

New seasonal moving average filters for X-13-ARIMA

Kyuho Shim^a · Gunseog Kang^{b,1}

^aMethodology Division, Statistical Research Institute, Statistics Korea;

^bDepartment of Statistics and Actuarial Science, Soongsil University

(Received December 30, 2015; Revised January 16, 2016; Accepted January 17, 2016)

Abstract

X-13-ARIMA (a popular time series analysis software) provides 3×3 , 3×5 , 3×9 , 3×15 moving average filters for seasonal adjustment. However, there has been questions on their performance and the need for new filters is a constant topic due to Korean economic time series often containing higher irregularity and more various seasonality than other countries. In this study, two newly developed seasonal moving average filters, 3×7 and 3×11 , are introduced. New filters were implemented in X-13-ARIMA and applied to 15 economic time series to demonstrate their suitability and reliability. The result shows that some series are more stable when using new seasonal moving average filters. More accurate time series analyses would be possible if newly proposed filters are used together with existing filters.

Keywords: seasonal adjustment, seasonal moving average filters, X-13-ARIMA, sliding span, revision history

1. 서론

계절이동평균필터(seasonal moving average filters)는 계절조정분야에서 계절성을 제거하기 위한 목적으로 오랜 기간 동안 사용되어 왔다. 이는 현재까지 계절조정분석에 가장 많이 사용되고 있는 X-11 방법의 중심이론이다. 현재 X-11 방법의 확장된 프로그램인 X-13-ARIMA는 3×3 , 3×5 , 3×9 , 3×15 계절이동평균필터를 제공하고 있다. 그동안 한국의 계절조정 연구자들은 다양한 계절이동평균필터가 제공되지 않는 점에 대해 아쉬움을 가졌으며, 선진국과는 변동성의 크기나 주기가 다른 우리나라 동향자료에 기존의 계절이동평균필터를 적용했을 때의 분석 결과의 타당성에 대해서 의문을 제기하곤 하였다 (Jeon, 2001; Park과 Choi, 1998).

본 연구에서는 현재 제공되고 있는 계절이동평균필터들의 가중값 생성알고리즘에 대해 살펴보고, 이들을 생성하는데 필요한 이론적 배경을 알아보았다. 또한, 이러한 연구 결과를 바탕으로 현재 제공되고 있지 않는 3×7 , 3×11 에 대한 계절이동평균필터 가중값을 작성하고 실제 시계열자료에 적용해 보았다. 그리고 적용결과를 바탕으로 우리나라 월간동향자료에 미치는 영향과 계절조정 안정성 등에 대해 논의해 보고자 한다.

기존의 연구에서는 계절조정계열의 안정성 평가를 위한 실증적 분석기준으로 슬라이딩-스팬(sliding span) 분석, 리비전 히스토리(revision history) 분석, 멱등성(idempotency) 등이 사용되었다 (Lee,

¹Corresponding author: Department of Statistics and Actuarial Science, Soongsil University, 369 Sangdo-ro, Dongjak-gu, Seoul 06978, Korea. E-mail: gskang@ssu.ac.kr

2010). 계절조정계열의 안정성에 대해서는 어떤 특정 시점과 분석 대상 기간의 계절조정 결과를 비교하여 얻을 수 있다. 또한 계절성이 계절조정계열에서 얼마나 잔존하는지에 대해서는 맥등성 분석으로 파악하였다. 이와 관련하여 X-13-ARIMA에서는 계절조정계열의 안정성 평가를 위해 슬라이딩-스팬 분석과 리비전 히스토리 분석을 제공하고 있다. 이 논문에서는 이 두 가지 분석방법을 이용하여 X-13-ARIMA에서 제공하고 있는 기존의 계절이동평균필터들과 새로 작성된 3×7 , 3×11 계절이동평균필터를 이용한 계절조정계열의 안정성을 비교 평가하였다.

2. 새로운 계절이동평균필터(3×7 , 3×11)

X-11 방법에서의 계절조정은 시계열에 이동평균을 반복적으로 적용하여 수행된다. 이를 위해 기본적으로 사용되는 도구는 $p \times q$ 대칭이동평균($p \times q$ symmetric moving average)이며, 이는 처음에 연속적인 p 개 자료의 이동평균을 q 개 구한 다음, q 개 이동평균들의 평균으로 정의된다. 예를 들어, X_t 를 t 시점의 시계열이라고 가정했을 때, 3×3 대칭이동평균은 먼저 3개의 이동평균 $M_1 = (X_{t-2} + X_{t-1} + X_t)/3$, $M_2 = (X_{t-1} + X_t + X_{t+1})/3$, $M_3 = (X_t + X_{t+1} + X_{t+2})/3$ 을 구한 다음 M_1, M_2, M_3 의 평균으로 주어진다. 즉, 3×3 대칭이동평균 $M_{3 \times 3}$ 은

$$M_{3 \times 3} = \frac{1}{3}(M_1 + M_2 + M_3) = \frac{1}{9}(X_{t-2} + 2X_{t-1} + 3X_t + 2X_{t+1} + X_{t+2})$$

와 같이 주어진다. 일반적으로 $p \times q$ 대칭이동평균은 그 계수를 이용하여 나타낸다. 예를 들어, 3×3 대칭이동평균은 $M_{3 \times 3} : \{1, 2, 3, 2, 1\}/9$ 로 표시된다 (Ladiray와 Quenneville, 2001).

위의 대칭이동평균은 대칭성 때문에 시계열의 끝 부분에서는 적용될 수 없는데 이 경우 자료의 손실을 막기 위하여 비대칭이동평균(asymmetric moving average)이 사용된다. 예를 들어, X-11 방법에서의 3×3 계절이동평균필터는 위의 $M_{3 \times 3}$ 에 추가하여 비대칭이동평균 $\{0, 0.111, 0.259, 0.37, 0.259\}$, $\{0, 0, 0.185, 0.407, 0.407\}$ 을 사용하고 있다. X-11에서 현재 사용하고 있는 가중값은 미국 센서스국 내부에서 발행한 Musgrave의 1960년대 연구보고서 (Musgrave, 1964a, 1964b)에서 나온 가중값이다. 그러나 Musgrave의 문헌에도 3×3 에 대한 이론적 근거가 주어지지 않을 뿐, 다른 비대칭계절이동평균필터들의 작성에 관한 근거나 이론은 알려져 있지 않다. 실제로 Wallis (1982)는 X-11 프로그램이 제공하는 비대칭계절이동평균필터 가중값의 이론적 근거가 명확하지 않다고 밝혔다. 또한, 비대칭계절이동평균필터의 가중값 작성과 관련된 참고문헌은 찾을 수 없으며 헨더슨 이동평균필터(Henderson moving average filter) 작성 조건을 이용하여 작성을 시도하여도 불가능하다고 언급하였다.

이런 이유로 많은 연구자들이 Musgrave가 제안한 계절이동평균필터의 가중값 작성에 대해 근사적인 방법으로 연구를 시도하였다. 구체적으로 비대칭이동평균을 구하는 방법으로 Musgrave 방법, 최량선형비편향추정(best linear unbiased estimate) 방법, 평균제곱수정 최소화(minimization of the mean square revision) 방법, Kenny와 Durbin 방법 (Kenny와 Durbin, 1982) 등이 연구되었다. 최근 호주통계청에서는 기존 미국 센서스국의 작성방법을 이용하여 근사적인 비대칭계절이동평균의 가중값을 제시하였다 (ABS, 2005). 이 방법에서는 시계열의 과거값과 미래값의 수식 전개를 이용하여 기존의 가중값 작성을 시도하였다. 3×7 , 3×11 계절이동평균필터를 작성하기 위해서는 Musgrave (1964a, 1964b)가 제안한 비대칭계절이동평균필터 작성방법을 참고하여야 하나, Musgrave 방법은 자세한 설명이 부족하고 참고문헌이 없어 Doherty (2001)의 작성방법을 참고하였다. Musgrave 방법은 계절이동평균필터와 추세이동평균필터 모두에 동일하게 적용 가능하지만 Doherty는 설명의 편의를 위해 추세이동평균필터의 경우로 작성방법을 설명하였다. 이 방법으로 구현하였을 때 3×3 , 3×5 비대칭계절이동평균필터의 가중값이 X-11의 가중값과 동일하게 산출됨을 보일 수 있었다 (Shim, 2014).

Table 2.1. 3 × 7 Musgrave asymmetric seasonal moving average weights

Month	$n - 8$	$n - 7$	$n - 6$	$n - 5$	$n - 4$	$n - 3$	$n - 2$	$n - 1$	n
n	0	0	0	0	0.127	0.178	0.229	0.232	0.235
$n - 1$	0	0	0	0.088	0.139	0.189	0.192	0.195	0.198
$n - 2$	0	0	0.061	0.111	0.161	0.163	0.166	0.168	0.170
$n - 3$	0	0.047	0.097	0.146	0.148	0.150	0.152	0.153	0.108
$n - 4$	0.048	0.095	0.143	0.143	0.143	0.143	0.143	0.095	0.048

가중값의 개수가 n 개인 대칭이동평균의 가중값을 $w_1, w_2, \dots, w_n (\sum_{i=1}^n w_i = 1)$ 이라 나타내고, 또한 시계열 X_i 를 다음과 같다고 가정하자.

$$X_i = \alpha + \beta i + \epsilon_i.$$

위에서 α 와 β 는 상수이며, ϵ_i 는 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 분포를 따르는 오차이다 (Doherty, 2001). 그리고 구하고자 하는 비대칭이동평균 가중값의 개수를 $m (< n)$ 이라 하자. 예를 들어, 3 × 3 대칭이동평균에는 $n = 5$ 개의 가중값이 사용되지만 4개의 자료만 사용할 수 있는 경우에는 $m = 4$ 가 된다. Doherty (2001)는 가중값의 개수가 m 개인 비대칭이동평균의 가중값 $u_1, u_2, \dots, u_m (\sum_{i=1}^m u_i = 1)$ 을 구하는 방법으로 평균제곱수정 최소화방법을 사용하였다. 이 방법에서는 초기 추세추정값(initial trend estimate)인 $\sum_{i=1}^n w_i X_i$ 와 최종 추세추정값(final trend estimate)인 $\sum_{i=1}^m u_i X_i$ 사이의 평균제곱수정(mean square revision), 즉,

$$E \left[\left(\sum_{i=1}^m u_i X_i - \sum_{i=1}^n w_i X_i \right)^2 \right]$$

을 최소화하는 u_i 들을 구하게 된다. 그리고 Doherty (2001)는 u_i 들이 다음과 같이 주어짐을 보였다.

$$u_i = w_i + \frac{1}{m} \sum_{j=m+1}^n w_j + \frac{\left(i - \frac{m+1}{2}\right) \frac{\beta^2}{\sigma^2}}{1 + \frac{m(m-1)(m+1)}{12} \frac{\beta^2}{\sigma^2}} \sum_{j=m+1}^n \left(j - \frac{m+1}{2}\right) w_j, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

위의 식에서 u_i 를 구하기 위해서는 적절한 β^2/σ^2 의 값이 필요하다. Doherty는 이 값을 $\beta^2/\sigma^2 = 4\pi/(I/C)^2$ 와 같이 I/C 비율(Irregular/Cycle ratio)을 이용하여 계산할 것을 제시하였다 (Doherty, 2001). I/C 비율은 불규칙성분을 순환성분으로 나눈 값으로 계절조정 계열의 상대적인 평활화 정도를 나타낸다. 이에 더하여, 호주통계청(ABS)은 I/C 비율의 값을 9.8로 대입하면 기존 X-13-ARIMA 비대칭계절이동평균가중값을 재현해 낼 수 있음을 밝혔다 (ABS, 2005).

이와 관련하여 Shim (2014)은 위의 Doherty가 제안한 방법을 이용하여 Musgrave 방법으로 3 × 7과 3 × 11 비대칭계절이동평균가중값을 최초로 작성하였다. 또한 Musgrave 방법과 호주통계청 방법을 모두 이용하여 3 × 7과 3 × 11 비대칭계절이동평균가중값 작성을 시도하였는데 두 방법 간의 큰 차이는 보이지 않음을 보였다. 예를 들어, 3 × 7 비대칭계절이동평균가중값들은 대칭계절이동평균가중값인 $w_9 = \{1, 2, 3, 3, 3, 3, 2, 1\}/21$ 을 초기 가중값으로 하고 $\beta^2/\sigma^2 = 4\pi/(9.8)^2$ 을 위의 식에 대입하여 구해지게 된다. 작성된 3 × 7, 3 × 11 비대칭계절이동평균가중값의 계수는 Table 2.1과 Table 2.2에 주어져 있으며, Figure 2.1은 해당 가중값의 계수들에 대한 그래프이다. 이 가중값들은 대칭계절이동평균필터를 적용한 후 비대칭계절이동평균필터의 적용이 필요한 시계열의 끝부분에 순차적으로 곱하는 방법으로 반복 적용된다. 예를 들어, Table 2.1에서 마지막 행이 3 × 7 대칭이동평균 가중값을 나타내며, $m = 8$ 인 경우의 가중값은 $n - 3$ 으로 표시된 행에 있는 값들로 주어진다.

Table 2.2. 3×11 Musgrave asymmetric seasonal moving average weights

Month	$n-12$	$n-11$	$n-10$	$n-9$	$n-8$	$n-7$	$n-6$	$n-5$	$n-4$	$n-3$	$n-2$	$n-1$	n
n	0	0	0	0	0	0	0.087	0.120	0.153	0.156	0.158	0.161	0.164
$n-1$	0	0	0	0	0	0.068	0.101	0.133	0.135	0.137	0.140	0.142	0.144
$n-2$	0	0	0	0	0.053	0.086	0.118	0.119	0.121	0.123	0.125	0.127	0.128
$n-3$	0	0	0	0.042	0.074	0.105	0.107	0.108	0.110	0.111	0.113	0.114	0.116
$n-4$	0	0	0.033	0.064	0.096	0.097	0.098	0.099	0.100	0.101	0.103	0.104	0.105
$n-5$	0	0.028	0.059	0.090	0.091	0.092	0.093	0.094	0.095	0.096	0.097	0.097	0.068
$n-6$	0.03	0.061	0.091	0.091	0.091	0.091	0.091	0.091	0.091	0.091	0.091	0.061	0.030

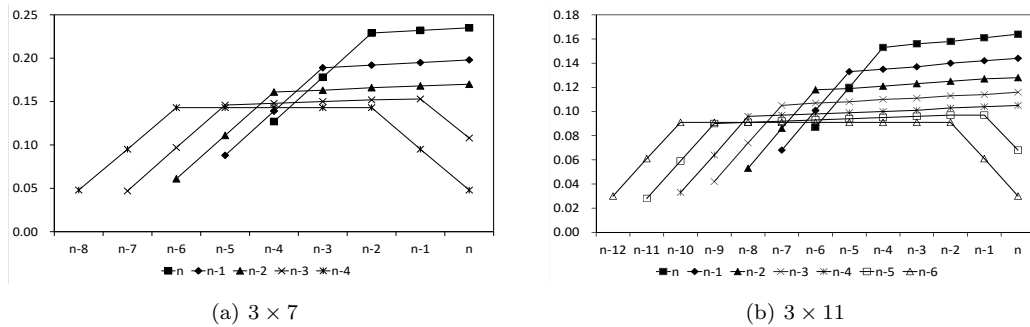


Figure 2.1. 3×7 , 3×11 Musgrave asymmetric seasonal moving average weights.

3. 새로운 가중값의 실증적 적용 및 평가

3.1. 모형의 평가 방법

X-13-ARIMA에서는 계절성의 여부를 진단하기 위해서 계산 중간에 생성되는 D8a계열(최종 수정되지 않은 계절, 불규칙성분, X-13-ARIMA 출력 결과)에 대해 “안정계절성 F검정”, “크루스칼-왈리스 카이 제곱 검정”, “이동계절성 F검정” 결과를 제공하고 있다 (U.S. Census Bureau, 2013). 이에 더하여, 계절조정계열의 안정성 평가를 위해 X-13-ARIMA에서는 슬라이딩-스팬(sliding-span) 분석과 리비전 히스토리(revision history) 분석을 제공하고 있다. 슬라이딩-스팬 분석은 시계열을 중복되는 k 개의 부분적 구간(span)으로 나누어 각각을 계절조정함에 따라 공통되는 시점(겹치는 시점)의 계절요인, 계절조정계열의 전기비 등이 얼마나 안정적인가를 비교 분석하는 방법이다. 이 분석은 Findley 등 (1990)에 의하면 이동표본구간에 따라 계절요인과 계절조정계열의 전월비(month-to-month change)가 이동표본구간에 따라 어떻게 달라지는가에 대한 결과를 제공한다. 이동표본구간의 길이는 시계열 길이와 계절이동평균필터 종류에 따라 달라진다. 시계열자료가 충분하면(15년 이상) 4개의 구간이 일반적으로 사용된다.

리비전 히스토리 분석은 새로운 자료가 추가됨에 따른 계절조정계열이 기준시점 이후 얼마나 변화하는가를 분석하는 방법인데, 평균절대수정(average absolute revision)의 값이 작을수록 안정성이 높은 계절조정계열인 것을 알려준다 (U.S. Census Bureau, 2011). X-13-ARIMA는 계절조정계열로부터 한 시점에서 초기 추정값과 최근 추정값 사이의 리비전(수정)을 생성해낸다. 이렇게 계산된 리비전으로부터 재추정된 계절조정계열과 계절조정계열 전월비의 리비전 정도가 작다면 결과가 안정적이라고 판단한다. Lee (2010)에서도 계절조정계열의 안정성 평가를 위한 실증적 분석기준으로 슬라이딩-스팬 분석, 리비전 히스토리 분석, 멱등성(idempotency) 등이 사용되었다.

Table 3.1. Time series used in the analysis

No	Times series name	Start month	End month	Category
1	음료 제조업(drinking product)	1975.01	2011.05	Industry production
2	알콜음료 제조업(alcoholic product)	1975.01	2011.05	
3	과실, 채소 가공 및 저장 처리업(fruits product)	1975.01	2011.05	
4	식료품 제조업(food product)	1975.01	2011.05	
5	광업(mining product)	1975.01	2011.05	
6	전기업(electricity)	1975.01	2011.05	
7	가스업(gas)	1990.01	2011.05	
8	연탄제조업(briquette product)	1975.01	2011.05	
9	나무제품 제조업(furniture product)	1975.01	2011.05	
10	제재 및 목재가공업(wood product)	1975.01	2011.05	
11	담배 제조업(tobacco product)	1975.01	2011.05	
12	수산물 가공업(fishery)	1975.01	2011.05	
13	육류 가공업(meat)	1975.01	2011.05	
14	숙박 및 음식점업(accommodation)	2000.01	2014.02	Service
15	여가 서비스업(leisure)	2000.01	2014.02	

Table 3.2. Summary of adjustment recommendations for series whose maximum and minimum seasonal factors

$S\%$, $M\%$	Adjustable?
$S\% \leq 15\%$, $M\% \leq 40\%$	unlikely
$15\% < S\% \leq 25\%$, $M\% \leq 40\%$	less likely
$S\% > 25\%$, $M\% > 40\%$	likely

이 절에서는 이 두 가지 분석방법을 이용하여 X-13-ARIMA에서 제공하고 있는 계절이동평균필터와 새로 작성된 3×7 , 3×11 계절이동평균필터를 이용한 계절조정계열의 안정성을 평가한다.

3.2. 신규 계절이동평균필터(3×7 , 3×11)의 비교

새로운 가중값의 안정성을 비교하기 위해 통계청에서 생산하고 있는 경제 관련 지수의 월별자료를 사용하였다. 산업생산동향에 해당하는 13개의 계열과 서비스업동향에 해당하는 2개의 계열이 사용되었는데 (Table 3.1), 대부분의 원계열들은 계절성이 비교적 뚜렷한 시계열을 선택하였으며, 모든 초기분석은 X-13-ARIMA의 결과를 이용하였다.

슬라이딩-스팬 분석과 리비전 히스토리 분석은 각각 중첩된 짧은 구간에서의 계절조정계열의 안정성을 측정하며, 새로운 자료가 추가됨에 따라 기준시점과의 계절조정 후의 안정성을 비교하여준다. S_t^{\max} 를 t 월의 계절요인 차이에 대한 백분율의 최대값이라 하고, MM_t^{\max} 를 t 월의 계절조정계열에 대한 전월비의 최대값이라고 정의하면 슬라이딩-스팬분석의 안정성 판단기준은 Table 3.2와 같이 주어진다. 표에서 $S\%$ 는 S_t^{\max} 가 3% 이상인 구간의 비율을 의미하며 $M\%$ 는 MM_t^{\max} 가 3% 이상인 구간의 비율을 의미한다 (Findley 등, 1990).

Table 3.3에는 안정계열성을 가정한 슬라이딩-스팬 분석 비교결과가 주어져 있다. 표에는 각 계열에 대해 사용된 계절조정필터들 중에서 가장 작은 $S\%$ 의 값에 ‘**’, 두 번째로 작은 값에 ‘*’를 표시하여 각 계열에 대해 계절조정된 결과가 안정성이 높은 필터를 나타내었다. 이 분석에서는 전기업, 담배제조업에서 3×7 에 해당하는 $S\%$ 값이 작게 나타나고, 음료제조, 과실 및 채소, 식료품 제조, 가스업, 연탄제조업에서 3×11 에 해당하는 $S\%$ 값이 작게 나타남을 볼 수 있었다.

Table 3.3. Results of sliding-span: stable seasonality

Seasonal filters	Span	Drinking product	Alcoholic product	Fruits product	Food product	Mining product	Electricity	Gas	Briquette
3 × 5	1	10.52	4.96	11.53	5.38	21.96	85.22	1150.61	111.39
	2	10.93	4.95	11.68	4.85	19.36	85.07	945.34	125.31
	3	9.51	4.99	10.66	4.31	15.65	97.03	821.57	139.59
	4	11.03	5.79	12.86	4.65	15.94	100.63	852.80	145.12
	S%	15.98**	16.97**	20.64	24.83	40.32**	18.29*	40.05	30.28**
3 × 7	1	23.32	7.16	14.99	9.36	38.78	87.34	2172.41	86.64
	2	18.58	5.64	17.25	8.65	31.48	87.62	1831.48	108.26
	3	16.94	7.12	16.91	5.99	24.44	97.90	1589.35	138.11
	4	18.85	8.91	18.13	6.11	24.63	103.19	1575.66	165.73
	S%	37.66	57.98	20.95	56.26	58.67	18.15**	37.87**	91.29
3 × 9	1	20.73	6.40	13.64	9.10	36.45	55.48	1559.96	129.26
	2	21.24	6.39	15.09	8.43	29.72	76.70	1346.96	161.32
	3	16.59	6.86	14.49	7.47	23.69	90.00	1355.91	188.91
	4	18.36	8.70	16.22	7.78	24.01	106.67	1245.78	201.32
	S%	28.03	36.15	18.91**	21.82**	53.86	92.27	25.22**	55.75*
3 × 11	1	11.06	5.37	10.15	6.62	25.91	88.01	1626.60	76.41
	2	10.81	4.85	10.81	5.97	21.83	92.37	1428.53	81.93
	3	12.80	6.85	10.16	5.77	20.34	99.43	1417.39	91.95
	4	11.97	7.73	11.98	5.86	22.02	104.40	1316.35	89.55
	S%	18.41**	59.38	18.03**	14.73**	27.38	18.62	23.57**	20.34**
3 × 15	1	37.81	8.39	21.78	12.11	79.53	108.95	2714.13	153.37
	2	39.77	9.11	19.24	12.05	69.91	111.94	2410.39	170.40
	3	35.64	9.47	16.98	11.86	69.73	117.00	2276.52	184.52
	4	45.93	10.70	25.02	16.98	64.79	126.93	2088.62	209.50
	S%	28.87	27.53*	47.35	43.17	22.75*	16.50**	29.95	36.60

Seasonal filters	Span	Furniture	Wood	Tobacco	Fishery	Meat	Accommo	Leisure
3 × 5	1	4.70	14.96	1.65	9.44	4.30	2.81	17.66
	2	4.27	12.76	1.45	8.85	3.74	2.65	15.40
	3	4.53	11.72	1.20	8.58	2.68	2.35	13.97
	4	14.30	11.37	6.94	10.37	19.36	28.43	35.51
	S%	234.89**	31.57**	478.33	20.86**	622.39**	1109.79	154.19
3 × 7	1	10.68	14.95	4.45	25.19	12.81	4.48	26.77
	2	8.99	9.63	5.54	21.11	3.39	4.22	32.31
	3	5.26	11.80	5.47	16.98	15.25	4.25	27.70
	4	35.85	8.73	9.31	14.51	24.91	50.50	53.49
	S%	581.56	71.25	109.21**	73.60	634.81*	1096.68*	99.81*
3 × 9	1	5.29	19.97	2.39	11.01	6.12	4.55	32.38
	2	7.54	20.12	2.86	11.19	6.08	4.81	29.49
	3	5.71	23.52	2.11	10.80	3.30	4.61	26.37
	4	25.76	15.00	11.30	8.40	26.04	50.95	52.17
	S%	386.96*	56.80*	435.55*	33.21*	689.09	1019.78**	97.84**
3 × 11	1	11.02	20.68	3.79	28.94	13.73	3.65	25.88
	2	7.03	19.23	5.13	23.78	18.17	3.94	29.97
	3	13.12	17.09	4.99	17.29	16.52	3.51	26.99
	4	25.72	14.93	11.95	14.60	25.37	50.97	51.10
	S%	265.86*	38.51*	215.30*	98.22	84.78**	1352.14	97.45*
3 × 15	1	16.41	31.36	3.98	34.86	12.69	10.42	39.37
	2	19.26	31.22	5.90	29.49	9.38	7.39	34.17
	3	25.18	30.20	6.11	25.97	16.88	10.95	27.52
	4	31.06	31.46	9.40	21.43	23.42	50.51	41.86
	S%	89.27**	4.17**	136.18**	62.67*	149.68*	583.49**	52.11**

Table 3.4. Results of sliding-span: moving seasonality

Seasonal filters	Span	Drinking product	Alcoholic product	Fruits product	Food product	Mining product	Electricity	Gas	Briquette
3 × 5	1	1.16	0.98	0.23	1.01	1.72	0.24	1.72	4.95
	2	0.80	1.27	0.81	1.10	1.91	0.23	2.20	4.63
	3	0.96	1.92	0.52	0.86	2.02	0.21	2.07	2.55
	4	1.27	2.04	0.85	0.61	1.23	0.25	1.78	2.25
	M%	58.75**	108.16**	269.57	80.33	64.23**	19.05**	27.91*	120.00*
3 × 7	1	0.40	0.77	0.52	0.63	1.16	0.87	4.30	13.48
	2	0.85	1.13	0.53	0.69	2.50	0.77	5.49	11.71
	3	0.79	1.56	0.23	0.56	2.51	0.53	5.14	9.01
	4	1.36	2.08	0.34	0.58	2.23	1.75	4.90	6.72
	M%	240.00	170.13	130.43	23.21**	116.38	230.19	27.67**	100.60**
3 × 9	1	0.42	0.81	0.44	0.45	0.99	1.20	1.82	8.25
	2	0.44	1.05	0.60	0.70	2.24	1.27	3.43	7.73
	3	0.73	1.50	0.36	0.77	2.35	0.75	2.87	5.15
	4	1.24	1.91	0.39	0.78	2.15	1.40	2.38	3.34
	M%	195.24	135.80	66.67**	73.33	137.37	86.67*	88.46	147.01
3 × 11	1	2.75	0.82	0.27	0.31	1.19	0.77	1.06	6.80
	2	2.83	1.23	0.53	0.39	2.90	0.69	1.95	8.70
	3	1.64	1.83	0.59	0.53	1.77	0.55	1.84	7.66
	4	0.95	1.28	0.40	0.57	1.62	1.67	1.52	5.88
	M%	197.89	123.17	118.52	83.87	143.70	203.64	83.96*	47.96*
3 × 15	1	2.53	1.10	1.15	0.58	1.54	2.01	0.61	2.92
	2	2.23	1.28	0.85	0.53	2.31	1.95	0.61	3.24
	3	2.36	1.61	0.55	0.48	2.59	1.02	0.58	3.03
	4	0.74	1.64	0.36	0.69	2.61	1.49	0.60	2.33
	M%	241.89	49.09*	219.44	43.75**	69.48**	97.06*	5.17**	39.06**

Seasonal filters	Span	Furniture	Wood	Tobacco	Fishery	Meat	Accommo	Leisure
3 × 5	1	1.10	0.42	1.10	4.98	2.48	10.79	1.68
	2	3.96	0.36	0.81	5.74	3.49	8.39	4.41
	3	3.68	0.55	0.61	5.23	2.34	6.22	3.91
	4	0.46	0.59	0.80	1.91	0.74	1.87	1.92
	M%	760.87	63.89**	80.33	200.52	371.62	477.01	162.50*
3 × 7	1	1.35	0.36	1.10	2.73	2.16	5.54	3.31
	2	1.81	0.37	0.95	3.19	1.46	4.89	2.63
	3	0.86	0.53	1.10	3.45	1.05	3.88	2.08
	4	0.68	0.66	0.89	3.78	0.86	2.61	1.19
	M%	166.18**	83.33*	23.60**	38.46**	151.16*	112.26**	178.15
3 × 9	1	1.58	1.23	1.13	3.32	1.23	6.11	1.86
	2	2.27	0.73	0.84	4.39	1.52	5.16	2.55
	3	0.56	0.67	1.01	4.58	1.41	3.85	1.96
	4	0.73	0.54	0.69	4.78	0.69	2.52	1.08
	M%	305.36*	127.78	63.77*	43.98*	120.29**	142.46*	136.11**
3 × 11	1	0.43	1.29	1.04	2.85	1.85	2.33	3.36
	2	0.60	0.69	0.68	3.17	1.30	3.50	1.25
	3	0.67	0.56	0.90	3.11	0.79	3.20	1.17
	4	0.67	0.54	0.87	3.20	0.84	2.55	1.10
	M%	55.81**	138.89	52.94*	12.28**	134.18*	50.21**	205.45
3 × 15	1	1.22	0.95	1.07	3.17	2.16	4.21	1.63
	2	0.99	0.95	0.98	3.67	1.35	1.27	1.67
	3	0.80	0.97	1.03	3.87	0.94	2.57	1.43
	4	0.70	1.08	0.87	4.17	0.66	2.42	2.41
	M%	74.29*	13.68**	22.99**	31.55*	227.27	231.50	68.53**

Table 3.5. Revision history

	Seasonal filters	Drinking product	Alcoholic product	Fruits product	Food product	Mining product	Electricity	Gas	Briquette
AARH of Seasonal Adj.	3 × 5	4.05	3.26	3.49	10.51	2.81	0.72*	1.76	6.33
	3 × 7	3.06*	2.35*	2.39*	7.86*	1.74*	0.76	1.23*	6.49
	3 × 9	3.62	3.37	3.03	8.01	2.38	0.82	1.86	5.54*
	3 × 11	5.46	4.62	2.98	7.93	2.09	0.15**	0.76**	6.70
AARH of Changes in Seasonal Adj.	3 × 5	2.20**	1.71**	2.24**	6.82**	1.62**	0.99	1.68	4.78**
	3 × 7	3.87	3.57	3.44	9.29	2.73	0.65	1.52	4.91
	3 × 9	3.15*	1.53*	2.56*	8.11	2.04*	0.63**	1.03*	4.67
	3 × 11	3.33	1.78	2.66	7.21**	2.24	0.65*	1.49	4.42
AARH of Trend	3 × 15	5.19	5.12	3.31	9.43	2.73	0.75	0.63**	4.24*
	3 × 5	2.25**	1.44**	1.94**	7.68*	1.68**	0.71	1.11	3.12**
	3 × 7	73.63	69.10	73.40**	73.15	72.50	0.86**	2.27	6.76
	3 × 9	72.07*	62.74*	73.98*	71.08*	70.78*	0.94*	2.21**	6.95
AARH of Change in Trend	3 × 11	73.31	63.15	74.53	72.29	71.93	0.99	2.41	5.97*
	3 × 15	73.18	62.19**	76.81	77.15	71.01	1.18	2.59	7.19
	3 × 5	71.69**	70.25	77.70	70.59**	70.70**	1.11	2.24*	5.64**
	3 × 7	20.92**	20.01	19.51	19.83*	20.59**	0.38**	0.90*	2.58
AARH of Trend	3 × 9	21.64	17.56	18.31*	20.45	21.23	0.42	0.86**	2.76
	3 × 11	21.20*	17.46*	18.83	20.06	20.76*	0.40*	0.93	2.54*
	3 × 15	22.07	12.95**	17.67	17.13**	21.38	0.51	0.98	3.04
	3 × 15	21.63	19.65	16.74**	21.48	21.27	0.47	0.90*	2.53**

	Seasonal filters	Furniture	Wood	Tobacco	Fishery	Meat	Accommo	Leisure
AARH of Seasonal Adj.	3 × 5	32.31	1.32	24.05	3.80**	23.35	32.77	8.17
	3 × 7	24.72	0.99	19.50	4.14	21.55	23.25	6.44
	3 × 9	22.45	1.03	18.14*	3.99*	18.74*	20.41	6.49
	3 × 11	12.91**	0.78*	23.61	4.84	22.31	14.04*	4.95**
AARH of Changes in Seasonal Adj.	3 × 15	16.91*	0.75**	17.93**	4.83	17.99**	13.26**	5.12*
	3 × 5	16.56	1.66	17.05	3.53**	15.15	19.40	5.18
	3 × 7	44.04	1.26	12.63*	3.92	13.71*	23.99	4.43
	3 × 9	19.64	1.34	12.33**	3.81*	15.71	14.15	4.16
AARH of Trend	3 × 11	14.40*	1.05*	13.48	4.47	14.38	11.98*	3.82*
	3 × 15	12.82**	0.94**	13.04	4.16	12.72**	10.31**	3.44**
	3 × 5	94.28	1.94	121.96	3.65**	87.08	90.28	98.58
	3 × 7	79.22*	1.64	82.05**	3.73*	73.74	73.68**	97.22*
AARH of Change in Trend	3 × 9	86.63	1.71	89.83	3.65**	82.99	99.40	143.39
	3 × 11	76.67**	1.60*	84.59*	3.81	65.15**	149.58	101.38
	3 × 15	81.64	1.58**	102.47	3.83	67.43*	229.72	40.15**
	3 × 5	22.70**	0.84	24.21	1.40**	24.16	23.36	22.09**
AARH of Trend	3 × 7	23.45	0.71**	22.05**	1.48	24.21	22.99	22.92*
	3 × 9	23.25	0.75	22.27*	1.44*	23.37	26.58	23.51
	3 × 11	23.09*	0.72*	22.57	1.60	21.57**	22.23**	23.11
	3 × 15	22.74	0.72	22.82	1.51	22.43*	22.73*	23.32

또한, Table 3.4에는 이동계절성을 가정한 슬라이딩-스팬분석 비교결과가 주어져 있다. 이 분석에서 3×7 의 경우는 식료품 제조, 가스업, 연탄제조업에서 $M\%$ 값이 작으며, 3×11 의 경우는 제재 및 목재 가공업, 수산물 가공업에서 $M\%$ 값이 작은 것을 알 수 있다. 이는 각 해당 필터를 적용한 계절조정계열이 안정적임을 나타낸다.

안정 계절성을 가정한 슬라이딩-스팬 분석결과 숙박 및 음식점업, 육류 가공업 등에서는 $S\%$ 의 값이 크게 나타났는데 대부분 네 번째 구간(span4)에서의 값이 크게 나타나는 것을 볼 수 있다. 이는 이러한 시

Table 3.6. Summary of comparison results

Test	Sliding Span				Revision History					
	Stable		Moving		AARH of		AARH of		AARH of	
	Seasonality		Seasonality		Trend		Change in Trend		Seasonal Adj.	
	3 × 7	3 × 11	3 × 7	3 × 11	3 × 7	3 × 11	3 × 7	3 × 11	3 × 7	3 × 11
Seasonal Filters										
Drinking product		*								
Alcoholic product				*						
Fruits product		*						*		
Food product		*	*	*						
Mining product				*					*	
Electricity	*									*
Gas			*		*		*			*
Briquette		*	*							
Furniture			*	*		*				*
Wood							*			
Tobacco	*		*		*		*			
Fishery				*						
Meat		*				*		*		
Accommodation			*	*	*			*		
Leisure										*

계열의 특성상 가장 최근 시계열의 계절조정 계열의 안정성에 문제가 있는 것으로 최근 계열에 적합한 계절이동평균의 적용, 이상값 확인, ARIMA모형 변경 등을 통해 최근 계열의 안정성을 높여야 함을 알려준다.

이동계절성을 가정한 슬라이딩-스팬분석에서는 일반적으로 3 × 15와 같이 긴 길이의 계절이동평균가중값을 적용하면 더 안정적인 결과를 보여줄 가능성이 매우 높다. 하지만 숙박 및 음식점업, 제재 및 목재 가공업처럼 3 × 7, 3 × 11과 같이 짧은 길이의 계절이동평균가중값에서 더 안정적인 결과를 보이는 것은 이러한 계절이동평균가중값을 사용해야 함을 강하게 보여주는 결과라 할 수 있다.

Table 3.5에는 리비전 히스토리 비교 분석결과가 주어져 있다. 표에서 AARH(Average Absolute Revision History)는 평균절대수정이력을 의미한다. 리비전 히스토리 분석에서는 평균절대수정(average absolute revision)의 값이 작을수록 안정성이 높은 계절조정계열임을 알려준다. Table 3.5의 분석결과를 보면 계절조정계열의 평균절대수정에서는 전기업, 가스업, 가구제작업 등에서 3 × 11을 적용한 계절조정계열이 안정적으로 나타났으며, 추세에 대한 평균절대수정에서는 가스업, 담배업 등에서 3 × 7을 적용한 계절조정계열이 안정적으로 나타났음을 알 수 있다. 추세 또는 계절조정계열 변화의 평균절대수정(AARH of Changes in Seasonal Adj or Trend) 역시 값이 작을수록 안정성이 높은 계열임을 알려준다. 분석 결과 계절조정계열 변화의 절대평균수정에서는 3 × 7을 적용한 전기업, 3 × 11을 적용한 가스업이 안정적으로 나타났으며, 추세 변화의 평균절대수정에서는 3 × 7을 적용한 가스업, 나무 제품제조업, 담배제조업, 3 × 11을 적용한 알콜음료 제조업, 식료품 제조업, 육류 가공업이 안정적으로 나타났다. 계절조정계열의 안정성분석은 그 계열이 가지고 있는 이동계절성의 길이, 불규칙의 크기 등에 따라 적용하는 계절이동평균필터의 안정성이 다르게 분석될 수 있다. 앞의 분석결과는 동일한 이상값 제거, 모형 등의 계절조정 조건을 가지고 분석한 결과로, 그 계열의 특수성을 반영한 모형을 적용한 후 계절이동평균필터를 적용한다면 그 결과는 다를 수 있다. 하지만 동일한 모형을 적용한 후 서로 다른 계절이동평균필터를 적용해 보는 것이 계절이동평균필터의 차이를 쉽게 분석할 수 있다고 판단된다. 안정성 분석결과 많은 부분에서 비교적 긴 필터가 안정적인 결과가 대다수였다. 하지만 많은 경우 가장 긴 필터의 사용은 계절성을 필요 이상으로 많이 제거할 수 있기 때문에 쉽게 선택할 수 없다고 가정한다면 3 × 7과 3 × 11에서 안정적인 결과를 보인 계열들은 3 × 7과 3 × 11을 사용하는 것이 바람직하다고 볼 수 있다.

슬라이딩-스팬 분석 결과 3×7 은 이동계절성을 가정한 분석에서 식료품 제조가 적합한 것으로, 3×11 은 음료제조, 과실 및 채소, 식료품 제조, 광업생산 등이 3×9 와 대비하여 적합한 것으로 분석되었다. 리비전 히스토리 분석에서는 광업생산, 과실 및 채소가 새로운 계절이동평균필터에 적합한 것으로 분석되었다. Table 3.6은 앞에서의 분석 결과를 종합한 표로, 각 분석에서 3×7 또는 3×11 를 적용했을 때 다른 필터들보다 더 좋은 안정성을 보이는 계열들을 표시하였다.

4. 결론

X-1부터 시작된 계절조정의 대표적 프로그램인 X-13-ARIMA의 계절이동평균필터는 그 작성방법이 모호하고 3×7 , 3×11 을 제공하지 않는 것에 대한 이유가 명확하지는 않다 (Wallis, 1982). 문헌 정보를 바탕으로 추측하기로는 3×1 , 3×3 , 3×5 계절이동평균을 사용하다가 필요에 의해 3×9 필터를 추가하고, 독일통계청에서 자체적으로 작성하여 사용해온 3×15 필터를 향후에 공식적으로 추가했다는 정보만 남아있다 (Findley 등, 1998). 시계열이 안정적인 일부 유럽국가와 미국에서는 안정성이 크게 요구되는 3×15 와 같은 필터는 사용할 이유가 없을지 모르지만 독일통계청의 경우처럼 자국의 경제상황에 적합한 계절이동평균필터의 작성은 필요하였다고 생각된다. 본 논문에서는 한국에서의 계절조정에 필요하다고 판단되는 3×7 , 3×11 계절이동평균필터를 작성하여 소개하였다. 그리고 새 필터들의 효용성을 알아보기 위해 작성된 필터들을 X-13-ARIMA에 탑재하여 실제 시계열 자료분석에 사용하였다.

구체적으로 15개의 실제 계열을 이용하여 기존의 계절이동평균필터와 3×7 , 3×11 계절이동평균필터를 분석 비교한 결과 계절조정계열의 평균절대수정에서는 전기업, 여가 서비스업에서 3×11 을 적용한 계절조정계열이 안정적으로 나타났다. 또한 추세에 대한 평균절대수정에서는 가스업, 담배제조업에서 3×7 을 적용한 계절조정계열이 안정적으로 나타났다. 슬라이딩-스팬 분석 결과 3×7 은 이동계절성을 가정한 분석에서 식료품 제조가 적합한 것으로, 3×11 은 음료제조, 과실 및 채소, 식료품 제조, 광업생산 등이 3×9 와 대비하여 적합한 것으로 분석되었다. 리비전 히스토리 분석에서는 광업생산, 과실 및 채소가 새로운 계절이동평균필터에 적합한 것으로 분석되었다.

새로운 가중값을 이용한 슬라이딩-스팬 분석과 리비전 히스토리 분석 결과 상당수의 계열에서 전체구간 또는 일부구간에서 새로운 3×7 과 3×11 계절이동평균필터들이 안정적인 구간을 보여주었다. 이 사실은 새로운 계절이동평균필터가 더 안정적인 계절조정계열을 만들어 낸다는 것이고, 이러한 시계열은 3×7 과 3×11 을 이용하여 분석해야 됨을 보여준다고 할 수 있다. 따라서 3×7 과 3×11 의 필요성이 입증된다고 볼 수 있다.

자연적으로 수집되는 계열들은 일반적으로 노이즈, 구조변화, 이상값 등에 의해 모호화가 어려운 문제일 수 있다. 이러한 성분들이 혼재된 실제 계열들을 비교 연구에 사용하였을 때 분석 결과에 영향을 미칠 가능성이 크다. 따라서 계열의 특성에 따른 추출방법 장단점의 일반화 문제를 해결하기 위해서는 이러한 성분들을 배제하고 다양한 시계열 모형을 바탕으로 임의 생성된 시뮬레이션 자료 등을 이용한 추가 연구가 필요할 것으로 판단된다.

References

- ABS(Australian Bureau of Statistics) (2005). *An Introductory Course on Time Series Analysis: Electronic Delivery*, Catalogue No. 1346.0.55.001, Time Series Analysis Section.
- Doherty, M. (2001). The surrogate Henderson filters in X11, *Australia & New Zealand Journal of Statistics*, **43**, 385-392.
- Findley, D. F., Monsell, B. C., Bell, W. R., Otto, M. C., and Chen, B. C. (1998). New capabilities and methods of the X-12-ARIMA seasonal adjustment program, *Journal of Business and Economic Statistics*, **16**,

- 127–152.
- Findley, D. F., Monsell, B. C., Shulman, H. B., and Pugh, M. G. (1990). Sliding spans diagnostics for seasonal and related adjustments, *Journal of the American Statistical Association*, **85**, 345–355.
- Jeon, B. G. (2001). *A study of seasonal adjustment method for industrial production statistics*, Ph.D. Thesis, Chung-Ang University.
- Kenny, P. B. and Durbin, J. (1982). Local trend estimation and seasonal adjustment of economic and social time series, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, **145**, 1–41.
- Ladiray, D. and Quenneville, B. (2001). *Seasonal Adjustment with the X-11 Method*, Springer.
- Lee, H. S. (2010). A comparison of seasonal adjustment methods: An application of X-13A-S program on X-12 filter and SEATS, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **23**, 997–1021.
- Musgrave, J. C. (1964a). *A set of end weights to end all end weights*, Unpublished Working Paper, US Department of Commerce.
- Musgrave, J. C. (1964b). *Alternative sets of weights for proposed X-11 seasonal factor curve moving averages*, Unpublished Working Paper, US Department of Commerce.
- Park, Y. S. and Choi, H. H. (1998). X11ARIMA procedure, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **11**, 335–350.
- Shim, K. H. (2014). *A study on developing seasonal moving average filters for Korean economic time series*, Ph.D. Thesis, Soongsil University.
- U.S. Census Bureau (2011). X-12-ARIMA Reference Manual Version 0.3, Statistical Research Division, U.S. Census Bureau.
- U.S. Census Bureau (2013). X-13-ARIMA/SEATS Reference Manual Version 1.1, Statistical Research Division, U.S. Census Bureau.
- Wallis, K. F. (1982). Discussion on paper by Kenny and Durbin, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, **145**, 29–32.

X-13-ARIMA에서의 새로운 계절이동평균필터 개발 연구

심규호^a · 강근석^{b,1}

^a통계개발원 조사연구실, ^b송실대학교 정보통계보험수리학과

(2015년 12월 30일 접수, 2016년 1월 16일 수정, 2016년 1월 17일 채택)

요약

시계열 분석 소프트웨어로 국내에서도 많이 사용되는 X-13-ARIMA에서 제공하고 있는 계절이동평균필터(3×3 , 3×5 , 3×9 , 3×15)가 외국과 다르게 불규칙한 변동이 많고 다양한 변동이 존재하는 한국의 경제 시계열에 적합 한가라는 의문 속에서 새로운 계절이동평균필터들의 필요성이 제기되었다. 본 연구에서는 최근에 개발된 새로운 계절이동평균필터(3×7 , 3×11)를 소개한다. 또한, 새롭게 작성된 계절이동평균필터를 국내의 경제 시계열에 적용하여 그 적합성과 안정성을 비교한 결과, 일부 시계열에서 새로운 계절이동평균필터들의 필요성이 발견되었다. 새로 개발된 계절이동평균필터를 활용하여 각 시계열에 맞는 적절한 계절조정방법을 사용하면 더욱 정확한 시계열분석을 할 수 있을 것이라 기대된다.

주요용어: 계절조정, 이동평균, 계절필터, X-13-ARIMA, Sliding span, revision history

¹교신저자: (06978) 서울시 동작구 상도로 369, 송실대학교, 정보통계보험수리학과. E-mail: gskang@ssu.ac.kr