대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 26 권 제 1 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 26, No. 1, 1 ~ 22. Feb 2016

예 만들기 활동에 의한 창의적 사고 촉진 방안 연구

박 진 형* · 김 동 원**

본 연구에서는 예 만들기 활동이 창의적 사고를 촉진하는 것이 가능한지 이론적으로 타진하고, 가능하다면 어떤 과제를 설계하여 촉진할 수 있으며, 실제 예 만들기 활동에 의해 창의적 사고는 어떠한 방식으로 드러나는지 확인하는 데 목적을 둔다. 연구 결과, 학생들이 다양한 예를 생성하고, 각자 생성한 예를 검토, 수정하고 개선하면서 좀 더 일반적인 예를 모색하며, 정당화하는 장면이 확인되었다. 그리고 이러한 예 만들기 과정에서 수학적 창의성의 요인들인 유창성, 유연성, 독창성, 정교성의 발현을 확인할 수 있었다.

Ⅰ. 들어가는 글

수학적 창의성은 수학적 지식 성장의 중심에 자리하고 있으며(Sriraman, 2004), 진정한 수학적 활동은 수학적 창의성과 밀접하게 관련되어 있다는 점이 논의되어 왔다(Silver, 1997). 이에 여러 수학교육 연구자들은 학생들이 수학적으로 창의적인 사고를 경험할 수 있는 방안들을 다방면으로 모색해왔다(e.g., Leikin, 2009; Man, 2006; Nadjafikhah, Yaftian & Bakhshalizadeh, 2012; Sriraman, 2005; Sheffield, 2006; Silver, 1997; Yuan & Sriraman, 2011). 예를 들어, National Council of Teachers of Mathematics(2000)는 다양한 내용 규준과 과정 규준을 제시하면서 학생들에게 창의적인 사고를 경험하게 할 것을 주장하고 있으며, 수학교과 내의 각 영역과 주제별로 창의적 사고를 지원할 수 있는 방안과 예시를 제공하고 있다. 뿐만 아니라, 미국의 공통핵심기준(Common Core State Standards)에서도 수학적 창의성의 요인들로 알려져 있는 사고의 유창성, 유연성, 독창성 등을 강조함으로써 수학 교육에 의한 창의성 함양의 중요성을 지적하고 있다(Common Core State Standards Initiative, 2010).

수학적 창의성은 우리의 수학교육 연구공동체와 교육과정에서도 지속적으로 강조되어왔다(최병훈 & 방정숙, 2012). 우리의 수학 교육과정에서도 수학적 창의성의 함양을 주된 목표 가운데 하나로 설정하고 있으며, 여러 연구자들이 학생들의 창의적 사고 촉진을 위한 구체적인 방안을 다각도로 모색하고 있다. 본 연구는 이러한 시도들의 연장선에서 학생들의 창의적 사고를 촉진할 수 있는 방안을 도출하고, 이를 실행하여 그 결과를 분석하고자 한다.

예 만들기 활동은 대안적인 수학 교수학습 방법으로 수학교육 연구 공동체에서 폭 넓게 주목받고 있다(Watson & Shipman, 2008). 예 만들기 활동은 학생들이 다양한 수학적 예를 생성하고, 이들을 조직화하면서 수학적 탐구에 참여하게 하는데 목적을 둔다(Watson & Mason, 2005). 예

* 명지대학교, demxas@hanmail.net (제1 저자)
** 청주교육대학교, pourpeda@cje.ac.kr (교신저자)

만들기 활동에서 학생들은 다양한 예를 생성할 수 있으며, 예들의 범주를 고려하고 비교하는 경험을 할 수 있다는 점이 알려져 있다(Watson & Mason, 2005). 이처럼 다양한 산출물을 생성하는 과정과, 수학적 범주를 넘나드는 탄력적인 사고는 각각 유창성과 유연성이라는 이름으로 창의성의 주요한 요인으로 논의되어 왔다. 또한, 학생들이 각자 생성한 예들의 적절성을 검토하고, 기존과는 다소 다른 예를 생성하는 활동에 참여하면서 정교성과 독창성과 같은 창의성의 핵심적 요인들과 관련된 사고를 경험할 수 있을 것으로 기대된다. 이러한 사고의 유창성, 유연성, 정교성, 독창성은 창의적 사고의 핵심적인 요인으로 논의되어 왔다.

예 만들기 활동의 교육적 잠재력에 대하여 여러 논의가 이루어져 왔음에도 불구하고, 예 만들기 활동을 창의성과 관련지어 학생들의 창의적 사고를 촉진하는 데 활용할 수 있는지에 대해 확인한 연구는 찾아보기 어려운 실정이다. 이러한 점에서, 예 만들기 활동이 학생들의 창의적 사고를 촉진하기 위하여 어떠한 방식으로 활용될 수 있으며, 창의적 사고 촉진을 위한 예 만들기 활동을 지원하기 위한 방안은 무엇인지를 분명히 하여, 예 만들기 활동과 창의성 사이의 관련성을 확인하는 연구가 필요하다고 판단된다.

이에 본 연구에서는 우선 수학적 창의성에 대해 논의한 선행 연구들과 예 만들기 활동의 교육적 잠재력에 대해 논의한 선행 연구들을 검토하여, 예 만들기 활동에 의한 창의적 사고의 촉진 가능성과, 학생들의 창의적 사고 촉진을 꾀하기 위한 예 만들기 과제의 설계 및 수업 실행 방안을 이론적으로 모색한다. 또한, 본 연구에서는 이러한 이론적 방안을 구체화한 예 만들기 과제를 설계하고 수업을 실행함으로써, 예 만들기 활동을 통한 학생들의 탐구 과정에서 창의적 사고가 확인되는지, 확인된다면 창의적 사고가 어떻게 일어나는지에 대하여 확인하는 데 목적을 둔다.

Ⅱ. 이론적 배경

이 장에서는 상술한 바와 같이 크게 두 가지 사항을 논의한다. 첫째, 수학적 창의성에 대한 선행 연구들의 논의를 검토하여, 본 연구에서 논의하고자 하는 수학적 창의성의 의미를 분명히 한다. 둘째, 수학 교수학습에서 예 만들기 활동의 잠재력에 대하여 논의해 온 선행 연구들을 수학적 창의성의 관점에서 검토하여, 예 만들기 활동에 의한 창의적 사고의 촉진 가능성을 이론적으로 타진한다. 그리고 이상의 이론적 검토 결과로부터 학생들의 창의적 사고 촉진을 위한 예 만들기 과제 설계 방안에 대하여 논의한다.

1. 수학적 창의성

많은 선행 연구들에서 수학적 창의성에 대한 다양한 관점과 정의를 제기하고 있는 만큼, 수학적 창의성에 대한 정의가 단일하지는 않다(Nadjafikhah, Yaftian & Bakhshalizadeh, 2012; Sriraman, 2005; Yuan & Sriraman, 2010). Sriraman(2005)에 따르면, 수학적 창의성에 대한 선행 연구자들의 정의는 크게 전문가 수준에서의 수학적 창의성에 초점을 둔 정의와 학교수학 수준에서의 창의성에 초점을 둔 정의로 범주화할 수 있다. 창의성에 대한 이러한 두 범주의 논의 가운데, 국내외의 여러 연구자들은 학교수학에서 모든 학생을 대상으로 하는 수학적 창의성은 전문적인 수학자들의 창의성에 비하여 다소 소박하더라도 좀 더 폭 넓은 관점에서 정의해야 한다는 점을 지적하고 있다(김도한 외, 2009; Sriraman, 2005). 본 연구에서도 이처럼 학교수학

에서의 수학적 창의성을 전문가 수준에서의 수학적 창의성과 구분하는 입장을 취하며, 수학 교수학습의 맥락에서 학교수학 수준에서의 소박한 창의성을 추구하는 데 초점을 둔다. Sriraman (2005)은 학교수학에서의 수학적 창의성을 다음과 같이 정의하였다(p.24):

> (a) 주어진 문제나, 유추적인 문제에 대하여 독창적이고(이거나) 통찰력 있는 해법을 산출할 수 있는 과정 (b) 낡은 문제를 상상력을 요하는 새로운 각도로 조망할 수 있게 하는 새로운 질문이나 가능성을 형성하는 것.

여러 연구자들은 각자 나름의 방식으로 수학적 창의성을 정의하고 있으나, 수학적 창의성의 정의만으로는 창의적 사고의 판별 방법이나 촉진 방안을 마련하는데 한계가 있다는 점이 지적되어 왔다(Nadjafikhah, Yaftian & Bakhshalizadeh, 2012). 이에 선행 연구들은 수학적 창의성을 이루는 여러 요인들을 범주화하여, 이 요인들을 이론적 틀로 삼아 학생들의 수학적 창의성 촉진 방안을 마련하거나, 수학적 창의성을 평가 혹은 진단하는 데 활용하고자 시도하고 있다(이경화, 2015).

Silver(1997)는 일반 창의성에 대한 Torrance (1966)의 연구와 수학적 창의성에 대한 Balka (1974)의 연구에 기반을 두고, 수학적 창의성의 핵심적인 요인으로 유창성, 유연성, 그리고 독창성을 제시하였다. 이때, 유창성은 산출물의 양, 유연성은 일종의 변화(예. 전략이나 해석의 변화), 그리고 독창성은 흔치 않은 결과물 혹은 과정이라는 점과 관련 된다(Yuan & Sriraman, 2010). 이정연 & 이경화(2010)는 이와 같은 사고의 발산적 측면과 더불어, 학생들이 각자 도출한 새로운 아이디어들을 정돈하고 세련해가는 과정과 관련된 정교성 또한 수학적 창의성의 핵심적인 요인임을 지적한 바 있다. 앞서 창의성의 요인들로 고려한 유창성, 독창성, 유연성 등이 사고의 발산적 측면을 고려한 것이라면, 정교성은 사고의 수렴적인 측면을 고려한 것으로 볼 수 있다(이경화, 2015). 이는 곧 사고의 발산적 측면과 더불어 수렴적 측면까지 창의성을 이루는 주요 요인으로 포함시킴으로써 창의적인 사고와 관련된 두 가지 범주의 사고를 함께 고려하여 창의성에 대해 이해하기 위한 시도로 고려할 수 있다. 이런 맥락에서 수학적 창의성에 대한 국내 연구들은 주로 독창성, 유연성, 유창성뿐만 아니라 정교성까지 수학적 창의성 요인으로 간주하고 있다(박만구, 2009). 이에 본 연구에서도 학교수학에서의 창의성에 대한 Sriraman(2005)의 관점에 기반을 두고, 이를 이루는 네 가지 요인인 유창성, 독창성, 유연성, 정교성과 관련된 수학적 사고를 촉진하도록 하는 데 목적을 둔다.

2. 예 만들기 활동에 의한 창의적 사고 촉진

여러 선행 연구들은 학생들의 창의적 사고 촉진을 위한 과제의 유형을 검토하고 그 설계 방안을 논의한 바 있다(박만구, 2011; 성창근 & 박성선, 2012; 이정연 & 이경화, 2010). 즉, 창의적 사고 촉진에 적합한 수학적 과제를 설계하고 실행함으로써, 학생들의 수학적 창의성 함양을 시도하는 연구가 활발히 전개되고 있다. 이러한 논의의 연장선에서, 이 절에서는 학생들의 창의적 사고를 촉진하기 위한 방안들에 대한 선행 연구들의 논점들을 확인하고, 이로부터 예 만들기 활동에 의한 창의적 사고 촉진의 가능성을 이론적으로 타진한다. 나아가 창의적 사고 촉진을 위한 예 만들기 과제 설계를 위한 주안점들을 도출한다.

예 만들기 활동은 기본적으로 제시된 조건을 만족하는 예를 생성하는 방식으로 이루어진다 (Watson & Mason, 2005). 이처럼 학생들로 하여

금 주어진 조건을 만족하는 다양한 수학적 예를 발산적으로 생성하게 할 수 있는데, 이는 사고의 양 내지는 산출물의 양과 관련된 창의성 요인인 유창성과 관련된다. 이러한 점에서 예를 다양하게 생성하도록 하는 활동은 창의성의 여러 요인 가운데 우선 유창성과 관련된 사고를 촉진할 수 있을 것으로 예상된다.

수학적 창의성에 대한 논의에서 사고의 유연성의 중요성 또한 강조되어왔다(Krutetskii, 1976). 이와 관련하여, 창의성을 함양하기 위한 시도들에서 핵심적인 문제들 가운데 하나는, 학생들이 유사한 산출물을 양적으로만 풍성하게 생성하기보다는, 이들 사이에 유의미한 차이를 갖도록 하는 데 있다. 예를 들어, Leikin(2009)은 주어진 문제에 대한 학생들의 해법 가운데, 학생이 앞서 생성한 해법과 '완전히 다른 종류의 해법'을 제시하였을 때, 유연성을 발휘한 것으로 고려해야 한다고 주장하였다. 이는 곧, 학생들의 발산적인 사고가 의미 있는 방식으로 다양성을 추구하도록 하는 데 있다.

이러한 사고의 유연성과 관련하여 Marton (2006)의 변이(variation)이론에 주목할 필요가 있다. Marton은 다양한 대상들 사이의 유사점뿐만 아니라 차이를 의식하는 과정에서 학습이 촉진될 수 있다는 점을 강조하였다. 이러한 논의의 연장선에서 Watson & Mason(2005)은 예 생성과 관련된 변이의 차원(dimension of variation)에 대하여 논의하였다. 즉, 다양한 수학적인 예를 생성하고, 예의 변이를 꾀하는 과정에서 특정한 변인만을 고려할 것이 아니라, 다양한 차원의 변인을 고려하면서 예 생성의 다양성을 꾀할 필요가 있다는 것이다.

예 만들기에서 다양한 변인을 고려하고, 변이의 차원을 넘나드는 유연성을 촉발할 수 있는 한 방안은 생성하고자 하는 예에 대한 제약 조건을 활용하는 것이다. 구체적으로, 학생들로 하여금 생성하도록 하는 예의 수를 지정해주는 것이 한 방법이 될 수 있다. Watson & Mason (2005)에 따르면, 정사각형을 4등분하는 예를 6개 산출하도록 하였을 때, 학생들은 통상적으로 고려할 수 있는 비교적 자명한 예들 (⊠ ⊞ ▥ ▤)에서 나아가 사고를 확장하고, 정형화되지 않은 예를 생성할 수 있다. 즉, 비교적 손쉽게 구할 수 있는 자명한 예보다 더 많은 수의 예를 생성하도록 함으로써, 또한 여기서 학생들이 생성해야 할 예의 개수를 지정함으로써, 학생들은 비교적 손쉽게 생성한 예들을 다시 검토하고, 이로부터 수정된 새로운 예를 생성할 수 있다. 이러한 과정에서 한편으로 다양한 예를 산출하게 한다는 점에서 사고의 유창성을, 다른 한편으로 예의 새로운 범주를 생성하고 기존 예들과 다른 범주의 예를 생성하도록 한다는 점에서 사고의 유연성을 촉진할 수 있다.

또한, 위와 같이 다양한 변이 가능성을 가진 예를 생성하는 활동은 학생들이 각자 고유의 독창적인 예를 만들어내는 경험을 제공할 수 있다는 점이 지적된 바 있다. Watson & Mason(2005)에 따르면, 주어진 조건을 만족하는 예의 범위가 넓고 다양한 경우에 일부 학생들이 다른 학생들에 비해 다소 독창적인 예를 생성하는 장면이 확인되었다. 이러한 점에서 다양한 변이 가능성을 고려하도록 하는 예 생성 활동은 학생들의 독창적인 사고를 촉진할 수 있을 것으로 판단된다.

학생들로 하여금 각자의 수학적 활동을 정당화하는 것은 사고의 정교성을 꾀할 수 있다는 것도 보고된 바 있다. 이정연 & 이경화(2010)에서 학생들은 각자의 탐구 과정을 정당화하는 과정에서 발산적으로 생성한 여러 산출물과 자신들의 사고 과정을 정돈하고 정교화하며 세련할 수 있었다. 이러한 점에서 본 연구에서는 학생들이 다양한 예를 생성함과 더불어 각자 생성한

예의 적절성과 타당성을 정당화하도록 함으로써 사고 과정과 수학적 활동을 반성하고, 사고 과정의 정교화를 촉진할 수 있을 것으로 기대하였다.

이상의 과정과 더불어 연구진은 문제 상황에 대한 표상 구축과 이를 활용한 탐구의 강조, 그리고 학생들 사이의 의사소통의 강조가 독창적인 사고를 촉진할 수 있을 것으로 기대하였다. Otte(2011)가 지적한 바와 같이, 학생들로 하여금 문제적인 상황에 대한 표상을 생성하도록 하는 과정은 각자 나름의 방식으로 표상을 생성하고 해석하는 과정을 포함하므로 사고의 독창성과 개개인의 우연적이며 새로운 사고의 가능성을 내포하고 있다. 또한, 사회적 상호작용은 학생들 사이의 사고 과정 공유를 통해 기존에 파악하던 방식을 수정하고 개선하면서 새롭고 독창적인 산물의 생성을 가능하게 한다(이정연 & 이경화, 2010). 이러한 맥락에서 이정연 & 이경화(2010)는 창의적 사고 촉진을 위한 수업 설계 전략 가운데 하나로 사회적 상호작용을 제시한 바 있다. 이에 본 연구에서도 학생들의 탐구 과정에서 의사소통을 강조하는 것이 사고의 유창성, 독창성, 유연성, 정교성을 촉진하는 데 도움이 될 것으로 판단하였다.

이상의 논의들을 바탕으로, 본 연구에서는 창의적 사고 촉진을 위한 예 만들기 과제 설계 방안을 다음과 같이 도출하였다. 첫째, 학생들이 다양한 예를 생성하도록 과제를 설계하는 것이 학생들의 유창한 사고를 촉진하는 데 도움이 될 것으로 판단된다. 이때, Watson & Mason(2005)은 단순히 다양한 예를 생성하도록 하기보다는, 하나의 예를 구하도록 한 후, 점진적으로 추가적인 예를 생성하도록 하는 것이 창의적 사고 촉진에 도움이 된다는 점을 지적한 바 있다. 즉, 다양한 예를 생성하기에 앞서 하나의 예를 생성해보고 그 예의 적절성을 검토하는 활동을 선행하는 것이 주어진 조건에 대해 분명하게 파악할 수 있는 기회를 제공함과 동시에 이를 바탕으로 추가적인 예를 더 발산적으로 생성하도록 할 수 있다는 것이다. 이러한 점에서, 학생들이 발산적으로 다양한 예를 생성할 기회를 제공하는 과제를 설계하기 위해서는 우선 적은 수의 예를 생성하고, 이 예들의 적절성을 검토한 후에 다양한 예를 생성하도록 과제를 설계할 필요가 있다.

둘째, 사고의 유연성과 독창성을 촉진하기 위하여 학생들이 다양한 차원의 예 변이를 경험하도록 과제를 설계해야 한다. 이때, 학생들의 예 만들기는 통상적으로 다소 자명한 예를 생성하는 것에서 출발한다는 점이 알려져 있다(Hazzan & Zazkis, 1997). 이러한 점에서 학생들은 우선 전형적인 예를 산출하고, 이러한 예로부터 좀 더 수정된 예의 생성이나 예의 변이를 경험할 것으로 판단된다(Marton, 2006). 그러므로 학생들이 자신들에게 자명한 예보다 좀 더 많은 수의 예를 생성하도록 과제를 설계할 필요가 있다. 이를 통하여, 학생들은 비교적 손쉽게 먼저 생성한 예들을 반성적으로 검토하고, 이를 수정하면서 앞서 생성한 예와는 다른 범주의 예를 생성하고, 사고의 유연성을 경험할 수 있을 것으로 기대된다. 또한, 이러한 예 변이의 경험은 앞서 검토한 바와 같이 독창적인 예 생성의 출발점이 되며, 독창적인 사고 촉진에 기여할 수 있을 것으로 기대된다. 따라서 예 만들기 활동에 의해 사고의 유연성과 독창성을 촉진하기 위해서는 학생들이 자명한 범주의 예를 만드는 데 머무르지 않고 다른 범주의 예를 생성할 기회를 제공해야 하며, 이를 달성하기 위하여 학생들이 자명한 예보다 더 많은 수의 예를 생성하도록 과제를 설계할 필요가 있다.

셋째, 창의적 사고 가운데 특히 수렴적인 사고 유형인 정교성의 촉진을 위하여 예 만들기 과제 설계에서 학생들로 하여금 각자 생성한 예를 정당화하는 활동을 포함할 필요가 있다. 이 과정은

한편으로 학생들이 생성한 예의 타당성을 점검하도록 함으로써 사고의 정교성을 촉진하며, 다른 한편으로 각자 고려한 예의 타당성을 검토하면서 적절하지 않을 경우 이를 개선하도록 할 수 있을 것으로 기대된다.

넷째, 예 만들기 과제의 설계에서 학생들로 하여금 다양한 표상을 생성하고 조작하게 하며, 동시에 학생들 사이의 의사소통을 강조할 필요가 있다. 학생들이 각자 나름의 방식으로 문제 상황에 대한 표상을 구축하고 이를 활용한 탐구를 전개하는 것은 창의적 사고를 촉진할 수 있는 한 방안임을 앞서 확인하였다. 또한 이러한 전반적인 과정에서 사회적 상호작용을 강조한 수업을 전개하여, 학생들의 독창적 사고를 촉진할 수 있을 것으로 기대된다(이정연 & 이경화, 2010).

Ⅲ. 연구 방법

본 연구의 목적은 학생들의 예 만들기 활동에서 창의적 사고가 확인되는지, 확인된다면 창의적 사고가 어떻게 일어나는지를 확인하는 데 있다. 본 연구에서는 사례 연구 방법을 사용하였는데, 사례 연구의 목적이 연구자가 이해하고자 하는 사례나 현상을 심층적으로 분석하여 최대한의 논점과 시사점 도출에 있다는 점(Stake, 1995)에서 본 연구의 목적에 부합하는 것으로 판단했다. 본 연구에서는 다음과 같은 절차로 연구 참여자를 선정하고, 사례에 대한 자료를 수집, 분석하였다.

1. 연구 참여자

Stake(1995)에 의하면, 사례 연구는 단일한 사례로부터 최대한의 논점을 이끌어내는 데 그 목적이 있다. 이에 본 연구에서는 긴 시간의 탐구적인 활동에 익숙하고, 이 과정에서 의사소통에 적극적인 연구 참여자를 선정하는 것이 예 만들기 활동에 의한 창의적 사고 촉진의 가능성을 확인하고, 이 과정에 대한 심층적인 이해를 시도하는 본 연구의 목적에 적합할 것으로 판단하였다.

이에 본 연구에서는 학교 정규과정 이외에 별도의 탐구 중심 수업에 참여하고 있는 학생들을 대상으로 수업을 실시하였다. 연구 참여자는 충청북도에 소재한 대학부설 과학영재교육원에서 6개월간 한 학급에서 수업을 받아온 중학교 1학년 학생 19명으로, 상위권의 수학적 성취를 보여주었으며 소집단 활동에서 자신의 의견을 적극적으로 표현하는 데 익숙한 학생들이었다. 본 연구에서 학생들의 탐구 활동은 4명으로 이루어진 네 조와, 3명으로 이루어진 한 조로 나뉘어 이루어졌다. 이 학생들은 본 수업에 3시간 동안 참여하였다. 본 연구에서는 이 학생들을 S1~S19로 부르기로 하였다.

연구 참여자들은 과학영재교육원에서 다양한 형식과 내용의 수학 수업을 경험했기 때문에 새로운 내용을 다루는 수학수업에 거부감이 없었다. 또한 6개월 동안 한 학급에서 과학 실험과 수학 수업에 참여해왔으며, 조별 활동에서 자신의 의견을 자유롭게 표현하는 데 익숙한 학생들이었다. 이 학생들은 중학교 2학년에서 다루어지는 평행사변형의 정의와 기본 성질들을 이미 개별적으로 학습하였음을 담당 학급 관찰지도 교사들과의 면담을 통해 확인할 수 있었다.

2. 자료의 수집과 분석

본 연구에서는 학생들의 예 만들기 활동을 분석하기 위하여 다음과 같은 절차로 사례 연구 방법(Stake, 1995)을 사용하였다. 우선 연구진이 예 만들기 과제를 설계하고, 전문가 검토를 거쳐

과제를 수정한 후, 2015년 6월에 3시간의 수업을 실시하였다.

활동지에는 자신들의 생각을 최대한 자세히 표현하도록 하였으며, 생각을 수정할 필요가 있을 때는 이전의 기록한 내용을 지우지 않도록 하였다. 또한 Maaß(2006)에 의하면, 학생들을 몇 개의 소집단으로 나누어 각 조별로 과제에 대하여 논의하도록 하고 각자 논의를 반영하여 개별적으로 과제를 수행하는 것이 조별로 이루어지는 수업에서 효과적임이 알려져 있으므로, 학생들의 활동은 4명으로 이루어진 네 조와 3명으로 이루어진 한 조를 이루어 토론하며 이루어졌으며 각 학생별로 활동지를 제공하여 예 만들기 활동을 기록하도록 하였다.

또한 본 연구에서는 학생들의 예 만들기 활동, 그리고 이 과정에서 드러나는 창의적인 사고와 학생들의 대화, 제스처, 탐구 과정에 활동지에 기록한 다양한 표상 등과의 밀접한 관련성을 가정하고, 연구진의 현장노트, 학생들의 탐구 과정을 기록한 영상 자료와 녹취록, 학생들의 활동지에 기록된 사항들을 분석하였다. 연구진은 이러한 다면적인 자료 수집이 본 연구의 내적인 타당도와 신뢰도를 높일 수 있을 것으로 판단하였다(Creswell, 2009; Stake, 1995).

본 연구에서는 위와 같은 절차에 따라 수집한 자료들을 분석하여, 학생들의 예 만들기 활동에서 창의적 사고의 요인들인 유창성, 유연성, 정교성, 독창성이 드러나는지의 여부를 확인하는 데 초점을 두었다. 본 연구는 예 만들기 활동에 의한 창의적 사고 촉진 가능성을 확인하고 이는 어떻게 일어나는지를 확인하는 데 목적을 두었으므로, 연구진은 학생들이 유창하게 다양한 예를 생성하는지, 앞서 생성한 예로부터 새로운 범주의 예를 생성하는 과정에서 사고의 유연성이 드러나는지, 각자 생성한 예를 세련하고 그 적절성을 검토하는 사고의 정교성이 드러나는지, 그리고 학생들이 각자 예를 생성하는 과정이 독창적인지를 확인함으로써 예 만들기 활동이 창의적 사고와 어떻게 관련되는지를 확인할 수 있을 것으로 판단하였다. 우선 연구진은 학생들이 생성한 예들과 예 생성 과정을 확인하였다. 다음으로 이를 범주화하고, 범주들 간의 관계로부터 각 장면에서 드러난 예들과 학생들의 예 만들기 과정, 창의적 사고 사이의 관련성을 확인하였다.

또한 본 연구에서는 예 만들기 활동에서 드러난 학생들의 창의적 사고에 대한 연구자 해석의 내적 타당도와 신뢰도를 높이기 위하여 연구자 삼각측정(Stake, 1995)과 동료 점검(Creswell, 2009)을 활용하였다. 연구자 삼각측정은 학생들이 생성한 예들과 창의적 사고 사이의 관련성에 대한 해석을 확증하고, 동시에 부가적인 해석을 얻기 위하여 여러 명의 연구자가 검토하는 방식으로 이루어졌으며, 동료 점검은 다른 연구자들에게 해석 결과에 대한 의견을 구하는 방식으로 이루어졌다(Creswell, 2009; Stake, 1995).

3. 과제 설계 및 수업의 주안점

본 연구에서 설계한 과제의 목표는 학생들이 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선의 예를 생성하도록 하고, 이 예들의 공통점을 도출하여, 평행사변형의 넓이를 이등분하는 모든 직선을 찾을 수 있는 방법을 찾도록 하는 것이다. 이 과제는 Watson & Mason(2005)이 제시한 ‘정사각형 넓이를 사등분하는 방법을 찾는 과제’를 변형한 것이다. 이들이 설계한 과제는 학생들로 하여금 정사각형 넓이를 사등분하는 다양한 유형의 예를 생성하도록 하는 데 목적이 있다. 하지만 수학적 예는 일반화 가능하다는 점이 수학적 탐구에서 핵심적 기능을 한다는 점이 알려져 있다(Watson & Mason, 2005). 정사각형 넓이를 사등분하는 방식은 다양하지만(), 연

구진은 학생들이 여러 유형의 사등분 방식을 포괄하는 일반적인 방식을 모색하기는 다소 어려울 것으로 판단하였다. 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선은 모두 평행사변형의 두 대각선의 교점을 지나므로, 학생들이 이 과제에서 생성한 예들은 서로 무관하거나 분절되지 않고 상호 관련성을 가지며 일반화될 수 있는 잠재력을 갖는다. 또한, 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선에는 평행사변형의 대각선을 연장하여 얻을 수 있는 다소 자명한 직선에서부터 평행사변형의 마주보는 두 변의 중점을 지나면서 다른 두 변에 평행한 두 직선 등과 같이 다양하다. 이러한 점에서 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선을 찾도록 하는 과제는 학생들로 하여금 다소 자명한 예에서 출발하여 예의 변이를 경험하게 하는 것을 가능하게 할 것으로 기대하였다. 또한, Watson & Mason(2005)이 제시한 과제에 포함된 정사각형을 평행사변형으로 변형한 것은 넓이를 이등분하게 되는 도형 또한 평행사변형, 마름모, 직사각형 등과 같이 바꾸어가면서 탐구할 기회를 제공할 수 있을 것으로 기대하였기 때문이다. 하지만 이처럼 문제의 조건을 변형하면서 예를 생성하는 활동은 이 연구의 범위를 벗어나므로 이에 대해서는 다루지 않는다. 요약하면, 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선을 찾는 본 연구의 과제는 학생들이 생성한 예들이 변이 가능성을 가짐과 더불어 일반화 가능성을 포함하므로 학생들이 각 범주의 예를 넘나듦과 동시에 여러 범주의 예들을 관련지을 수 있을 것으로 판단하였다. 구체적으로, 본 연구에서는 앞서 도출한 창의적 사고 촉진을 위한 예 만들기 과제 설계 방안을 구현하기 위하여 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선 찾기 과제를 다음 <표 III-1>과 같이 4개의 하위과제로 설계하였다.

<표 III-1> 예 만들기 과제

※ 평행사변형은 두 쌍의 마주보는 변이 각각 평행인 사각형이다. 1. 평행사변형 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선을 하나 찾고, 이 직선이 평행사변형의 넓이를 이등분하는 이유를 설명하시오.
2. 평행사변형 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선을 4개 더 찾고, 이 직선이 평행사변형의 넓이를 이등분하는 이유를 설명하시오.
3. 1번 문제와 2번 문제에서 찾은 직선들이 어떠한 공통점과 차이점을 갖는지를 설명하시오.
4. 평행사변형 ABCD의 넓이를 이등분하는 모든 직선을 찾을 수 있는 방법을 찾고, 이 방법이 타당한 근거를 설명하시오.

우선, 하위과제1에서는 학생들이 하나의 예를 생성하고 그 예의 적절성을 검토하도록 함으로써 주어진 조건을 분명하게 파악하도록 하는 데 초점을 두었다. 이는 앞서 도출한 과제 설계 방안 가운데 첫 번째 방안을 반영한 것으로, 하나의 예를 생성하고 이로부터 점진적으로 추가적인 예를 생성하도록 하고자 한 것이다.

하위과제2에서는 네 가지의 예를 추가적으로 생성하도록 하였다. 하위과제2는 학생들이 다양한 예를 생성하게 한다는 점에서 사고의 유창성을 촉진할 수 있는 과제로 판단하였다. 이때, 연구진은 위 과제에서 학생들이 생성할 수 있는 자명한 예가 평행사변형의 두 대각선, 평행사변형의 마주보는 두 변의 중점을 지나면서 다른 두 변에 평행한 두 직선의 4가지로 고려하였다. 이러한 점에서, 하위과제1에서 생성한 예와 다른 예를 4가지 더 생성하도록 함으로써, 자명하지 않은 예를 생성하도록 할 수 있을 것으로 고려하였다. 이 과정에서, 학생들은 각자 생성한 예들과는 다소 다른 범주의 예를 생성할 수 있으며, 사고의 유연성을 경험할 수 있을 것으로 기대하였다.

하위과제3에서는 학생들로 하여금 각자 생성한 예들의 공통점과 차이점을 찾아보도록 하였으며, 하위과제4에서는 이러한 예들을 생성할 수 있는 일반적인 방법을 모색하도록 함으로써, 학생들이 생성한 예를 일반화하도록 하는 데 초점을 두었다. 이정연 & 이경화(2010)에 따르면, 수학적 창의성의 요소 가운데 하나로 고려되는 사고의 정교성은 수학적인 사고를 일반화하는 능력과 관련된다. 이러한 점에서 하위과제4는 학생들이 각자 생성한 예를 일반화하도록 함으로써, 사고의 정교성을 경험하도록 한 과제로 볼 수 있다. 또한, 이러한 일련의 하위과제들에서 학생들로 하여금 각자 생성한 예들이 적절한지 정당화하도록 함으로써 앞서 과제 설계 방안에서 도출한 바와 같이 한편으로 사고의 정교성을 꾀하게 하고, 다른 한편으로 학생들이 각자 생성한 예를 개선할 기회를 제공하고자 하였다 그리고 문제 상황에 대한 표상 구축과 표상의 활용을 강조하고, 더불어 4명씩 모둠의 형태로 과제를 해결함으로써 사회적 상호작용을 촉진하여, 독창적인 사고가 이루어질 수 있는 환경을 조성하였다.

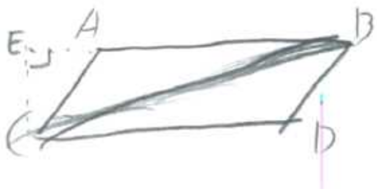
Ⅳ. 연구 결과

연구 결과 학생들이 각자 나름의 수학적 예를 생성하고, 이 과정에서 유창성, 유연성, 정교성, 독창성과 같은 창의성의 요인들과 관련된 수학적 탐구에 참여하는 장면이 확인되었다. 이 장에서는 학생들의 예 만들기 활동을 시간 순으로 크게 세 단계로 범주화하여 살펴보고자 한다. 첫 번째 단계는 학생들이 주어진 문제 상황에 대한 표상을 구축하고, 제시된 조건을 만족하는 첫 번째 예를 생성하는 장면이다. 여기서는 학생들이 조건을 만족하는 예를 처음 생성하고, 각자 생성한 예가 적절한지 검토하는 과정에서 드러난 창의적인 사고를 확인한다. 두 번째 단계는 학생들이 처음 생성한 예를 변형하면서 추가적인 예를 생성하는 장면에서 드러난 창의적 사고를 확인한다. 세 번째 단계는 학생들이 이상의 과정에서 생성한 예들의 공통점을 포착하고, 이로부터 각자 생성한 예를 모두 포괄할 수 있는 일반화를 경험하는 장면을 확인한다. 각 단계별로 학생들의 예 만들기 활동을 확인하고, 이 과정에서 창의성의 주요 요인들인 유창성, 유연성, 정교성, 독창성이 어떻게 드러나는지 확인하도록 한다.

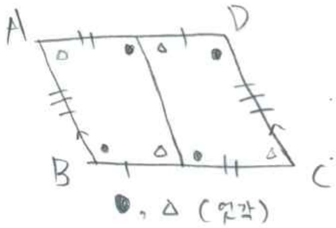
1. 표상의 구축과 예의 생성

학생들은 우선 평행사변형에 대한 표상을 구축하고, 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선을 하나씩 그렸다. 학생들이 생성한 평행사변형에 대한 표상은 크게 두 가지 유형으로, 아래 [그림 IV-1] ~ [그림 IV-4]와 같이 일반성을 갖는 평행사변형을 그린 학생들과, 직사각형을 그린 학생들로 범주화할 수 있었다. 19명의 참가자 가운데 17명이 일반성을 갖는 평행사변형을 그렸으며, 나머지 2명이 직사각형을 그렸다. 예 만들기 활동이 조별로 이루어졌기 때문에, 다른 학생들이 생성한 표상을 서로 확인하면서 예를 만들었고, 이로 인하여 직사각형을 그렸던 학생들은 추가적인 예를 생성하는 과정에서 평행사변형으로 표상을 수정하여 예 만들기 활동을 이어갔다.

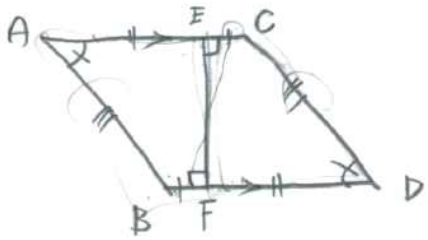
모든 학생들은 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선의 예를 하나 이상 생성할 수 있었다. 하위과제1에서는 학생들로 하여금 예를 하나만 생성하도록 하였으나, 일부 학생들은 다양한 예를 생성하였다. 각 학생들이 가장 처음 생성한 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선의 예는 아래와 같이 네 가지 유형으로 범주화할 수 있었다.



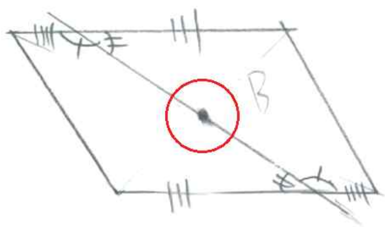
[그림 IV-1] 예 유형1(S1)



[그림 Ⅳ-2] 예 유형2(S9)



[그림 IV-3] 예 유형3(S8)



[그림 IV-4] 예 유형4(S16, 원은 연구진이 표시)

첫 번째 유형의 학생들은 대각선, 두 번째 유형의 학생들은 평행사변형의 마주보는 두 변의 중점을 지나면서 다른 두 변에 평행한 두 직선, 세 번째 유형의 학생들은 평행사변형의 윗변과 아랫변에 모두 수직인 직선을 예로 생성하였다. 네 번째 유형의 학생은 위 세 가지 유형의 직선을 모두 포괄하는 일반성을 갖는 직선을 예로 생성하였다. 각 유형별 예를 생성한 학생 수는 다음 표와 같다.

<표 IV-4> 예 유형별 인원

예 유형1	예 유형2	예 유형3	예 유형4	합계
9	6	3	1	19

이 가운데 유형1과 유형2의 예는 연구진이 예상한 비교적 자명한 예다. 이와는 달리 유형3과 유형4의 예를 생성한 학생들은 상대적으로 덜 자명한 예를 생성하였다. 유형3의 직선을 제시한 학생들은(S6, S8, S11) 평행사변형을 '합동'인 두 영역으로 나누고자 시도한 학생들(S8, S11)과 도형의 등적 변형에 초점을 둔 학생(S6)으로 다시 범주화할 수 있었다.

우선, S8과 S11은 다른 학생들의 정당화 근거를 활용하여 위와 같은 유형3의 예를 생성하였다. 이 학생과 같은 조에 속한 학생들은 각자 찾은 직선이 평행사변형의 넓이를 이등분한다는 점을 정당화하기 위하여, 직선에 의해 나뉜 두 영역이 합동이라는 점을 입증하고자 시도하였다. 이를 바탕으로, S8과 S11은 평행사변형을 합동인 두 영역으로 나누는 직선을 모색하였다. '합동'이라는 정당화 아이디어는 같은 조에서 유형2의 예를 생성한 S9로부터 제기되었다.

S8 : 확실하게 설명할 수 없을 것 같아,
S9 : 할 수 있는데?
S8 : 어떻게?
S9 : 이거 두 개 합동이잖아
S8 : 어떻게? 사각형 합동 안 배웠는데
S9 : 아니, 이거랑 이거랑 변을 똑같이 해, 이거랑 이거랑 변을 똑같이 해,
S8 : 그러니까, 그게 합동이라는 걸 어떻게 알지?

위와 같이, S8은 S9가 제시한 예를 어떻게 정당화할 것인가에 대해 질문하였고, 이에 대해 S9는 두 영역이 합동이라는 것을 입증함으로써 두 영역의 넓이가 같다는 점을 정당화할 수 있다고 하였다. 학생들은 사각형의 합동조건에 대해 학습한 바 없었으므로, 두 학생 사이에 잠시 사각형의 합동 조건에 대한 논의가 전개된 후, S9가 두 사각형의 대응되는 모든 변의 길이와 각의 크기가 같다는 점을 보임으로써 두 사각형의 합동과 관련된 논의가 마무리되었다([그림 IV-2]).

이상의 논의에 이어 S8은 두 영역이 합동이 되는 직선을 모색함과 동시에, 앞서 S9가 생성한 예와는 다소 다른 예를 생성하고자 시도하였다. 그 결과 위와 같이 윗변과 아랫변에 모두 수직이면서, 직선이 평행사변형을 나누어 생성된 두 사다리꼴이 합동이 되도록 하는 직선의 예를 생성하였다. 이와 같은 직선이 존재할 수 있는가에 대해서는 명료하게 입증하지 못하였으나, S8은 평행사변형을 '합동인 두 사각형'으로 나누는 직선을 찾은 것으로 볼 수 있다. 도형 넓이의 등분할 문제를, 도형을 합동인 영역들로 나누는 문제로 바꾸는 경향이 있다는 점은 선행 연구들에서 논의된 바 있으며(Watson & Mason, 2005), S8의 예 만들기도 이와 유사한 방식으로 전개된 것으로 보인다. 같은 조의 S11은 S8의 해결 과정을 참고로 유사한 예를 생성하였다.

이와 달리 S6은 [그림 IV-5]과 같이 평행사변형을 두 영역으로 나눈 후, 오른쪽 영역을 왼쪽 영역에 오려 붙이면 직사각형을 만들 수 있다는 점에 주목하였다. 그러면 평행사변형의 두 영역이, 직사각형을 이등분한 영역의 부분들로 볼 수 있다는 점을 주장하였다. 그러나 이러한 자신의 주장에 대한 정당화를 완성하지는 못하였다.

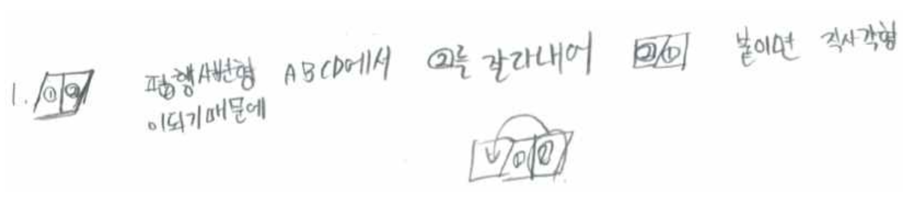
이어서 유형4의 예에 대해 살펴보면, 유형4의 학생이 생성한 직선의 중점에는 진하게 표시가 되어 있음에 주목할 필요가 있다([그림 IV-4]의 원 내부). 이러한 예를 생성한 S16은 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선들은 모두 이 점을 지날 것으로 추측한 것으로 보인다. 이러한 점에서, S16은 하나의 예를 생성하는 국면에서 이미 일반성을 염두에 둔 예를 생성한 것으로 보이며, 이러한 맥락에서 다른 학생들의 예와 달리 대각선도, 변에 평행한 선분도, 수직한 선분도 아닌 예를 생성하였다.

학생들이 생성한 예의 유형에 따른 정당화 유형은 다음 표와 같다.

<표 IV-3> 학생들이 생성한 예 유형별 정당화 유형

	정당화 유형1	정당화 유형2	정당화 못함	학생 수
예 유형1	5	4	0	9
예 유형2	3	2	1	6
예 유형3	2	0	1	3
예 유형4	1	0	0	1
계	12	6	1	19

각 학생들의 정당화 방식은 직선으로 나뉜 두 영역이 합동임을 정당화한 유형(정당화 유형1)과 두 영역의 넓이를 계산하여 두 영역의 넓이가



[그림 IV-5] S6의 활동지

같다는 점을 이용한 유형(정당화 유형2)으로 범주화되었다. 두 영역이 합동임을 이용한 학생들의 정당화에는 가추적 추론이 확인되었다. 가추는 관측 결과 B에 대한 설명적인 가설 A를 수립하는 과정으로, “만약 A가 성립한다면 관측 결과인 B가 잘 설명된다.”는 방식으로 이루어진다(Pedemonte & Reid, 2011; Prawat, 1999). 합동을 이용하여 정당화한 학생들은 만일 ‘직선에 의해 분할된 두 도형이 합동이라면’ 분할된 두 영역의 넓이가 같을 것이라고 추측하였고, 이는 가추에 의지하여 정당화 방법을 모색한 것이다. 이 과정에서 직선에 의해 나뉜 평행사변형의 두 영역이 모두 삼각형인 경우에는 정당화가 용이하였으나, 두 영역이 사각형인 경우에는 정당화하는 데 어려움을 겪었다. 이 학생들은 두 사각형의 합동 조건에 대해서는 학습한 바가 없었기 때문이다. 이로 인하여, 학생들은 두 사각형의 대응되는 모든 변의 길이와 각의 크기가 같다는 점을 확인하여, 두 사각형이 합동임을 주장하고자 시도하였다([그림 IV-2], [그림 IV-3]).

다른 한편으로, 직선으로 나눈 두 영역의 넓이를 각각 계산하여 두 영역의 넓이가 같다는 점을 입증한 학생들은, 직선에 의해 나뉜 두 삼각형이나 사각형의 넓이가 같음을 보이고자 하였다. 유형1과 유형2의 예를 생성한 학생들만이 이와 같은 방식의 정당화를 시도하였다.

요약하면, 우선 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선의 예를 생성하는 과정에서 학생들이 만들어낸 예들은 크게 네 가지 유형으로 범주화할 수 있었다. 그리고 이 과정에서 창의성의 요인들 가운데 독창성, 유연성, 정교성과 관련된 학생들의 반응들이 확인되었다. 독창성이라는 창의성 요인은 상대적으로 덜 제기되는 답안, 내지는 적은 빈도수와 관련지어 논의되어 왔다(이경화, 2015). 이러한 점에서 유형4의 예는 한 명의 학생만 제기하였다는 점에서, 이 예를 생성한 학생은 상대적으로 독창적인 예를 생성한 것으로 고려할 수 있다. 더불어 유형4의 학생은 다른 유형의 학생들에 비해 비교적 일반화된 예를 생성한 것으로 보인다. 포괄적이고 일반적인 예는 자명한 예와 그 질적인 수준이 다르다는 점에서 (Watson & Mason, 2005), 이 학생의 예는 다른 학생들이 생성한 예에 비해 더 독창적이라고 볼 수 있다.

더불어 S9의 탐구 과정에서 정당화로 사용된 ‘합동’이라는 아이디어를 활용하여, 이를 준수하는 새로운 예를 생성하고자 시도한 S8의 탐구 역시 독창성을 추구한 결과물로 고려할 수 있다. S8은 조별 논의에서 제기된 예와는 다소 다른 예를 추구하는 과정에서, 해당 조에서 독창적인 예를 생성할 수 있었다. 또한, 다른 학생이 제시한 아이디어나 근거를 반영하여 새로운 아이디어를 산출하고자 시도하는 것은 사고의 유연성과 관련되므로(오택근, 2014), S8은 다른 학생의 정당화 근거를 만족하는 예를 찾고자 시도하였다는 점에서 사고의 유연성 또한 확인된다. 그리고 소집단에서의 의사소통에 기반을 두고 다른 학생과는 다소 다른 예를 생성하고자 시도하면서 독창적인 예를 생성할 수 있었던 점은, 사회적 의사소통을 강조한 수업이 독창성의 추구를 간접적으로 지원할 수 있다는 점을 논의한 선행연구들의 논의와도 부합한다(참고, 이정연 & 이경화, 2010).

사고의 정교성은 정당화를 시도한 학생들에게서 확인되었다. 각 학생들의 정당화가 정교한 정도는 달랐으나, 이와 같이 각자 생성한 예가 주어진 조건을 준수하는지에 대해 정교하게 점검해나간 과정은 이어지는 탐구에서 예를 변형시켜서 새로운 예를 다양하게 생성하는 데 기여하였다. 이에 대해서는 다음 절에서 좀 더 상세하게 확인한다.

또한, 예를 생성하고 정당화하는 장면에서도

가추적 추론이 확인되었다. 예를 들어, 합동이 되는 두 영역을 생성하고자 한 학생들의 탐구 과정에서 가추적 추론이 확인된다. 이 학생들은 ‘만일 두 영역이 합동(혹은 대칭)이라면, 넓이가 같을 것’이라는 규칙을 상정하고, 이를 만족하는 사례로 구체적인 직선의 예를 생성하고자 시도하였다. 이처럼 예를 생성하고 정당화하는 데 사용된 가추적 추론은 일반화의 과정과 밀접하게 관련되었다는 점이 알려져 있다. 즉, 가추는 곧 관측한 사례를 설명할 수 있는 가설을 생성하는 과정이며, 수학적으로는 일반적인 명제를 탐색하거나 생성하는 과정이라는 점에서, 특수와 일반을 오가면서 일반화를 가능하게 하는 것으로 알려져 있다(Otte, 2011). 이러한 점에서, ‘합동’이라는 용어로 직선에 의해 나뉜 두 영역의 관계를 설명하고자 시도하였던 학생들의 가추적 추론은 일반화의 주요한 촉매제로 작동할 수 있을 것으로 판단된다. 이어지는 절에서 학생들이 제기한 가추적 추론이 학생들이 생성한 예를 일반화하는 데 어떻게 활용되는지 살펴본다.

2. 표상에 대한 실험과 예의 변이

첫 번째 예를 생성한 후, 하위과제1과 이어지는 하위과제2에서 학생들은 추가적인 예를 생성하였다. 이 절에서는 학생들이 각자 처음 생성한 예를 변형하면서 새로운 예들을 생성하는 과정을 확인한다.

추가적인 예를 생성하는 과정에서 학생들은 우선 비교적 자명한 예를 먼저 생성하였다. 이처럼 예를 생성하는 과정에서 다소 자명한 예를 먼저 찾아내는 경향은 선행 연구들에서도 보고된 바 있다(Hazzan & Zazkis, 1997). 연구진이 예상했던 바와 같이, 두 대각선, 그리고 평행사변형의 마주보는 두 변의 중점을 지나면서 다른 두 변에 평행한 두 직선이 가장 먼저 생성된 예들이었다.

연구진은 하위과제1에 이어서 하위과제2에서 추가로 4개의 예를 생성하도록 하였고, 이에 학생들은 자명하지 않은 예를 생성하고자 시도하였다. 이 과정에서 학생들은 각자 생성한 예들과는 다소 다르면서, 동시에 앞서 생성한 예들과 공통점을 갖는 예를 모색하고자 시도하였다. 다시 말해서, 학생들은 한편으로 각자 찾은 예와 다른 예를 생성해야 하였지만, 다른 한편으로 평행사변형의 넓이를 이등분하는 예를 찾아야 한다는 점에서 각자 이미 생성한 예들이 갖는 공통적인 사항을 탐색하고자 시도하였다.

학생들이 이미 생성한 자명한 예들의 공통점을 탐색하여 새로운 예를 생성하는 방식은 크게 두 가지 유형으로 범주화되었다. 첫 번째 유형의 학생들은 각자 찾아낸 직선들이 평행사변형을 나누어 생겨난 두 영역이 서로 대칭의 위치에 있다는 점에 주목하였다. 두 번째 유형의 학생들은 각자 구한 직선에 의해 나뉜 두 영역이 서로 합동이라는 점에 주목하였다. 각 유형별 학생 수는 <표 IV-4>와 같다.

<표 IV-4> 예 변이 유형

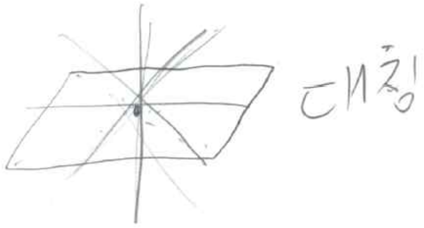
	대칭	합동
학생 수	9	10

첫 번째 유형의 학생들은, 우선 대각선, 혹은 윗변과 평행한 직선에 의해 나뉜 두 영역이, 이 직선들로 접었을 때 포개어질 것으로 고려하였다. 이러한 점에서 학생들은 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선은 선대칭 도형인 평행사변형의 대칭축이라는 점을 지적하였다. 이 학생들은 추가적인 예를 생성하는 과정에서 서로 생성한 예들을 비교하면서 윗변과 아랫변에 수직인 직선을 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선의 예로 생성하였다([그림 IV-3]). 문제는 이러한 직

선으로 나뉜 두 영역은, 이 직선에 대해 선대칭이 아니라는 점이었다. 이로 인하여, 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선은 선대칭 도형인 평행사변형의 대칭축이라는 학생들의 추측은 기각되었다.

이어지는 논의에서 학생들은 이 직선에 의해 나뉜 두 영역은 한 영역을 회전하여 다른 영역에 포개어진다는 점에 여전히 주목하였다. 즉, 앞서 도출한 예들에서는 두 영역을 직선으로 접어서 포갤 수 있다는 점에 주목한 반면, 수정된 예를 근거로 한 탐구에서는 두 영역을 회전시켜 포갤 수 있다는 점에 주목하였다. 이러한 탐구 과정에서 여전히 학생들은 '대칭'이라는 키워드를 가지고 탐구를 전개하는 모습이 확인되었다. 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선은 선대칭 도형인 평행사변형의 대칭축이라는 추측이 기각되었음에도 불구하고, 대칭이라는 키워드가 탐구에서 여전히 활용되면서, 학생들은 두 영역이 점대칭의 위치에 있을 것이라는 추측을 제기하였다. 즉, 초기의 학생들의 탐구는 평행사변형을 선대칭인 두 영역으로 나눌 수 있는 직선에 의해, 평행사변형의 넓이가 이등분된다는 점에 주목한 반면, 이 추측이 기각되고 난 이후에는, 두 영역이 어떤 특정한 점에 대해 대칭인 것이 아닌가 하는 점에 주목하였다.

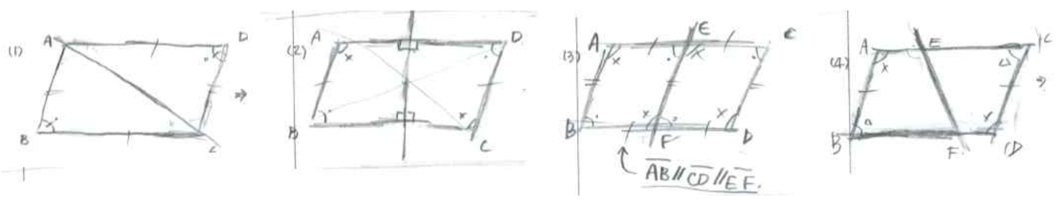
이러한 '점대칭'이라는 용어의 출현과 관련하여, 학생들은 각자 생성한 직선들이 모두 한 점을 동시에 지난다는 점을 포착하였다. 이로 인하여, 평행사변형의 넓이를 이등분하는 것으로 확인되는 직선들이 공통적으로 지나는 점에 대하여, 이 직선들로 나뉜 두 영역이 점대칭의 위치에 있을 것이라고 추측하였다.



[그림 IV-6] S1의 활동지

두 번째 유형의 학생들은 각자 구한 직선에 의해 나뉜 두 영역이 서로 합동이라는 점에 주목하였다. 이와 같은 방식으로 탐구를 전개한 학생들은, 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선을 추가로 모색하는 과정에서, 평행사변형을 합동인 두 영역으로 나눌 수 있는 직선을 찾았다. 학생들의 추가적인 예 생성은 앞서 구한 예들에 대한 정당화 아이디어에 기반을 두고 이루어졌다는 점에 주목할 필요가 있다. 즉, 학생들은 직선에 의해 나뉜 두 영역의 대응되는 각의 크기와 변의 길이가 같아지는 직선을 찾고자 시도하였다([그림 IV-7]).

위 그림은 이와 같은 탐구 전개 과정을 잘 보여준다. 즉, 앞서 도출한 직선들에 의해 나뉜 두 도형이 합동이라는 점을 정당화하기 위해 활용된 조건들(대응되는 변의 길이와 각의 크기가 같다)을 여전히 만족하는 직선을 찾고자 시도하였다. 그리고 마지막 예를 구하는 과정에서 직선



[그림 IV-7] S7의 예 변이

이 평행사변형의 변들과 평행하거나 수직으로 만나지 않으며, 대각선이 아니더라도 두 사각형의 대응되는 각의 크기와 변의 길이가 같게 될 수 있다는 점을 확인하고, 좀 더 일반적인 예를 생성할 수 있었다.

위와 같은 학생들의 예 변이 과정을 요약하면 다음과 같다. 첫째, 학생들은 추가적인 예를 생성하는 과정에서, 앞서 생성한 예들과의 유사점 혹은 차이점을 고려하면서 추가적인 예를 생성하였다. 학생들은 각자 생성한 예들이 만족하는 성질인 대칭성이나 합동을 여전히 만족하는 새로운 예를 생성하려고 하였다. 오택근(2015)이 강조한 바와 같이, 새로운 수학적 탐구의 동력은 한편으로 기존의 성질을 유지하면서, 다른 한편으로 기존과는 다른 것을 생성하는 역설적인 면에 있다. 예의 변이를 시도하도록 하는 과제는 학생들로 하여금 기존에 생성한 예들의 핵심적인 공통점을 검토하고, 이 공통점을 공유하면서 기존과는 다른 예를 생성하도록 하는 탐구를 촉진하였음이 확인된다.

둘째, 학생들이 추가적인 예를 생성하는 과정에서 일반성을 고려하고, 가추를 사용하는 장면이 확인되었다. 앞서 하위과제1에서는 S8이 독창성을 추구하기 위하여 다른 학생의 정당화 아이디어를 활용하여 가추를 제기하고, 이로부터 다른 학생들과 다른 예를 생성하고자 시도하는 장면이 확인되었다. 이 절에서는 S8 뿐만 아니라 다른 학생들도 각자 이미 생성한 예와는 다른 예를 생성하는 과정에서 무작위적인 추측을 제기하지 않았음이 드러난다. 오히려, 학생들은 일반성을 고려하면서, 기존에 각자 생성한 예와 다름과 동시에 공통적인 속성을 유지하는 예를 산출하려고 시도하였음이 확인되었다. 그리고 학생들에 의해 상정된 일반성은 잠정적인 일반적 규칙이라는 점에서 관측 결과를 설명하는 새로운 규칙을 생성하는 과정인 창의적 가추의 과정으로도 해석 가능하다(참고, Eco, 1983). 예를 들어, 대칭성을 고려하여 예를 생성한 학생들은 초기에 각자 생성한 예들이 '평행사변형을 선대칭인 두 영역으로 나누는 직선'이라고 추측하였으나, 이후 제기된 예에 의해 이 일반성을 갖는 추측은 기각되었다. 이어서 학생들은 직선들의 다른 공통점을 탐색한 결과 모두 특정한 한 점을 지난다는 점을 포착하였으며, 이에 앞서 생성한 일반적 규칙을 수정하여 이 점을 지나는 모든 직선에 의해 평행사변형이 점대칭인 두 영역으로 나뉜다는 점을 추측하였다. 그리고 이를 바탕으로, 평행사변형을 점대칭의 위치에 놓인 두 영역으로 나누게 되는 직선의 탐색을 시도하였다. 이러한 점에서 학생들이 새로운 예를 생성하는 과정은 단순히 조건을 만족하는 단편적인 예를 생성하는 과정이 아니라, 앞서 구한 예들이 만족하는 일반적인 속성을 추측하고 이를 만족하는 예를 생성하며, 이 규칙이 적합하지 않은 경우에는 자신들이 추측한 공통점을 수정하면서 새로운 예를 생성한다는 점이 확인된다.

셋째, 이러한 점에서 학생들의 예 변이에서는 창의적 사고의 핵심 가운데 하나인 사고의 유연성이 확인된다. 한편으로, 학생들은 각자 생성한 예들이 준수하고 있는 일반적인 규칙을 추측하였다가, 이를 만족하지 않는 예가 확인되자 과감하게 이 규칙을 기각하고 새로운 규칙과 공통점을 모색하였다. 이처럼 한 범주의 일반성을 상정하였다가, 추가적인 예에 비추어 이 추측을 기각하고 새로운 유형의 일반적인 속성을 추측한 학생들의 사고 과정은, 탄력적으로 여러 범주를 넘나드는 사고의 유연성으로 고려된다. 다른 한편으로, 선행 연구들은 사고의 유연성이 일반화 과정에서 일반성과 구체를 오가면서 활성화될 수 있다는 점을 지적한 바 있으며(송상헌, 2006; 이정연 & 이경화, 2010), 이에 비추어 예의 변이를 경험하게 하는 과제는 학생들이 가추를 경험하

면서 일반과 구체를 넘나드는 유연한 사고를 경험하게 한 것으로 판단된다.

넷째, 이 절에서도 학생들이 각자 생성한 예를 정당화하는 과정에서 사고의 정교성이 드러났으며, 정교성의 추구가 사고의 독창성이나 유연성과 관련된다는 점이 확인된다. 즉, 학생들은 두 영역이 합동이 됨을 정당화하는 과정에 필요하였던 대응각의 크기나 대응변의 길이에 초점을 두고, 이를 같게 유지하는 추가적인 예를 생성하고자 시도하였다. 이는 학생들이 각자 생성한 예의 적절성을 검토하는 정교성의 추구 과정에서 확인된 사항들이 새로운 예를 생성하는 데 생산적으로 기여하였음을 보여준다. 즉, 각자 이미 생성한 예가 타당한지 검토하는 과정에서, 추가적인 예 생성의 아이디어를 도출할 수 있었으며, 이는 곧 앞서 생성한 예들을 설명할 수 있는 가설 수립의 배경이 되었음이 드러난다. 이러한 점에서 기존과는 다른 새로운 예를 생성하는 독창성의 추구, 그리고 기존의 예를 변형하여 새 예를 생성하는 데 필요한 사고의 유연성 등이 정교성의 추구와 밀접하게 관련된 것으로 보인다.

3. 공통점에 대한 이름 짓기와 일반화된 명제 생성

이 절에서는 학생들이 생성한 다양한 예들의 공통점을 찾고, 이로부터 평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선들의 특징을 묘사하면서 수학적인 명제를 생성하는 장면을 확인한다. 구체적으로, 이 절에서는 하위과제4를 해결하는 과정에서 학생들이 앞서 생성하였던 예들을 일반화하는 장면을 확인한다. 수학적 사고의 일반화는 창의성의 여러 요인들 가운데 사고의 정교성과 관련되어 있음이 알려져 있다. 본 연구에서도 하위과제4를 해결하는 과정에서 학생들이 예를 일반화하는 국면에서 사고의 정교성이 확인되었다.

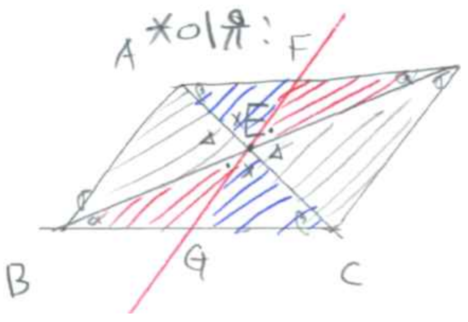
앞서 예를 변이시키는 장면에서 대칭성에 주목한 학생들과 합동에 주목한 학생들이 각기 직선들의 공통점을 묘사하는 방식이 달랐다. 대칭성에 주목한 학생들은 각기 생성한 직선들이 공통적으로 한 점을 지난다는 점에 주목하였으며, 이 점을 ‘대칭점’으로 이름 지었다. 다른 한편으로 합동에 주목한 학생들 역시 모든 직선들이 한 점을 지난다는 점에 초점을 두었으나, 이 학생들은 이 점을 평행사변형의 ‘중심’으로 이름 지었다. ‘대칭점’이라는 이름은 직선에 의해 나뉜 평행사변형의 두 영역이 이 점을 기준으로 대칭의 위치에 있다는 점에 착안한 것이었다. 다른 한편으로 중심이라는 이름은 시각적으로 이 점이 평행사변형의 가운데에 위치하고 있다는 점에 기반을 두고 도출되었다. 이로부터 학생들은 각기 다음과 같은 명제를 추측하였다. “평행사변형의 대칭점을 지나는 직선들은 모두 평행사변형의 넓이를 이등분한다.” “평행사변형의 중심을 지나는 직선들은 모두 평행사변형의 넓이를 이등분한다.”

‘대칭점’이라는 용어로 직선들의 공통점을 제기한 학생들은, 이 점을 기준으로 점대칭의 위치에 있는 평행사변형의 두 영역과, 이를 둘러싼 평행사변형과의 위치 관계를 종합하지는 못하였다. 즉, 학생들은 평행사변형 내부의 고정된 한 점(대칭점)이 존재하고, 이 점을 지나는 직선에 의해 평행사변형이 점대칭의 위치에 있는 두 영역으로 나뉠 수 있다는 점을 추측하였으나, 이들이 대칭점이라고 이름 지은 점을 어떻게 구할 수 있는지, 이 점은 평행사변형의 어디에 자리하는지와 같은 세부적인 사항은 도출되지 않았다. 이에 연구진은 학생들로 하여금 이러한 ‘대칭점’이 어떠한 점인지를 좀 더 상세하게 설명하도록 시도하게 하였다.

대칭점을 좀 더 상세히 설명하고자 시도하는 과정에서, 학생들은 자신들이 주장하는 대칭점이

평행사변형의 두 대각선의 교점일 것이라는 점을 주장하였다. 그러나 두 대각선의 교점이 왜 대칭점인지, 다시 말해 두 대각선의 교점을 지나는 직선에 의해 나뉜 두 영역이, 이 점을 기준으로 점대칭의 위치에 자리하게 되는 근거를 도출하지는 못하였다. 이로 인하여, 이 학생들은 다시 두 대각선의 교점을 지나는 직선에 의해 나뉜 두 영역이 합동임을 입증하고자 시도하기도 하였다. 학생들은 이와 같이 합동에 초점을 둔 탐구, 그리고 두 영역이 점대칭의 위치에 자리하게 된 근거에 대한 모색을 오가다가 정당화를 마무리하지 못하였다.

합동에 초점을 두고, 중심을 지나는 직선에 의해 나뉜 두 영역이 합동임을 주장한 학생들의 탐구는 다시 두 가지 유형으로 범주화 되었다. 첫 번째 유형의 학생들은 다양한 예의 직선에 대하여 각각 정당화를 수행하면서 자신들이 제기한 추측의 정당화를 시도하였다. 다른 유형의 학생들은 일반적인 한 직선에 대해 정당화를 하면서 각자 추측한 명제를 정당화하였다([그림 IV-8]).



[그림 IV-8] S16의 활동지

두 영역이 사각형인 경우에는 사각형의 합동조건을 알고 있지 않았으므로, 한편으로 두 영역의 대응변의 길이와 대응각의 크기가 모두 같다는 점의 입증을 시도하거나, 다른 한편으로 위 [그림 IV-8]과 같이 사각형을 삼각형으로 분할하여, 분할된 영역들이 각각 합동이라는 점을 보였다. 각 유형의 정당화를 시도한 학생들의 수는 <표 IV-5>와 같으며, 한 학생은 정당화를 마무리하지 못하였다.

<표 IV-7> 명제 정당화 유형

	특수한 예 모두를 정당화	일반화된 하나의 예를 정당화	정당화 못함
학생 수	3	6	1

이 절에서 확인된 학생들의 예 일반화와 명제 생성 과정에서 사고의 정교성이 확인되었다. 학생들은 초기에는 직관적으로 학생들이 파악한 특성들로 각자 찾은 직선들의 공통점을 대칭점, 중심과 같은 용어로 이름 지었다. 그러다가 점차 이 점에 대한 설명을 시도하면서, 이 점과 주변 도형들의 관계를 함께 검토하여, 두 대각선의 교점을 지나는 직선은 모두 평행사변형을 이등분한다는 좀 더 명료한 수학적 명제를 생성할 수 있었다. 이처럼 학생들은 각자 즉각적으로 포착할 수 있는 공통점을 특성화한 후에, 이를 주변 도형이나 다른 수학적 대상들과의 관계를 반성하면서 좀 더 명료하고 일반화된 명제를 생성할 수 있었다.

Ⅴ. 논의 및 결론

본 연구에서는 예 만들기 활동이 창의적 사고를 촉진하는 것이 가능한지 이론적으로 검토하고, 가능하다면 이는 어떠한 과제를 설계하여 촉진할 수 있으며, 실제 예 만들기 활동에 의한 창의적 사고는 어떠한 방식으로 드러나는지 확인하였다. 연구 결과 예 만들기 활동을 통해 수학적 창의성의 요인들인 유창성, 유용성, 정교성,

독창성이 확인되었으며, 연구 결과로부터 제기된 논점들은 다음과 같다.

첫째, 예 만들기 활동은 창의적 사고를 다각도로 지원할 수 있었다. 예를 다양하게 생성하는 과정에서 사고의 유창성이 확인되었으며, 각자 생성한 예의 적절성을 검토하는 과정에서 사고의 정교성이 드러났다. 또한, 새로운 예를 생성하기 위하여 기존 예와의 공통점과 차이점을 검토하는 과정에서 구체와 일반을 오가는 사고의 유연성이 드러났으며, 자명한 예에서 자명하지 않은 예를 생성하는 과정에서도 유연성이 확인되었다. 또한 이러한 예 만들기 전반에서 독창적인 예를 산출하고, 수학적인 명제를 생성하는 사고의 독창성이 드러났다. 이러한 점에서 예 만들기 활동은 다양한 국면에서 창의성의 여러 요소들을 촉진할 수 있는 방안으로 확인된다.

둘째, 예를 변이하는 과정에서 일반화와 가추가 함께 확인되었다. 학생들이 초기 예를 생성하는 과정에서는 학생들이 각자 생성한 표상에 비추어 자명한 예를 즉각적으로 생성하는 장면이 확인되었으나, 자명하지 않은 예를 추가로 생성하는 과정에서는 이미 생성한 예들 사이의 공통점을 추측하고, 이를 만족하는 예를 생성하고자 시도하였다. 특히, 이러한 과정에서 학생들은 관측한 결과에 해당하는 예들을 설명할 수 있는 일반적인 규칙을 상정하는 가추적인 추론에 의지하여 새로운 예를 생성하는 데 활용한 것으로 드러났다. 더불어, 이러한 일반적 규칙과 구체적인 예 사이를 오가면서 학생들은 각자 생성한 예 사이의 공통점을 도출하고, 일반적인 명제를 생성하는 일반화를 경험할 수 있었다. Watson & Mason(2005)이 강조하였던 바와 같이 예 생성 활동의 핵심 가운데 하나는 예들의 공통점을 도출하여 일반화를 경험하게 하는 데 있으므로, 이러한 예의 변이가 가추와 일반화를 촉발할 수 있다는 연구 결과는 예 만들기 활동에 의한 수학적 일반화 활동을 구성하는 데 시사점을 제공한다.

셋째, 본 연구에서는 창의적 사고 촉진을 시도한 선행 연구들의 논의와 예 만들기 활동의 교육적 잠재력에 대해 논의한 선행 연구들을 검토하여, 창의적 사고를 촉진하기 위한 예 만들기 과제 설계 방안을 도출하였다. 본 연구에서 도출한 과제 설계 방안에 기초한 과제 설계에서 핵심적이면서도 어려운 점 가운데 하나는 학생들이 생성하게 되는 예들이 분절되거나 파편화되지 않고 상호 관련성을 가지면서 일반화와 변이 가능성을 가진 수학적 조건을 구현하는 데 있다. Watson & Mason(2005)이 지적한 바와 같이 수학적인 예들은 일반화될 때 수학적으로 더 의미를 갖는다. 학생들이 상호 연결되지 못하고 고립된 예들만을 생성하게 되면, 양적으로는 풍성한 예를 산출하였더라도 교육적인 의미를 찾기 어려울 수 있다. 이러한 점에서, 학생들이 다양한 차원의 변이 가능성을 가진 폭 넓은 예들을 산출함과 동시에 예들 사이의 상호 관련성을 포착하고 일반화를 경험하게 할 수 있는 수학적 조건을 모색할 필요가 있다.

넷째, 사회적인 의사소통은 학생들의 독창적인 산출물 생성과 관련된다는 점이 확인되었다. 학생들 간의 의사소통을 촉진하는 것이 독창성의 추구와 관련된다는 점이 논의되어 왔다(이정연 & 이경화, 2010). 본 연구에서 학생들은 다른 학생들이 생성한 예와 다소 다른 예의 생성을 추구하는 과정에서, 그리고 다른 학생들이 예를 정당화하는 데 활용한 조건들을 활용하여 새로운 예를 생성하는 데 생산적으로 활용하였음이 드러난다. 창의성의 핵심은 기존의 것과 공통점을 유지하면서 동시에 다소 다른 것을 생성하는 데 있다(오택근, 2015). 이러한 점에서 사회적 의사소통은 학생들로 하여금 다른 학생들이 생성한 예, 그리고 이러한 예들의 생성 과정을 검토하는

경험을 제공하여, 독창적인 예를 생성하는 데 활용되었음이 드러났다.

다섯째, 창의성의 요인들 사이의 관계들도 부분적으로 확인되었다. 구체적으로, 정교성의 추구가 사고의 유연성과 독창성의 발현과 밀접하게 관련됨이 확인되었다. 연구 결과에서 학생들은 예의 적절성을 검토하는 과정에서 사고의 정교성을 경험하였으며, 이러한 정당화의 아이디어로부터 새로운 범주의 예를 생성하고, 독창적인 예를 생성하는 장면이 드러났다.

여섯째, 예 만들기 활동에 참여한 학생들은 직선에 의해 나뉜 두 영역의 대응점, 대응각, 대응변으로 두 영역의 합동을 확인하는 과정에 중점을 둔 합동 중심적인 유클리드적인 관점에 초점을 둔 학생들과, 대칭이나 회전, 등적 변환 등에 중점을 둔 변환 기하적인 관점에 초점을 둔 학생들로 범주화할 수 있었다. 변환기하적인 관점으로 접근을 시도한 학생들은 유클리드적인 관점에 초점을 둔 학생들에 비해 풀이를 완성한 정도에서 차이를 보였다. 구체적으로, 도형의 대칭이나 회전 등을 고려하여 본 연구의 과제를 해결하고자 시도한 학생들은 마지막 하위과제를 해결하는 과정에서 생성된 명제를 정당화하지 못하였다. 이처럼 도형의 대칭이나 회전, 등적 변환과 관련된 변환적인 관점을 취한 학생들이 합동에 초점을 둔 학생들에 비해 정당화의 정도에서 차이를 보인 이유는 무엇인지에 대해 후속적인 연구의 필요성이 제기된다. 학교 수학에는 변환 중심적인 접근과 합동 중심적인 유클리드적인 관점의 기하가 절충적으로 반영되어 있다고 논의되어 온 바(우정호, 1998), 학교수학에서 각 관점이 어떠한 방식으로 학생들의 기하적 사고와 관련되는지에 대한 후속 연구 필요성이 제기된다. 특히, 이러한 두 관점을 절충적으로 학습하는 과정에서, 학생들은 두 관점 사이에서 혼란이나 장애를 겪을 수 있는 가능성이 있지 않은지에 대하여 검토해볼 필요성이 제기된다.

본 연구에서는 예 만들기 활동이 학생들의 창의적 사고를 촉진할 수 있는지의 여부를 이론적으로 그리고 실증적으로 검토하고자 시도하였다. 연구 결과 예 만들기 활동은 다양한 유형의 창의적 사고를 촉진할 수 있는 것으로 확인되었다. 수학적인 예의 중요성이 선행 연구들에서 강조되어 온 것에 비하여(Watson & Shipman, 2008), 예 만들기 활동에 기반을 둔 교수 학습 방안에 대한 연구는 부족한 실정이다. 예 만들기 활동의 수학 교육적인 잠재력을 이론적으로 그리고 실증적으로 검토하는 후속 연구가 활발히 이루어지기를 기대한다.

참고문헌

김도한, 박혜숙, 이재학, 김홍종, 백석윤, 박경미, 송용진, 방정숙, 이정례, 나귀수, 도종훈, 손홍찬, 홍진곤, 하길찬, 김재완, 최지선, 최혜령, 이환철, 이문호(2009). **2009년 창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구**. 한국과학창의재단, 서울: 한국과학창의재단.

박만구(2009). 수학교육에서 창의성의 개념 및 신장 방안, **수학교육, 23**(3), 803-822.

박만구(2011). 창의성 신장을 위한 초등수학 과제의 유형, **초등수학교육, 14**(2), 117-134.

성창근, 박성선(2012). 수학적 창의성 계발을 위한 과제와 수업 방향 탐색, **한국초등수학교육학회지, 16**(2), 253-267

송상헌(2006). **수학 영재의 판별과 선발**. 한국학술정보(주).

오택근(2014). **벡터 수업의 담론 창의성 분석**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.

오택근(2015). 수학사에 기초한 벡터의 내적과 외적의 연결, **수학교육학연구, 25**(2), 177-188.

우정호(1998). **학교수학의 교육적 기초**. 서울: 서울대학교 출판부.

이경화(2015). **수학적 창의성: 수학적 창의성의 눈으로 본 수학교육**, 서울: 경문사.

이정연, 이경화(2010). Simpson의 패러독스를 활용한 영재교육에서 창의성 발현 사례 분석, **수학교육학연구, 20**(3), 203-219.

최병훈, 방정숙(2012). 수학적 창의성 교육에 관한 연구 동향 분석, **영재교육연구, 22**(1), 197-215.

Balka, D. S. (1974). Creative ability in mathematics. *Arithmetic teacher, 21*, 633-636.

Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Common Core State Standards Initiative(CCSSI: 2010). *Common Core State Standards for Mathematics(CCSSM)*. http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf

Eco, U. (1983). Horns, hooves, insteps: Some hypotheses on three types of abduction. In U. Eco & T. Sebeok (Eds.), *The sign of three: Dupin, Holmes, Peirce* (pp. 198–220). Bloomington, IN: Indiana University Press.

Hazzan, O., & Zazkis, R. (1997). Constructing knowledge by constructing examples for mathematical concepts. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 299-306). Lahti, Finland: University of Helsinki.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. (J. Kilpatrick & I. Wirszup, Eds.; J. Teller, Trans.). Chicago: University of Chicago Press. (Original work published 1968)

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129-145). Rotterdam: Sense Publisher.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM, 38*(2), 113-142.

Man, E.L. (2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the education of the gifted, 30*(2), 236-260.

Marton, F. (2006). Sameness and difference in transfer, *The journal of the learning sciences, 15*(4), 499-535.

Nadjafikhah, M., Yaftian, N., & Bakhshalizadeh, S. (2012). Mathematical creativity: some definitions and characteristics. *Procedia- Social and behavioural sciences, 31*, 285-291.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM: 2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: VA.

Otte, M. (2011). Evolution, learning, and semiotics from a Peircean point of view, *Educational studies in mathematics, 77*, 313-329.

Pedemonte, B. & Reid, D. (2011). The role of abduction in proving processes, *Educational studies in mathematics, 76*, 281-303.

Prawat, R. S. (1999). Dewey, Peirce, and the learning paradox, *American educational research journal, 36*(1), 47-76.

Sheffield, L. J. (2006). Developing mathematical promise and creativity. *Research in mathematics education, 10*(1), 1-11.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problems posing and problem solving. *ZDM, 29*(3), 75-80.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM, 41*, 13-27.

Sriraman, B. (2005). Are giftedness & creativity synonyms in mathematics? An analysis of constructs within the professional and school realms. *The journal of secondary gifted education, 17*, 20-36.

Stake, R. (1995). *The art of case study research*, Thousand Oaks: Sage Publications

Torrance, E. P. (1966): *The Torrance tests of creative thinking: Technical-norms manual*. Princeton, NJ: Personnel Press.

Watson, A. & Mason, J. (2005). 색다른 학교수학. (이경화 역). 서울: 경문사.

Watson, A. & Shipman, S. (2008). Using learner generated examples to introduce new concepts, *Educational studies in mathematics, 69*, 97-109.

Yuan, X., & Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities. In K. H. Lee & B. Sriraman (Eds.), *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp. 5-28). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Fostering Mathematical Creativity by Exemplification

Park, JinHyeong (Myongji University)
Kim, Dong-Won (Cheong-Ju National University of Education)

This study aims to design an exemplification task to facilitate the students' creative thinking, and to investigate mathematical creativity which emerges from exemplification. In particular, we aim to identify the ways to design exemplification tasks which encourage creative thinking, and characterize mathematical creativity fostered by exemplification. The findings showed that the students' creative thinking related to fluency, flexibility, elaboration, and originality emerged through exemplification.

* Key words : 예 만들기(exemplification), 수학적 창의성(mathematical creativity), 가추(abduction), 기하 (geometry)

논문접수 : 2015. 12. 8
논문수정 : 2016. 2. 12
심사완료 : 2016. 2. 13