험에서 확인하기 위하여 5 개의 지지 조건에 대해 평판 시편(195 mm × 150 mm × 2.5 mm)의 고유 주파수를 측정해 보았다. Case D-1 에서는 Fig. 10(a)와 같이 스펀지로 평판의 전체 면적을 지지하고 있으며, Case D-2 에서는 Fig. 10(b)와 같이 평판의 4 개 모서리가 스펀지로 지지되어 있다. Case D-3 에서는 Fig. 10(c)와 같이 평판의 양쪽 끝 변이 스펀지로 지지되어 있으며, Case D-4 는 Fig. 10(d)와 같이 고무줄에 의해 평판의 두 모서리가 지지되어 있다. 마지막으로 Case D-5 는 Fig. 10(e)와 같이 평판의 4 개 모서리가 고무줄에 의해 지지 되어 있다. Fig. 10(f)의 Point 1 에 가속도계를 장착하고, 9 개의 지점을 순차적으로 가진하여 주파수 응답 함수를 측정하였다. 각각의 경우, 동일한 가진점과 측정점에 대해 3 번 반복 실험을 수행하여 고유 주파수를 얻었으며, 1 차 / 2 차 / 3 차 고유 모드 주파수 (f_1, f_2, f_3)의 9 개 지점 평균값을 Table 1 에 정리 하였다. 지지 조건의 종류에 따라 측정된 시편의 고유 주파수 값이 달라지는 것을 확인 할 수 있다. 또한, 그 차이는 고유 모드의 차수에 따라 달라짐을 알 수 있다.

Table 1 Effect of the boundary condition on the natural frequencies

	Boundary Condition	μ [Hz]	σ
f_1	Case D-1	254.72 Hz	1.99
	Case D-2	249.30 Hz	1.97
	Case D-3	251.46 Hz	2.80
	Case D-4	245.13 Hz	0.55
	Case D-5	243.91 Hz	0.71
f_2	Case D-1	304.65 Hz	1.40
	Case D-2	299.03 Hz	1.87
	Case D-3	301.33 Hz	0.38
	Case D-4	296.87 Hz	0.26
	Case D-5	297.37 Hz	0.53
f_3	Case D-1	542.54 Hz	0.83
	Case D-2	538.06 Hz	0.48
	Case D-3	540.10 Hz	2.43
	Case D-4	540.33 Hz	0.75
	Case D-5	536.79 Hz	3.45

f_i : i^{th} Natural frequency

μ : Average, σ : Standard deviation

3.2.2 연결부 위치의 영향

지지부 또는 연결부의 위치가 고유 주파수에 미치는 영향을 알아보기 위해 두 유한 요소 모델 Fig. 11(a)와 Fig. 11(b)에 대해 모달 해석(Modal analysis)을 수행하였다. Fig. 11(a)의 모델(Case E-1)은 구속된 절점이 없지만, Fig. 11(b)의 모델(Case E-2)은 직사각형 평판(0.2 m × 0.03 m × 0.01 m)의 중심선(Center line)으로부터 대칭적으로 떨어진 4 개의 지점이 스프링 요소에 의해 움직임이 구속되어 있다. 중심선으로부터 구속점이 떨어진 거리(a)에 따라 1 차 고유 주파수의 변화를 Fig. 12에 나타내었다. ANSYS(Ver. 11.0)를 사용하여 유한 요소 해석 수행하였고, 4 절점 요소인 Shell 63으로 유한 요소 모델을 구성하였으며, 재료는 강철(Steel)로 가정하였다: E(영계수) = 210 GPa, Density(밀도) = 7800 kg/m³, ν (Poisson ratio) = 0.3

연결부가 해당 고유 모드의 절점(Nodal point)에 위치할 때, Fig. 11(b)의 해석 결과가 연결부가 없는 경우와 일치하였다. 이 경향을 실험으로 확인하기 위해, 직사각형 평판(202 mm × 150 mm × 2 mm)

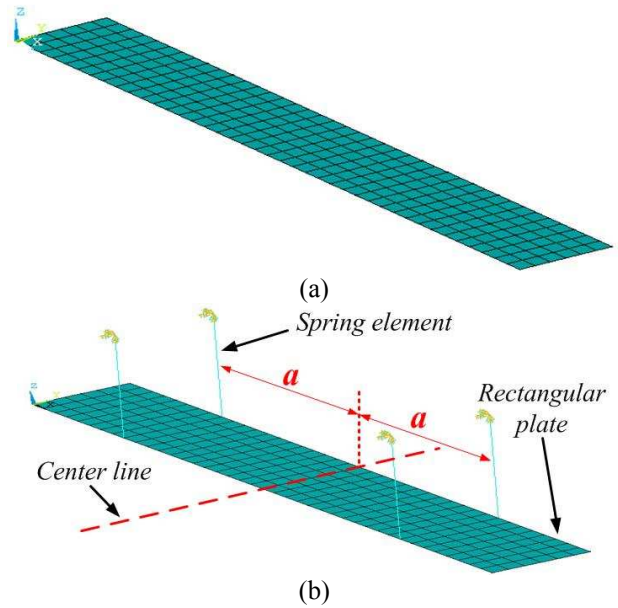


Fig. 11 Finite element models of a rectangular plate: (a) unconstrained plate; (b) constrained plate

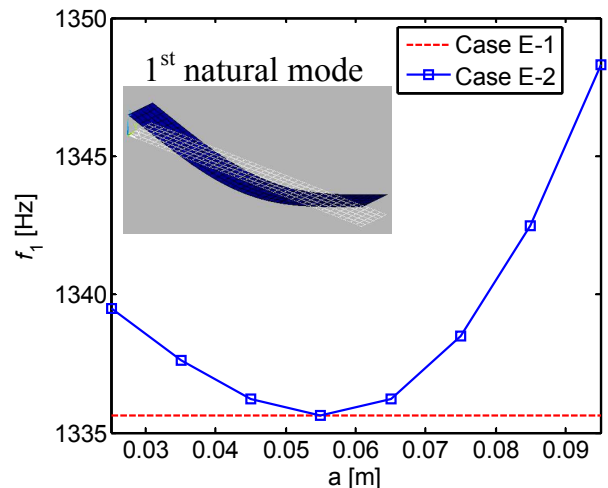


Fig. 12 Effect of the position of the connecting string on the natural frequency

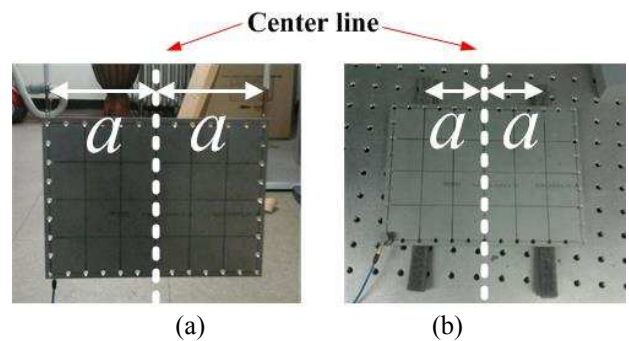


Fig. 13 Experiments to investigate the effect of the connecting or supporting position on natural frequencies: (a) Case F-1; (b) Case F-2

에 대해 두 개의 서로 다른 지지조건 하에서 임팩트 해머 실험을 수행하였다 Case F-1에서는 Case

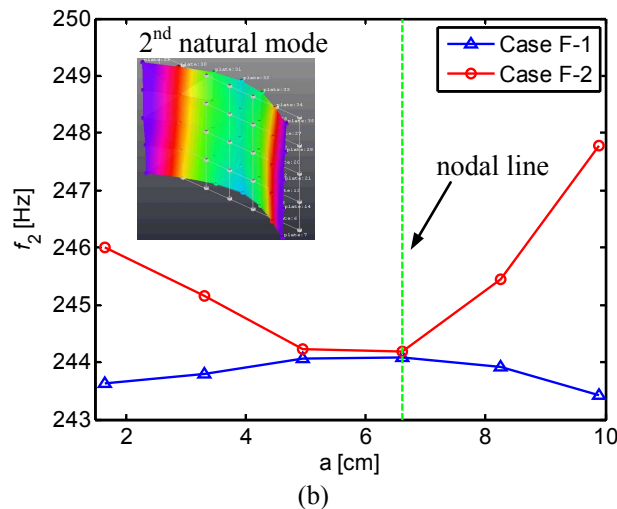
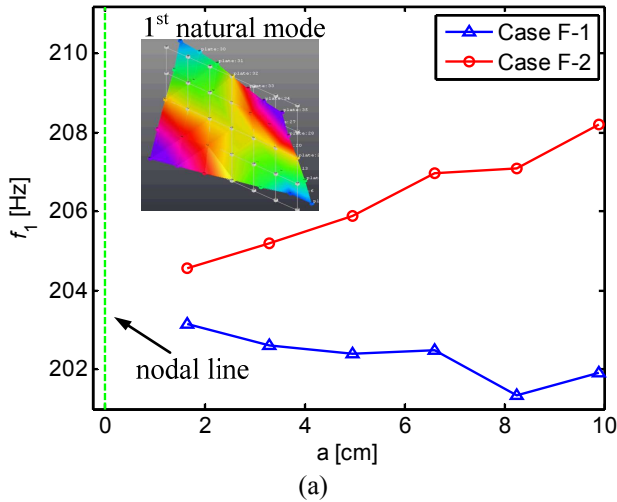


Fig. 14 Effect of the connecting or supporting position on the frequency response function: (a) 1st natural frequency; (b) 2nd natural frequency

D-4 와 같이 고무줄로 평판의 두 지점을 지지대와 연결하였고, Case F-2 에서는 Case D-3 와 같이 가는 스펀지로 평판을 지지하였다. 연결부와 지지부를 대칭적으로 이동시키면서 1 차와 2 차 고유 주파수를 측정하여 Fig. 14 에 나타내었다.

지지부나 연결부가 고유 모드의 절점에 가까울수록, 두 실험(Case F-1, Case F-2)에서 구한 고유 주파수 차이가 줄어들어 가는 것을 알 수 있다. 따라서, 실험에서 지지부나 연결부의 강성에 따라 관심 진동시스템의 고유 주파수가 변화하지만, 이 영향을 최소화 시키기 위해서는 각 고유 모드의 절점에 지지부나 연결부를 위치시켜야 함을 알 수 있다.

3.3 부가 질량에 의한 불확실성

임팩트 해머 실험에서 응답을 측정하기 위해 가속도계를 시편에 부착한다. 이렇게 측정 센서가 시편에 직접 부착될 경우, 측정 센서의 질량이 시

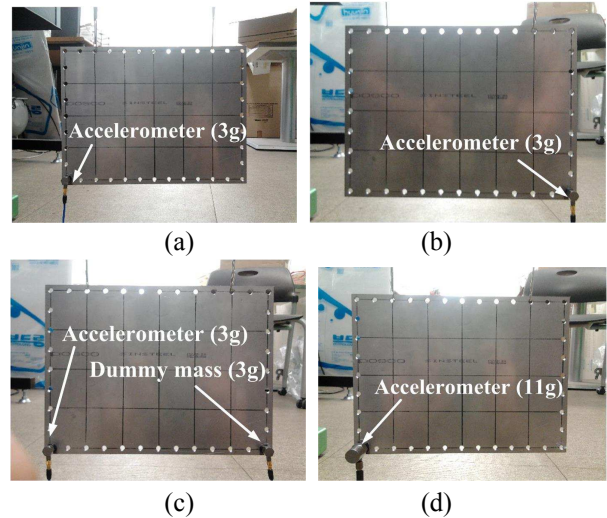


Fig. 15 Experiments to investigate the effect of in the accelerometer mass on natural modes: (a) Case G-1; (b) Case G-2; (c) Case G-3; (d) Case G-4

스템의 질량 분포에 영향을 미치게 된다. 따라서, 가속도계와 같은 부가 질량이 고유 주파수와 고유 모드에 미치는 영향을 알아볼 필요가 있다.

3.3.1 부가 질량에 의한 고유모드 변화

Fig. 15 와 같이 가속도계의 위치와 질량이 다른 4 개의 시스템에 대해 실험 모달 해석(Experimental modal analysis)을 수행하였다. Case G-1 은 시편의 좌측 하단에 3 g 가속도계가 부착되어 있으며, Case G-2 는 우측 하단에 3 g 의 가속도계가 부착되어 있다. Case G-3 은 좌측 하단에 3 g 의 가속도계가, 우측 하단에는 같은 질량(3 g)의 더미(Dummy)가 붙어있다. 마지막으로 Case G-4 는 Case G-1 과 부착위치는 같으나 가속도계의 질량이 11 g 으로 증가한 실험이다. 실험에서 얻은 1 차 굽힘 모드(1st bending mode)에서의 절선(Nodal line) 변화를 Fig. 16 에서 살펴본다.

유한 요소 해석에서는 서로 평행한 두 절선(Nodal line)이 존재하지만, 가속도계의 위치와 질량에 따라 실험 고유 모드의 두 절선이 왜곡됨을 쉽게 알 수 있다. Case G-1과 Case G-2는 실험을 통해 구해진 절선(Experimental nodal line)이 꺾어져서 형성되어 있어서 이상적인 절선(Ideal nodal line)과 비교하여 많은 차이를 보인다. Case G-3 또한 이상적인 절선과 실험에서 구해진 절선이 일치하지는 않으나 더미로 인해 좌우의 질량 분포가 균질 해져서 Case G-1과 Case G-2 보다는 비교적 이상적인 절선에 잘 맞는 것을 볼 수가 있다. 마지막으로 Case G-4의 경우에는 같은 위치에 가속도계가 장착되었던 Case G-1에 비하여 절선의 왜곡이 더 심하여졌음을 볼 수 있다.

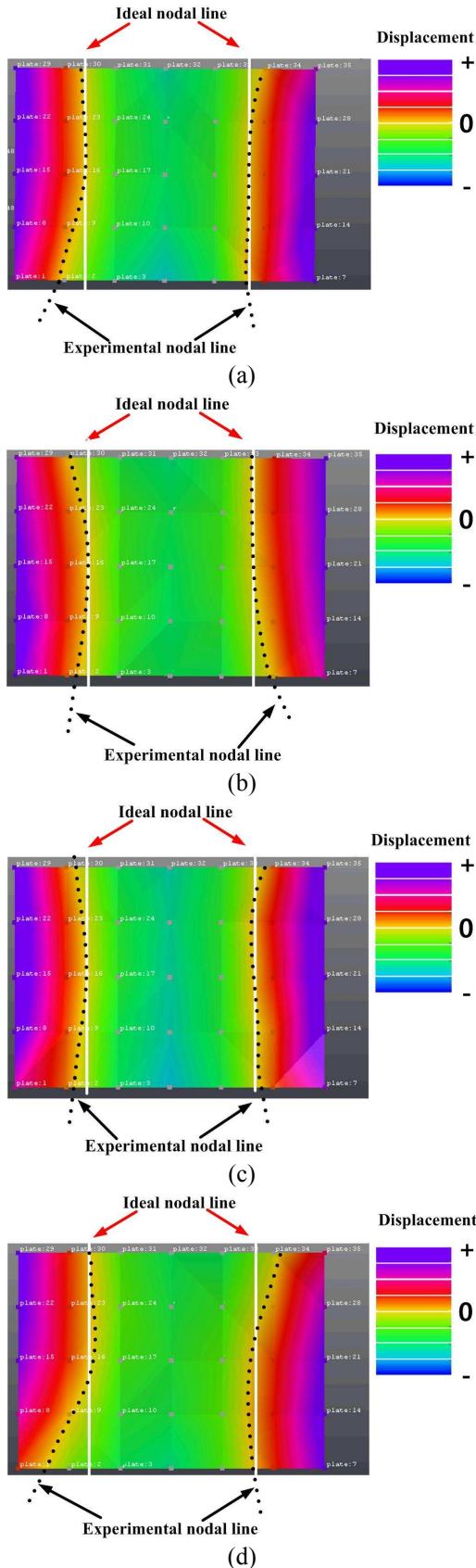
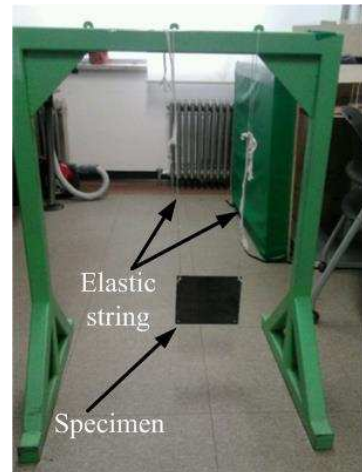


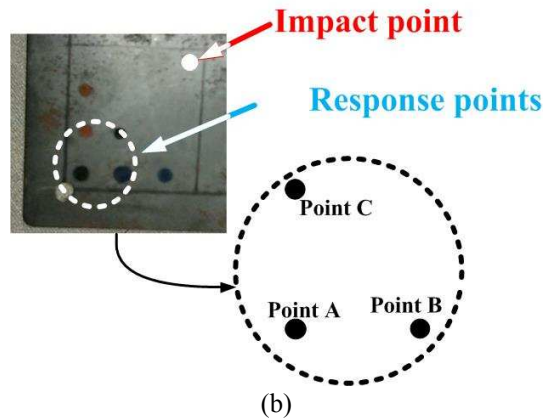
Fig. 16 Nodal lines of the first bending mode: (a) Case G-1; (b) Case G-2; (c) Case G-3; (d) Case G-4

3.3.2 부가 질량에 의한 고유 주파수 변화

고유 모드를 변화시킨 부가 질량은 고유 주파수의 변화를 야기 시킬 수 있음을 추측 할 수 있다. 이를 살펴보기 위해 Fig. 17(a)와 같이 평판의 두 끝점을 고무줄로 지지대에 매달고 가속도계의 질량과 위치에 변경하여 임팩트 해머 실험을 수행한다. Fig. 17(b)에 나타낸 것처럼 가진점(Impact point)을 고정시킨 채, 가속도계를 같은 평판 위 3 개 응답 지점에 독립적으로 장착하여 주파수 응답 함수를 측정하였다. Case H-1 은 가속도계의 부착 위치가 Fig. 17(b)의 Point A 이며, Case H-2 는 Fig. 17(b)의 Point B 에 가속도계를 부착하였으며, Case H-3 는 Fig. 17(c)의 Point C 에 가속도계를 부착하였다. 각 응답 지점에 질량이 다른 9 개의 가속도계를 장착하여 9 가지 경우의 주파수 응답 함수를 측정하였다. 동일한 응답 지점에 동일한 가속도계가 사용된 실험을 10 회 반복하여 평균값과 분산을 Tables 2~4 에 나타내었다. 부가 질량이 큰 경우



(a)



(b)

Fig. 17 Experimental set-up to investigate the effect of accelerometer mass on natural frequencies: (a) Experimental set-up; (b) Position of an impact point and response points

Table 2 Experimental results in Case H-1

Mass		f_1	f_2
3 g	μ	239.43 Hz	319.85 Hz
	σ	0.08	0.05
4 g	μ	238.36 Hz	319.58 Hz
	σ	0.14	0.08
6 g	μ	236.62 Hz	319.11 Hz
	σ	0.04	0.038
8 g	μ	235.09 Hz	318.39 Hz
	σ	0.08	0.07
11 g	μ	232.08 Hz	317.50 Hz
	σ	0.06	0.06
12 g	μ	229.30 Hz	315.512 Hz
	σ	0.16	0.04
14 g	μ	227.65 Hz	314.68 Hz
	σ	0.09	0.06
18 g	μ	225.513 Hz	314.25 Hz
	σ	0.07	0.00 Hz
20 g	μ	223.76 Hz	313.24 Hz
	σ	0.07	0.04

(μ : Average, σ : Standard deviation)

Table 3 Experimental results in Case H-2

Mass		f_1	f_2
3 g	μ	240.43 Hz	319.64 Hz
	σ	0.15	0.04
4 g	μ	239.39 Hz	319.29 Hz
	σ	0.04	0.16
6 g	μ	238.08 Hz	318.34 Hz
	σ	0.15 Hz	0.08
8 g	μ	236.90 Hz	317.59 Hz
	σ	0.09	0.06
11 g	μ	234.91 Hz	316.38 Hz
	σ	0.06	0.00
12 g	μ	232.41 Hz	314.11 Hz
	σ	0.08	0.04
14 g	μ	230.50 Hz	313.38 Hz
	σ	0.00	0.00
18 g	μ	229.10 Hz	312.30 Hz
	σ	0.12	0.06
20 g	μ	228.16 Hz	311.63 Hz
	σ	0.11	0.00

(μ : Average, σ : Standard deviation)

에는 측정 위치에 따라 고유 주파수가 최대 7Hz 정도 차이가 발생되지만, 부가질량이 작아질수록 측정 위치에 관계없이 각 고유 주파수가 특정 값에 수렴함을 알 수 있다.

Table 4 Experimental results in Case H-3

Mass		f_1	f_2
3 g	μ	240.64 Hz	320.29 Hz
	σ	0.10	0.08
4 g	μ	239.85 Hz	320.08 Hz
	σ	0.09	0.08
6 g	μ	239.01 Hz	319.90 Hz
	σ	0.04	0.08
8 g	μ	238.38 Hz	319.63
	σ	0.00	0.00
11 g	μ	235.83 Hz	318.45 Hz
	σ	0.06	0.06
12 g	μ	233.39 Hz	317.33 Hz
	σ	0.04	0.06
14 g	μ	233.31 Hz	316.34 Hz
	σ	0.08	0.08
18 g	μ	231.84 Hz	316.21 Hz
	σ	0.08	0.08
20 g	μ	230.76 Hz	315.35 Hz
	σ	0.09	0.05

(μ : Average, σ : Standard deviation)

4. 신호 처리 과정에서의 오차

4.1 측정 시간의 길이에 따른 오차

실험 주파수 응답 함수는 Fig. 18(a)에 보듯이 유한 시간(T)동안 측정된 디지털 시간 신호를 푸리에 변환(Fourier transform)하여 얻어진 디지털 주파수 신호로부터 계산된다. 이렇게 얻어진 주파수 응답 함수는 Fig. 18(b)와 같이 Δf 의 주파수 간격으로 얻어지는 이산 주파수 신호 함수이다. 그러므로, 이산 신호 처리를 통해 얻어진 피크 주파수는 실제 구조물의 고유 주파수와 정확히 일치하지 않을 수 있다. 이를 말뚝 울타리 효과(Picket fences effect)라고 한다. 즉, 실험에서 얻어진 고유 주파수(f_e)는 실제로는 $\pm \frac{1}{2}\Delta f$ 의 오차를 포함하고 있다. 또한, 이 주파수 분해능(Δf)에 의한 오차는 히스토그램을 이용하여 얻어지는 실험 고유 주파수의 확률 분포 함수(Probability distribution function)에도 영향을 미칠 수 있다. 주파수 분해능은 측정 유한 시간(T)과 식 (4)의 관계가 있다.

$$\Delta f = \frac{1}{T} \tag{4}$$

일반적으로 일정한 시간 간격(Time spacing: Δt)으로 N개의 이산 시간 신호를 측정한 실험에서

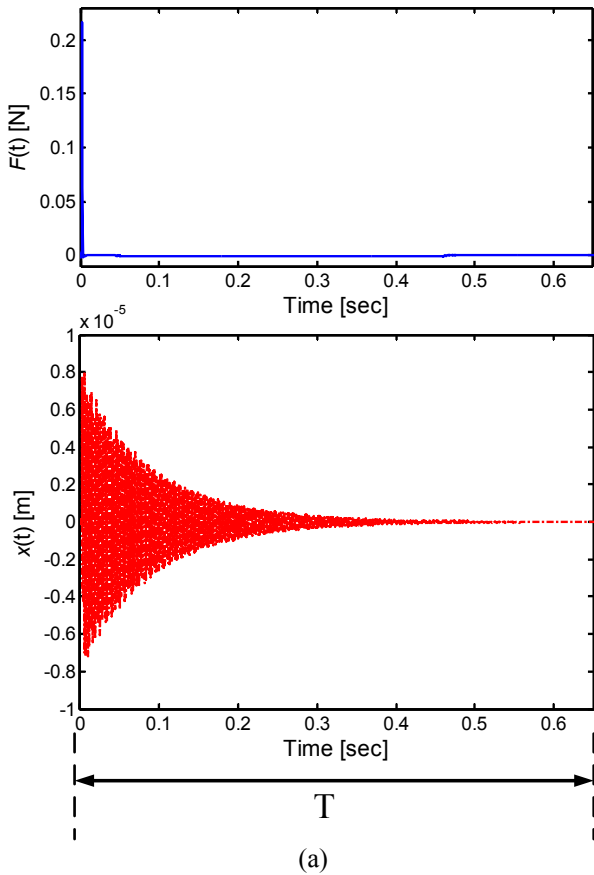


Fig. 18 Picket fence effect: (a) Input and output signals measured during the finite time; (b) Peak frequency error due to picket fence effect

측정 유한 시간은 식 (5)와 같이 계산된다. 또한, 이산 신호 처리한 결과로 얻어지는 이산 주파수 응답 함수(Discrete frequency response function)의 최고 유효 주파수(f_c)는 식 (6)과 같이 선택한 시간 간격에 의해 결정된다.

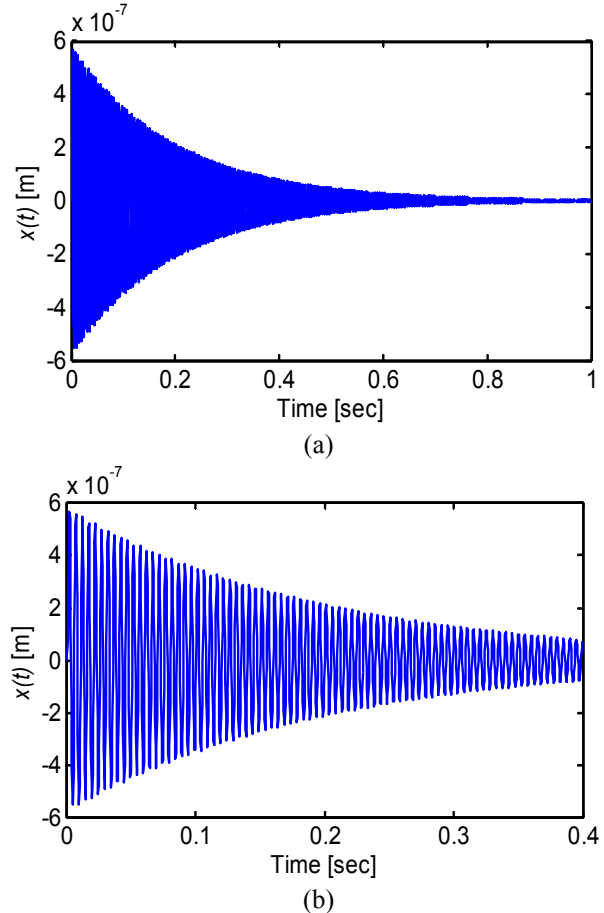


Fig. 19 Output signals measured during the different measuring times T: (a) Case I-1; (b) Case I-2

$$T = N \cdot \Delta t \tag{5}$$

$$f_c = 1/(2\Delta t) \tag{6}$$

말뚝 울타리 효과에 의한 오차를 줄이기 위해서는 이산 시간 신호 개수(N)이나 시간 간격(Δt)를 증가시켜서 T를 증가 시키면 된다. 그러나, N은 측정 장비의 메모리 용량에 의해 제약을 받을 수 있고, Δt 를 증가 시키면 최고 유효 주파수가 감소하는 문제가 발생하기 때문에 이를 고려하여 적절히 변경하여 말뚝 울타리 효과에 의한 오차를 줄여야 한다.

4.2 윈도우 사용시 발생하는 신호 처리 오차

임팩트 해머 실험에서는 Fig. 18(a)처럼 유한 시간 동안 측정된 응답 신호에 대해 이산 신호 처리를 수행한다. 이 유한 시간 동안 응답 신호가 충분히 감쇠되지 않을 경우에는 주파수 응답 함수 상에서 왜곡이 발생하는데, 이를 누설(Leakage)이라고 한다. 측정 시간이 충분하지 않아서 발생하는 오차라고 할 수 있는데, Fig. 4와 같은 시스템에 대해서 식 (2)와

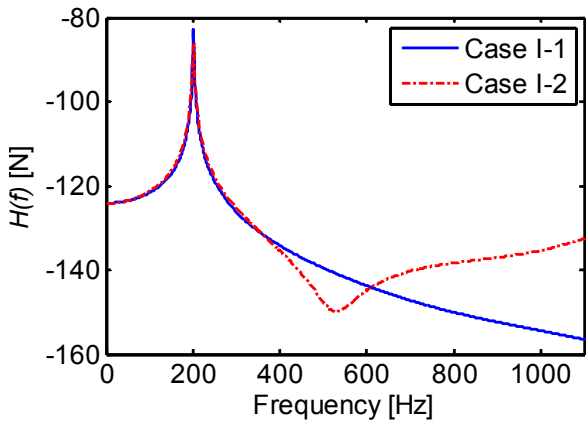


Fig. 20 Frequency response function depending on different measuring time T: (a) Case I-1; (b) Case I-2

(3)을 사용하여 측정시간이 다른 응답 신호(Fig. 19 참조)를 이용하여 주파수 응답 함수를 계산한다: $T = 1$ sec (Case I-1), $T = 0.4$ sec (Case I-2).

Fig. 20은 동일한 가진 신호와 Fig. 19의 응답을 이용하여 계산된 주파수 응답 함수이다. Fig. 19(a)는 감쇠가 충분히 일어날 때까지 측정이 이루어졌으나, Fig. 19(b)는 측정시간이 짧아 충분한 감쇠가 이루어지지 못하였다. 그로 인해 Case I-1과 같이 얻어져야 할 주파수 응답 함수가 Case I-2에서는 그림과 같이 왜곡된다. 이 경우에는 500 Hz 부근에서 큰 오차가 발생하고, 피크 주파수 부근에서도 감지할만한 오차가 발생하였다.

일반적으로, 누설 현상을 피하고자 실험 프로그램에서 사용하는 방법은 처음 정해 둔 측정시간은 그대로 두고, 식 (7)과 같은 지수창 함수(Exponential window function)를 실제 측정된 응답 함수에 곱하여 인위적으로 감쇠를 부과시켜서 신호의 끝이 '0'이 되게 한다. 그러나, 이 때 사용되는 지수창 함수의 지수 값을 적절히 사용하지 않으면, 주파수 응답 함수가 왜곡될 수 있다. Fig. 19(b)의 응답 시간 신호에 Fig. 21과 같은 서로 다른 두 가지 s 값을 사용하는 지수창 함수를 곱해서 Fig. 22로 변환된 응답 신호를 얻는다. 이를 이용하여 이산 시간 신호 처리를 수행하여 얻은 주파수 응답 함수를 Fig. 23에 나타내었다. Case J-1은 전체 측정 시간 0.4초 중 0.4초에서 응답의 크기가 거의 '0'이 되도록 $s = 50$ 를 사용하였고, Case J-2는 0.1초에서 응답이 거의 '0'이 되도록 s 값을 100으로 설정하였다. Case J-3은 Case I-2와 같이 윈도우를 사용하지 않았을 때의 결과이다.

$$w(t) = e^{-st} \quad (7)$$

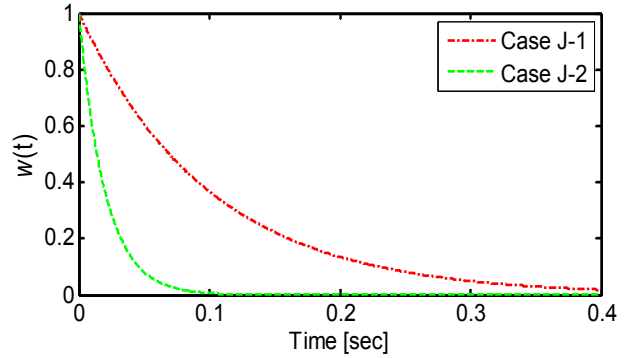


Fig. 21 Exponential window functions $w(t)$ with different exponents

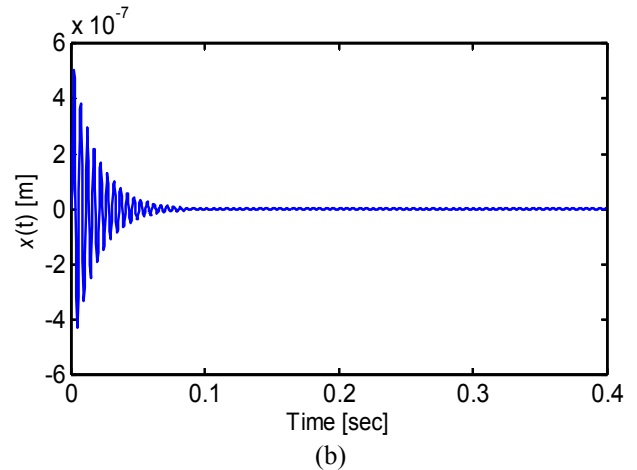
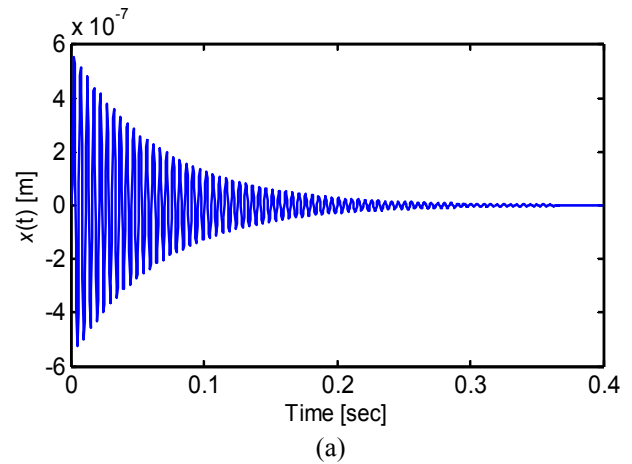


Fig. 22 Windowed output signals: (a) Case J-1; (b) Case J-2

Fig. 23에서 보듯이, 감쇠가 충분하지 않았던 원래 응답 신호에 지수창 함수를 곱해서 500 Hz 부근의 주파수 응답 함수의 왜곡을 피할 수 있었다. 그러나, s 의 값이 커질수록 피크 주파수 부근에서 주파수 응답 함수 크기가 줄어들었음을 볼 수가 있다. 심할 경우 피크 주파수도 변화를 초래할 수 있다.

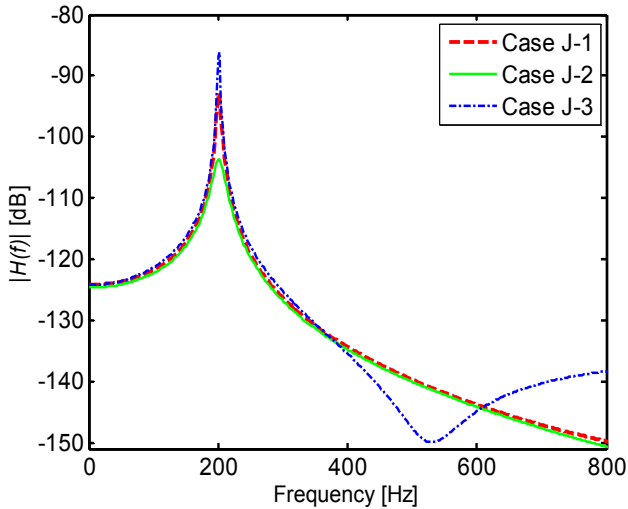


Fig. 23 Effect of the exponential window function on frequency response function

따라서, 실험 주파수 응답 함수를 구할 때 충분한 감쇠가 이루어 질 때까지 측정 시간을 길게 하여 윈도우 함수 사용이 필요 없도록 하거나, 윈도우 함수를 사용 할 때에는 s 값을 작게 하여 과도한 인위적 감쇠로 인한 피크 주파수에서의 오차 발생을 줄여야 한다. 소수의 실험 해석 프로그램에서는 입력 신호에 곱해지는 윈도우 함수로 Force-exponential window 를 선택할 수 있게 하여, 지수창 함수로 인한 감쇠를 보상하는 방법이 사용되기도 한다.

5. 결 론

임팩트 해머 실험을 통해 얻는 주파수 응답 함수의 불확실성을 일으키는 오차 요인 중 실험 환경과 이산 신호 처리 과정에서의 발생할 수 있는 오차 요인에 대해 살펴보았다. 이론 모델과 유한 요소 모델을 이용한 해석과 실험 결과를 중심으로 다음과 같이 요약되며, 항목별 개선책을 제시해 본다.

(1) 실험 환경에서의 오차 요인은 3 가지(가진력, 경계 조건, 부가질량에 의한 오차)로 나뉜다.

(1-1) 실험 환경 오차 1(가진력): 가진력이 이상적인 델타 함수 형태의 임펄스가 구현되지 못함으로써 주파수 응답 함수가 왜곡 될 수 있다. 가진력의 지속시간이 길어질수록 주파수 응답 함수에서 오차가 발생할 수 있다는 것을 확인하였으며, 이러한 오차를 해결하기 위해서 알루미늄이나 철판과 같은 금속 재질의 임팩트 해머 팁을 사용하여 가진력의 지속시간을 짧게 해 주어야 한다.

(1-2) 실험 환경 오차 2(연결부(고무줄) 위치): 지지대와 연결하는 고무줄의 위치는 고유 주파수

에 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있었다. 연결되는 고무줄이 해당 모드의 절점 혹은 절선에 위치 되었을 때에 자유단 경계 조건에 가까운 고유 주파수를 얻었을 수 있었다. 따라서, 가급적 자유단 경계 조건에 가까운 고유 모드 주파수를 얻기 위해서는 관심 모드에 따라 고무줄을 연결하는 위치를 달리해야 한다.

(1-3) 실험 환경 오차 3(가속도계): 응답신호를 측정하기 위해 시편에 부착한 가속도계의 질량으로 인해 측정된 고유 주파수와 고유 모드의 절선이 변화하였다. 더미를 시편에 대칭적으로 부착하는 방법으로 고유 모드 절선의 변화를 보상할 수 있었고, 동일한 응답점에 여러 질량의 가속도계를 사용하여 얻은 고유 주파수 변화로부터 가속도계가 장착되지 않았을 때의 고유 주파수를 추정할 수 있을 것으로 생각한다.

(2) 이산 신호 처리 과정에서의 오차로는 말뚝을 타리 효과와 누설을 보상하기 위한 윈도우 함수 사용으로 인한 오차를 살펴보았다.

(2-1) 신호 처리 과정에서의 오차 1(제한된 측정 시간): 이산 신호 처리를 통해 얻어진 주파수 응답 함수의 주파수 분해능 (Δf)은 측정된 시간(T)의 역수이다. 이 측정된 시간이 길수록 이산 주파수 응답 함수의 주파수 분해능이 줄어들어서, 선택되는 피크 주파수의 오차는 줄어든다. 측정된 시간은 측정된 데이터의 개수와 샘플링 주기(T_s)를 선택적으로 변경하여 늘일 수 있다.

(2-2) 신호 처리과정에서의 오차 2(지수 창함수 사용): 정해진 유한 시간 동안 충분히 감쇠되지 못한 응답 신호에 인위적인 지수창 함수를 곱하면 누설에 의한 오차는 줄일 수 있지만, 이러한 인위적인 감쇠는 오히려 피크 주파수 값과 피크 값을 변화시킬 수 있다. 따라서, 응답신호가 충분히 감쇠가 이루어 질 때까지 측정 시간을 늘이거나, 지수 윈도우 함수를 사용 할 때 지나치게 큰 지수를 사용하지 않아야 한다.

위와 같은 항목별 개선책을 종합하여 임팩트 해머 실험에서 발생할 수 있는 오차를 줄일 수 있는 실험법을 제시해 본다. 1) 가진력의 지속 시간을 줄이기 위해 가급적 철판과 같은 단단한 재질의 팁(tip)을 임팩트 해머 끝에 장착한다. 2) 실험 전에 간단한 유한 요소 해석 등으로 얻고자 하는 고유 주파수에 해당하는 고유 모드의 절선 위치를 미리 파악하여, 각 고유 모드의 절선 위의 한 점과 지지대를 고무줄로 연결한다. 즉, 고유 모드에 따라 연결 위치를 달리한다. 3) 부착하는

가속도계의 질량이 시편에 비하여 무시할 만큼 작지 않다면, 더미 질량을 대칭적으로 붙여 고유모드의 왜곡을 줄이는 노력이 필요하다. 또한, 동일한 응답점에 여러 질량의 가속도계를 사용하여 얻은 고유 주파수 변화로부터 가속도계가 장착되지 않았을 때의 고유 주파수를 추정하는 노력도 필요하다. 4) 신호 처리과정에서 주파수 분해능에 의한 오차를 줄이고 진동 응답이 충분히 감쇠 될 수 있도록, 계측기의 저장 용량이 허용하는 범위내에서 가능한 측정 시간 (T)을 길게 설정하여야 한다. 5) 설정한 측정 시간내에서 진동 응답이 충분히 감쇠가 되지 않는다면, 지수 감소 윈도우 함수를 사용하여 감쇠시켜야 한다. 이 때 사용하는 지수 감소 함수의 계수 값은 많은 계측기에서 자동적으로 설정되고 있지만, 반드시 충분히 감쇠가 되는지 확인할 필요가 있다. 그렇지 않을 경우에는 수동적으로 계수를 조절해 가며 적절한 값을 찾아야 한다.

본 연구의 결과는 통계기반 유한 요소 모델 업데이트 과정의 정확성을 높이는 것에 기여할 것으로 기대한다. 시편의 물성치 편차만 고려한 유한 요소 해석 결과와 실험 결과를 비교하는 연구에서, 물성치 이외의 오차 요인들이 제거된 실험 결과를 사용하여야만 비로소 연구 목적에 부합되는 통계적 비교가 가능하기 때문이다. 따라서, 동일한 방법으로 제작된 동일한 크기의 다양한 시편에 대해 본 연구에서 제시한 개선책을 적용하여 고유 주파수의 확률 분포 곡선을 얻는 실험을 계획하고 있다.

후 기

본 연구는 산업통상 자원부 기술혁신 사업(과제 번호: 10048305, 모듈형 시스템설계를 위한 플러그인 디지털 해석 프레임 워크 개발)의 지원을 받아 수행하였음을 밝힙니다.

참고문헌 (References)

- (1) Unlusoy, L., Sahin, M. and Yaman, Y., 2012, "Verification of a Finite Element Model of an Unmanned Aerial Vehicle Wing Torque Box via Experimental Modal Testing," *ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*.
- (2) Angeli, P., Barazza, F. and Blanchini, F., 2010, "Natural Frequency Intervals for Vibrating Systems with Polytopic Uncertainty," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, Issue.7, pp. 944~959.
- (3) Gao, W., 2007, "Natural Frequency and Mode Shape Analysis of Structures with Uncertainty," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, No. 1, pp.24~39.
- (4) Carne, T. G. and Dohrmann, C. R., 1998, "Support Conditions, Their Effect on Measured Modal Parameters," *Proceedings of the 16th International Modal Analysis Conference*.
- (5) Baldanzini, N. and Pierini, M., 2002, "An Assessment of Transducer Mass Loading Effects on The Parameters of An Experimental Statistical Energy Analysis (SEA) Model," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.16, No.5, pp.885~903.
- (6) Kotambkar, M., S., 2014, "Effect of Mass Attachment of Natural Frequency of Free-Free Beam Analytical, Numerical and Experimental Investigation," *International Journal of Advanced Engineering Research and Studies*, Vol. (III/IV), pp. 102~115.
- (7) Baharin, N., H. and Rahman, R. A., 2009, "Effect of Accelerometer Mass on Thin Plate Vibration," *Jurnal Mekanikal*, No.29 pp. 100~111.
- (8) Ingber, M. S., Pate, A. L. and Salazar, J. M., 1992, "Vibration of a Clamped Plate with Concentrated Mass and Spring Attachments," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.153, No.1, pp.143~166.
- (9) Chiba, M. and Sugimoto, T., 2003, "Vibration Characteristics of a Cantilever Plate with Attached Spring-Mass System," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 260, Issue.2, pp. 237~263.
- (10) Koruk, H. and Sanliturk, K. Y., 2011, "Kamping Uncertainty Due to Noise and Exponential Windowing," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, Issue. 23, pp. 5690~5706.
- (11) Ahn, S. J. and Jeong, W. B., 2003, "FRF Distortion Caused by Exponential Window Function on Impact Hammer Testing and Its Solution," *Transactions of KSNV*, Vol. 13, No. 5, pp. 334~340.
- (12) Tondreau, G. and Deraemaeker, A., 2014, "Numerical and Experimental Analysis of Uncertainty on Modal Parameters Estimated with The Stochastic Subspace Method," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 18, pp. 4376~4401.
- (13) Griffith, D., T. and Carne, T., G., 2007, "Experimental Uncertainty Quantification of Modal Test Data," *25th International Modal Analysis Conference*.
- (14) Ashory, M., R., 1998, "Correction of Mass-Loading Effects of Transducers and Suspension Effects in Modal Testing," *SPIE Proceedings Series Society of Photo-*

- Optical Instrumentation Engineers.*
- (15) Ashory, M., R., 2002, "Assessment of the Mass-Loading Effects of Accelerometers in Modal Testing," *SPIE Proceedings Series Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers.*
- (16) Hosoya, N., Yaginuma, S., Onodera, H. and Yoshimura, T., 2015, "Estimation of the Auto Frequency Response Function at Unexcited Points Using Dummy Masses," *Journal of Sound and Vibration* Vol. 337, pp. 14~27.
- (17) Lee, J., Y., 2000, "Prediction of Modified Structural Natural Frequencies and Modes Using Iterative Sensitivity Coefficient," *Journal of KSMTE*, Vol. 9, No. 5, pp. 40~46.
- (18) Lee, J., Y., 2002, "A Structural Eigen derivative Analysis by Modification of Design Parameter," *Trans of Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 26, No. 4, pp. 739~744.
- (19) Lee, J., Y., 2015, "Model Updating in Small Structural Dynamics Model by Elimination of Mass Loading Effect of Accelerometer," *Transactions of KSNV*, Vol. 25, No. 1, pp. 40~47.
- (20) Silva, J. M.M., Maia, N. M.M. and Ribeiro, A.M. R., 2000, "Cancellation of Mass-Loading Effects of Transducers and Evaluation of Unmeasured Frequency Response Functions," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 236, No. 5, pp. 761~779.