

## 타원혼합 이차모멘트 모델을 사용한 난류 자연대류 해석

최 석 기,\* 한 지 응, 김 성 오, 이 태 호

한국원자력연구원 SFR 계통설계부

### COMPUTATION OF TURBULENT NATURAL CONVECTION WITH THE ELLIPTIC-BLENDING SECOND-MOMENT CLOSURE

S.K. Choi,\* J.W. Han, S.O. Kim and T.H. Lee

SFR System Design Division, Korea Atomic Energy Research Institute

*In this paper a computation of turbulent natural convection in enclosures with the elliptic-blending based differential and algebraic flux models is presented. The primary emphasis of the study is placed on an investigation of accuracy of the treatment of turbulent heat fluxes with the elliptic-blending second-moment closure for the turbulent natural convection flows. The turbulent heat fluxes in this study are treated by the elliptic-blending based algebraic and differential flux models. The previous turbulence model constants are adjusted to produce accurate solutions. The proposed models are applied to the prediction of turbulent natural convections in a 1:5 rectangular cavity and in a square cavity with conducting top and bottom walls, which are commonly used for validation of the turbulence models. The relative performance between the algebraic and differential flux model is examined through comparing with experimental data. It is shown that both the elliptic-blending based models predict well the mean velocity and temperature, thereby the wall shear stress and Nusselt number. It is also shown that the elliptic-blending based algebraic flux model produces solutions which are as accurate as those by the differential flux model.*

**Key Words :** 타원혼합모델(Elliptic Blending Model), 자연대류(Natural Convection), 난류모델(Turbulence Model), 미분열유속모델(Differential Heat Flux Model), 대수열유속모델(Algebraic Heat Flux Model)

#### 기호설명(Nomenclature)

$g_i$  : 중력가속도  
 $G_k$  : 중력에 의한 난류에너지 생성항  
 $H$  : 공동의 높이  
 $k$  : 난류에너지  
 $L$  : 길이척도  
 $L_\theta$  : 열적 길이척도  
 $n$  : 수직벡터  
 $p$  : 압력

$P_k$  : 난류에너지 생성항  
 $Pr$  : 프란틀(Prandtl) 수  
 $Ra$  : 레이일리(Rayleigh) 수  
 $t$  : 시간  
 $T$  : 시간척도  
 $\overline{\theta u_j}$  : 난류열유속  
 $U_i$  : 직교좌표계에서 속도성분  
 $\overline{u_i u_j}$  : 레이놀즈(Reynolds) 응력  
 $x_i$  : 직교좌표계  
 $y$  : 벽면으로부터 수직 길이

Received: October 20, 2016, Revised: December 12, 2016,

Accepted: December 13, 2016.

\* Corresponding author, E-mail: skchoi@kaeri.re.kr

DOI <http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2016.21.4.102>

© KSCFE 2016

#### Greek

$\alpha$  : 혼합함수  
 $\alpha_\theta$  : 열혼합함수  
 $\beta$  : 열팽창계수

$\epsilon$	: 난류에너지 소산율
$\mu$	: 동점성도
$\rho$	: 밀도
$\Theta$	: 온도
$\overline{\theta^2}$	: 온도요동

#### Subscript

$ref$	: 기준점을 의미함
$w$	: 벽을 의미함

## 1. 서 론

자연대류 유동을 정확히 해석하는 것은 전자장비(electronic packages)의 냉각, 태양광 수집기(solar collector), 건물 공조(building ventilation) 및 원자로에서의 열성층화(thermal stratification) 현상 등의 많은 공학적 문제들에 매우 중요하다. 성층화된 자연대류 문제에 대한 정확한 이해는 원자로 정지 시 액체금속 원자로 피동 잔열제거 계통 설계에 필요한 열전달계수 설정에 매우 중요하다. 지금까지 액체금속 원자로 피동 잔열제거 설계 시 사용되는 자연대류 현상에 대한 열전달계수의 실험자료는 매우 제한적이고, 기하학적조건이나 유동 형태가 다르면 열전달계수의 설정이 다를 수 있다. 그러므로 실험적 자료가 정확한 유동에 적용하여 난류모델을 검증한 후, 그 난류모델을 사용하여 액체금속 원자로의 피동 잔열제거의 해석에 적용하면 보다 정확한 열유동 설계를 수행할 수 있을 것이다.

자연대류 유동은 실험적 어려움으로 문헌에 보고된 난류모델을 검증하기 위한 실험자료가 충분하지 않다. 아직까지 저속유동(low velocity flow)을 정확하게 측정하기 어렵고, 난류 열유속(turbulent heat flux)의 측정은 여전히 어려우며, 완전한 단열조건을 이루기도 어렵다. 많은 공학적인 문제는 Rayleigh 수가  $Ra \approx 10^{10}$  이상이므로 대외동모사법(Large Eddy Simulation)이나 직접수치해법(Direct Numerical Simulation)을 사용하기 어렵다. 그러므로 문헌에 보고된 대부분의 연구는 RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)의 방법을 사용하고 있다. RANS 방법을 사용한 해석에서는 난류모델의 선택이 해의 정확성에 직접적으로 영향을 미치기 때문에 매우 중요하다. 자연대류 유동을 정확하게 해석하기에 필요한 난류모델의 개발은 아직까지 이루어지지 않고 있다.

초창기의 난류자연대류 해석은 잘 알려진 표준  $k-\epsilon$  모델을 사용하여 수행되었다. 표준  $k-\epsilon$  모델을 사용하여 자연대류 유동을 해석하는데 어려움은 강제대류의 해석에 적용되는 벽면함수(wall function)가 자연대류 유동에 적용하기 어렵고,

이 모델이 벽면 근처에서 난류 에디점성도(eddy viscosity)를 과다하게 예측하기 때문이다. 이러한 표준  $k-\epsilon$  모델의 단점으로 연구자들이 저레이놀즈수(low-Reynolds number) 난류모델을 사용하여 자연대류 유동을 해석하였다. 문헌에 보고된 저레이놀즈수 난류모델의 종류는 많은 편이다. 이 모델의 장점은 벽면함수의 사용 없이 벽면까지 계산이 가능하다는 점이다. 현재 널리 사용되고 있는 모델은 Launder and Sharma[1]의 모델이다. 그러나 저레이놀즈수 난류모델은 eddy viscosity를 정의하는 식이나, 난류에너지 소산율( $\epsilon$ ) 방정식에 감쇄함수(damping function)들이 존재한다. 이러한 감쇄함수들은 벽면 수직 벡터, 벽면까지의 수직거리 및 벽면 마찰속도(frictional velocity) 등의 벽면과 연관된 변수들을 포함하고 있다. 그러므로 이 모델을 사용하여 매우 복잡한 기하학적 구조물 내에서의 유동을 해석하기에는 많은 어려움이 있다. 그리고 Patel et al.[2]은 지금까지 제안된 많은 저레이놀즈수 난류모델 중 신뢰성 있게 실제 공학적인 문제들에 적용할 수 있는 모델은 몇 개 되지 않는다고 보고하였다. 이러한 저레이놀즈수 난류모델의 단점을 극복하기 위하여 Durbin[3]은 타원이완(elliptic relaxation) 난류모델을 제안하였다. 이 모델에서는 지배방정식에 감쇄함수가 존재하지 않는다. 그리고 이 모델에서는 eddy viscosity를 표현하는 식에 속도척도(velocity scale)가 존재하며, 이것을 결정하기 위하여 일반적인  $k-\epsilon$  난류모델보다 두 개의 편미분방정식을 더 해석한다. 이 타원이완 모델의 이차모멘트 모델[4]은 매우 복잡하며 일반적으로 사용되는 SIMPLE 알고리즘[5]으로 해석하기에는 많은 어려움이 있다. 이러한 타원이완 모델을 간소화 시킨 모델을 Manceau and Hanjalic[6]이 제안하였고, 타원혼합(elliptic-blending) 모델이라 명명하였다. 이 모델의 기본적인 형태는 이차모멘트 모델이며, 본 연구에서는 이 모델을 자연대류 유동 해석에 적용하고자 한다.

자연대류 유동해석에 있어서 난류열유속(turbulent heat flux)의 처리가 해의 정확도와 수렴성에 영향을 많이 미친다고 알려져 있다. 현재 대부분의 상용코드에서는 SGD(H) (Simple Gradient Diffusion Hypothesis)로 난류열유속을 처리하며, 이 방법은 강제대류 해석에는 널리 사용되고 있으나, 자연대류 해석에는 적절하지 않다고 알려져 있다. Ince and Launder[7]은 GGDH(Generalized Gradient Diffusion Hypothesis)으로 난류열유속을 처리하여 자연대류 해석에 적용하였다. 그러나 Choi and Kim[8]의 연구는 이 방법은 열성층화가 강한 유동의 해석에는 적절하지 않음을 보였다. Kenjeres and Hanjalic[9]는 GGDH의 이러한 단점을 극복하기 위하여 AFM(Algebraic Flux Model)을 제안하였다. AFM에서는 난류열유속을 계산할 때 중력항에 온도변동(temperature variance)의 영향을 고려한다. Choi and Kim[8]은 Kenjeres and Hanjalic[9]의 AFM이 열성층

화가 강한 유동의 해석에도 정확하고 안정적인 해를 산출함을 보였다.

DFM(Differential Flux Model)을 사용하여 자연대류 유동을 해석한 예는 많지 않다. 여기에서 DFM은 난류열유속을 계산할 때 편미방정식을 풀어 해석하는 방법을 의미한다. Peeters and Henkes[10]는 DFM을 사용하여 경계층에서의 자연대류 유동을 해석하였고, Dol and Hanjalic[11]은 Peeters and Henkes[10]의 DFM를 수정하여 3차원 공동 내부의 자연대류 유동을 해석하였으며, Shin et al.[12]은 EBM(Elliptic Blending Model)을 기초한 DFM을 제안하여 자연대류 유동을 해석하였다. 일반적으로 자연대류 유동을 해석할 때 DFM을 사용하여도 AFM을 사용한 해석결과와 비슷한 정도의 정확성을 보였다.

본 연구에서는 EBM(Elliptic Blending Model)에 기초한 DFM과 AFM을 사용하여 자연대류 유동을 해석하고자 한다. 본 연구에서는 Shin et al.[12]이 개발한 DFM을 사용하였다. 또한 AFM은 Kenjeres와 Hanjalic의 AFM 대신 Dehoux et al.[13]이 개발한 EBM에 기초한 AFM을 사용하였다. Dehoux et al.[13]의 AFM은 강제대류나 혼합대류의 해석에서는 정확한 해를 산출하나, 자연대류 해석에서는 층류유동과 비슷한 해를 산출하여 난류모델 상수들을 수정할 필요가 있었다.

본 연구에서는 위에서 언급한 EBM에 기초한 AFM과 DFM을 자연대류 해석에 적용하여 해의 정확성을 검증하고자 한다. 검증에 사용된 실험자료는 King[14]의 1:5 직사각형 공동 내부의 자연대류 유동( $Ra = 4.3 \times 10^{10}$ )과 Ampofo and Karayiannis[15]의 정사각형 공동 내부의 자연대류 유동( $Ra = 1.58 \times 10^9$ )이다. King[14]의 실험 유동은 단순 전단유동(shear flow) 형태의 유동이며, 반면에 Ampofo and Karayiannis[15]가 실험한 유동은 경계층이 매우 얇아 90%의 유동이 성층화 되어있는 유동이다. 그러므로 이 유동은 난류 모델을 검증하기에 매우 적합한 유동이다. Peng and Davidson[16]이 대와동모사법(LES)을 사용하여 이 유동을 해석하였는데 그들의 해석결과를 같이 제시하고자 한다.

## 2. 수치해석방법

### 2.1 지배방정식

비압축성 유체에 대한 앙상블 평균된(ensemble-averaged) 질량, 운동량 및 에너지 보존법칙의 지배방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{D}{Dt}(\rho) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho U_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i u_j} \right) - \rho \beta g_i (\Theta - \Theta_{ref}) \quad (2)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho \Theta) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} - \overline{\rho u_j \theta} \right) \quad (3)$$

### 2.2 미분응력모델(Differential Stress Model)

EBM을 기초한 미분응력모델의 지배방정식은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{D}{Dt}(\rho \overline{u_i u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \mu \delta_{kl} + C_s \rho \overline{u_k u_l} T \right) \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right] + \rho (P_{ij} + G_{ij} + \Phi_{ij} - \epsilon_{ij}) \quad (4)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \mu \delta_{kl} + C_\epsilon \rho \overline{u_k u_l} T \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_l} \right] + \frac{\rho (C_{\epsilon 1} (P_k + G_k) - C_{\epsilon 2} \epsilon)}{T} \quad (5)$$

$$\alpha - L^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x_j \partial x_j} = 1 \quad (6)$$

위 식들에서

$$P_{ij} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad (7)$$

$$G_{ij} = -g_i \beta \overline{u_j \theta} - g_j \beta \overline{u_i \theta} \quad (8)$$

$$\Phi_{ij} = (1 - \alpha^2) \Phi_{ij}^w + \alpha^2 \Phi_{ij}^h \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}^h = & - \left( C_1 + C_2 \frac{P_k}{\epsilon} \right) \epsilon A_{ij} + C_3 k S_{ij} \\ & + C_4 k \left( A_{ik} S_{ik} - \frac{2}{3} \delta_{ij} A_{ik} S_{kl} \right) \\ & + C_5 k (A_{ik} \Omega_{jk} + A_{jk} \Omega_{ik}) - C_6 \left( G_{ij} - \frac{2}{3} G_k \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Phi_{ij}^w = -5 \frac{\epsilon}{k} \left( \overline{u_i u_k} n_j n_k + \overline{u_j u_k} n_i n_k \right) - \frac{1}{2} \overline{u_k u_l} n_k n_l (n_i n_j + \delta_{ij}) \quad (11)$$

$$\epsilon_{ij} = (1 - \alpha^2) \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i u_j} + \frac{2}{3} \alpha^2 \epsilon \delta_{ij} \quad (12)$$

$$\vec{n} = \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|}, \quad A_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij}, \quad A_2 = A_{ij} A_{ij} \quad (13)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (14)$$

$$T = \max \left( \frac{k}{\epsilon}, C_T \left( \frac{\nu}{\epsilon} \right)^{1/2} \right) \quad (15)$$

$$L = C_L \max \left( \frac{k^{3/2}}{\epsilon}, C_\eta \left( \frac{\nu}{\epsilon} \right)^{1/4} \right) \quad (16)$$

그리고 모델 상수들은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} C_s &= 0.21, \quad C_\epsilon = 0.18, \quad C_T = 6 \\ C_1 &= 1.7, \quad C_2 = 0.9, \quad C_3 = 0.8 - 0.65 A_2^{1/2} \\ C_4 &= 0.625, \quad C_5 = 0.2, \quad C_6 = 0.3 \end{aligned} \quad (17)$$

### 2.3 미분유속모델(Differential Flux Model)

Shin et al.[12]은 다음과 같이 타원혼합모델(EBM)에 기초한 미분유속 모델을 제안하였다.

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} (\rho \overline{u_i \theta}) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \frac{1}{2} \left( \mu + \frac{\mu}{Pr} \right) \delta_{kl} + C_{\theta u} \rho \overline{u_k u_l} T \right) \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_l} \right] \\ &+ \rho (P_{i\theta} + G_{i\theta} + \Phi_{i\theta}^* - \epsilon_{i\theta}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} (\rho \overline{\theta^2}) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \frac{\mu}{Pr} \delta_{kl} + C_{\theta\theta} \rho \overline{u_k u_l} T \right) \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_l} \right] \\ &+ \rho \left( 2P_\theta - \frac{1}{R} \frac{\epsilon}{k} \overline{\theta^2} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\alpha_\theta - L_\theta^2 \frac{\partial^2 \alpha_\theta}{\partial x_j \partial x_j} = 1 \quad (20)$$

위 식들에서

$$P_{i\theta} = - \overline{u_i u_k} \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} - \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad (21)$$

$$G_{i\theta} = - g_i \beta \overline{\theta^2} \quad (22)$$

$$P_\theta = - \overline{u_k \theta} \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} \quad (23)$$

$$\Phi_{i\theta}^* = (1 - \alpha_\theta^2) \Phi_{i\theta}^w + \alpha_\theta^2 \Phi_{i\theta}^h \quad (24)$$

$$\Phi_{i\theta}^h = - C_{1\theta} \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i \theta} + C_{2\theta} \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + C_{3\theta} g_i \beta \overline{\theta^2} \quad (25)$$

$$\Phi_{i\theta}^w = - \frac{\epsilon}{k} \overline{u_k \theta} n_k n_i \quad (26)$$

$$\epsilon_{i\theta} = (1 - \alpha_\theta^2) \epsilon_{i\theta}^w + \alpha_\theta^2 \epsilon_{i\theta}^h \quad (27)$$

$$\epsilon_{i\theta}^w = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{Pr} \right) \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i \theta} + \overline{u_k \theta} n_k n_i), \quad \epsilon_{i\theta}^h = 0. \quad (28)$$

$$R = \alpha_\theta R^h + (1 - \alpha_\theta) Pr, \quad L_\theta = 3RL \quad (29)$$

그리고 모델 상수들은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} C_{\theta\theta} &= 0.22, \quad C_{\theta u} = 0.15, \quad R^h = 0.5 \\ C_{1\theta} &= 3.75, \quad C_{2\theta} = 0.5, \quad C_{3\theta} = 0.5 \end{aligned} \quad (30)$$

### 2.4 대수유속모델(Algebraic Flux Model)

Dehoux et al.[13]은 다음과 같은 타원혼합모델(EBM)에 기초한 대수유속모델을 유도하였다.

$$\overline{u_i \theta} = - C_\theta \frac{k}{\epsilon} \left( \overline{u_i u_j} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} + \xi \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \eta \beta g_i \overline{\theta^2} + \gamma \overline{u_j \theta} n_j \right) \quad (31)$$

위 식에서 모델상수는 아래와 같다.

$$C_\theta = \frac{0.68}{3\alpha_\theta^2 + (1 - \alpha_\theta^2) C_\epsilon}, \quad C_\epsilon = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{Pr} \right) \quad (32)$$

$$\xi = 0.45, \quad \eta = 0.45, \quad \gamma = (1 - \alpha_\theta^2) (1 + C_\epsilon) \quad (33)$$

온도변동항( $\overline{\theta^2}$ )은 식 (19)을 사용하여 계산하며, 식 (32)-(33)에 존재하는  $\alpha_\theta$ 은 식 (20)을 계산하여 구한다.

### 2.5 난류모델 상수의 수정

본 연구의 초기에는 Dehoux et al.[13]의 대수유속모델을 사용하여 King[14]의 실험을 해석하였다. 이 경우 벽면 근처에서의 경계층이 너무 얇게 해석되고 층류유동 같은 해를 산출하였다. 이 현상은 난류에너지 소산율( $\epsilon$ )이 과다하게 예측되기 때문이다. 본 연구에서는 아래와 같이 난류모델 상수들을 수정하였다.

$$C_{\epsilon 1} = C_{\epsilon 0} \left( 1 + 0.1 \frac{(P_k + G_k)}{\epsilon} \right), \quad (34)$$

$$C_{\epsilon 0} = 1.44, \quad C_{\epsilon 2} = 1.92$$

위의 모델상수들은 표준  $k-\epsilon$  모델의 상수 값과 동일하다.

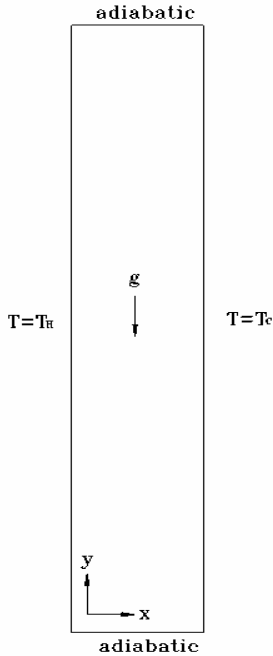


Fig. 1 A schematic picture of the 1:5 rectangular cavity

Manceau[17]의 표준모델에서의 상수 값은  $C_{e2} = 1.83$ 이다. 그러나 이 상수 값의 수정 없이는 DFM과 AFM 모두 정확한 해를 산출하지 않았다. 또한 식 (16)에 존재하는  $C_L$ 과  $C_\eta$ 의 값들을 변화하면 좀 더 정확한 해를 구할 수 있었다. Manceau[17]의 표준모델에서는  $C_L = 0.133$ ,  $C_\eta = 80$ 을 사용하였다. 이 값들은  $C_{e2}=1.83$ 인 경우에 사용된 값이다. 본 연구의 경우에는 King[14]의 실험해석에서는  $C_L = 0.15$ ,  $C_\eta = 50$ 을, Ampofo and Karayiannis[15]의 실험해석에서는  $C_L = 0.2$ ,  $C_\eta = 50$ 의 값들을 사용하였다. 이러한 값들은 본 연구의  $C_{e2} = 1.92$ 인 경우에 사용된 값들이다. 본 연구에서는 수치적 실험을 통하여 해석결과가 실험과 잘 일치하는 경우의  $C_L$ 과  $C_\eta$ 의 값을 사용하였다. 기존의 많은 연구에서 각 연구마다  $C_L$ 과  $C_\eta$ 의 값이 약간 상이함을 관찰할 수 있다. Manceau[17]와 같은 연구그룹의 Dehoux et al.[13]에 제안된 값들( $C_L = 0.125$ ,  $C_\eta = 80$ )은 Manceau[17]의 표준모델에서의 값들( $C_L = 0.133$ ,  $C_\eta = 80$ )과도 상이함을 관찰할 수 있다. 결국  $C_L$ 과  $C_\eta$ 의 값은 해석대상에 따라 최적 값이 달라짐을 알 수 있다.

2.6 경계조건

경계조건으로는 속도성분의 경우 벽면에서 비미끄럼(no

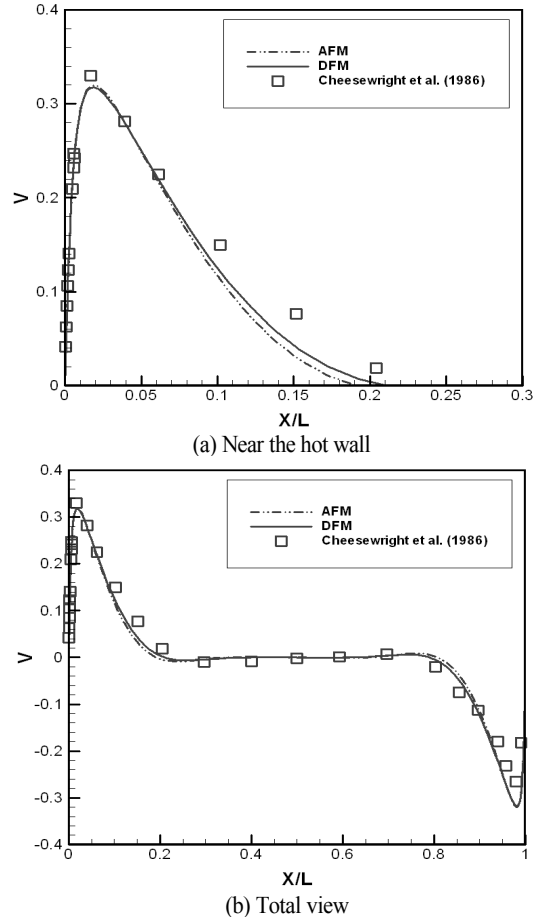


Fig. 2 Mean vertical velocity profiles at  $y/H = 0.5$

slip) 조건을, 온도의 경우 등은 및 단열조건을 사용하였다. 그리고 Reynolds 응력, 난류열유속 및 온도변동의 값은 아래와 같이 벽면에서 영(zero)인 조건을 사용하였다.

$$U_w = V_w = 0, \overline{uu_w} = \overline{uv_w} = \overline{vw_w} = \overline{uv_w} = 0 \tag{35}$$

$$\alpha_w = 0, \epsilon_w = 2\nu \frac{k}{y^2} \tag{36}$$

$$\overline{u\theta_w} = \overline{v\theta_w} = 0, \overline{\theta_w^2} = 0, (\alpha_\theta)_w = 0 \tag{37}$$

3. 결과 및 고찰

3.1 직사각형 공동에서의 자연대류

본 연구에서 첫 번째로 해석하는 문제는 Fig. 1과 같이 높

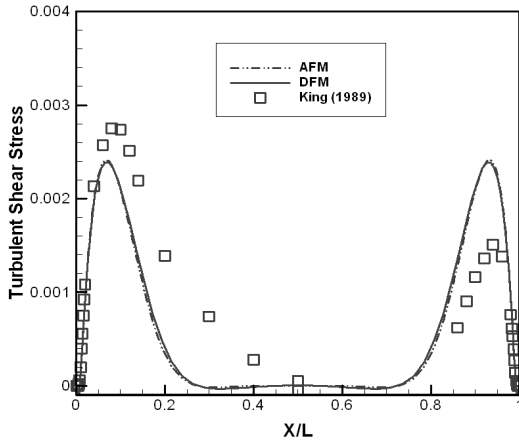


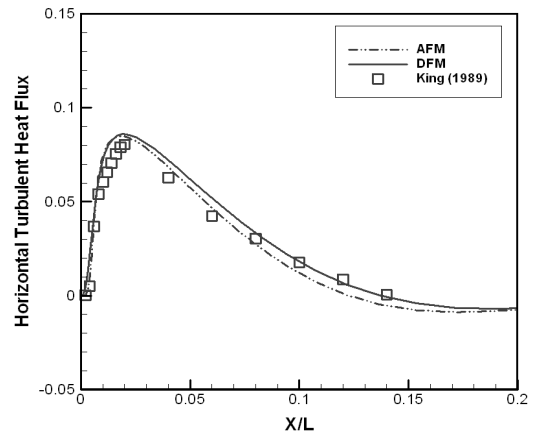
Fig. 3 Reynolds shear stress profiles at  $y/H = 0.5$

이와 폭의 비가 1:5인 직사각형 공동(cavity)에서의 자연대류 문제이다. 직사각형 공동의 높이  $H = 2.5m$ 이고 폭  $L = 0.5m$ 이고, 고온 벽과 저온 벽의 온도차는 45.8 K이다. 직사각형 높이를 기준으로 한 Rayleigh 수는  $Ra = 4.3 \times 10^{10}$ 이고, Prandtl 수는  $Pr = 0.7$ 이다. King[14]이 광범위하게 실험을 수행하였고, 실험자료는 King[14]과 Cheesewright et al.[18]에 보고되어 있다. 계산은  $102 \times 152$  격자를 사용하여 수행하였다.

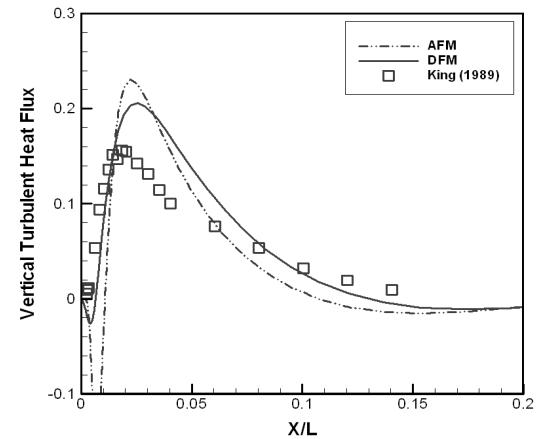
King[12] 실험의 문제점은 상부 벽이 충분히 단열되어 있지 않다는 것이다. 그래서 고온 측 벽 근처에서는 유동이 약간 과속되고 저온 측 벽 근처에서는 약간 저속 됨을 관찰할 수 있다. 이로 인하여 고온 벽 근처의 난류강도가 저온 벽 근처의 난류강도보다 높다. 이 결함은 다음의 Reynolds 전단 응력( $\overline{uv}$ )의 분포에서 명확히 보여진다. 그러나 난류자연대류 실험에서 완전한 단열 조건을 이루기란 매우 힘들다.

Fig. 2는 상부중양( $y/H = 0.5$ )에서 계산된 수직방향 속도성분의 분포를 Cheesewright et al.[16]에 보고되어 있는 실험데이터와 비교하여 보여주고 있다. AFM과 DFM으로 계산된 값들이 실험데이터와 잘 일치하며, 두 방법 간의 해의 정확도 차이는 거의 없음을 보여준다.

Fig. 3는 상부중양( $y/H = 0.5$ )에서 계산된 Reynolds 전단응력( $\overline{uv}$ ) 값을 실험데이터와 함께 보여주고 있다. 여기서 실험데이터가 대칭적이지 않고, 고온 벽 근처에서 전단응력이 높으며 저온 벽 근처에서는 낮음을 관찰된다. 이 현상은 위에서 설명한 바와 같이 상단 벽이 충분히 단열되어 있지 않기 때문이다. 이로 인하여 계산결과가 실험데이터와 차이가 있거나, 계산결과가 이론적으로 타당하게 대칭성을 보여주며, AFM과 DFM으로 계산된 값들이 거의 차이가 없음을 보여준다.



(a) Horizontal turbulent heat flux  $\overline{u\theta}$



(b) Vertical turbulent heat flux  $\overline{v\theta}$

Fig. 4 Turbulent heat fluxes profiles at  $y/H = 0.5$

Fig. 4는 상부중양( $y/H = 0.5$ )에서 계산된 수평방향 및 수직방향 난류 열유속의 분포를 실험데이터와 함께 보여주고 있다. 수직방향 열유속은 난류 자연대류 유동에서 아주 중요한 역할을 한다. 이 값의 정확도가 전체적인 해의 정확성에 직접 영향을 미친다. 이들 그림에서 관찰할 수 있는 바와 같이 수평방향 난류열유속은 AFM과 DFM이 비교적 같은 정도의 정확성을 갖는 해를 산출함을 관찰할 수 있고, 수직방향 난류열유속은 약간의 차이가 있다.

Fig. 5와 Fig. 6는 공학적으로 중요한 변수인 국부 벽면 전단응력 및 Nusselt 수의 분포를 보여준다. 상단 벽의 불충분한 단열 때문에, 고온 벽에서의 실험치는 대칭성을 고려하면 Fig. 5와 Fig. 6의 하부영역에서의 값이 정확하고, 저온 벽에서는 상부영역에서의 값이 정확하다. 이러한 것을 고려하면 AFM과 DFM 모두 매우 정확하게 국부 벽면 전단응력 및 Nusselt 수를 예측함을 관찰할 수 있고, 두 방법 간의 차이는 거의 무

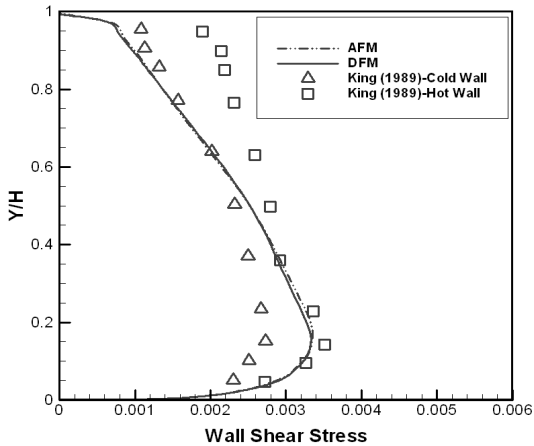


Fig. 5 Wall shear stress distribution along the vertical wall

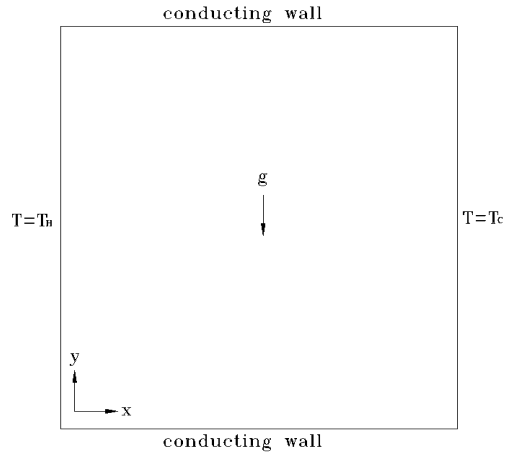


Fig. 7 A schematic picture of the square cavity with conducting walls

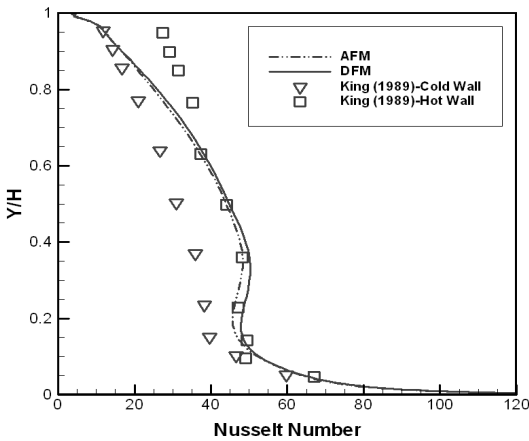


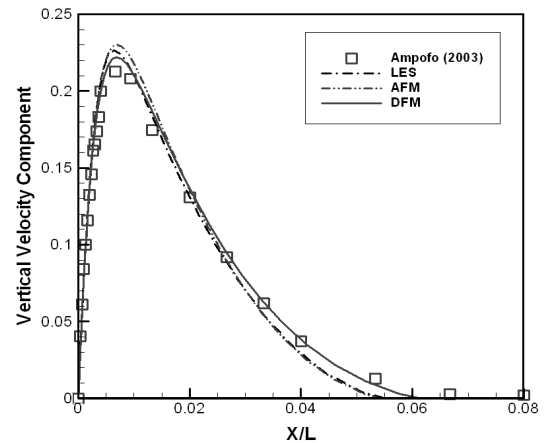
Fig. 6 Local Nusselt number distribution along the vertical wall

시할 만하다. 특히 공동 하부에서 일어나는 층류로부터 난류로 천이되는 현상을 적절히 예측함을 관찰할 수 있다.

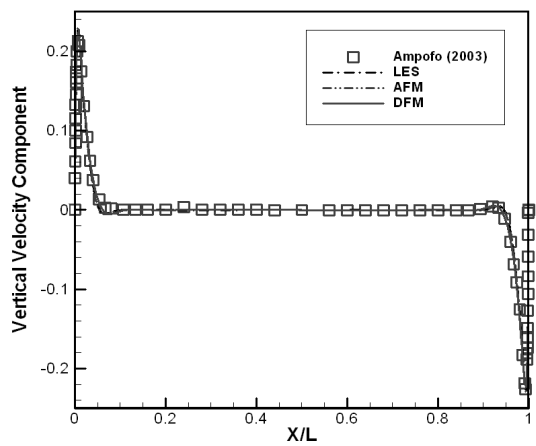
### 3.2 정사각형 공동에서의 자연대류

본 연구에서 해석하는 두 번째 자연대류문제는 Fig. 7과 같이 정사각형 공동(cavity)에서의 자연대류 문제이다. 정사각형 공동의 높이는  $H=0.75m$  이고, 고온 벽과 저온 벽의 온도 차는 40 K이다. 정사각형 높이를 기준으로 한 Rayleigh 수는  $Ra=1.58 \times 10^9$  이고, Prandtl 수는  $Pr=0.7$  이다. Ampofo and Karayiannis[13]에 상세한 실험자료가 수록되어 있다.

공동의 상하부 전도벽들(conducting walls)에서의 온도 경계 값은 이 논문에 수록되어 있는 온도분포 실험자료를 사용하여 산출하였다. 이 유동은 경계층이 매우 얇고, 난류강도가



(a) Near the hot wall



(b) Total view

Fig. 8 Mean vertical velocity profiles at  $y/H=0.5$

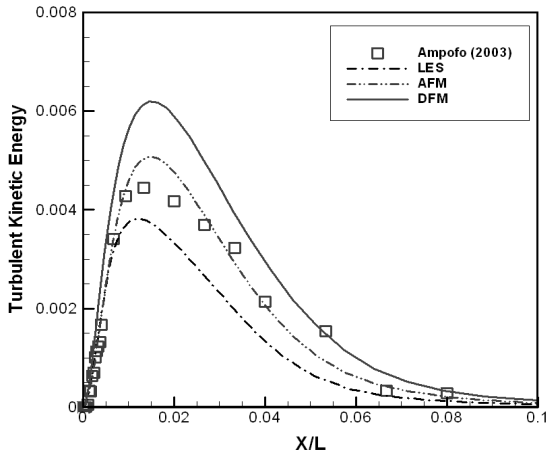


Fig. 9 Turbulent kinetic energy profiles at  $y/H = 0.5$

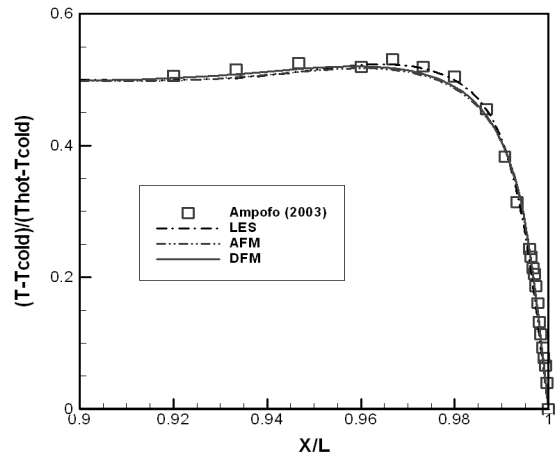


Fig. 11. Horizontal centerline temperature profiles at  $y/H = 0.5$

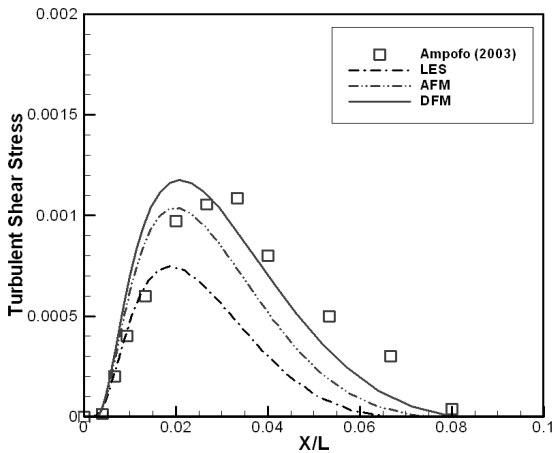


Fig. 10 Reynolds shear stress  $\overline{uv}$  profiles at  $y/H = 0.5$

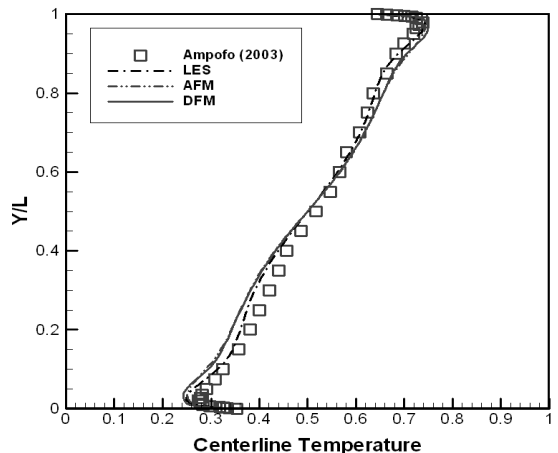


Fig. 12. Vertical centerline temperature profiles at  $x/L = 0.5$

약하며, 중앙영역은 강하게 성층화 되어 있어 거의 유동이 정지상태에 있다. 그러므로 이 문제는 성층화된 자연대류 유동에 대한 난류모델을 평가할 수 있는 매우 적절한 문제 중의 하나 일 것이다.

Fig. 8은 계산된 공동중심( $y/H = 0.5$ )에서의 수직방향 속도 성분의 분포를 실험데이터와 같이 보여주고 있다. 이 그림은 AFM과 DFM의 해들은 거의 같은 수준의 정확도를 갖는 해를 산출함을 보여주고 있고, 두 모델 모두 Peng and Davidson[16]의 LES 해와 비슷한 정도의 매우 정확한 해를 산출하고 있다. 본 문제와 같은 강하게 성층화된 유동에서는 전반적으로 난류생성항의 값이 적는데, 온도변동(temperature variance)항은 항상 양의 값을 산출하여 식 (5)의  $G_k$  값을 크게 하므로, SGD나 GGDH 방법과 같이 이 항이 없으면 난류생성항의

값이 적어 층류와 비슷한 해를 산출한다. Fig. 8은 이 유동의 경계층 두께는 공동 폭의 5 ~ 6% 정도이고, 약 90%의 영역이 성층화 되어 있음을 관찰할 수 있다.

Fig. 9과 Fig. 10은 각각 공동중심( $y/H = 0.5$ )에서 계산된 난류에너지와 Reynolds 전단응력 값을 실험데이터와 함께 보여주고 있다. 실험데이터와 비교하여 볼 때 DFM에 의한 난류에너지 값은 AFM 및 실험데이터 보다 약간 과다하게 예측함이 관찰된다. Reynolds 전단응력의 예측에서는 DFM이 AFM 보다 약간 더 정확하게 예측하고 있다. 이들 그림에서 관찰할 수 있는 바와 같이 LES에 의한 해는 난류에너지와 Reynolds 전단응력을 실험치나 난류모델에 의한 계산 값들 보다 과소하게 예측하고 있다.

Fig. 11과 Fig. 12는 공동 중심부에서의 수평방향 ( $y/H =$



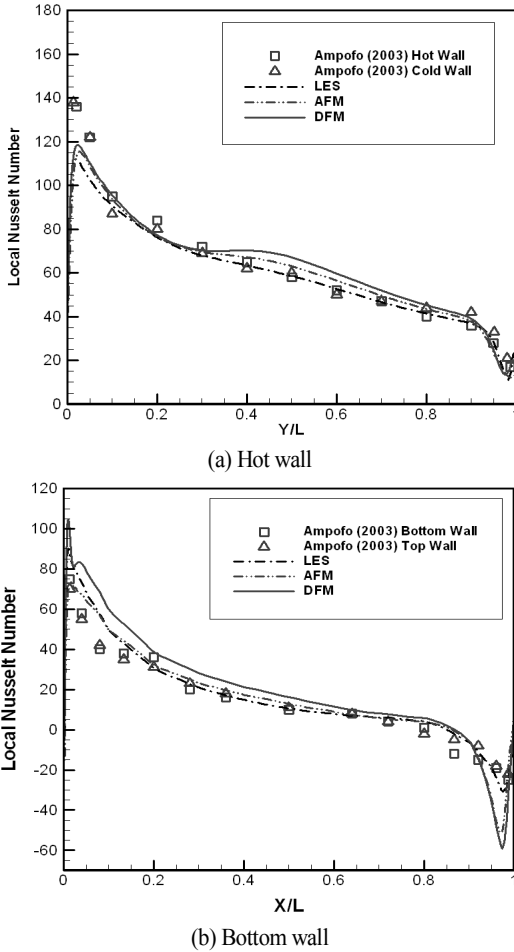


Fig. 13 Local Nusselt number distributions along the hot and bottom walls

0.5) 및 수직방향 ( $x/L = 0.5$ )의 온도분포를 실험데이터와 함께 보여주고 있다. 이들 그림에서 관찰 할 수 있는 바와 같이 AFM과 DFM은 거의 동일한 정확도의 온도 분포를 예측함을 보여주고 있다. LES에 의한 온도분포는 난류모델에 의한 온도분포 보다 더 실험값과 일치하고 있다. AFM과 DFM에 의한 온도분포는 LES에 의한 결과보다 약간 정확도가 떨어지나 공학적인 응용 측면에서 보면 충분히 정확한 해다.

Fig. 13은 예측된 고온 벽( $x/L = 0$ ) 및 하부 벽( $y/H = 0$ )에서의 계산된 국부 Nusselt 수의 분포를 실험결과와 함께 보여주고 있다. LES에 의한 해가 가장 정확한 분포를 산출함을 보여주고 있고, DFM이 Nusselt 수를 AFM이나 LES 보다 약간 과다하게 예측함을 관찰 할 수 있다. 이것은 DFM이 난류에너지를 과다하게 예측하기 때문이다. 이들 그림은 고온 벽의 경우 하단 벽 근처에서의 국부 Nusselt 수의 최대값(peak

value)은 세 모델이 모두 예측하지 못함을 보여주고 있다. 또한 고온 벽의 경우 AFM과 DFM에 의한 해는 LES에 의한 해에서는 관찰되지 않는  $Y/L = 0.3$  근처에서 국부 Nusselt 수의 완만한 천이현상을 보여주고 있다. 이 현상이 층류에서 난류로의 천이현상인지는 확실하지 않다. 그림 Fig. 13(b)에서 국부 Nusselt 수가 음인 현상이 발생하나 이것은 바닥면의 온도보다 주위 온도가 높아서 발생한 현상이다. 실험에서 바닥면을 단열로 처리하지 않고 전도벽(conducting wall)으로 처리하였기 때문에 바닥면을 통하여 열전달이 일어나기 때문이다.

#### 4. 결 론

타원혼합 모델(EBM)에 기초한 미분유속모델(DFM)과 대수유속모델(AFM)을 기하학적 형태와 Rayleigh 수가 다른 직사각형 및 정사각형 공동에서의 자연대류 문제에 적용하여 해의 정확성을 평가하였다. 일반적으로 본 연구의 DFM과 AFM이 수직방향 속도성분과 온도분포를, 즉 공학적으로 중요한 벽면전단응력(wall shear stress)과 Nusselt 수를, 비교적 정확하게 해석함을 보였고, 두 방법 간의 차이는 거의 없었다. Ampofo와 Karayiannis의 실험인 경우에는 DFM이 난류에너지를 조금 과다하게 예측하여 벽면에서의 Nusselt 수를 약간 과다하게 예측하였다. DFM의 경우에는 난류열유속을 대수적으로 구하지 않고 편미분방정식을 풀어서 구하므로 AFM에 비교하여 계산시간이 더 소요된다. 그러므로 본 연구의 AFM을 사용하면 많은 공학적 문제를 좀 더 경제적으로 해석할 수 있음을 보였다. Peng과 Davidson이 수행한 대외동모사법인 경우 수직속도 성분과 온도분포를 본 연구의 DFM이나 AFM에 비교하여 좀 더 정확하게 예측하나, Reynolds 응력이나 난류에너지를 과소하게 예측하였다.

#### 후 기

This work was supported by the National Research Foundation of Korea(NRF) grant funded by the Korean government MSIP. (No. 2012M2A8A2025624).

#### References

[1] 1974, Launder, B.E. and Sharma, B.I., "Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disk," *Lett. Heat Mass Transfer*, Vol.1, pp.131-138.  
 [2] 1984, Patel, V.C., Rodi, W. and Scheurer, G., "Turbulence

- Modeling for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A Review," *AIAA J.*, Vol.23, pp.1308-1319.
- [3] 1991, Durbin, P.A., "Near-Wall Turbulence Closure Modeling without "Damping Functions"," *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, Vol.3, pp.1-13.
- [4] 1993, Durbin, P.A., "A Reynolds Stress Model for Near-Wall Turbulence," *J. Fluid Mech.*, Vol.249, pp.465-498.
- [5] 1988, Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, NewYork, USA.
- [6] 2002, Manceau, R. and Hanjalic, K., "Elliptic Blending Model; A New Near-Wall Reynolds-Stress Turbulence Closure," *Phys.Fluids*, Vol.4, No.2, pp.744-754.
- [7] 1989, Ince, N.Z. and Launder, B.E., "On the Computation of Buoyancy-Driven Turbulent Flows in Rectangular Enclosures," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.10, No.2, pp.110-117.
- [8] 2008, Choi, S.K. and Kim, S.O., "Treatment of Turbulent Heat Fluxes with the Elliptic-Blending Second-Moment Closure for a Natural Convection Flow," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.51, pp.2377-2388.
- [9] 1995, Kenjeres, S. and Hanjalic, K., "Prediction of Turbulent Thermal Convection in Concentric and Eccentric Annuli," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.16, pp.428-439.
- [10] 1992, Peeters, T.W.J. and Henkes, R.A.W.M., "The Reynolds-stress Model of Turbulence Applied to the Natural-Convection Boundary Layer Along a Heated Vertical Plate," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.35, pp.403-420.
- [11] 2001, Dol, H.S. and Hanjalic, K.K., "Computational Study of Turbulent Natural Convection in a Side-Heated Near-Cubic Enclosure at a High Rayleigh Number," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.44, pp.2323-2344.
- [12] 2008, Shin, J.K., An, J.S., Choi, Y.D. and Kim, Y.C., "Elliptic Relaxation Second Moment Closure for the Turbulent Heat Fluxes," *J. Turbulence*, Vol.9, No.3, pp.1-29.
- [13] 2012, Dehoux, F., Lecocq, Y., Benhamadouche, S., Manceau, R. and Brizzi, L.-E., "Algebraic Modeling of the Turbulent Heat Fluxes Using the Elliptic Blending Approach-Application to Forced and Mixed Convection Regimes," *Flow Turbul. Combust.*, Vol.88, No.1, pp.77-100.
- [14] 1989, King, K.V., "Turbulent Natural Convection in Rectangular Air Cavities," *Ph.D Thesis, Queen Mary College*, University of London, UK.
- [15] 2003, Ampofo, F. and Karayiannis, T.G., "Experimental Benchmark Data for Turbulent Natural Convection in an Air Filled Square Cavity," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.46, pp.3551-3572.
- [16] 2001, Peng, S.H. and Davidson, L., "Large Eddy Simulation of Turbulent Buoyant Flow in a Confined Cavity," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.22, pp.323-331.
- [17] 2015, Manceau, R., "Recent Progress in the Development of the Elliptic Blending Reynolds-Stress Model," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.51, pp.195-220.
- [18] 1986, Cheesewright, R., King, K.J. and Ziai, S., "Experimental Data for the Validation of Computer Codes for the Prediction of Two-Dimensional Buoyant Cavity Flows," *Proc. ASME Meeting*, HTD, 60, pp.75-86.