

현시적 유한차분법을 이용한 볼나사 시스템의 열해석

민복기* 박천홍** 정성종*†

* 한양대학교 기계공학부, ** 한국기계연구원 초정밀시스템연구소

Thermal Analysis of Ballscrew Systems by Explicit Finite Difference Method

Bog-Ki Min*, Chun-Hong Park** and Sung-Chong Chung*†

* Dept. of Mechanical Engineering, Hanyang Univ.,

** Ultra-precision System Lab., KIMM

(Received August 6, 2015 ; Revised November 16, 2015 ; Accepted December 14, 2015)

Key Words: Ballscrew(볼나사), Convective Heat Transfer Coefficient(대류 열전달계수), Finite Difference Analysis(유한차분해석), Friction Torque(마찰토크), Thermal Contact Conductance(접촉열전도)

초록: 볼나사 시스템은 볼과 그루브 사이에서 발생하는 마찰에 의해 온도가 상승하며, 이에 따른 열변형이 이송계의 위치결정 정도를 저하시킨다. 이를 보상하기 위해서는 볼나사 온도분포의 우선적 예측이 필요하다. 본 논문에서는 나사축 회전속도에 따른 온도분포를 해석하기 위해 볼나사 축과 너트를 각각 실린더와 중공 실린더로 가정한다. 경계조건인 대류 열전달계수, 볼과 그루브에서 발생하는 마찰토크와 접촉열전도를 볼나사 운전 및 조립 조건에 대하여 정식화 한다. 그리고, 현시적 유한차분법을 적용한 온도 분포 예측 시뮬레이터를 개발하고 그 유용성을 검증한다.

Abstract: Friction generated from balls and grooves incurs temperature rise in the ballscrew system. Thermal deformation due to the heat degrades positioning accuracy of the feed drive system. To compensate for the thermal error, accurate prediction of the temperature distribution is required first. In this paper, to predict the temperature distribution according to the rotational speed, solid and hollow cylinders are applied for analysis of the ballscrew shaft and nut, respectively. Boundary conditions such as the convective heat transfer coefficient, friction torque, and thermal contact conductance (TCC) between balls and grooves are formulated according to operating and fabrication conditions of the ballscrew. Explicit FDM (finite difference method) is studied for development of a temperature prediction simulator. Its effectiveness is verified through numerical analysis.

- 기호설명 -

$a_{bng,bsg}$: 볼과 너트 그루브(Groove), 볼과 나사축 그루브 사이의 타원 접촉 면적의 장반경
 Δa : 환형격자의 중심각
 $A_{bng,bsg}$: 볼과 너트 그루브, 볼과 나사축 그루브 사이의 타원 접촉 면적
 $Bi_r^{b,n,s}$: 볼베어링, 볼나사 너트, 나사축의 반경 방향 비오투(Biot)수

$Bi_c^{b,n,s}$: 볼베어링, 볼나사 너트, 나사축의 축방향 비오투수
 $c_{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 비열
 $C_{bng,bsg}$: 볼과 너트 그루브, 볼과 나사축 그루브에서의 접촉열전도
 $CS_{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 기본정정격부하
 $d_m^{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 볼중심경
 \dot{E}_{st} : 단위시간 당 저장된 열에너지 변화율
 $f_0^{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사에 사용된 윤활 방식에 따른 변수
 $f_1^{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 구조와 부하에 따

† Corresponding Author, chung@hanyang.ac.kr

© 2016 The Korean Society of Mechanical Engineers

른 변수

$F_{S_{b,bs}}$: 볼베어링과 볼나사의 정등가부하

$F_p^{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 예압

F_t : 볼나사에 작용하는 추력

F_{bs} : 볼나사 너트의 평균 부하

FO_r : 반경방향 푸리에(Fourier)수

FO_z : 축방향 푸리에수

$F_{\beta}^{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 부하 변수

$\mathcal{F}_{bng,bsg}$: 볼과 너트 그루브, 볼과 나사축 그루브 사이 접촉면에서 제1종 타원적분

h_b : 볼베어링 외부 표면의 대류 열전달계수

h_n : 볼나사 너트의 대류 열전달계수

h_s : 볼나사 나사축의 대류 열전달계수

$I_{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사 너트의 축방향 분할 수

k_{1-6} : 반경 차분계수

l : 리드

m : 축방향 노드(node) 번호

n : 반경방향 노드 번호

N : 나사축의 회전속도

Pr : 프란틀(Prantl)수

q : 열유량

$q_{cond,conv}$: 전도와 대류에 의한 열유량

$Q_f^{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 단위격자에서 마찰 열유량

r : 임의 절점의 반경방향 위치

r_0 : 축 중심에서 절점까지 반경방향 길이

Δr : 환형격자의 반경방향 길이

$R_{bng,bsg}$: 볼과 너트 그루브, 볼과 나사축 그루브에서의 접촉열저항

Re : 레이놀즈(Reynolds)수

Δt : 시간 간격

$T_1^{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 부하 마찰토크

$T_v^{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 점성 마찰토크

V : 격자의 체적

V_b : 나사축에 접하는 볼베어링 격자 체적

V_N : 나사축에 접하는 너트 격자 체적

V_S : 너트에 접하는 나사축 격자 체적

$y_{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 각접촉 변수

z : 임의 절점의 축방향 위치

Δz : 환형격자의 축방향 길이

$z_{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 구름접촉 변수

Z_{bs} : 볼나사의 볼 수

α : 열확산계수

$\alpha_c^{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 접촉각

κ_{bs} : 볼나사의 너트 수

λ_a : 공기의 열전도계수

$\lambda_{ball,n,s}$: 볼나사의 볼, 너트, 나사축의 열전도 계수

γ : 리드각

$v_{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사에 사용된 광유의 동점성계수

θ : 현 단계 온도

$\Delta\theta$: 온도 변화값

θ_{jb} : 볼베어링 격자의 마찰온도

θ_{jn} : 너트 격자의 마찰온도

θ_{js} : 나사축 격자의 마찰온도

θ^f : 다음 단계 온도

θ_{∞} : 주변 공기 온도

$\rho_{b,bs}$: 볼베어링과 볼나사의 밀도

φ_{bs} : 너트의 권 수

1. 서 론

선진국 수준의 기술경쟁력 확보, 고부가가치 기계장비 시장 진입, 정밀기계장비 국산화와 무역적자 해소를 위해 한국기계연구원(KIMM)에서는 기계장비 정밀도 예측 시뮬레이터 기술을 개발하고 있다. 정밀도 수준에 부합하는 설계 변경 정보를 설계자에게 제공하기 위해 최적화 기법을 사용하여 설계 단계에서 기계장비의 정밀도를 중심으로 한 요구 성능의 시뮬레이션과 운동 요소들의 영향 해석 등을 수행한다. 그리고, 설계자가 시간과 장소에 구애 받지 않고 언제 어디서나 이 설계 툴을 쉽고 빠르게 정밀기계의 정밀도 예측에 응용할 수 있도록 통합 설계 시뮬레이터 웹 서비스 시스템을 구축 중이다.⁽¹⁾

본 논문에서는 KIMM이 수행하는 “기계장비 정밀도 시뮬레이션 플랫폼 기술개발 II” 과제⁽¹⁾에서 직선운동 요소로서 기계장비의 정밀도와 강성 그리고 운동 효율에 큰 영향을 미치는 운동전달 요소인 볼나사(Ballscrew)의 마찰현상과 그에 따른 열해석을 연구한다.

볼나사는 작동 중에 나사축과 너트 사이에서 발생하는 마찰토크 때문에 온도가 상승하며 이에 따른 열변형 오차 발생으로 이송계의 위치결정 정도가 저하된다. 이 오차를 보상 제어하기 위해서는 볼나사의 온도분포를 정확히 예측해야 하는데,^(2,3) 계측을 통한 모든 지점의 온도 분포 측정이 불가능 하기 때문에 현시적(Explicit) 유한차분법(Finite Difference Method, FDM)을 이용한 볼나사의 온도 분포와 열팽창 예측이 이루어져 왔다.⁽³⁻⁷⁾ 그러나, 이들 연구에서는 경계조건들의 부정확한 모델링 문제가 존재하며, 볼 접촉부에서 열전도 현상 모델링 등이 제대로 이루어지지 못했다.

본 논문에서는 기존의 수치해석을 이용한 볼나사 열해석 연구⁽³⁻⁷⁾에서 모호했던 접촉 중에 발생하는 너트부와 지지볼베어링에서의 마찰토크를 부하와 윤활 조건을 고려하여 정식화 한다. 그리고 볼나사와 볼베어링의 이송 메커니즘과 운전 조건 등을 고려하여 너트, 나사축, 볼베어링에 적용되는 대류 열전달계수를 수식화한다. 볼과 축 및 너트 그루브(Groove)의 구름 접촉부에서 발생하는 열전도 현상은 접촉열저항의 역수인 접촉열전도를 모델링하여 적용하고, 현시적 유한차분해석에 필요한 안정성 해석을 수행한다. 효율적인 유한차분해석을 위해 볼나사 축은 원통, 너트는 중공 원통으로 모델링하고, 수치해석 과정 중에 시간간격과 이송속도를 고려하여 너트부의 이송구간에서 발열 이동 효과를 적용한다. 서로 다른 예압 조건과 저속 운전 조건에서의 수치해석을 통해 온도분포를 추정하고, 그의 수렴성과 효율성을 검증한다.

2. 유한차분해석

Fig. 1 은 볼나사를 이용한 직선 이송계이다. Fig. 2 (a)는 두 개의 너트 사이에 간좌(Spacer)를 삽입하여 예압을 가하는 더블너트형 볼나사이며, (b)는 모터 쪽에 설치되어 이송계 지지에 사용되는 각접촉 볼베어링이다. 이송계가 저속에서 작동하는 경우 볼나사 너트부와 볼베어링에서는 볼의 구름 마찰과 윤활유의 전단에 의해 점성 마찰이 발생하고, 마찰열 때문에 볼나사 온도가 상승한다.

본 논문에서는 저속 운전 조건에서 다음과 같은 가정 하에 볼나사 시스템의 열해석을 수행한다.

- (1) 나사축은 외경이 불중심경인 등가 실린더이며, 너트는 내경이 불중심경인 등가 중공실린더이다.
- (2) 볼과 나사축 및 너트 그루브들의 접촉열전도는 부하가 같은 경우 일정하며, 볼베어링

의 접촉열전도는 무시한다.

- (3) 볼나사와 너트 접촉부 그리고 지지볼베어링에서 발생하는 마찰열량은 동일 운전 조건에서 일정하다.
- (4) 대류 열전달계수는 동일한 회전 및 이송속도에서 일정하다.
- (5) 볼베어링 외부 표면에서의 대류 열전달계수는 공기의 자연대류이다.

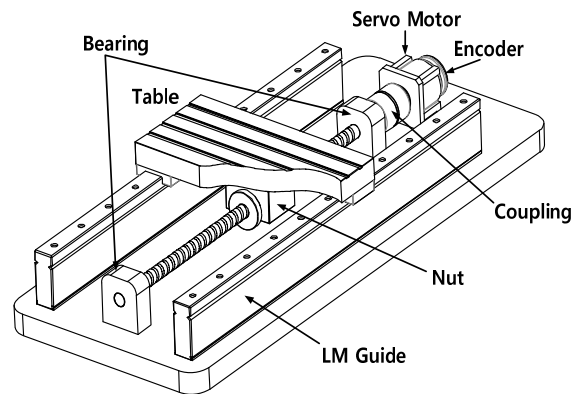


Fig. 1 Schematic diagram of a feed drive system

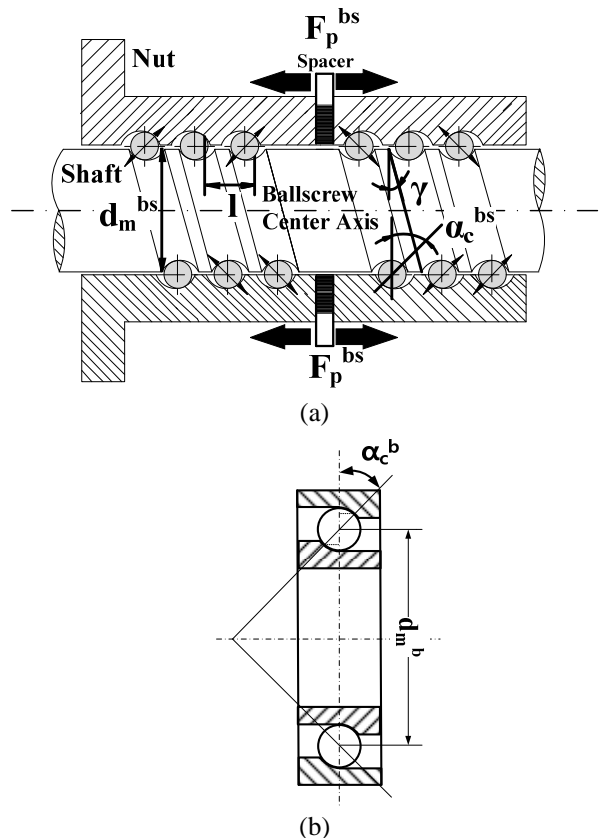


Fig. 2 Schematic diagram of (a) ballscrews and (b) angular contact ball bearings

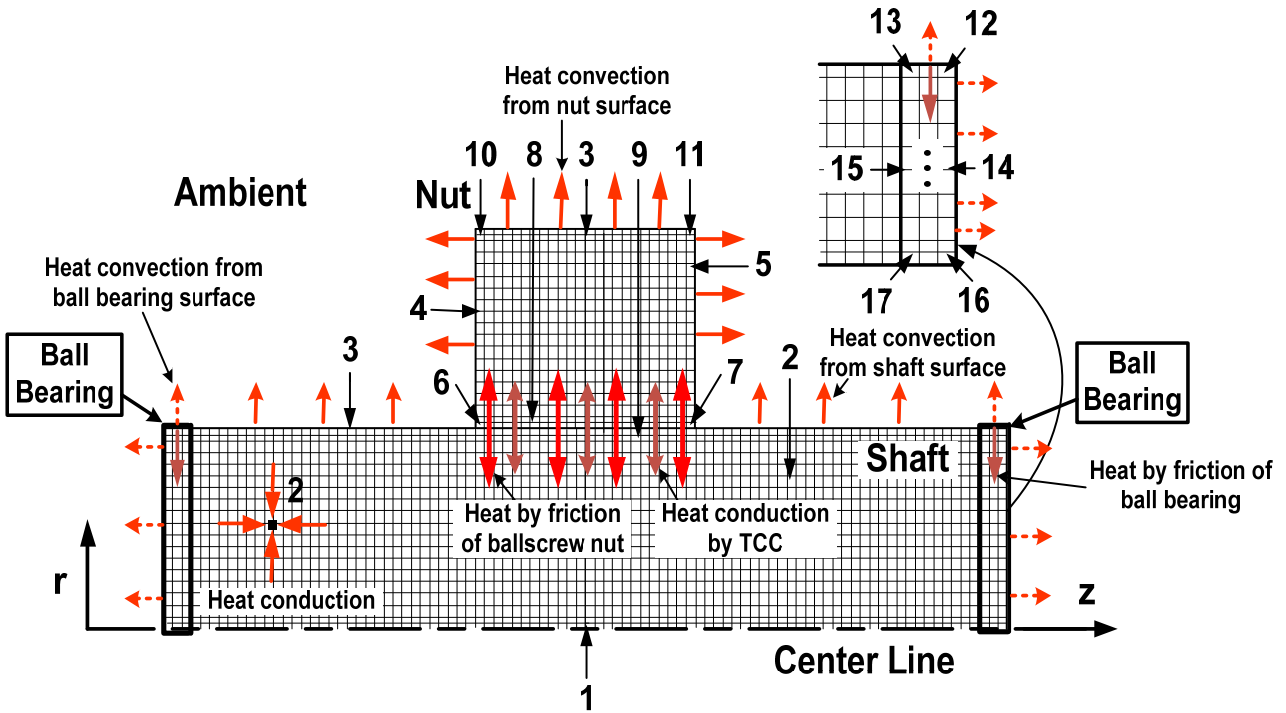


Fig. 3 Section view of axisymmetric quarter FD model of the ballscrew system

- (6) 볼나사의 리드 및 장착 오차는 무시한다.
- (7) 볼나사에는 예압만 작용하고 추력은 없다.
- (8) 볼나사 너트, 나사축, 볼의 열전도계수는 같다.

2.1 경계조건과 열전달 특성

Fig. 3 은 볼나사 시스템에서 작은 환형격자로 이루어진 축대칭인 나사축과 너트의 1/4 유한차분 모델 단면이며, 각 요소들의 열전달 현상을 나타낸다. 전도 현상 만이 존재하는 너트나 나사축 내부의 Fig. 3 의 2 와 같은 요소들의 온도는 임의의 절점 위치 $z = m \cdot \Delta z$, $r = n \cdot \Delta r$ 에서 다음과 같은 열전도 방정식으로부터 구해진다.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (1)$$

여기서 α 는 열확산계수이며, 식 (1)의 각항을 (m, n) 절점에 대하여 현시적 유한차분식으로 근사화하면 다음과 같이 유도된다.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{\theta_{m-1,n} - 2\theta_{m,n} + \theta_{m+1,n}}{\Delta z^2} \quad (2)$$

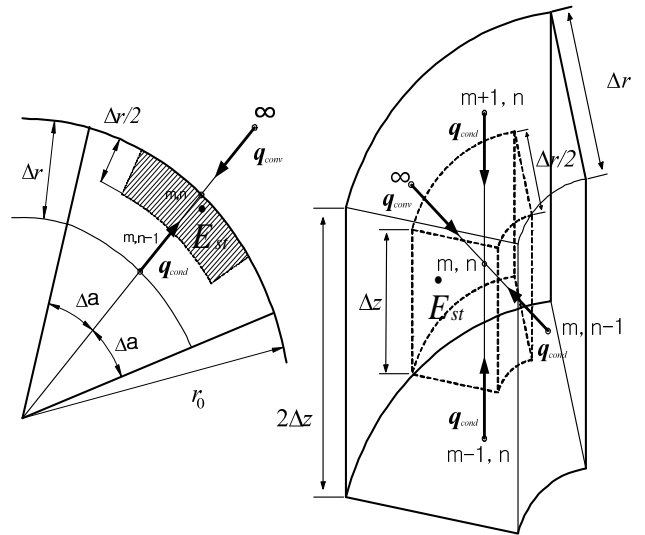


Fig. 4 Cylindrical subdivision for a convection unit

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{1}{n \cdot \Delta r} \cdot \frac{\theta_{m,n+1} - \theta_{m,n-1}}{2\Delta r} \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} = \frac{\theta_{m,n-1} - 2\theta_{m,n} + \theta_{m,n+1}}{\Delta r^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\theta_{m,n}^F - \theta_{m,n}}{\Delta t} \quad (5)$$

여기서 상첨자 F 는 다음 단계이며, 이들을 식 (1)에 대입하면 열전도 만 존재할 때 차분식은

$$\frac{\theta_{m-1,n} - 2\theta_{m,n} + \theta_{m+1,n}}{\Delta z^2} + \frac{1}{n \cdot \Delta r} \cdot \frac{\theta_{m,n+1} - \theta_{m,n-1}}{2\Delta r} \quad (6)$$

$$\frac{\theta_{m,n-1} - 2\theta_{m,n} + \theta_{m,n+1}}{\Delta r^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\theta_{m,n}^F - \theta_{m,n}}{\Delta t}$$

이 되고, 시간 $t = F \cdot \Delta t$ 단계에서 온도는 식 (7)과 같이 현시적으로 주변온도를 이용하여 추정할 수 있다.

$$\theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + Fo_z (\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n} - 2\theta_{m,n}) + Fo_r (k_1 \theta_{m,n+1} + k_2 \theta_{m,n-1} - 2\theta_{m,n}) \quad (7)$$

여기서 Fo_r , Fo_z 은 반경 및 축 방향 푸리에 (Fourier)수, k_1 , k_2 는 중공실린더 형상을 고려한 반경차분계수, Δt 는 시간 차분치이다.

2.2 대류 열전달 요소 모델링

Fig. 4는 너트나 나사축 표면에서 대류가 존재하는 3과 같은 요소들의 환형격자이다. 이 표면 격자의 유한차분식은 이웃 절점들과의 에너지 평형 조건을 이용하여 유도한다. 단위시간 당 유입열량으로부터 너트와 나사축 표면 격자에서 차분식은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} q_{(m-1,n) \rightarrow (m,n)} : \lambda_{n,s} \left\{ \frac{\Delta r}{2} \left(r_0 - \frac{\Delta r}{4} \right) \Delta a \right\} \left(\frac{\theta_{m-1,n} - \theta_{m,n}}{\Delta z} \right) \\ q_{(m+1,n) \rightarrow (m,n)} : \lambda_{n,s} \left\{ \frac{\Delta r}{2} \left(r_0 - \frac{\Delta r}{4} \right) \Delta a \right\} \left(\frac{\theta_{m+1,n} - \theta_{m,n}}{\Delta z} \right) \quad (8) \\ q_{(m,n-1) \rightarrow (m,n)} : \lambda_{n,s} \left\{ \Delta z \left(r_0 - \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta a \right\} \left(\frac{\theta_{m,n-1} - \theta_{m,n}}{\Delta r} \right) \\ q_{\infty \rightarrow (m,n)} : h_{n,s} \{ r_0 \Delta z \Delta a \} (\theta_{\infty} - \theta_{m,n}) \end{aligned}$$

여기서 $\lambda_{n,s}$ 와 $h_{n,s}$ 는 너트와 나사축의 열전도계수와 대류 열전달계수이며, 단위시간 당 격자에 저장되는 열에너지 변화율은 식 (9)와 같다.^(4,6)

$$\dot{E}_{st} = \rho_{bs} c_{bs} V \frac{\theta_{m,n}^F - \theta_{m,n}}{\Delta t} \quad (9)$$

여기서 ρ_{bs} , c_{bs} 와 V 는 각각 볼나사의 밀도, 비열 그리고 격자의 체적이다. 식 (8)과 (9)를 정리하면, 주위환경과 열교환이 존재하는 3과 같은 격자의 차분식은 식 (10)과 같이 유도된다.

$$\theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + Fo_z (\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n} - 2\theta_{m,n}) + Fo_r k_3 (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + Fo_r Bi_r^{n,s} k_4 (\theta_{\infty} - \theta_{m,n}) \quad (10)$$

여기서 k_3 , k_4 는 반경 차분계수, $Bi_r^{n,s}$ 는 너트와 나사축의 반경방향 비오투(Biot)수이다.^(4,6)

2.3 접촉열전도 모델링

볼나사는 작동 중에 예압에 의해 볼이 너트와 나사축 그루브에 접촉되며, 각 접촉면에서 볼과 그루브의 온도차가 존재할 경우 두 물체 사이에서 열전도가 발생하는 접촉열전도가 존재한다. 볼과 너트의 그루브, 볼과 나사축의 그루브 사이에 존재하는 접촉열전도는 식 (11)과 같이 접촉부에서 접촉열저항^(8,9)을 통해 정의된다. 볼나사의 경우 접촉면적과 볼 수를 고려하면 접촉열전도는 식 (12)와 같이 정식화 된다.⁽¹⁰⁾

$$R_{bng,bsg} = \frac{\mathcal{F}_{bng,bsg}}{2\pi \lambda_{n,s} a_{bng,bsg}} + \frac{\mathcal{F}_{bng,bsg}}{2\pi \lambda_{ball} a_{bng,bsg}} \quad (11)$$

$$C_{bng,bsg} = \frac{Z_{bs}}{R_{bng,bsg} A_{bng,bsg}} \quad (12)$$

여기서 $a_{bng,bsg}$, $A_{bng,bsg}$, $\mathcal{F}_{bng,bsg}$ 는 각각의 접촉부에서 부하에 따라 발생하는 타원 접촉면적의 장반경, 접촉면적, 제1종 타원적분이고, $\lambda_{ball,n,s}$ 는 각각 볼나사의 볼, 너트, 나사축의 열전도계수이며, Z_{bs} 는 볼나사의 볼 수이다.

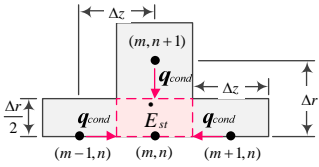
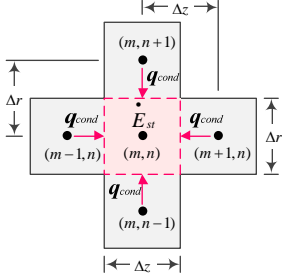
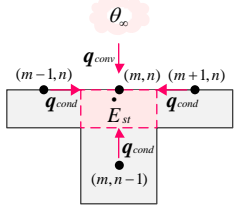
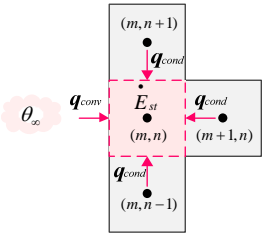
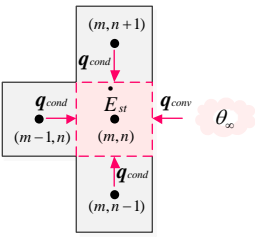
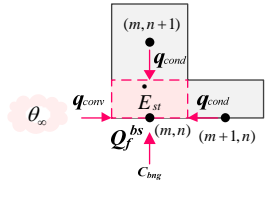
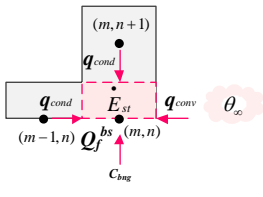
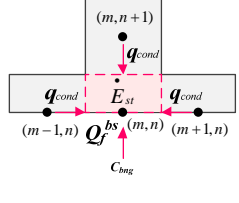
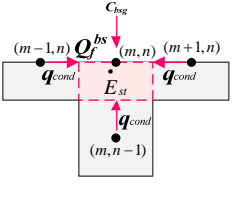
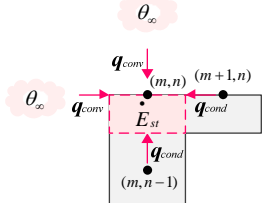
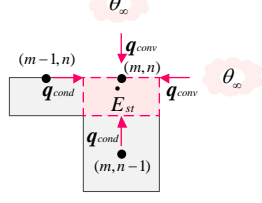
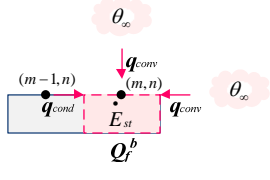
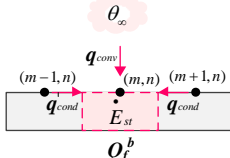
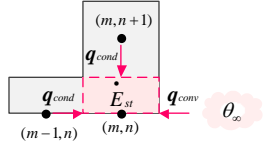
2.4 유한차분 모델링

볼나사 시스템에서 차분식은 앞서 설명한 전도와 대류 모델링 방법, 상이한 경계조건, 격자 크기에 따라 최대 15 가지 종류로 모델링 된다.⁽⁴⁾ 볼나사와 볼베어링에서 열전달 현상과 격자 크기의 종류에 따라서 번호로 구분된 Fig. 3 의 격자들에 Table 1 과 같은 차분 요소의 열전달 특성을 적용하면 각 종류별 차분식은 (13)과 같이 유도된다.

Ballscrew elements

$$1: \theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + Fo_z (\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n} - 2\theta_{m,n}) + 4Fo_r (\theta_{m,n+1} - \theta_{m,n}) \quad (13)$$

Table 1 Heat transfer characteristics of each element in the FD model

1 and 17	2 and 15	3
 <p style="text-align: center;">Adiabatic condition</p>		
<p style="text-align: center;">4</p> 	<p style="text-align: center;">5 and 14</p> 	<p style="text-align: center;">6</p> 
<p style="text-align: center;">7</p> 	<p style="text-align: center;">8</p> 	<p style="text-align: center;">9</p> 
<p style="text-align: center;">10</p> 	<p style="text-align: center;">11</p> 	<p style="text-align: center;">12</p> 
<p style="text-align: center;">13</p> 	<p style="text-align: center;">16</p>  <p style="text-align: center;">Adiabatic condition</p>	

$$2: \theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + F_{O_z}(\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n} - 2\theta_{m,n})$$

$$+ F_{O_r}(k_1\theta_{m,n-1} + k_2\theta_{m,n+1} - 2\theta_{m,n})$$

$$3: \theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + F_{O_z}(\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n} - 2\theta_{m,n})$$

$$+ F_{O_r} \cdot k_3(\theta_{m,n-1} - \theta_{m,n}) + F_{O_r} \cdot Bi_r^{n,s} \cdot k_4(\theta_\infty - \theta_{m,n})$$

.

.

.

$$9: \theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + F_{O_z}(\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n} - 2\theta_{m,n})$$

$$+ F_{O_r} \cdot k_3(\theta_{m,n-1} - \theta_{m,n}) + \frac{C_{bsg} \cdot k_4 \cdot \Delta t}{\rho_{bs} \cdot c_{bs} \cdot \Delta r} (\theta_{m,n+1} - \theta_{m,n}) + \theta_{fs}$$

$$10: \theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + F_{O_z}(\theta_{m+1,n} - \theta_{m,n}) + F_{O_r} \cdot k_3(\theta_{m,n-1} - \theta_{m,n})$$

$$+ (F_{O_z} \cdot Bi_z^n + k_4 F_{O_r} \cdot Bi_r^n)(\theta_\infty - \theta_{m,n})$$

$$11: \theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + F_{O_z}(\theta_{m-1,n} - \theta_{m,n}) + F_{O_r} \cdot k_3(\theta_{m,n-1} - \theta_{m,n})$$

$$+ (F_{O_z} \cdot Bi_z^n + k_4 F_{O_r} \cdot Bi_r^n)(\theta_\infty - \theta_{m,n})$$

Bearing elements

$$12: \theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + F_{O_z}(\theta_{m-1,n} - \theta_{m,n}) + F_{O_r} k_3(\theta_{m,n-1} - \theta_{m,n})$$

$$+ (F_{O_z} \cdot Bi_z^b + k_4 \cdot F_{O_r} \cdot Bi_r^b)(\theta_\infty - \theta_{m,n}) + \theta_{fb}$$

$$13: \theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + F_{O_z}(\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n} - 2\theta_{m,n}) + F_{O_r} k_3(\theta_{m,n-1} - \theta_{m,n})$$

$$+ F_{O_r} \cdot Bi_r^b \cdot k_4(\theta_\infty - \theta_{m,n}) + \theta_{fb}$$

.

.

.

$$16: \theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + 4F_{O_r}(\theta_{m,n+1} - \theta_{m,n}) + F_{O_z}(\theta_{m-1,n} - \theta_{m,n})$$

$$+ F_{O_z} \cdot Bi_z^b (\theta_\infty - \theta_{m,n})$$

$$17: \theta_{m,n}^F = \theta_{m,n} + F_{O_z}(\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n} - 2\theta_{m,n}) + 4F_{O_r}(\theta_{m,n+1} - \theta_{m,n})$$

$$k_1 = 1 - \frac{0.5}{n}, k_2 = 1 + \frac{0.5}{n}, k_3 = \frac{4(2n-1)}{4n-1}, k_4 = \frac{8n}{4n-1},$$

$$k_5 = \frac{4(2n+1)}{4n+1}, k_6 = \frac{8n}{4n+1}, F_{O_r} = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta r)^2}, F_{O_z} = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta z)^2}$$

$$Bi_r^{b,n,s} = \frac{h_{b,n,s} \Delta r}{\lambda_{b,n,s}}, Bi_z^{b,n,s} = \frac{h_{b,n,s} \Delta z}{\lambda_{b,n,s}}$$

$$V_{b,n} = \frac{\pi(n+0.25)(\Delta r)^2 \Delta z}{2}, V_s = \frac{\pi(n-0.25)(\Delta r)^2 \Delta z}{2}$$

$$Q_f^{b,bs} = \frac{\pi N I_f^{b,bs}}{60 I_{b,bs}}, \theta_{fb} = \frac{Q_f^b \Delta t}{c_b \rho_b V_b}, \theta_{fs} = \frac{Q_f^{bs} \Delta t}{c_{bs} \rho_{bs} V_n}, \theta_{fs} = \frac{Q_f^{bs} \Delta t}{c_{bs} \rho_{bs} V_s}$$

여기서 마찰열과 열량은 3절에서 설명한다.

2.5 안정 조건

현시적 유한차분법을 이용한 수치해석의 수렴성을 보장하기 위해서는 각 특성요소에서 식 (14)가 만족되도록 Δz , Δr , Δt 가 결정되어야 한다.

Ballscrew elements

$$1 \rightarrow 1 - 2F_{O_z} - 4F_{O_r} \geq 0$$

$$2 \rightarrow 1 - 2F_{O_z} - 2F_{O_r} \geq 0$$

$$3 \rightarrow 1 - 2F_{O_z} - F_{O_r} \cdot k_3 - F_{O_r} \cdot Bi_r^{n,s} \cdot k_4 \geq 0$$

.

.

$$8 \rightarrow 1 - 2F_{O_z} - F_{O_r} \cdot k_5 - \frac{C_{bsg} \cdot k_6 \cdot \Delta t}{\rho_{bs} \cdot c_{bs} \cdot \Delta r} \geq 0$$

$$9 \rightarrow 1 - 2F_{O_z} - F_{O_r} \cdot k_3 - \frac{C_{bsg} \cdot k_4 \cdot \Delta t}{\rho_{bs} \cdot c_{bs} \cdot \Delta r} \geq 0 \quad (14)$$

$$10 = 11 \rightarrow 1 - F_{O_z} - F_{O_r} \cdot k_3 - F_{O_z} \cdot Bi_z^n - F_{O_r} \cdot Bi_r^n \cdot k_4 \geq 0$$

Bearing elements

$$12 \rightarrow 1 - F_{O_z} - F_{O_r} \cdot k_3 - F_{O_z} \cdot Bi_z^b - F_{O_r} \cdot Bi_r^b \cdot k_4 \geq 0$$

$$13 \rightarrow 1 - 2F_{O_z} - F_{O_r} \cdot k_3 - F_{O_r} \cdot Bi_r^b \cdot k_4 \geq 0$$

.

.

$$16 \rightarrow 1 - 4F_{O_r} - F_{O_z} - F_{O_z} \cdot Bi_z^b \geq 0$$

$$17 \rightarrow 1 - 2F_{O_z} - 4F_{O_r} \geq 0$$

3. 마찰열량

3.1 구름 마찰토크

Harris⁽¹¹⁾는 각접촉 볼베어링에서 예압에 의한 마찰토크를 식 (15)와 같이 정식화 하였다.

$$T_1^b = f_1^b F_\beta^b d_m^b \quad (15)$$

여기서 d_m^b 는 볼베어링의 볼중심경, f_1^b 는 베어링 구조와 부하에 따라 결정되는 변수이며, 식 (16)을 통해 볼베어링의 f_1^b 가 계산된다.

$$f_1^b = z_b \left(\frac{FS_b}{CS_b} \right)^{y_b} \quad (16)$$

여기서 FS_b , CS_b 는 볼베어링의 정등가부하와 기본정정격부하이며, 각접촉 볼베어링의 y_b 와 z_b 는 각각 0.33 과 0.001 이다. 그리고 F_β^b 는 식 (17)과 같이 추력이 없는 경우 축방향 부하의 크기에 따라 결정된다.⁽¹¹⁾

$$F_\beta^b = 0.9F_p^b \cdot \cot(\alpha_c^b) \quad (17)$$

여기서 F_p^b , α_c^b 는 각각 볼베어링의 예압과 접촉각이다.

볼나사에서 예압에 의한 구름 마찰토크는 볼나사와 유사한 메커니즘을 갖는 각접촉 볼베어링의 마찰토크 추정식인 식 (15)를 응용하면 다음과 같이 정식화 할 수 있다.

$$T_1^{bs} = f_1^{bs} F_\beta^{bs} d_m^{bs} \quad (18)$$

여기서 d_m^{bs} 는 볼나사의 볼중심경이며, f_1^{bs} 는 부하, 너트 수 등에 따라 결정되는 변수로 식 (19)를 통해 계산된다.⁽¹²⁾

$$f_1^{bs} = z_{bs} \kappa_{bs} \left(\frac{FS_{bs}}{CS_{bs}} \right)^{y_{bs}} \quad (19)$$

여기서 FS_{bs} , CS_{bs} , κ_{bs} 는 각각 볼나사의 정등가부하, 기본정정격부하와 너트 수이며, F_β^{bs} 는 볼나사의 리드각과 너트 수를 고려하면 식 (20)과 같이 유도된다.⁽¹¹⁻¹³⁾

$$F_\beta^{bs} = 0.9\kappa_{bs} \frac{F_{bs}}{\cos \gamma} \cot \alpha_c^{bs} \quad (20)$$

여기서 α_c^{bs} , γ 는 각각 볼나사의 접촉각과 리드 각이며, F_{bs} 는 볼나사 너트의 평균 부하이다. 이 값은 Fig. 2(a)와 같이 간좌에 의해 예압 F_p^{bs} 가 주어지고, 추력 F_t 가 없는 경우, 식 (21)과 같이 유도된다.⁽¹³⁾

$$F_{bs} = F_p^{bs} \quad (21)$$

그러므로, 예압만 작용하는 볼나사 너트부의 구름 마찰토크는 볼이 그루부와 각접촉하므로 y_{bs} 와 z_{bs} 를 0.33 과 0.001 로 하는 경우 다음과 같이 유도된다.

$$T_1^{bs} = 1.93 \times 10^{-4} \frac{\kappa_{bs} \cot \alpha_c^{bs} (F_p^{bs})^{1.33} d_m^{bs}}{\cos \gamma} \quad (22)$$

3.2 점성 마찰토크

Harris 는 베어링에서의 점성 마찰토크를 실험을 통해 정식화 하였으며, 각접촉 볼베어링에서의 점성 마찰토크를 식 (23)과 같이 추정하였다.⁽¹¹⁾ 볼나사의 점성 마찰토크는 Harris⁽¹¹⁾의 볼베어링 결과를 응용하면 너트 수, 권 수, 회전 수, 점성계수가 주어진 경우 식 (24)와 같이 정식화 할 수 있다.

$$T_v^b = f_0^b (\nu_b N)^{2/3} (d_m^b)^3 \quad (23)$$

$$T_v^{bs} = f_0^{bs} \kappa_{bs} \phi_{bs} (\nu_{bs} N)^{2/3} (d_m^{bs})^3 \quad (24)$$

여기서 N , ν_b , ν_{bs} , ϕ_{bs} 는 나사축 회전 수, 볼베어링과 볼나사에 사용된 광유의 동점성계수와 볼나사의 권 수이며, Table 2 는 윤활 방식에 따른 $f_0^{b,bs}$ 값이다.

3.3 마찰온도

볼베어링과 볼나사가 회전수 N 으로 회전함에 따라 발생하는 마찰토크는 단위격자에서 단위시간 당 마찰열량으로 식 (25)와 (26)으로 주어진다.

Table 2 Values of $f_0^{b,bs}$ according to lubrication

Grease	Oil Mist	Oil Bath
2	1.7	3.3

$$Q_f^b = \frac{\pi [N(T_1^b + T_v^b)]}{60} \cdot \frac{1}{I_b} \quad (25)$$

$$Q_f^{bs} = \frac{\pi [N(T_1^{bs} + T_v^{bs})]}{60} \cdot \frac{1}{I_{bs}} \quad (26)$$

그리고 이 마찰열유량에 의한 나사축 접촉격자의 마찰 온도는 식 (27)과 같고, 볼베어링과 볼나사 너트부 접촉격자 Fig. 3 의 6, 7, 8, 12, 13 격자의 마찰온도는 식 (28)과 (29)를 통해 계산된다.

$$\theta_{fs} = Q_f^{bs} \cdot \Delta t / (c_{bs} \cdot \rho_{bs} \cdot V_s) \quad (27)$$

$$\theta_{fb} = Q_f^b \cdot \Delta t / (c_b \cdot \rho_b \cdot V_b) \quad (28)$$

$$\theta_{fn} = Q_f^{bs} \cdot \Delta t / (c_{bs} \cdot \rho_{bs} \cdot V_n) \quad (29)$$

4. 대류 열전달계수

대류 열전달계수는 열전달이 일어나는 물체의 형태와 유체의 특성에 따라 달라진다. 가정 (1)에 의거하여 회전 원통의 표면 대류 열전달계수를 나사축에 적용하면 식 (30)과 같이 된다.⁽¹⁴⁾

$$h_s = \frac{0.133 \cdot \text{Re}^{2/3} \cdot \text{Pr}^{1/3} \cdot \lambda_a}{d_m^{bs}} \quad (30)$$

여기서 Pr 과 Re 는 프란틀(Prandtl)수와 레이놀즈(Reynolds)수이며, d_m^{bs} 와 λ_a 는 볼나사의 볼중심경과 공기의 열전도계수이다. 또한, 볼나사 너트에서의 대류 열전달계수는 Oh⁽¹⁵⁾의 연구 결과를 이용하여, 볼베어링 외부 표면에서의 대류 열전달계수는 가정 (5)에 따라 공기의 자연대류를 적용한다.⁽¹⁶⁾

5. 유한차분해석 결과

해석에는 직경 16 mm, 리드 5 mm, 너트 수 2, 권 수 2.5, 예압 670, 1300 N 인 더블너트형 볼나사와 NSK 사의 7201C 모델의 각접촉 볼베어링을 사용한다. 점도 32 m²/s 인 광유가 충분히 주입된 각 접촉 볼베어링과 점도 170 m²/s 인 그리스를 볼나사에 주입한 상태에서 초기온도 23 도, 250~750 rpm 구간의 저속 운전 조건에서 수치해석을 수행한다. 나사축의 전체 길이는 500 mm 이며, 너트부의 작동 구간은 나사축 중앙에서 100 mm 구간을

Table 3 Convection coefficients according to rpm

N [rpm]	h_n [W/m ² K]	h_s [W/m ² K]	h_b [W/m ² K]
250	5.88	11.52	9.7
500	7.46	18.29	9.7
750	8.91	23.97	9.7

Table 4 Friction torques according to rpm

N [rpm]	T_f^{bs} [N/m]	T_f^{bs} [N/m]	T_f^b [N/m]
	(Preload: 670 [N])	(Preload: 1300 [N])	
250	0.0457	0.1021	0.0022
500	0.0490	0.1055	0.0032
750	0.0518	0.1083	0.0040

Table 5 Thermal contact conductance between balls and grooves according to preload

Preload [N]	C_{bng} [W/m ² K]	C_{bsg} [W/m ² K]
670	123.30	126.70
1300	153.84	158.02

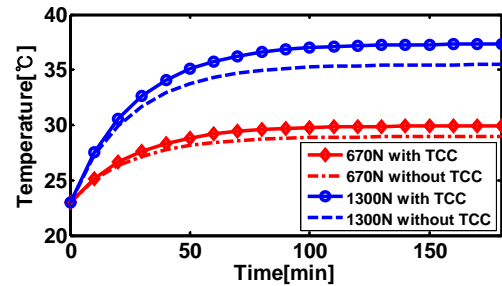


Fig. 5 Temperature rises with and without TCC effects on the nut surface at feed rate 3.75 m/min

왕복운동 한다. 축과 반경방향에 대한 격자의 크기는 $\Delta z = 2.5$ mm, $\Delta r = 0.5$ mm로 격자 전체 개수는 축방향 200 개, 반경방향 40 개 이다. Table 3 과 4 는 3 절과 4 절에서 정식화된 수식을 이용하여 각 운전 조건에서 계산된 대류 열전달계수와 마찰토크를 보여준다. 마찰이 발생하는 너트와 나사축 격자의 온도 차에 따라 발생하는 접촉열전도는 식 (12)로부터 Table 5 와 같이 계산된다.

Fig. 5 는 예압 변화에 따른 접촉열전도를 유한차분모델에 적용한 경우와 적용하지 않은 경우 너트 표면의 온도를 추정된 결과이다. 예압이 상승함에 따라 마찰토크가 증가하여 온도가 상승하며 수렴성이 잘 관찰된다. 그리고 예압 상승에 따른 접촉열전도의 증가로 TCC 를 적용하지 않은 경우 대비 적용한 경우 온도차가 예압 1300 N 조건에서

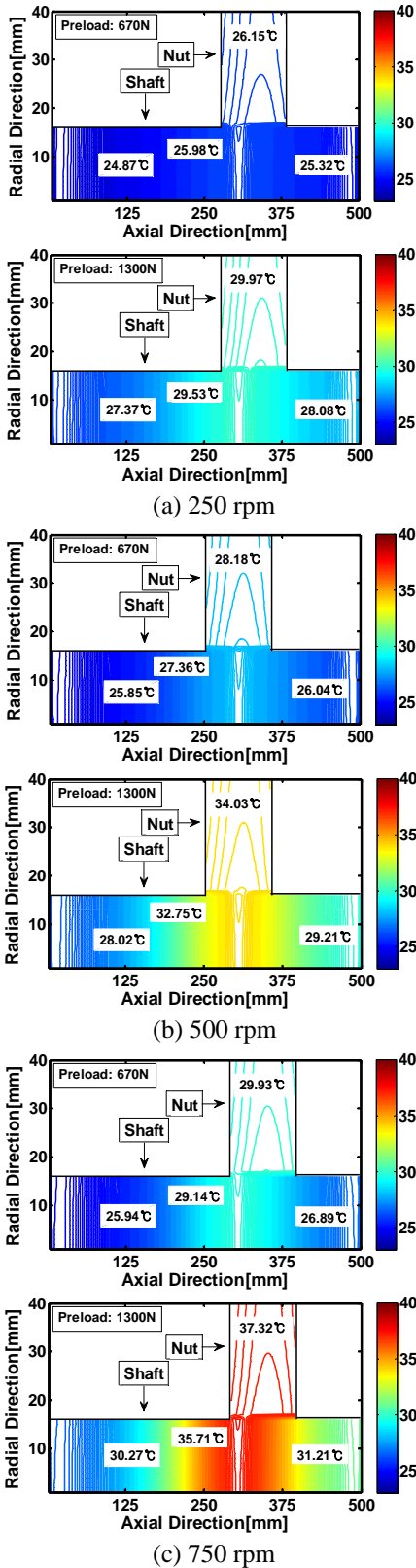


Fig. 6 Temperature distribution of ballscrew systems

예압 670 N 대비 커짐을 확인할 수 있다.
 Fig. 6 은 현시적 유한차분해석을 통해 추정 한

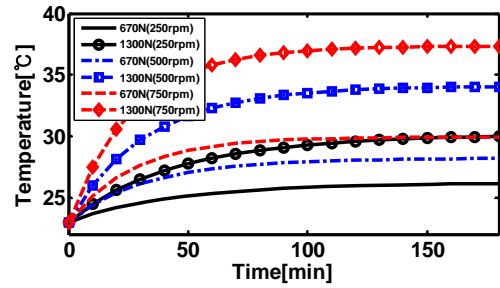


Fig. 7 Temperature rises on the nut surface

볼나사의 회전속도에 따른 정상상태에서의 온도분포이다. 각 운전 조건에 따른 발열 이동 효과를 고려하기 위해 너트의 위치를 수치해석의 시간 간격에 따라 이동시키며 온도분포를 추정 한 결과, 유한차분해석의 수렴성이 잘 만족되며, 대류 열전달계수가 상대적으로 큰 나사축 온도가 너트 온도보다 낮으며, 회전속도와 예압이 증가할수록 너트 표면 온도와 나사축 표면 온도 사이의 차가 크게 관찰된다.

Fig. 7 은 회전속도와 예압 변화에 따른 너트부 표면에서의 온도 추정치이다. 예압이 670 N 인 경우 250, 500, 750 rpm 에서 시상수는 각각 45, 33, 27 분이며, 시정수의 3 배인 135, 99, 81 분 이후에는 최종 온도 값의 5 % 이내로 접근하는 정상상태에 도달하고, 정상상태에서 너트부 표면온도는 각각 3.14, 5.18, 6.93 K 상승하였다. 또한, 예압이 1300 N 인 경우 250, 500, 750 rpm 에서 시상수는 각각 45, 33, 27 분이며, 정상상태에서의 너트부 표면 온도는 각각 6.97, 11.03, 14.32 K 상승하였다. 예압이 증가함에 따라 온도가 상승하는 반면 시상수가 변함없는 이유는 예압이 증가하면 마찰토크가 증가되어 온도는 상승하지만, 시상수에 영향을 미치는 대류계수는 이송속도의 함수이기 때문이다.

6. 결 론

본 논문에서는 부하, 운전 및 조립 조건에 따라서 지지베어링, 나사축, 볼나사 너트부의 마찰토크, 대류 열전달계수, 접촉열전도를 정식화하고, 저속 운전 조건에서 너트부 이송구간의 발열 이동 효과를 적용한 현시적 유한차분해석 수행을 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 직경 16 mm, 리드 5 mm 인 볼나사를 저속 운전 조건인 250, 500, 750 rpm 에서 180 분 가동한 경우 너트부 표면 온도는 예압 670 N 의 경우 각각 3.14, 5.18, 6.93 K 로 상승 되었고, 예압 1300 N 에서는 각각 6.97, 11.03, 14.32 K 상승하였다. 결과

적으로 볼나사는 예압과 나사축의 회전속도가 증가할수록 온도가 상승한다.

(2) 볼나사 너트부의 마찰토크는 250, 500, 750 rpm 에서 예압 670 N 인 경우 각각 0.0457, 0.0490, 0.0518 Nm 이며, 예압 1300 N 인 경우 각각 0.1021, 0.1055, 0.1083 Nm 로 추정 되었다. 이와 같이 예압이 상승함에 따라 구름 마찰토크가 증가하며, 나사축의 회전속도가 상승할수록 점성 마찰토크가 증가되어 너트부의 총 마찰토크가 증가한다.

(3) 회전속도가 증가할수록 나사축의 대류 열전달계수가 11.52, 18.29, 23.97 W/m²K 로 증가하여 시상수는 감소하지만, 시상수는 예압에 무관함을 확인하였다.

(4) 온도분포가 정상 상태에 도달하는 정착시간은 예압에 관계없이 250, 500, 750 rpm 에서 각각 135, 99, 81 분으로 볼나사를 이용한 직선 이송 시스템에서 열변형에 의한 이송오차를 줄이기 위해서는 운전 조건에 맞는 Warm-up 시간을 취하는 것이 바람직하다.

참고문헌

(References)

- (1) KIMM, 2014, Development of Platform Technology for Machine Accuracy Simulation II, *Research Report*, Korea Institute of Machinery & Materials.
- (2) Ahn, J. Y. and Chung, S. C., 2004, "Real-time Estimation of the Temperature Distribution and Expansion of a Ball Screw System using an Observer," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part B, Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 218, pp. 1667~1680.
- (3) Obuchi, N., Otsuka, J. and Hoshino T., 1987 "Study on Thermal Expansion of Ball Screw -Calculation of Temperature Distribution by Difference Method-," *Journal of the JSPE*, Vol. 53, No. 12, pp. 1899~1904.
- (4) Chung, S. C. and Park, J. K., 1992, "Thermal Expansion Analysis of the Ball Screw System by Finite Difference Methods," *Journal of the KSPE*, Vol. 9, No. 4, pp. 44~57.
- (5) Min, B. K., Park, C. H. and Chung, S. C., 2011, "Modeling of Ballscrew Nut Stiffness Including Thermal Effect," *Proceeding of the ASPE 2011 Annual Meeting*, Vol. 52, pp. 319~322.
- (6) Kim, M. J., Min, B. K. and Chung, S. C., 2011, "Thermal Analysis of Ballscrew Systems by Finite Difference Methods," *Proceeding of the ASPE 2011 Annual Meeting*, Vol. 52, pp. 314~317.
- (7) Min, B. K., Park, C. H. and Chung, S. C., 2012, "Modeling of Thermal Nut Stiffness in Ballscrews," *Proceeding of the ASPE 2012 Annual Meeting*, Vol. 54, pp. 390~393.
- (8) Nakajima, K., 1995, "Thermal Contact Resistance between Balls and Rings of a Bearing under Axial, Radial, and Combined Loads," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 9. No. 1, pp. 88~95.
- (9) Yovanovich, M. M., 1971, "Thermal Constriction Resistance Between Contacting Metallic Paraboloids: Application to Instrument Bearings," *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Vol. 24, pp. 337~358.
- (10) Madhusudana, C. V., 2014, *Thermal contact conductance*, Springer, Sydney.
- (11) Harris, T. A., 2001, *Rolling Bearing Analysis*, John Wiley, New York, pp. 189~195.
- (12) NSK, 2014, *Ballscrew Catalog*, NSK Co., LTd.
- (13) Chung, S. C., Cao, L., Khim, G. H. and Park, C. H., 2013, "Precision Modeling and Measurement of Nut Stiffness in Ballscrews," *Proceeding of the ASPE 2013 Annual Meeting*, Vol. 56, pp. 295~298.
- (14) Mills, A. F., 1999, *Basic Heat & Mass Transfer*, Prentice Hall, New York, pp. 330~333.
- (15) Oh, K. J., Min, B. K., Park, C. H. and Chung, S. C., 2013, "Identification of Thermal Characteristics in the Ballscrew Assembly," *Proceeding of the ASPE 2013 Annual Meeting*, Vol. 56, pp. 331~334.
- (16) Bossmanns, B. and Tu, J. F., 1999, "A Thermal Model for High Speed Motorized Spindles," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 39, pp. 1345~1366.