

가변 추력 고체추진기관의 추력 제어를 위한 이득 계획 제어기 설계 및 성능 분석

홍석현^{a,*}

Gain Scheduling Controller Design and Performance Evaluation for Thrust Control of Variable Thrust Solid Rocket Motor

SeokHyun Hong^{a,*}

^aThe 4th R&D Institute, Agency for Defense Development, Korea

*Corresponding author. E-mail: shhong@add.re.kr

ABSTRACT

Theoretical model of a variable thrust solid rocket motor with a pintle nozzle was derived. For the chamber pressure control, classical model linearization and proportional-integral controller was used. And then two types of gain scheduling controller were suggested to improve controller performance for the non-linear propulsion model. Considering characteristics of systems, control gains were scheduled by chamber pressure or free volume. Step responses of each controllers were compared. As a result, the proper control algorithm about characteristics of variable thrust rocket motor was suggested.

초 록

본 논문에서는 핀틀을 이용한 가변추력 고체 추진기관의 추력을 제어하기 위하여 이론적으로 모델을 구하고 압력 제어를 설계하였다. 고전적인 모델 선형화 및 비례-적분제어를 설계했을 때 실제 모델의 비선형성에 의해 발생하는 제어기 성능 저하를 줄이기 위해 이득 계획 기법을 적용하였다. 시스템의 특징을 고려하여 연소관 내부 체적 변화에 따라 이득을 조절하는 방법과, 연소관 내부 압력에 의해 이득을 조절하는 방법으로 두종류의 이득 계획 제어기를 설계하였다. 각 제어기를 가변 추력기 모델에 적용하여 폐루프 시스템 응답특성을 비교하였으며 가변 추력 추진기관 특성에 따라서 어떤 제어기를 선택하는 것이 유리한지 제안하였다.

Key Words: Variable Thrust(가변추력), Propulsion Model Linearization (연소모델 선형화), Gain Scheduling(이득 계획 기법), Controller Performance Evaluation(제어기 성능 분석)

Received 4 May 2015 / Revised 30 December 2015 / Accepted 6 January 2016

Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers

pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548

[이 논문은 한국추진공학회 2014년도 추계학술대회(2014. 12. 17-19,

강원랜드 호텔) 발표논문을 심사하여 수정·보완한 것임.]

1. 서 론

기존의 고체 추진기관들은 한번 점화가 되면

미리 결정된 그래인 형상과 노즐에 의해 추력이 발생하기 때문에 추력을 제어하는 것이 불가능하였다. 최근 들어 추력을 정밀하고 효율적으로 운용하고자 하는 요구가 증가되며 추력을 가변적으로 제어하고자 하는 연구가 활발하게 진행되고 있다. 과거에는 추력 제어가 필요한 경우 액체 추진기관을 사용하는 것이 일반적이었다.

최근 이러한 고체 추진기관의 단점을 극복하여 핀틀과 같은 추력 제어 수단을 사용한 가변추력 고체 추진기관에 대한 연구가 활발히 이뤄지고 있다[1]. 본 논문에서는 1개의 핀틀을 가진 가변 추력 고체 추진기관의 동적 성능 모델을 유도하고 원하는 추력을 발생할 수 있도록 연소관 내부 압력을 제어하기 위한 제어기를 설계하고자 한다. 핀틀을 이용한 가변 추력기 연소모델의 비선형성으로 인해 기존 연구는 이러한 모델을 선형화 하려는 연구가 진행되었으며[2] 이렇게 선형화된 모델에 비례-적분 제어기를 적용하거나[3] 비선형 제어기인 적응제어 기법을 이용하여 제어기를 설계하였다[4-6]. 이렇게 설계된 제어기는 지상연소시험[1] 또는 상온기체 모사장치[5]를 사용하여 검증되었다. 또한 Lee 등[6]은 비선형 모델에 외란을 모사하였을 때도 강건하게 동작할 수 있는 적응 제어기를 제안하였다. 기존 연구에서와 같이 선형화를 통한 비례적분 제어기를 설계할 경우, 평형점과 실제 운용조건이 차이가 커질수록 모델 선형화에 의해 발생하는 오차가 커지게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해 기존 연구는 주로 비선형 제어기를 사용하였으나 본 논문에서는 비례-적분 제어기에 이득 조절 기법을 적용하여 다양한 운용 조건에서도 원하는 성능을 가질 수 있는 제어기를 제안하였다.

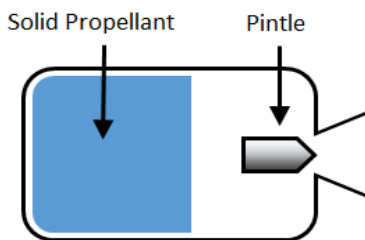


Fig. 1 Variable thrust solid rocket motor.

2. 연속 가변 추진기관 모델링

본 논문에서는 Fig. 1과 같이 1개의 핀틀을 가진 가변 추력 고체 추진기관을 모델링하였다. 핀틀을 좌우로 이동시킴에 따라 노즐목 면적이 변화하게 되는데, 이러한 노즐목 면적이 변화함에 따라 연소실 압력이 변하게 되고 추진기관의 추력이 동시에 변하게 된다. 따라서 추진기관의 성능을 동적으로 변화시킬 수 있다.

추진체가 연소하며 발생하는 가스 및 노즐을 통해 배출되는 가스 유량 차이만큼 연소관 내부에 남아있는 연소가스 질량이 변화하기 때문에 아래와 같이 질량 보존 방정식을 만족해야 한다.

$$\frac{d}{dt}(\rho_c V_c) = \dot{m}_g - \dot{m}_d \quad (1)$$

V_c 는 연소관 내부 체적, ρ_c 는 연소관 내부 연소가스 밀도, \dot{m}_g 은 연소로 인해 유입되는 연소가스 유량, \dot{m}_d 은 노즐을 통해 배출되는 연소가스 유량을 의미한다. 위 식에서 연소에 의해 발생하는 유량은 추진체의 연소속도와 연소면적에 대한 식으로 아래와 같이 표현된다.

$$\dot{m}_g = \rho_p A_b r_b \quad (2)$$

r_b 는 연소속도, ρ_p 는 추진체의 밀도, A_b 는 추진체의 연소면적을 의미한다. 또한 연소속도는 아래와 같이 연소속도 식(Saint Robert's Law)을 만족하는 것으로 알려져 있다.

$$r_b = \eta_{rb} a P_c^n \quad (3)$$

η_{rb} 는 연소속도 보정계수, a , n 은 각각 연소속도 상수 및 지수, P_c 는 연소관 내부 압력을 의미한다. 노즐 출구 유량 \dot{m}_d 는 아래 식을 만족한다.

$$\dot{m}_d = \eta_d C_D P_c A_t \quad (4)$$

위 식에서 η_d 는 유량 보정계수, C_D 는 유량계

수, A_t 는 노즐목 면적을 의미한다. 연소관 내부 가스가 이상기체라고 가정하고, 연소가스 온도를 T_c , 기체 상수를 R 이라 기체의 상태방정식은 Eq. 5와 같이 표현된다.

$$\rho_c = \frac{P_c}{RT_c} \quad (5)$$

Eq. 1에 Eq. 2-5를 대입하여 정리하면 연소관 내부의 압력 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{dP_c}{dt} = \frac{RT_c}{V_c} (\eta_{ri} \rho_p A_b a P_c^n - \eta_d C_D A_t P_c - \frac{P_c}{RT_c} \frac{dV_c}{dt}) \quad (6)$$

이 때 연소관 내부 체적 변화량은 시간당 연소되는 추진제 부피와 같으므로 다음과 같은 식을 만족한다.

$$\frac{dV_c}{dt} = A_b r_b = A_b \eta_{ri} a P_c^n \quad (7)$$

Eq. 6에 Eq. 7을 대입하고 시간에 따라 변하는 변수는 압력(P_c), 노즐목(A_t), 연소관 내부체적(V_c)뿐이므로 이 외에 상수들은 묶어서 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dP_c}{dt} &= \frac{1}{V_c} (C_1 P_c^n - C_2 A_t P_c - C_3 P_c^{n+1}) \\ &= f(P_c, V_c, A_t) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} C_1 &= RT \eta_{ri} \rho_p A_b a \\ C_2 &= RT_c \eta_d C_D \\ C_3 &= A_b \eta_{ri} a \end{aligned} \quad (9)$$

이 때 핀틀 노즐에서 발생하는 추력을 T 라 하면 Eq. 10과 같이 추력계수(Thrust coefficient, C_F), 연소관의 압력 그리고 노즐목 면적에 대한 식으로 표현된다. 이때 추력계수는 추진제 특성에 의해 결정되는 상수다.

$$T = C_F \times P_c \times A_t \quad (10)$$

위 식에서 노즐목 면적은 추력제어를 위한 제어 입력 변수이고 연소관 내부 압력은 Eq. 8과 같이 노즐목 면적 및 내부 체적에 의해 결정되는 상태변수이다. 일반적인 유도탄 시스템에서 추진기관의 추력은 측정이 불가능하기 때문에 추력을 피드백 받는 제어기는 설계가 불가능하다. 따라서 측정이 가능한 상태변수인 연소관 내부 압력을 피드백하여 압력을 원하는 값으로 추종하고 이때 Eq. 10과 압력, 노즐목 면적으로 부터 추력을 예측하는 방식으로 원하는 추력을 얻는 제어 알고리즘이 일반적으로 사용된다[3,5].

3. 모델 선형화 및 비례-적분 제어

3.1 모델 선형화

Eq. 8에서 구해진 모델을 1개의 평형점(Equilibrium point)에 대해 선형화 하였다. 만약 주어진 가변 추력 추진기관이 특정 압력 근처에서 압력을 유지하며 추력을 발생시키는 시스템 이라면 평형점을 선정하기 쉬워진다. Eq. 8에서 볼 수 있듯이 압력방정식은 P_c , A_t , V_c 에 대한 비선형 미분방정식으로 표현되므로 선형화하기 위해서는 3개의 변수에 대해서 각각 평형점들을 선정해야 한다. 동작 압력을 P_{\max} 라 하면 압력에 대한 평형점을 P_{c0} 라 하면, $P_{c0} = P_{\max}$ 로 선정할 수 있다. 이 때 노즐목에 대한 평형점은 압력 P_{c0} 에서 정상상태가 되기 위한 노즐목 면적을 선택하면 된다. Eq. 6에서 체적변화량에 의한 압력 변화는 상대적으로 작기 때문에 무시 가능하고 제어기 설계에서 이 항을 생략하는게 유리하기 때문에 내부체적이 일정하다고 가정하도록 한다 [1,3]. 이 때 정상상태에서 압력과 노즐목 관계식을 풀면 아래와 같다.

$$P_c = \left(\frac{C_2}{C_1} A_t \right)^{\frac{1}{n-1}} \quad (11)$$

위 식은 노즐목에 따라 정상상태 압력이 노즐목에 의해 어떤 값으로 수렴 하는지를 나타내는

식이다. 위 식으로부터 정상상태에서 동작압력 P_{c0} 가 되기 위한 노즐목 평형점 A_{t0} 는 아래와 같다.

$$A_{t0} = \frac{C_1}{C_2} P_{c0}^{n-1} \quad (12)$$

상태변수 중에서 연소관 내부 체적은 체적 충전율(Volume fraction)이 작은 시스템에 경우 내부 체적에 변화가 연소 모델에 주는 영향이 다른 변수들에 의한 영향보다 적은편이다. 따라서 체적 충전율이 낮은 시스템에서는 단순히 내부 체적은 최소 내부 체적(V_{\min})과 최대 내부 체적(V_{\max})의 중간 값으로 설정해도 모델을 선형화하는데 오차가 크지 않다. 따라서 체적에 대한 평형점 V_{c0} 는 Eq. 13과 같이 선정할 수 있다.

$$V_{c0} = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} \quad (13)$$

위와 같이 정해진 동작압력 P_{\max} 와 Eq. 12, 13으로부터 구해진 평형점(P_{c0} , A_{t0} , V_{c0})에 대한 선형화 모델을 구할 수 있다. 평형점으로부터 현재 값과의 차이를 $\Delta P_c = P_c - P_{c0}$, $\Delta A_t = A_t - A_{t0}$ 라 하고 평형점에서 Eq. 8을 압력(P_c)으로 편미분한 값을 $A(P_{c0}, A_{t0}, V_{c0})$, 노즐목(A_t)으로 편미분한 값을 $B(P_{c0}, V_{c0})$ 라 하면 Eq. 8로부터 유도된 선형화된 연소 모델식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\Delta P}_c &= \frac{\partial f}{\partial P_c} \Delta P_c + \frac{\partial f}{\partial A_t} \Delta A_t \\ &= A(P_{c0}, A_{t0}, V_{c0}) \Delta P_c + B(P_{c0}, V_{c0}) \Delta A_t \\ A(P_{c0}, A_{t0}, V_{c0}) & \\ &= \frac{1}{V_{c0}} (C_1 n P_{c0}^{n-1} - C_2 A_{t0} - C_3 (n+1) P_{c0}^n) \end{aligned} \quad (14)$$

$$B(P_{c0}, V_{c0}) = -\frac{1}{V_{c0}} (C_2 P_{c0})$$

$$\Delta P_c(s) = \frac{B}{s-A} \Delta A_t(s) \quad (15)$$

위 Eq. 14를 라플라스 변화하면 구해진 Eq. 15로부터 선형 제어기를 설계할 수 있다. 본 논문에서는 선형제어기인 비례-적분(PI) 제어기를 적용하기로 하였다. 피드백 받을 변수인 압력에 경우 일반적으로 센서 노이즈가 크기 때문에 미분값은 사용하지 않는 것이 유리하다.

3.2 비례-적분(PI) 제어기

Eq. 15와 같이 구해진 선형 모델에 Eq. 16에 PI 제어기를 Fig. 2와 같이 적용하였다.

$$\Delta A_t(s) = \left(K_P + \frac{K_I}{s} \right) \Delta E \quad (16)$$

이때 ΔE 는 압력 명령과 현재 챔버 압력 사이의 오차를 의미한다. 압력 명령을 P_d 라고 하고 압력 평형점과 명령 압력과의 차이를 $\Delta P_d = P_d - P_{c0}$ 라고 표현할 때 오차는 $\Delta E = \Delta P_d - \Delta P_c = P_d - P_c$ 와 같이 계산된다. 평형점 근처에서 페루프 전달함수는 Eq. 15, 16, ΔE 관계식으로부터 아래 Eq. 17과 같은 전달함수로 표현된다.

$$\begin{aligned} \Delta P_c(s) &= \frac{B}{s-A} \left(K_P + \frac{K_I}{s} \right) (\Delta P_d(s) - \Delta P_c(s)) \\ \Delta P_c(s) &= \frac{B(K_P s + K_I)}{s^2 + (BK_P - A)s + BK_I} \Delta P_d(s) \end{aligned} \quad (17)$$

Eq. 17로부터 PI제어기의 이득 값을 근궤적(Root locus)이나 극배치(Pole placement)와 같은 방법으로 원하는 응답특성을 가질 수 있도록 설계할 수 있음을 알 수 있다.

본 논문에서는 Eq. 17의 페루프 응답특성을 2% 정착시간이 0.4초 오버슈트가 10%이내가 되도록 설계하였다. 이 때 위에서 설계된 Eq. 16의

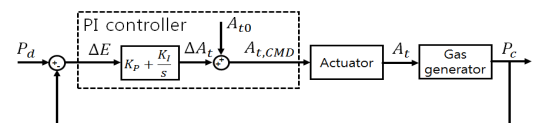


Fig. 2 Block diagram of PI controller.

PI제어기에 의한 페루프 블록다이어그램은 Fig. 2와 같다. 하지만 위 제어기는 위에서 정한 평형점 근처에서만 원하는 응답성능을 가지게 되므로 평형점과 차이가 많이 나는 구간에 적용할 경우 안정성 및 제어 성능이 보장되지 않는다.

4. 이득 조절 기법

4.1 다중평형점과 선형제어기 집합

3장에서와 같이 한 개의 평형점을 사용하여 선형화 모델을 구할 경우 몇 가지 한계점들이 있다. 특히 선형화를 통해 설계된 제어기는 평형점 근처에서만 제어기가 원하는 성능을 가질 수 있다. 이러한 한계점들을 극복하기 위하여 비선형 모델에 여러 개의 평형점을 설정하고 이득 조절을 통하여 연소 전체 구간동안 보다 정확하게 모델을 예측할 수 있다. 아래와 같이 n 개의 평형점을 설정하였다고 가정하자.

$$P_{ci}, V_{ci} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (18)$$

각 평형점에 선형화 모델은 Eq. 14로부터 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta \dot{P}_c &= A_1(P_{ci}, A_{ti}, V_{ci}) \Delta P_c \\ &+ B_1(P_{ci}, V_{ci}) \Delta A_t \end{aligned} \quad (19)$$

$$(i=1, 2, \dots, n)$$

위와 같이 구해진 n 개의 선형화 모델에 Eq. 16, 17에서와 같이 각각 PI 제어기를 적용하여 각 제어기가 원하는 응답특성을 나타내도록 이득 값을 구할 수 있다.

$$\Delta A_t(s) = (K_{P_i} + \frac{1}{s} K_{I_i}) E(s) \quad (20)$$

$$(i=1, 2, \dots, n)$$

Eq. 20과 같이 설계된 제어 이득값들을 활용하여 평형점 영역에 따라서 적합한 제어기 이득값을 선택하거나 두 개 이상의 제어기 이득값을 보간(Interpolation)하여 적합한 이득값을 구

할 수 있다.

4.2 연소관 내부 체적에 의한 이득 조절

Fig. 2와 같이 P_{max} 근처에서만 압력 유지하도록 제어를 하는 시스템의 경우 체적 변화에 의한 영향이 작다면 하나의 체적 평형점에 대해 선형화할 수 있다. 하지만 체적 변화가 시스템에 미치는 영향이 클 경우 연소가 진행됨에 따라 체적이 변화하게 되면 선형화 된 모델과 실제 모델 사이의 오차가 커지는 문제가 발생할 수 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 연소관 내부 체적 값을 몇 개 구간으로 나누고 체적 변화에 따라 이득을 선택하는 방법을 적용하여 체적 변화에 의한 영향이 큰 시스템에 선형모델 오차를 줄일 수 있다. 만약 Eq. 21과 같이 2개의 구간으로 체적을 나눈다고 할 때 다음과 같은 방식으로 체적 평형점을 나눌 수 있다. Eq. 21에서는 압력과 노즐목 평형점은 동일하게 유지하고 체적은 2개의 평형점을 선정하였다.

$$(1) \begin{cases} P_{c1} = P_{max} \\ A_{t1} = \frac{C_1}{C_2} P_{c1}^{n-1} \\ V_{c1} = \frac{V_{max} + 3V_{min}}{4} \end{cases} \quad (21)$$

$$(2) \begin{cases} P_{c2} = P_{max}, \\ A_{t2} = \frac{C_1}{C_2} P_{c2}^{n-1}, \\ V_{c2} = \frac{3V_{max} + V_{min}}{4} \end{cases}$$

위에 두 평형점에서 원하는 응답특성을 가질 수 있도록 PI 제어기를 선정하였다고 하자. Eq. 16과 $\Delta A_t = A_t - A_{t0}$ 관계식으로부터 Eq. 21의 두 평형점에 대한 제어기는 각각 Eq. 22와 같다.

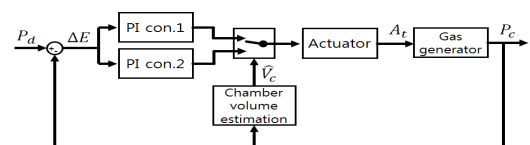


Fig. 3 Block diagram of gain scheduling controller about chamber free volume.

두 제어기는 특정 임계값을 기준으로 스위칭 된다. Eq. 22에 제어기에서는 임계값을 체적 변화 범위에서 중간값으로 선정하였다.

$$(1) \text{ if } V_c < \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2},$$

$$\text{ then } A_t = \left(K_{P1} + \frac{K_{I1}}{s} \right) \Delta E + A_{t1} \quad (22)$$

$$(2) \text{ if } V_c \geq \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2},$$

$$\text{ then } A_t = \left(K_{P2} + \frac{K_{I2}}{s} \right) \Delta E + A_{t2}$$

이와 같은 방법으로 구성된 이득 조절 제어기는 내부 체적 변화에 따른 모델 선형화 오차를 해결 가능하다. 필요에 따라서 더 여러개의 평형점과 동작구간을 선정하여 체적에 변화에 의한 영향을 줄일 수 있다.

일반적으로 위와 같이 기준값과 비교하여 실시간으로 제어기를 선택하는 방식의 이득 조절 기법은 선택 기준이 되는 변수가 제어 변수보다 변화폭이 적거나 변화하는 속도가 느린 경우에 적합하다. 만약 변화폭이 크고 변화 속도가 빠른 변수로 위와 같은 이득 조절 기법을 적용할 경우는 모델이 빠르게 스위칭 되면서 발생하는 불연속점에 의해 시스템이 불안정해지기 쉬운 것으로 알려져 있다.

4.3 연소관 내부 압력에 의한 이득 조절

경우에 따라 가변 추력 고체 추진기관이 동작 압력을 변화 시켜가면서 동작하는 경우가 있을 수 있다. 간단한 예로 최대 추력을 발생하기 위해 일정 시간동안 높은 압력 P_{\max} 에서 압력을 유지하다가 출력을 낮추고 운용시간을 늘리기 위해 낮은 압력 P_{\min} 으로 압력을 유지하는 방식의 운용 전략을 가진 가변 추력 추진기관을 고려해보자. 이 경우 Fig. 2, 3과 같이 1개의 동작 압력에 대해서 평형점을 선정하고 선형화한 모델을 이용해 제어기를 설계할 경우 다른 압력 구간에서 제어기가 원하는 성능을 만족시키지 못한다. 따라서 다른 동작압력 근처에서 선형화

에 의한 오차를 줄이고 제어 성능을 높이기 위해 아래와 같이 여러 개의 압력 평형점을 선정할 필요가 있다.

$$(1) \begin{cases} P_{c1} = P_{\max} \\ A_{t1} = \frac{C_1}{C_2} P_{c1}^{n-1} \\ V_{c1} = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} \end{cases} \quad (23)$$

$$(2) \begin{cases} P_{c2} = P_{\min} \\ A_{t2} = \frac{C_1}{C_2} P_{c2}^{n-1} \\ V_{c2} = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} \end{cases}$$

위와 같이 구해진 각 평형점마다 원하는 응답 특성을 가지도록 PI제어기를 설계하고 이득을 조절하여 모든 압력 구간에서 적합한 제어 이득을 적용해야 한다. 하지만 Fig. 3과 같이 특정값을 기준으로 이득 값을 스위칭 하는 방식을 적용해서는 안 된다. 왜냐하면 연소관 압력과 같이 변화가 빠르고 측정 노이즈가 큰 변수에 경우 이득이 스위칭 되는 순간 시스템이 불안정해질 가능성이 매우 크다. 이러한 이득 값의 불연속점 문제를 해결하기 위해서 아래 식과 같이 평형점 사이 구간에서 선형보간법(Linear interpolation)을 이용해 이득 값이 연속적으로 변화도록 이득 조절 기법을 설계 하였다.

Eq. 24와 같이 피드백 받은 압력을 기준으로 비중값 N 을 구하고 N 값에 의해 제어기를 Eq. 24에 (1)~(3) 과 같이 선택하도록 이득 조절 기법을 적용하였다. 이 때 두 평형점 사이의 압력 구간($0 < N < 1$)에서는 Eq. 25와 같이 비중값에 의해 제어 이득이 연속적으로 변화한다. 이 때 전체 시스템의 페루프 블록 다이어그램은 Fig. 4와 같다.

Fig. 4와 같이 설계된 제어기는 현재 압력을 피드백 받아 비중값(N)을 구하고 비중값으로부터 2개의 제어기 출력 중 더 현재 압력과 가까운 압력 평형점에서 설계된 제어기의 출력을 더 크게 반영하는 방법이다. 이렇게 선형보간법을

이용해 계산된 노즐목 면적 값은 모든 압력구간에 대해 불연속점이 발생하지 않기 때문에 제어기를 스위칭하면서 발생하는 불안정성을 해소할 수 있다.

$$N = \frac{P_c - P_{\min}}{P_{\max} - P_{\min}}$$

(1) if $N \geq 1$,
 then $A_t = \left(K_{P1} + \frac{K_{I1}}{s} \right) \Delta E + A_{t1}$

(2) if $N \leq 0$

$$(24)$$

then $A_t = \left(K_{P2} + \frac{K_{I2}}{s} \right) \Delta E + A_{t2}$

(3) if $0 < N < 1$
 then $A_t = \left(K_P' + \frac{K_I'}{s} \right) \Delta E + A_{t0}'$

$$\begin{cases} K_P' = N \times K_{P1} + (1-N) \times K_{P2} \\ K_I' = N \times K_{I1} + (1-N) \times K_{I2} \\ A_{t0}' = N \times A_{t1} + (1-N) \times A_{t2} \end{cases} \quad (25)$$

5. 제어기 성능 비교

3, 4장에서 설계한 3종류의 제어기를 Eq. 7, 8과 같이 이론적으로 구해진 비선형 모델에 각각 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 3장에서 단일 평형점으로부터 선형화 모델을 구해 PI제어기를 설계하였고 4.2절에서는 두개의 PI제어기를 체적 변화에 따라 스위칭하여 사용하는 제어기를 설계하였다. 마지막으로 4.3절에서 압력 값을 피드백 받아 이득값을 연속적으로 조절하는 제어기를 설계하였다. 이 세 개의 제어기에 P_{\max} (=2,000 psi) 와 P_{\min} (=500 psi)을 반복하는 스텝 입력을 가하였다.

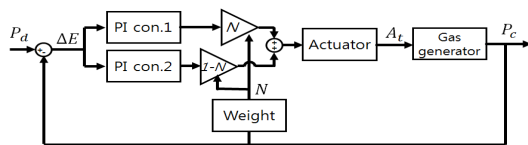


Fig. 4 Block diagram of gain scheduling controller about chamber pressure.

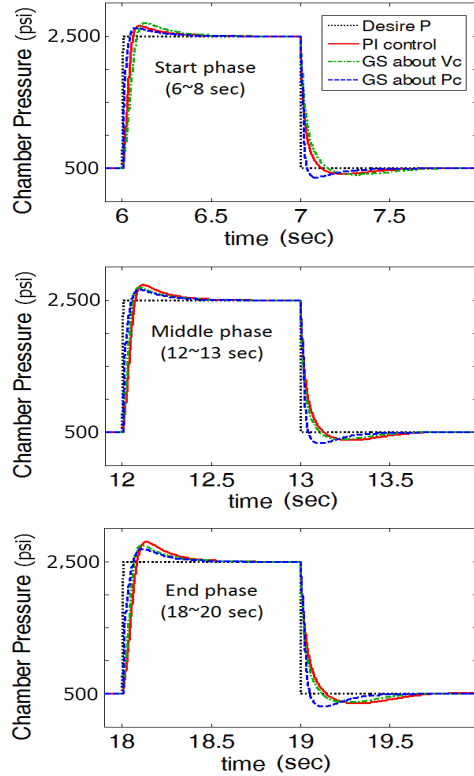


Fig. 5 Simulation of three controllers, step input response: PI control, gain scheduling control about chamber pressure (GS about Pc) and gain scheduling control about chamber free volume (GS about Vc).

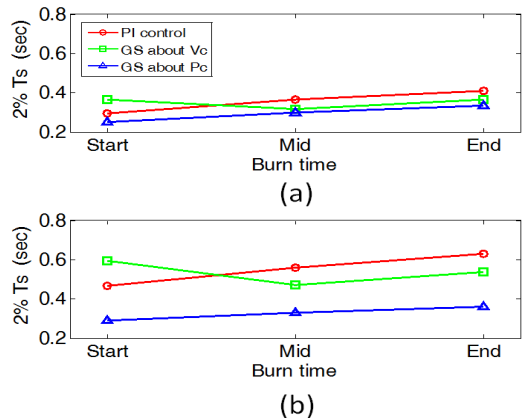


Fig. 6 Effect of burn time on 2% settling time, (a): $P_{\min} \rightarrow P_{\max}$ step response, (b): $P_{\max} \rightarrow P_{\min}$ step response.

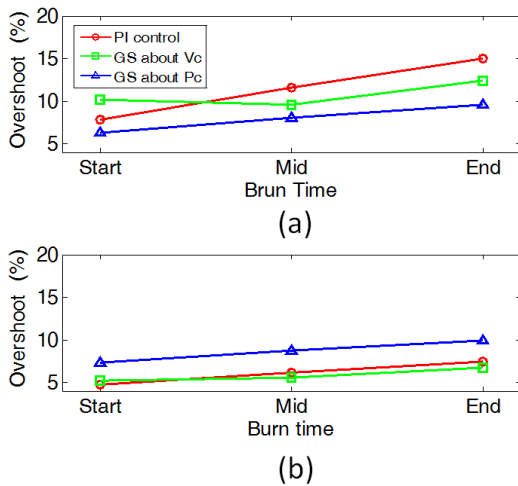


Fig. 7 Effect of burn time on overshoot, (a): $P_{min} \rightarrow P_{max}$ step response, (b): $P_{max} \rightarrow P_{min}$ step response.

- (1) 연소 초기(Start Phase) : 0~8 초
- (2) 연소 중기(Middle Phase) : 8~16 초
- (3) 연소 말기(End Phase) : 16~24 초

시뮬레이션에서 연소가 진행됨에 따라 위와 같이 연소 구간을 정의하면 각 구간별 제어기에 의한 챔버 내부 압력 응답은 Fig. 5와 같다. Fig. 5에서 스텝 입력에 의해 발생하는 과도 응답 압력이 정상상태 압력 대비 2% 이내로 수렴하기 위한 정착시간(2% settling time)과 이 때 오버슈트(Overshoot)를 구해보면 각각 Fig. 6, Fig 7과 같다. 이 때 설계 목표인 2% 정착시간이 0.4초, 오버슈트가 10%이내를 만족하는지 비교 분석하였다. Fig. 5의 시뮬레이션 결과로부터 3가지 제어기 모두의 압력 평형점에 해당하는 P_{max} 로 수렴하는 구간(6초, 12초, 18초)에 경우는 원하는 성능대로 2% 정착시간이 0.4초 이하임을 확인하였다. 하지만 P_{max} 에서 P_{min} 으로 수렴하는 경우, (7초, 13초, 19초)는 Fig. 6의 아래 그래프처럼 단일 평형점 선형 모델에서 구해진 PI 제어기와 체적변화에 따라 이득 조절을 한 제어기의 경우 원하는 응답속도를 벗어나는 결과를 보여줬다. 하지만 압력으로부터 이득 조절을 한 제어기는 0.4초 이하로 수렴하였다. 따라서 위와 같이 목

표 압력이 시간에 따라 변화하는 운용을 하는 시스템에 경우 모든 압력 구간에서 원하는 제어 성능을 유지하기 위해서는 여러 개의 동작압력을 반영하여 이득 조절 기법을 사용 하는 것이 유리하다는 것을 알 수 있다. 또한 Fig. 6, 7에서 보면 단일 평형점에 대한 PI 제어기와 압력으로 부터 이득을 조절 하는 제어기의 경우는 연소 말기로 갈수록 응답시간이 늦어지며 오버슈트도 커지는 것을 알 수 있다. 이는 연소가 진행됨에 따라 연소관 내부 체적이 커지면서 선형화에 의한 오차가 커지기 때문에 발생한다. 그러나 체적 변화를 고려해 설계된 체적변화에 따른 이득 조절 제어기를 적용한 경우는 연소 초기 및 말기 모두 유사하게 응답특성을 유지하는 것을 확인할 수 있다. 체적 변화에 의한 영향이 크지 않은 경우는 연소 초기와 말기의 응답특성이 많이 변화하지 않지만 만약 체적 변화량이 큰 경우라면 연소 초기와 말기의 응답특성이 매우 크게 변한다. 따라서 모든 연소구간에서 응답특성을 일정하게 유지하기 위해서는 체적에 의한 이득 조절이 필요할 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 가변 추력 고체 추진기관을 모델링하고 이를 선형화 하여 선형제어기 및 이득 조절 제어기를 제안하였다. 1개의 평형점에서 시스템을 선형화하여 설계한 PI제어기와 내부 체적 변화에 의한 모델 선형화 오차를 줄이기 위한 이득 조절기법, 내부 압력 변화에 따른 모델 선형화 오차를 줄이기 위한 이득 조절 기법을 각각 제안하였다. 그리고 각 제어기의 응답특성을 비교 분석하였다. 이렇게 제안된 3개의 제어기는 각각 시스템의 특징 및 운용 전략을 고려하여 제어기를 선택하여야 할 것이다.

향후 연구에서는 위에서 제안된 제어기들 중 시스템 특성에 따라 어떤 제어기를 선택해 몇 개의 평형점으로 이득 조절을 하는것이 최적의 제어 성능을 가질 수 있는지 비교 분석할 수 있는 방법이 제안되어야 할 것이다. 또한 위 이득

조절기법을 실제 시스템에 적용하였을 경우 모델 부정확도 및 고려되지 못한 변수들에 영향을 고려하여 제어기 안정성 마진에 대한 분석도 필요하다.

References

1. Bergmans, J.K. and Solvo, R., "Solid Rocket Motor Control: Theoretical Motivation and Experimental Demonstration," *39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Huntsville, AL, USA, AIAA 2003-4968, July 2003.
2. Bergmans, J.L. and Myers R.I., "Throttle Valves for Air Turbo-Rocket Engine Control," *AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Huntsville, AL, USA, AIAA 1997-3188, July 1997.
3. Kim, Y.S., Cha, J.H., Ko, S.H. and Kim, D.S., "Control of Pressure and Thrust for a Variable Thrust Solid Propulsion System Using Linearization," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 15, No. 4, pp. 18-25, 2011.
4. Joner S. and Quinquis, I., "Control of and Exoatmospheric Kill Vehicle with a Solid Propulsion Attitude Control System," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, Keystone, CO, USA, AIAA 2006-6572, Aug. 2006.
5. Lee, H.S., Lee, D.Y. Park, J.S. and Kim, J.K., "A Study on Pressure Control for Variable Thrust Solid Propulsion System Using Cold Gas Test Equipment," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 37, No. 1, pp. 76-81, 2009.
6. Lee, W.S., Eun, Y.J., Bang H.C. and Lee, H.S., "Efficient Thrust Distribution with Adaptive Pressure Control for Multinozzle Solid Propulsion System," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 29, No. 6, pp. 1410-1419, 2013.