



배관의 형상 및 내부유체 유동이 배관계의 진동특성에 미치는 영향

†최명진

경희대학교 공과대학 기계공학과
(2015년 12월 28일 접수, 2016년 12월 7일 수정, 2016년 12월 8일 채택)

Effects of Curved Pipe Geometry and Inside Fluid Flow on the Vibrational Characteristics of Pipe Systems

†Myung-Jin Choi

Dept. of Mechanical Eng., College of Engineering, Kyung Hee University
(Received December 28, 2015; Revised December 7, 2016; Accepted December 8, 2016)

요약

본 연구에서는 굴곡진 배관에서 내부 유체의 유동속도의 변화에 따른 진동특성을 고찰하였다. 해밀톤의 원리에 근거하여 운동방정식을 유도하고 굽어진 배관계의 유한요소 방정식을 구성한 후, 진동수 방정식을 풀이하여 고유 진동수를 구하였다. 곡관부에 가해지는 초기 인장력을 무시하였을 경우에는 내부 유체의 유동속도가 증가함에 따라 파이프의 고유진동수의 값은 감소하였다. 초기 인장력을 고려할 경우에는 내부 유동속도의 변화에 상관없이 파이프의 고유진동수가 변하지 않았다. 배관의 자유진동 평가 시, 정확한 고유진동수를 구하기 위해서는 시스템 운동방정식을 구성할 때, 초기인장력을 반드시 고려하여야 한다. 공진을 회피하기 위해서는 파이프의 강성 및 지지점의 위치를 변화시킴으로써 시스템의 기계적 성질을 조절해야 한다. 고유진동수는 가진 진동수 범위로부터 이격시켜야 한다. 엘보우의 각도는 제1차 고유진동수에 영향을 미치지 않음이 고찰되었으나, 3차 모드나 그 이상의 고주파 모드에서는 영향을 미쳤다.

Abstract - Vibrational characteristics of curved pipe structures are investigated with respect to the change of inside flow velocities. Based upon the Hamilton's principle, the equations of motions are derived, and the finite element equation is constructed to solve the frequency equation for curved pipe structures. When the initial tension is neglected in cured pipes, the natural frequencies are reduced as flow velocity increases, and the rapid decreases of the natural frequencies take place. However, when the initial tension is taken into account, the natural frequencies are not changed with the change of the flow velocity. In free vibrational simulation of pipe systems, it is necessary to calculate the initial force due to the velocity and the pressure of the fluid flow from the equilibrium. The force should be included in the equation of motion of the systems to get more accurate natural frequencies. The mechanical properties like stiffness or the location of pipe support need to be changed to avoid resonance. The natural frequencies are to be isolated from the frequency range of dominant vibration modes. The angles of elbows do not affect the change of the fundamental natural frequency, but affect the change of the third or higher natural frequencies.

Key words : Curved Pipe, Natural Frequencies of Pipes, Inside Flow Velocity, Initial Tension

†Corresponding author:mjchoi@khu.ac.kr
Copyright © 2016 by The Korean Institute of Gas

I. 서론

파이프 계 진동의 대표적인 가진 원은 지진이나 바람에 의한 것을 제외하면, 왕복 또는 회전 기계의 불균형에 의한 기계적 진동과 파이프 내부 유체에 의한 진동이 있다. 내부 유체에 의한 진동으로는 압력 맥동, 수격 작용, 펌프에 의한 서어징, 캐비테이션, 와류에 의한 유체 진동 등이 있으며, 유체 유동의 성질에 따라 정상 유동 진동과 과도 유동 진동으로 구분할 수 있다. 정상 유동 진동은 비교적 장시간의 주기를 발생하는 반복적인 진동으로 정격부하 시 흐르는 유체의 압력과 속도의 미소 변동에 의한 진동이다. 이는 시간에 따라 변화하는 힘이 파이프 계에 작용할 때 발생하는 것으로, 이 힘은 왕복 또는 회전기계, 감압 및 조절 밸브, 그리고 물탱크에서 발생할 수 있는 캐비테이션으로부터 발생한다. Vortex shedding과 같은 유체 진동은 파이프계의 정상 유동 진동의 원인이 된다. 정상 유동 진동은 주기적인 것에서부터 불규칙한 것까지 있을 수 있으며, 응력 사이클이 상당히 커지게 되면, 파이프 계를 파괴시킬 수 있고, 이런 파괴는 분기관의 연결부, 엘보(elbow), 나사 연결부, 밸브 등에서 발생한다.

과도 유동 진동은 비교적 짧은 시간동안 발생하고 항상 큰 힘을 갖는다는 것이 정상 유동 진동과 다르며, 부하 변동 시 유체 속도와 압력 변화 및 열 응력에 의한 진동을 들 수 있다. 유체가 왕복 또는 회전기계의 간헐적인 흡입과 토출에 의해 이동 할 때 생기는 고압 또는 저압 펄스에 의한 압력 맥동이 과도 유동 진동의 1차적인 원인이며, 이들 펄스는 대부분 파이프의 축 방향으로 작용하는 전형적인 가진력이 된다. 통상 과도 유동 진동은 수격작용으로 나타나며, 일반적인 원인으로서는 갑작스런 펌프의 시동과 과실운전, 그리고 밸브의 급격한 개폐이다. 과도 진동으로 안전 밸브의 개도 부분이나 플랜트의 스틱라인의 압력이 떨어지는 저지점에서 예측하지 못하는 사고들이 발생한다. 또한 현장에서 빈번히 발생하는 진동으로 파이프 내에서 유동하는 유체의 속도 변화에 의한 압력강하로 인하여 유체 유동의 압력이 임계 압력이하로 됨으로써 상변화를 겪게 되어 이상 유체 또는 혼합유체(Two Phase or Mixed Phase Flow)를 발생시키게 되는데, 속도가 빨라지는 이상 유체는 파이프에 가진력을 작용하여 진동시키는 원인이 된다.

유체 유동파이프의 연구는 1950년대부터 시작하여, Housner[1]가 직선 파이프를 단순보 이론에 입각하여 운동 방정식을 유도하였으며, Chen[2]은 Hamilton의 원리를 사용하여 일정한 곡률을 갖는

굴곡파이프에 대하여 내평면과 외평면의 운동방정식을 유도하였다. Mote[3]는 유한요소법을 이용하여 내부유동을 포함한 파이프의 진동에 관한 연구를 Ritz방법을 이용하여 파이프의 진동과 안정성을 해석하였다. Kohli와 Nakra[4]는 일정한 유속과 휨 진동을 받는 것으로 가정된 유한길이의 직선과 굴곡파이프를 직선 보요소로 고유진동수 해석을 하였다. Everstine[5]은 유체가 가득 찬 파이프가 보로 모델링되는 당위성과 유한 요소법의 장점을 기술하였다. 근래에는 Choi 등[6,7]이 유한요소를 이용하여, 여러 환경 하에서, 굴곡파이프의 진동해석을 고찰하였다.

본 연구에서는 파이프의 연성을 고려함으로써, 진동 특성을 좀 더 정확하게 산출 할 수 있는 유한요소 방정식을 유도하고, 프로그램을 작성하여, 파이프계의 형상에 따른 내부 유체의 유동속도와 지지점 변화 및 곡관의 형상에 따른 고유진동수의 변화를 고찰하였다.

II. 배관계의 진동방정식

파이프계의 진동은 내부유체의 압력과 속도에 의한 운동량 변화에 기인한 진동이라 할 수 있으며 이는 파이프의 형상에 따라 운동량이 변화하게 되므로 파이프의 형상에 의해 영향을 받게 된다. 본 연구에서는 내부유동을 포함하는 3차원 공간상에서 굴곡된 파이프 계의 진동을 Hamilton의 원리를 이용한 유한요소법을 사용하여 해석하였다.

2.1 파이프의 유한요소 모델

파이프의 운동방정식은 내부 압력과 파이프의 관성 영향, 그리고 유동하는 유체의 영향을 포함하기 위해서 탄성 보의 평형방정식을 변화해서 얻어지게 된다. 여기서 굴곡부와 압력을 받고 있는 유체 때문에 발생하는 초기 변형 상태를 고려한다. 이러한 초기 변형 상태 때문에 파이프에서는 초기 힘과 초기 모멘트가 발생하게 된다. 이 들 힘 중에서 파이프의 동적 특성에 영향을 주는 것은 초기 인장력으로, 초기 인장력은 내평면과 외평면의 변형에서 굽힘 강성을 증가 시키는 역할을 한다. 초기 인장력은 굴곡 파이프의 경우 유체의 유동속도와 내부 압력에 의해서 굴곡부에 직접적으로 영향을 미치는 경우와 내부 압력에 의해서 파이프에 반경방향으로 가해지는 힘이 연성에 의해서 파이프에 축 방향으로 힘이 가해지는 경우 두 가지를 고려할 수 있다.

변형된 파이프 내에 유체가 흐르면 일정속도의 유체라 하더라도 파이프의 변형으로 인해서 유체에

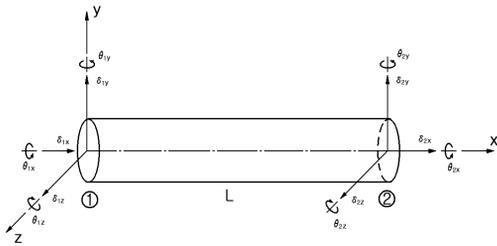


Fig. 1. Finite Element Model of Pipe.

가속도가 생기며 이것으로 파이프에 힘이 작용하게 된다.

Hamilton의 원리를 사용하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\int \{\delta T_p - \delta V_p + \delta T_f + \delta W_{pre} - \delta V_n\} dt = 0 \quad (1)$$

Fig. 1은 파이프의 유한 요소 모델을 나타낸 것이다. 파이프는 절점 당 3개의 변위와 3개의 회전을 갖는 6개의 자유도 즉, 각 요소는 12개의 자유도를 갖는 Euler 보로 모델링 되어졌다.

$$\{\delta_{el}\} = \{u_{1x}, u_{1y}, u_{1z}, \theta_{1x}, \theta_{1y}, \theta_{1z}, u_{2x}, u_{2y}, u_{2z}, \theta_{2x}, \theta_{2y}, \theta_{2z}\} \quad (2)$$

이 요소가 갖는 포텐셜 및 운동에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다[7].

$$T_p = \int_{el} \frac{1}{2} m_p \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + J_0 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 \right\} dx \quad (3)$$

$$T_f = \int_{el} \frac{1}{2} m_f \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} + c \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} + c \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx \quad (4)$$

$$V_p = \int_{el} \frac{1}{2} \left\{ EA_p \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + EI_z \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 + EI_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + GJ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + P_{xe} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx \quad (5)$$

$$W_{pre} = \int_{el} \frac{1}{2} pA \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx \quad (6)$$

$$\begin{aligned} V_n = & P_{1x}u(1) + P_{2x}u(2) + P_{1y}v(1) \\ & + P_{2y}v(2) + P_{1z}w(1) + P_{2z}w(2) \\ & + M_{1x}\phi(1) + M_{2x}\phi(2) + M_{1y}\varphi(1) \\ & + M_{2y}\varphi(2) + M_{1z}\gamma(1) + M_{2z}\gamma(2) \end{aligned} \quad (7)$$

아래첨자 p와 f는 파이프와 유체를 표시하며, 식 (3)과 (4)는 파이프와 유체의 운동에너지를 나타내는 항이고 식(5)와 (7)은 파이프의 위치에너지와 파이프 곡면에 작용하는 요소에 대한 유체의 위치에너지의 항이며 식(6)는 유체의 압력으로 인한 파이프의 일을 나타낸 항이다.

변위를 형상함수와 절점 변위의 1차 결합으로 표시하면, 다음과 같이 나타낼 수 있으며,

$$\{\delta(x,t)\} = [N(x)]\{\delta(t)\} \quad (8)$$

변위의 경계조건을 대입한 후 Hamilton의 원리를 이용하여 나온 식을 변수 분리하여 다시 적분한 후 경계조건을 대입하면

$$\begin{aligned} - \int & \{ \{\delta U_e\}^T \{ [M1]_e \{\ddot{U}_e(t)\} + [K1]_e \{U_e(t)\} - \{P_{1e}\} \} \\ & + \{\delta V_e\}^T \{ [M2]_e \{\ddot{V}_e(t)\} + ([K2]_e \\ & - ((m_f c^2 + pA) - P_{xe}) [K3]_e) \{V_e(t)\} - \{P_{2e}\} \} \\ & + \{\delta W_e\}^T \{ [M3]_e \{\ddot{W}_e(t)\} + ([K4]_e \\ & - ((m_f c^2 + pA) - P_{xe}) [K5]_e) \{W_e(t)\} - \{P_{3e}\} \} \\ & + \{\delta \Phi_e\}^T \{ [M4]_e \{\ddot{\Phi}_e(t)\} + [K6]_e \{\Phi_e(t)\} - \{P_{4e}\} \} \} dt = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)를 만족시키기 위하여 다음과 같은 방정식을 만족 시켜야 한다.

$$[M1]_e \{\ddot{U}_e\} + [K1]_e \{U_e\} = \{P_{1e}\} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & [M2]_e \{\ddot{V}_e\} + ([K2]_e \\ & - ((m_f c^2 + pA) - P_{xe}) [K3]_e) \{V_e\} = \{P_{2e}\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & [M3]_e \{\ddot{W}_e\} + ([K4]_e \\ & - ((m_f c^2 + pA) - P_{xe}) [K5]_e) \{W_e\} = \{P_{3e}\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$[M4]_e \{\ddot{\Phi}_e\} + [K6]_e \{\Phi_e\} = \{P_{4e}\} \quad (13)$$

식(10)에서부터 식(13)을 살펴보면 식(10)은 내부 유동을 포함한 파이프요소의 축방향의 진동을 나타낸 것이며, 식(11)와 (12)은 각각의 평면에서의 굽힘 진동을 나타낸 식이고, 식(13)이 파이프의 비틀림 진동을 나타낸다.

특히 이 행렬들 중 [M]의 행렬들은 질량행렬들이고 [K1], [K2], [K4] 및 [K6]는 파이프의 탄성 특성으로부터 나온 강성행렬이고, [K3]와 [K5]는 유체의 원심력과 압력, 그리고 초기 인장력에 의해 나타난 강성 행렬이다.

식(10)에서부터 식(13)의 각각의 항들을 적분하면 요소에 대한 질량 및 강성 행렬을 구할 수 있다.

2.2 지지점의 강성행렬

지지점의 위치는 파이프의 크기, 무거운 밸브의 위치 등에 따라 좌우된다. 파이프 계에서의 적당한 지지위치를 선정하는 기준은 정확하게 나와 있지는 않으나, 공학자들의 충분한 경험을 통하여 적절한 파이프의 지지점을 찾아야 하지만 본 연구에서는 파이프 계와 지지점과의 상관관계를 통해서 지지점 위치를 설정하고자 하였다.

본 연구에서는 지지점을 크게 강체 지지(rigid support)와 스프링행거 지지(spring hanger support)의 2가지 경우에 대한 고찰을 하였으며, 고유 모드 값이 가장 크게 변화하는 곳에서의 지지점을 선택하였다.

Fig. 2는 파이프 지지를 간단한 1차원 단순 스프링계로 모델링 하였을 경우이며 이때의 지지의 강성행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \quad (14)$$

구해진 강성행렬을 절점당 6자유도의 파이프와 적용하여 전체 강성행렬을 구성하고, 질량행렬을 구성하면, 동적 시뮬레이션을 수행할 수 있다.

2.3 고유진동수

각각의 요소 질량 행렬과 강성행렬을 결합하면, 전체계의 질량 행렬과 강성행렬을 구할 수 있고, 파이프계의 고유진동수를 구할 수 있다.

$$[\bar{K}] - \omega^2[\bar{M}] = 0 \quad (15)$$

본 연구에서는 Jacobi 반복법에 의해 고유값을 구



Fig. 2. Simple Spring Support Model.

했으며 파이프의 형상별 고유진동수 및 파이프 지지점의 변화에 따른 시뮬레이션을 통해 고유진동수의 변화에 대한 고찰을 시도하였다.

III. 연구 결과 및 고찰

프로그램의 검증을 위해서, Nakra[4]의 모델을 기준으로 하여, 비교 검증을 하였다. 유체가 가득 찬 직선 파이프에 대해서 유속의 변화에 따른 파이프의 고유진동수 변화를 구하였다. 단순 직선 파이프의 물리적 특성은 다음 Table 1과 같다.

이 파이프는 양단이 고정된 단순 직선 파이프이다. 파이프안의 속도가 0일 때, 프로그램과 상용 유한요소해석 패키지인 ANSYS와 고유진동수를 비교하면 Table 2와 같다. ANSYS와 비교해서 거의 오차가 없음을 알 수 있다.

Fig. 3은 파이프안의 유체의 속도변화에 따라 첫 번째 고유진동수를 나타내 것이다. 속도가 증가함에 따라서, 유체의 속도가 약 50m/s일 때까지는 거의 고유진동수가 속도에 무관하다가 50m/s보다 커지면, 급격히 감소하기 시작함을 알 수 있다. 속도가 200m/s를 넘어서면, 고유진동수가 0이 됨을 알 수 있는데, 이때의 속도를 임계속도라 하며, 파이프는

Table 1. Properties of Nakra's Straight Pipe

	Fluid	Pipe
Young's Modulus		208 GPA
Poisson Ratio		0.3
Density	1,000kg/m ²	8,000 kg/m ²
Outside diameter		9.54 mm
Wall thickness		0.5 mm
Straight length		0.125 m

Table 2. Comparison of Natural Frequencies

Order	Program	ANSYS	Error
1	88.73 Hz	88.59 Hz	0.16%
2	201.80 Hz	200.59 Hz	0.52%
3	358.82 Hz	357.41 Hz	0.40%
4	565.06 Hz	559.48 Hz	1.00%
5	885.63 Hz	883.71 Hz	0.22%

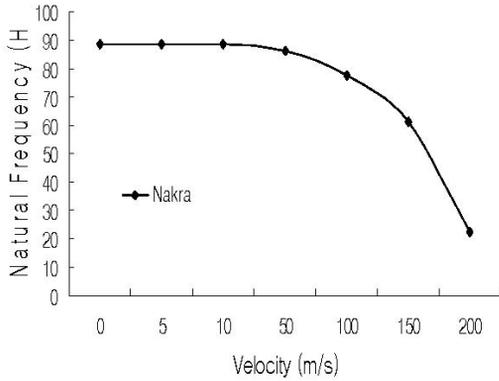


Fig. 3. Fundamental Natural Frequencies of Nakra's Pipe vs. Flow Velocities.

불안정하게 된다. 이와 같이 파이프내의 유체의 작동 속도를 조정함으로써, 고유진동수를 조정할 수 있다.

3.1 유동 속도에 따른 고유진동수

Table 3과 같은 물리적 특성을 갖는 파이프요소를 이용하여 수평, 수직 각각 3개의 요소, 즉 6개의 파이프요소를 나타낼 수 있는 직각의 엘보를 갖는 파이프 계에 대해서 내부 유체의 유동속도 변화에 따른 고유진동수의 변화를 고찰 하였다.

Fig. 4의 I. T.는 초기 인장력(Initial Tension)이 있을 때, N. I. T.는 초기 인장력이 없을 때를 나타낸다. 유체의 압력이나 속도등에 의해 나타나는 초기 인장력은 유체의 유동 속도가 변함에 따라서 그 효과가 매우 크게 나타남을 알 수 있다. 초기 인장력을 고려했을 때에는 속도변화에 대해 거의 변화를 나타내지 않았으나, 고려하지 않았을 경우에는 속도가 30m/s가 되면, 거의 0으로 접근하여, 파이프의 임계속도에 도달함을 알 수 있다. 초기 인장력이 유체를 포함하는 파이프에서의 진동특성에 중요한 인자임을 나타낸다.

Fig. 5는 2차 고유진동수를 유속의 변화에 따라 나타낸 그림이다. 1차 고유진동수의 경우와 마찬가지로 초기 인장력을 고려했을 때에는 속도의 변화에 대해서 변화가 없으나, 초기 인장력을 제외했을 경우에는 유체의 속도가 70m/s되는 점 부근에서 고유진동수가 0이 됨을 알 수 있다. 1차 고유진동수의 경우와 비교해 볼 때 초기 인장력을 고려하지 않았을 경우, 유체의 속도에 따른 고유진동수의 감소속도가 덜 급격함을 알 수 있다.

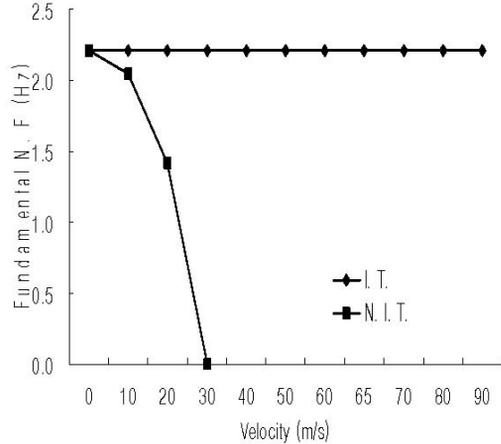


Fig. 4. Fundamental Natural Frequencies of Curved Pipe vs. Flow Velocities.

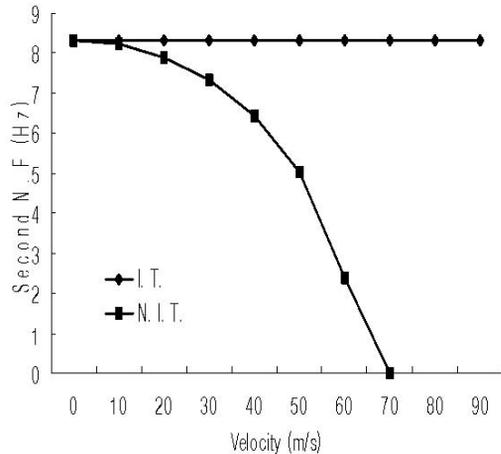


Fig. 5. The 2nd Natural Frequencies of Nakra's Pipe vs. Flow Velocities.

Table 3. Properties of Pipe

	Fluid	Pipe
Young's Modulus		124.11 <i>GPA</i>
Poisson Ratio		0.34
Density	1,000 <i>kg/m²</i>	8,900 <i>kg/m²</i>
Outside Diameter		19.05 <i>mm</i>
Wall Thickness		0.9 <i>mm</i>
Straight Length		0.8 <i>m</i>

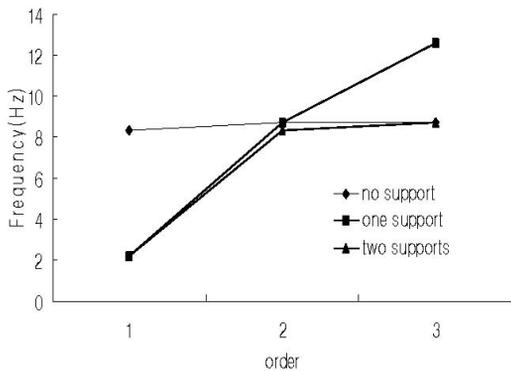


Fig. 6. Natural Frequencies vs. No. of Supports.

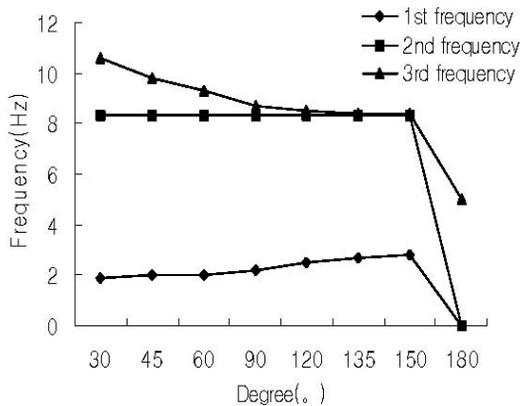


Fig. 7. Natural Frequencies vs. Elbow Angles.

3.2 지지점 변화에 따른 고유진동수

Fig. 6은 곡관부가 하나일 경우, 배관의 지지를 증가시켜 감에 따라서 고유진동수의 변화를 나타낸다. 이때는 같은 평면상에 지지점이 존재하는 경우로, 이 경우에서 2차 고유진동수는 변화하지 않음을 알 수 있으며 지지점이 없는 경우의 2차(내평면1차) 고유진동수는 지지점의 개수가 하나가 존재할 경우의 1차 고유진동수로 나타나는 것을 알 수 있다. 또한 지지점이 없는 경우의 1차(외평면1차) 고유진동수는 지지점의 개수가 두 개가 존재할 경우의 1차 고유진동수와 일치함을 알 수 있다.

3.3 엘보 형상에 따른 고유진동수

파이프라인을 연결해주는 엘보는 그 각이 변화함에 따라 파이프내부의 유체의 운동량을 변화시켜 시스템의 강성을 변화시킴으로써 고유진동수값에 영향을 주게 된다. 본 연구에서는 엘보 각도를 30, 45,

60, 90, 120, 150, 180°의 경우에 대해 살펴보았다.

Fig. 7에서 보면, 단일평면상에 놓여있는 파이프는 엘보의 각이 커질수록 2차(내평면1차)고유진동수는 거의 변화하지 않고 있다가 파이프의 엘보가 없어지는 평형 파이프에서 갑자기 줄어드는 것을 볼 수 있다. 또한 1차(외평면1차) 고유진동수는 각이 증가함에 따라 진동수 역시 증가 되나, 3차(외평면2차) 고유진동수는 각의 증가와 함께 점차로 감소함을 알 수 있다.

특히 파이프가 평행하게 놓이면 외평면 고유진동수와 내평면 고유진동수가 일치하게 되므로 1차 및 2차 고유진동수가 일치하게 되어 2차 고유진동수는 급격하게 진동수가 저감하는 것을 알 수 있다.

IV. 결론

본 연구에서는 자유진동 해석에 앞서, 정적 평형 상태에서의 파이프에 걸리는 힘을 구하고, 이 힘을 자유진동 해석 시에 운동방정식에 포함시켜 해석함으로써, 좀 더 정확한 고유진동수를 구하는 과정이 필요함을 알 수 있었으며,

파이프가 공간상에 있을 때 파이프 형상과 파이프를 지지하는 지지점이 파이프 진동에 미치는 영향을 고찰하였으며, 파이프의 저주파 대역의 공진을 피하기 위하여 시뮬레이션을 통해 계의 고유모드를 살펴본 후 적당한 지지점을 선정하여 계의 고유진동수와 이격시킴으로써 진동응답을 감소시킬 수 있다. 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 굴곡 파이프의 경우에는 초기 인장력을 고려했을 경우 유체의 속도의 변화에 따라 고유진동수의 변화가 거의 없음을 알 수 있었다. 초기 인장력을 고려하지 않았을 경우에는 유체 속도가 증가함에 따라 급격하게 고유진동수가 감소하는 것을 알 수 있었다.

2) 단일평면상에 파이프가 존재하는 경우에 내평면 고유진동수는 외평면의 고유진동수 보다 더 크게 됨을 알 수 있다.

3) 1차 고유진동수를 이격시키기 위한 방법으로 파이프를 연결하고 있는 엘보와는 무관하다는 사실을 알 수 있으며, 엘보의 형상은 3차 고유진동수를 변화시키는데 크게 영향을 주었다.

4) 단일평면상에서의 지지점은 2차 고유진동수는 변화하지 않는 상태를 유지하면서, 1차 및 3차 고유진동수를 이격시켜주었다.

REFERENCES

- [1] Housner, G.H., "Bending Vibration of a Pipe Line containing Flowing Fluid", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 19, pp.205-209 (1952)
- [2] Chen, S.S., "Vibration and Stability of a Uniformly Curved Tube conveying Fluid", *Journal of Acoustical Soc. of America*, Vol. 51, pp.223-232, (1972)
- [3] Mote, C.D., "Nonconservative Stability by Finite Element", *Journal of Mechanical Engineering Division, ASCE*, Vol 97, No. EM3, pp. 645-656, (1971)
- [4] Kohli, A.K. and Nakra, B.C., "Vibration Analysis of Straight and Curved Tubes Conveying Fluid by Means of Straight Beam Finite Elements", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 93, No. 2, pp. 307-311, (1984)
- [5] Everstin, G.C, "Dynamic Analysis of Fluid Filled Piping Systems using Finite Element Technics", *Journal of Pressure Vessel Technology, Trans. ASME*, Vol. 108, pp. 57-61, (1986)
- [6] Choi, M., "Natural Frequencies of Curved Pipes with respect to the change of the Inside Flow Velocities and Support Locations", *Proc. of KIGAS, 2014 Spring Conf.* (2014)
- [7] Choi, M., Lim, K. and Lee, D., " The Free Vibration Analysis of Pipe Systems Considering Fluid Velocity and the Change of Shape of Curved Pipe" *J. of Industrial Liaison R. I.* Vol.5, pp 109-116, (2000)