

고체로켓모터의 비선형 연소 불안정성 예측 기법

홍지석^a · 문희장^b · 성홍계^{b,*} · 엄원석^c · 서성현^d · 이도형^e

The Nonlinear Combustion Instability Prediction of Solid Rocket Motors

Ji-Seok Hong^a · Hee-Jang Moon^b · Hong-Gye Sung^{b,*} ·
Won-Seok Um^c · Seonghyeon Seo^d · Do-hyung Lee^e^aDepartment of Mechanical and Aerospace Engineering, Korea Aerospace University, Korea^bSchool of Mechanical and Aerospace Engineering, Korea Aerospace University, Korea^cSchool of Mechanical Engineering, Yonsei University, Korea^dDepartment of Mechanical Engineering, Hanbat National University, Korea^eAdvanced Propulsion Technology Center, Agency for Defense Development, Korea*Corresponding author. E-mail: hgsung@kau.ac.kr

ABSTRACT

The prediction of combustion instability is important to avoid an obvious threat to the structural safety and the motor performance because it affects the apparent response function of the propellant, the burning rate, and a mean flow Mach number at the local surface. The combustion instability occurs in case acoustic waves were coupled with the combustion/flow dynamic frequency. In this paper, an acoustic instability model is derived from the nonlinear wave equation for analysing acoustic dynamics in solid rocket motors. The chamber pressure and burning rate effects on combustion instability have been investigated.

초 록

연소 불안정 현상은 연료의 응답 함수, 연소율, 국부 연료 표면의 유동 속도에 영향을 미치기 때문에 고체로켓 모터 설계 시 성능이나 구조적 안정성을 다루는 측면에서 매우 중요한 부분이다. 연소 불안정 현상은 음향 모드가 연소/유동과정에서 발생하는 진동수와 결합(coupled)되었을 때 발생한다. 본 연구에서는 비선형 파동방정식으로부터 음향 비선형 불안정 모델을 유도하여 실린더형 고체로켓 모터의 연소 불안정 현상을 분석하였다. 또한 고체로켓 모터 연소실 압력, 연소 속도가 연소 불안정에 미치는 영향을 조사하였다.

Key Words: Solid Rocket Motor(고체로켓모터), Acoustic Analysis(음향 해석), Combustion Instability(연소 불안정), Nonlinear Wave Equation(비선형 파동방정식), Stability Alpha(안정성 요소)

Received 21 October 2015 / Revised 7 January 2016 / Accepted 12 January 2016

Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers

pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548

Nomenclature

\bar{a} : speed of sound
 a : propellant regression rate
 coefficient(m/s/ Pa^n)
 A : admittance
 A_b : burning area
 A_t : nozzle throat area
 C : specific heat of particle material
 C_p : specific heat of gas
 c^* : characteristic exhaust velocity
 k_n : n-th wave number
 k_p : thermal diffusivity of propellant
 L : chamber length
 M : Mach number
 \bar{M}_b : Mach number at the burning surface
 \bar{M}_N : Mach number at the nozzle entrance
 n : propellant regression rate parameter
 \hat{n} : outward normal vector
 p : pressure
 \bar{p} : mean pressure
 p' : pressure fluctuation
 R : gas constant
 r_c : radius of cylindrical port
 S_b : area of burning surface
 S_n : area of nozzle entrance
 \bar{u} : mean velocity
 u' : velocity fluctuation
 α_{Total} : total growth constant
 α_{pc} : defined in Eq. 6
 α_N : defined in Eq. 6
 α_p : defined in Eq. 6
 α_{ft} : defined in Eq. 6
 $\alpha_{pumping}$: defined in Eq. 6
 γ : ratio of specific heats (gas only)
 $\bar{\gamma}$: ratio of specific heats
 κ : mass fraction of particles on gas
 μ : viscosity
 ρ : density
 $\bar{\rho}_g$: gas density

ρ_p : propellant density
 ρ_s : particle density
 σ : particle diameter
 ψ_n : n-th mode shape function
 ω : angular frequency
 ω_n : angular frequency of n-th mode

1. 서 론

고체로켓모터에서 발생하는 연소 불안정 현상은 연소실 내부의 과도한 압력 상승 및 열전달을 유발하여 모터 성능에 절대적인 영향을 미치기 때문에, 연소 안정성 여부의 판단은 모터 설계 시 반드시 확인되어야 한다. 고체로켓모터의 음향 모드를 유동 및 연소 과정과 결합할 수 있다면, 내부 유동장의 섭동 해석을 통해 모터의 연소 안정성/불안정성을 다룰 수 있다. Culick [1]은 1970년대부터 음향모드와 내부 유동장의 섭동을 결합한 해석을 수행하기 위하여 선형 안정성 이론으로부터 확장한 접근해 해석 방법(approximate method)을 이용하여 선형/비선형 안정성 해석을 수행해 왔으며[2,3], 1980년대 들어서 Flandro, Baum 등의 연구자들이 Culick의 이론을 적용한 실험/수치해석적 연구를 수행하였다. 이러한 연구 결과 압력결합과 속도결합에 의한 선형 안정성 이론이 정립되었고 Flandro의 에너지 방정식 해석을 통해 DC shift 현상과 Limit cycle, Triggering에 대한 연구가 근래까지 활발히 진행되고 있다[4]. 연구 결과, 고체로켓모터의 연소 불안정성은 물리적 현상에 의해 가진시키는 요소와 감쇄시키는 요소로 나눌수 있으며, 챔버 내부에서 발생하는 압력결합, 속도결합, 추진제 연소에 따른 펌핑의 효과는 불안정을 가진시키는 요소이고, 유동방향전환과 노즐, 구조물 및 입자는 불안정성을 감쇄시키는 요소로 각각 선형 관계에 있는 것으로 확인되었다[5]. 또한 비선형 연소 불안정 해석의 타당성을 얻기 위해서는 선형 해석이 정확히 이루어져야 하는 것을 확인하였다[6]. 이러한 기반에서 2000년대 후반에는 모터의 내부에서 발생하는 물리적 현

상의 비선형성에 대한 연구가 지속적으로 수행되어 경험적[7], 해석적[8] 연구가 발표되었으며, 실험결과[9]와 비교를 통해 검증이 수행하였다. 최근에는 복잡한 형상의 내탄도 해석 및 연소 불안정 해석을 위하여 3차원 형상을 고려하여 수치해석 기법을 기반에 둔 연구가 활발히 수행 중이다[10,11].

국내에서도 고체로켓모터의 연소 불안정 현상을 예측하기 위한 연구가 진행되어 비선형 파동 방정식을 이용한 해석적 접근방법을 이용한 연구[12,13]와 3차원 형상을 고려한 수치해석기법을 이용해 유동 구조에 의해 가진되는 불안정성에 대한 연구[14]가 수행되고 있다.

본 연구에서는 Culick의 선형/비선형 파동방정식 이론을 구현하여 선형 연구결과와 비교를 통해 해석 결과의 검증을 수행하였다. 검증을 수행한 고체로켓모터의 제원을 이용하여 연소실의 형상, 연소실 압력, 연소 속도가 연소 불안정에 미치는 영향을 알아보았다.

2. 해석 방법

2.1 비선형 연소 불안정 해석

고체로켓모터의 연소 불안정성을 해석적으로 예측하기 위하여 이상(two-phase) 유체의 보존방정식과 경계조건으로부터 음향장을 해석한다 [1-3].

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = h \quad (1)$$

Eq. 1에서 $\bar{a}^2 = \bar{\gamma} \bar{R} \bar{T}$ 는 가스와 입자가 혼합된 혼합가스의 평균 음속, p' 은 연소실 내 음압을 의미하며, h 는 가진항으로 아래와 같이 정의 된다.

Eq. 2에서 첫 번째 항(①)은 선형 메커니즘에 의한 가진 항을 의미하며 두 번째 항(②)은 비선형 음향 메커니즘에 의한 가진 항, 마지막 항(③)은 연소실 내 가스와 입자간 힘과 에너지 교환 관계를 나타낸다. 이 때 고체로켓모터의 연소

$$h = \textcircled{1} \begin{cases} -\bar{\rho} \nabla \cdot (\bar{u} \cdot \nabla u' + u' \cdot \nabla \bar{u}) \\ + \frac{1}{a^2} \bar{u} \cdot \nabla \frac{\partial p'}{\partial t} + \frac{\bar{\gamma}}{a^2} \frac{\partial p'}{\partial t} \nabla \cdot \bar{u} \end{cases} \quad (2)$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} -\nabla \cdot (\bar{\rho} u' \cdot \nabla u' + \rho' \frac{\partial u'}{\partial t}) \\ + \frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial t} (u' \cdot \nabla p') + \frac{\bar{\gamma}}{a^2} \frac{\partial}{\partial t} (p' \nabla u') \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} + \nabla \cdot F' - \frac{1}{a^2} \frac{\partial P'}{\partial t} \end{cases}$$

효과가 고려된 경계조건은 아래 Eq. 3으로 표현 된다.

$$\hat{n} \cdot \nabla p' = -\bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial t} \cdot \hat{n} - \bar{\rho} (\bar{u} \cdot \nabla u' + u' \cdot \nabla \bar{u}) \cdot \hat{n} - \bar{\rho} (u' \cdot \nabla u') \cdot \hat{n} - \rho' \frac{\partial u'}{\partial t} \cdot \hat{n} - F' \cdot \hat{n} \quad (3)$$

위 식을 점근법 접근으로 정리하면, 각 모드의 진폭($\eta_n(t)$)에 대한 1자유도 감쇠 시스템으로 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\eta}_n + \omega_n^2 \eta_n = F_n \{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n\} \quad (4)$$

Culick[4]의 비선형 음향 해석 방법에 따라 F_n 은 아래 Eq. 5와 같이 선형항과 비선형항 형태로 나타난다.

$$\ddot{\eta}_n + \omega_n^2 \eta_n = 2\alpha_{Total,n} \dot{\eta}_n - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} [A_{nij} \dot{\eta}_i \dot{\eta}_j + B_{nij} \eta_i \eta_j] \quad (5)$$

Eq. 5 우변의 첫 번째 항은 선형 가진, 두 번째 항은 비선형 가진을 의미한다.

2.2 선형 음향 불안정 해석 모델

본 연구에 적용한 안정성 요소 α_{Total} 은 아래 Eq. 6과 같다[6].

Eq. 6은 고체로켓 모터 연소시 내부에서 발생하는 물리적인 현상을 표현하는 안정성 요소의

$$\alpha_{Total} = \alpha_{pc} + \alpha_N + \alpha_P + \alpha_R + \alpha_{Pu}$$

where,

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \alpha_{pc} & \left\{ \frac{\bar{a}}{2} \overline{M_b R_b^{(r)}} \frac{\iint \psi_n^2 dS_b}{\int_0^L \psi_n^2 S_c dz} \right\}, \\ \textcircled{2} \alpha_N & \left\{ -\frac{\bar{a}}{2} \left(\frac{\bar{\gamma}+1}{2} \right) \overline{M_N} \frac{\iint \psi_n^2 dS_n}{\int_0^L \psi_n^2 S_c dz} \right\}, \\ \textcircled{3} \alpha_P & \left\{ -\frac{1}{2} \frac{\kappa}{1+\kappa} \left[X_1 + (\bar{\gamma}-1) \frac{C}{C_p} X_2 \right], \right. \\ & X_1 = \frac{\omega_n \Omega_d}{1 + \Omega_d^2}, X_2 = \frac{\omega_n \Omega_t}{1 + \Omega_t^2} \\ & \Omega_d = \omega_n \tau_d, \quad \Omega_t = \omega_n \tau_t \\ & \tau_d = \frac{\rho_s \sigma^2}{18\mu}, \quad \tau_t = \left(\frac{2}{3} \frac{C\mu}{k_p} \right) \tau_d \\ \textcircled{4} \alpha_R & \left\{ -\frac{\bar{a} M_b}{2} \frac{\iint \frac{1}{k_n^2} \left(\frac{d\psi_n}{dx} \right)^2 ds_b}{\int_0^L \psi_n^2 S_c dz} \right\}, \\ \textcircled{5} \alpha_{Pu} & \left\{ \frac{\bar{a} M_b}{2} \frac{\iint \psi_n^2 ds_b}{\int_0^L \psi_n^2 S_c dz} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

모델링이다. 위에서부터 차례대로 ①은 압력결합 (pressure coupling)에 의한 가진요소를 의미하고, \bar{a} 는 음속, $\overline{M_b}$ 는 추진제 표면에서의 이탈속도 마하수, $R_b^{(r)}$ 은 추진제의 응답함수에 해당되며, S_b 와 S_c 는 각각 연소 표면적과 연소실 단면적을 나타낸다. ②는 노즐에 의한 감쇠(nozzle damping)를 의미하고, $\bar{\gamma}$ 는 평균 비열비, $\overline{M_N}$ 은 노즐 입구 면에서의 평균 마하수, S_n 은 노즐 입구 면적이다. ③은 입자에 의한 감쇠(particle damping)를 의미하며, C_m 은 입자와 가스의 질량비, C 는 입자의 비열, $\overline{C_p}$ 는 가스의 비열, ρ_s 는 입자의 밀도, σ 는 입자의 직경, μ 는 점성, k_p 는 추진제의 열 확산율을 나타낸다. ④는 유동방향전환 감쇠(flow turning)를 표현하고 있으며, 이는 추진제 표면에서 발생한 유동 진동과 그에 수직인 유동의 상호작용으로 발생하는 감쇠효과

를 의미한다. 또한 추진제에서 연소되는 과정을 펌핑(pumping)에 의한 가진항으로 간주하여 ⑤와 같이 표현한다. 위 안정성 요소의 합을 선형 음향 불안정을 판단하는 안정성 요소 α_{Total} 라 나타내고, 0 보다 작을 경우 시스템을 안정화시킬 수 있으며, 0 보다 큰 경우에는 시간에 따라 시스템의 에너지가 증가하여 불안정하다는 것을 의미한다.

2.3 비선형 음향 불안정 해석 모델

비선형 음향 불안정 해석을 위해 비선형 가진항을 더하여 계산한다(Eq. 5). 두 번째 가진항에서 A_{nij} , B_{nij} 는 연소실 내 정제파 모드 $\psi_n(\vec{r})$ 와 파수(wave number)에 대한 함수이다[1]. 연소 불안정 해석에서 비선형 항의 추가는 선형 안정성 요소 α_{Total} 에 영향을 미치지 않으며, 서로 다른 음향모드 간에 에너지 교환을 이룰 수 있게 해준다. 이로 인하여 limit cycle, 충격파와 같은 비선형 현상이 발현 될 수 있다[4].

3. 해석 결과

3.1 비선형 연소 불안정 해석 결과

본 연구에서는 비선형 음향 불안정 해석을 수행하기 위하여 Fig. 1과 같이 참고문헌[1]에서 수행한 실린더 연소실 형상 및 물성치(Table 1)를 적용해 계산을 수행하고, 선형 해석과 비선형 해석을 수행한 결과를 비교 분석하였다. 상용 유한요소해석 프로그램인 COMSOL을 사용하여 음향모드 및 그 형상을 연소 불안정 해석에 적용하였으며, 초기값은 첫 번째 축방향 모드(1 L)에 $p'/\bar{p}=0.05$ 의 초기 가진 조건으로 수행하였다.

Fig. 2는 연소 불안정해석에서 선형 해석만 고

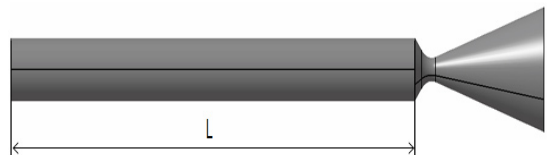


Fig. 1 Schematic of a solid rocket motor[1].

Table 1. Value of the geometrical and Combustion properties[1].

Geometrical Properties :	
length	$L = 0.5969 \text{ m}$
radius of cylindrical port	$r_c = 0.0253 \text{ m}$
throat radius	$r_t = 0.00936 \text{ m}$
Combustion properties :	
mean pressure	$\bar{p} = 1.06 \times 10^7 \text{ Pa}$
burning rate	$\bar{r}_b = 0.001145 \text{ m/s}$
parameters in the combustion response	A = 6.0 B = 0.55
chamber temperature	$\bar{T} = 3539 \text{ K}$
mass particles/mass gas	$\kappa = 0.36$
particle diameter	$\sigma = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$

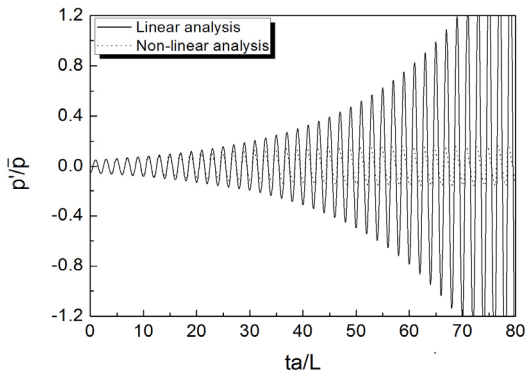


Fig. 2 Comparison of calculated acoustic pressures based on linear analysis (line) and non-linear analysis (dot).

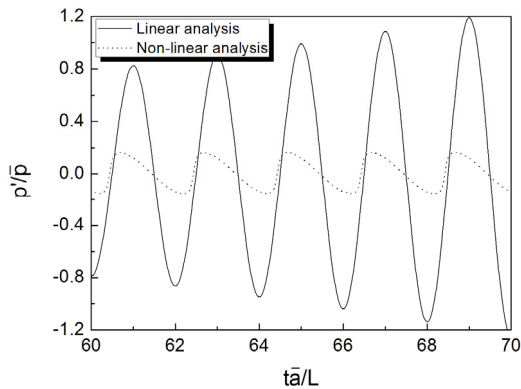


Fig. 3 Comparison of pressures wave configuration based on linear analysis (line) and non-linear analysis (dot).

러한 경우와 비선형 항의 추가가 해석 결과에 미치는 영향을 나타낸 결과이다. 비선형 항의 추가는 선형 안정성 요소의 값에는 영향을 미치지 않지만 이를 적용한 불안정 해석 결과는 많은 차이가 존재한다. 선형 안정성 요소만 고려하였을 경우에는 각 모드의 선형 안정성 요소가 음수일 경우에는 감소되지만, 양수일 경우에는 Fig. 2의 선형 해석결과와 같이 지수승으로 상승하는 결과를 얻게 된다. 그러나 비선형 항을 추가하여 계산을 수행하면, 해석에 고려된 모드간 에너지 교환이 발생하고, 각 모드결합이 이루어진 압력 파형이 얻어지는 것을 Fig. 3으로 확인할 수 있다. 또한 강한 불안정성을 갖는 첫 번째 축방향 모드에서 다른 모드로 음향 에너지가 전달되고 또 다른 모드에서 에너지를 받으며 에너지 평형을 이루어 Fig. 2와 같이 일정 진폭에서 유지되는 Limit Cycle 현상이 발생하는 것을 확인할 수 있다.

3.2 비선형 연소 불안정 해석 결과 검증

본 연구결과의 검증을 수행하기 위하여 해석에 사용된 음향 모드는 참고문헌[1]와 같다. 해석 결과, Fig. 4와 같이 다섯 번째 축방향 모드까지 고려한 비선형 연소 불안정 해석결과(대시 점선)는 Culick의 비선형 불안정 해석과 일치된 결과(대시선)를 확인하였다. 그러나 Culick의 수치해석 결과(실선)와는 다소 차이가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 본 연구 결과 축방향, 횡방향, 반경방향 음향 모드를 모두 고려하여 음향 에너지 밀도 순서대로 30 모드까지 고려하면(점선) Culick의 수치해석의 결과와 진폭, 음파의 형상, 위상이 모두 일치하는 것을 확인할 수 있다.

또한 Table 2에서 비교한 바와 같이 첫 번째 축방향 모드에 주어진 초기 가진이 음향 에너지 전달을 계산하는 비선형 음향 해석에 의해 다른 모드에 전파되어 각 불안정 모드의 진폭이 선형 연구결과와 유사한 것을 확인하였다. 이를 통해 Table 3의 각 모드에 대한 선형 안정성 요소 결과뿐만 아니라 비선형성에 의한 에너지 전달이 정확하게 이루어진 것을 확인할 수 있다.

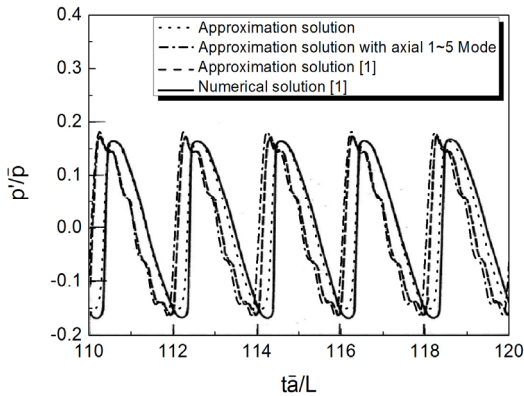


Fig. 4 Comparison of calculated acoustic pressures based on the culick's result[1] and approximate analysis.

Table 2. Frequencies and amplitudes of acoustic pressures.

Mode	Frequency, Hz				
	1	2	3	4	5
Numerical[1]	926	1824	2698	3595	4491
Approximate[1]	895	1785	2683	3571	4449
Approximate	900	1801	2701	3601	4502
Mode	Amplitude, p'/\bar{p}				
	1	2	3	4	5
Numerical[1]	0.151	0.042	0.023	0.020	-
Approximate[1]	0.151	0.048	0.028	0.015	0.019
Approximate	0.147	0.044	0.022	0.011	0.010

Table 3. Linear growth constants.

Mode	1	2	3	4	5
$\alpha_{Total}[1]$	81.4	-316.4	-561.1	-873.9	-1255.6
α_{Total}	82.9	-315.8	-551.3	-857.4	-1231.3

3.3 연소에 따른 연소실 불안정 특성 변화

고체로켓모터의 연소가 진행되면서 실린더형 연소실의 연소면이 확장되고, 그에 따라 음향 모드 형상, 고유진동수, 연소 압력 및 연소 속도가 변화하게 된다. 이 때 각 위치에 따라 얻어진 선형 안정성 요소의 값을 모드별로 분석하였다. Fig. 5는 연소가 진행되면서 첫 번째 축방향 모

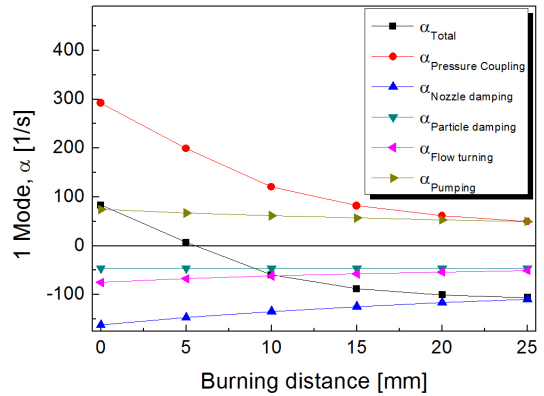


Fig. 5 Stability alpha of the first acoustic mode as function of time.

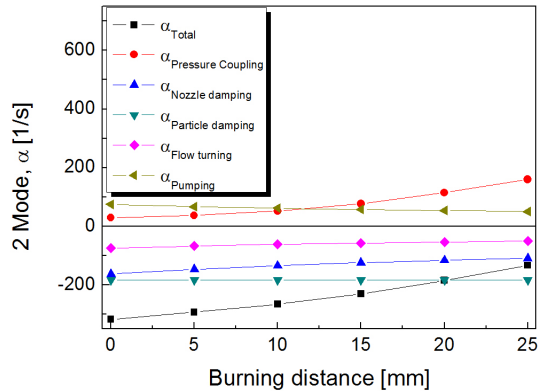


Fig. 6 Stability alpha of the second acoustic mode as function of time.

드의 선형 안정성 요소 값을 나타낸 결과이다. 노즐 감쇠 영향은 줄어들지만, 압력 결합에 의한 연소 불안정이 강하게 감소하는 것을 확인하였다. 연소가 진행되면서 점점 불안정성이 감소되며 5 mm 이상 연소되었을 때 총 안정성 요소의 합이 음수가 되어 연소실이 안정되는 방향으로 돌아서는 것을 확인 할 수 있다(Fig. 5). 두 번째 축방향 모드의 안정성 요소는 연소가 진행되면서 압력 결합에 의한 불안정성이 커지지만 2 μm 크기의 알루미늄 입자에 의한 감쇠가 첫 번째 축방향 모드보다 상대적으로 크게 작용하여 전체적으로 안정한 결과를 얻었다(Fig. 6). 그러나 안정성 요소 합의 경향성으로 볼 때 연소가 지속적으로 진행되면 두 번째 축방향 모드 불안

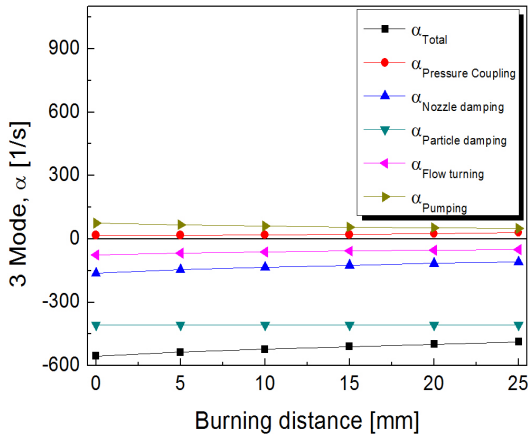


Fig. 7 Stability alpha of the third acoustic mode as function of time.

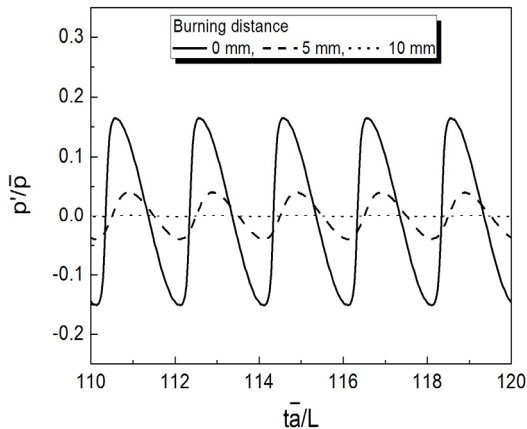


Fig. 8 Comparison of pressures wave configuration based on burning distance.

정성이 발현될 것을 예상할 수 있다. 세 번째 축방향 모드 이상에서는 연소실 내부 압력 증가가 압력 결합에 의한 불안정성에 미치는 영향이 미미하여 그 값이 증가하지 않을 뿐만 아니라 알루미늄 입자에 의한 감쇄 영향이 크게 작용하여 전체 압력 구간에 대해서 불안정성에 자유로운 경향을 나타냈다(Fig. 7). 결과적으로 Fig. 8과 같이 전체 모드의 불안정성을 고려한 압력 섭동은 연소가 진행되면서 점점 진폭이 작아지며, 본 연구에서 사용된 연료 및 연소실 형상의 경우 압력 137.5 bar, 연소속도 12.4 mm/s 이상에서 연소 불안정 현상이 소멸하는 것을 확인 할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 고체로켓 모터의 연소불안정을 예측하기 위하여 Culick의 이론을 기반으로 선형/비선형 연소 불안정 해석의 결과를 검증하고 연소가 진행에 따른 불안정성의 변화에 대한 연구를 수행하였다.

1. 참고문헌[1]의 고체로켓 모터 연소실 형상과 물성치를 이용하여 해석을 수행한 결과, 선형 안정성 요소의 값이 참고문헌[1] 결과와 일치하는 것을 확인하여 본 연구에서 수행된 연소 불안정 해석 프로그램의 검증을 수행 하였다.
2. 비선형 해석에 의해 각 모드간 에너지 교환이 이루어지면서 참고문헌[1]에서 제시한 실제 물리적인 현상을 고려한 수치해석 결과와 같은 임계 진폭 및 압력파의 형상을 얻는 결과를 얻을 수 있었다.
3. 이 후 연소가 진행되면서 변화하는 연소실 형상, 음향모드 형상 및 압력이 연소 불안정에 미치는 영향을 분석한 결과, 첫 번째 축방향 모드에서 발현된 불안정은 압력 결합에 의한 연소 불안정성이 급격하게 감소하여 연소 거리가 5 mm 이상 연소되었을 때 총 안정성 요소의 합이 음수가 되어 연소실이 안정되는 방향으로 돌아서는 것을 확인하였다. 결과적으로 본 연구에서 사용된 연료 및 연소실 형상의 경우 압력 137.5 bar, 연소속도 12.4 mm/s 이상에서 연소 불안정 현상이 소멸하는 것을 확인 할 수 있었다.

후 기

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다(계약번호 UD110093CD, UD110095CD).

References

1. Culick, F.E.C. and Yang, V., "Prediction of the Stability of Unsteady Motions in Solid-Propellant Rocket Motors," *AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 143, pp. 719-779, 1992.
2. Culick, F.E.C., "Nonlinear Behavior of Acoustic Waves in Combustion Chamber," NASA-CR-149367, 1975.
3. Culick, F.E.C., "Nonlinear Growth and Limiting Amplitude of Acoustic Waves in Combustion Chambers," *Combustion Science and Technology*, Vol. 3, No. 1, pp. 1-16, 1971.
4. French, J.C., "Non-Linear Combustion Stability Prediction of SRMs using SPP/SSP," *39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, Huntsville, AL, USA, AIAA-2003-4668, July 2003.
5. French, J.C. and Flandro, G.A., "Linked Solid Rocket Motor Combustion Stability and Internal Ballistics Analysis," *41th AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, Tucson, AZ, USA, AIAA-2005-3998, July 2005.
6. Culick, F.E.C., "Unsteady Motions in Combustion Chambers for Propulsion Systems", AVT-039, 2006.
7. Blomshield, F., "Lessons Learned In Solid Rocket Combustion Instability," *43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion conference & Exhibit*, Cincinnati, OH, USA, AIAA-2007-5803, July 2007.
8. Flandro, G.A., Fischbach, S.R. and Majdalani, J., "Nonlinear Rocket Motor Stability Prediction: Limit Amplitude, Triggering, and Mean Pressure Shift," *Physics of Fluids*, Vol. 19, No. 9, 094101, 2007.
9. Blomshield, F.S., "Pulsed Motor Firings," NAWCWD TP 8444, 2000.
10. Cavallini, E., Favini, B., Di Giacinto, M. and Serraglia, F., "Internal Ballistics Simulation of NAWC Tactical Motors with SPINBALL Model," *Proceedings of the 46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nashville, TN, USA, AIAA-2010-7136, July 2010.
11. Cavallini, E., Favini, B. and Neri, A., "Q1D Modelling of Vortex-Driven Pressure Oscillations in Aft-Finocyl SRMs with Submerged Nozzle Cavity," *51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, Orlando, FL, USA, AIAA 2015-3975, July 2015.
12. Kim, H.C., Kim, J.S., Moon, H.J., Sung, H.G., Lee, H.K., Ohm, W.S. and Lee, D.H., "Linear Stability Analysis for Combustion Instability in Solid Propellant Rocket," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 17, No. 5, pp. 27-36, 2013.
13. Hong, J.S., Moon, H.J., Sung, H.G., Ohm, W.S. and Lee, D.H., "Unsteady Internal Ballistic Analysis for Solid Rocket Motors with Nonlinear Combustion instability," *Proceeding of the 2015 KSPE Spring Conference*, Busan, Korea, pp. 89-93, May 2015.
14. Hong, J.S., Moon, H.J., and Sung, H.G., "LES Investigation of Pressure Oscillation in Solid Rocket Motor by an Inhibitor," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 19, No. 1, pp. 42-49, 2015.