한국학교수학회논문집 제 19 권, 제 4 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 19, Number 4, 395-415, December 2016

일차방정식과 일차함수에 대한 현직교사와 예비교사의 인식[1)]

이헌수[2)] · 김영철[3)] · 박영용[4)]

본 연구는 방정식 및 함수와 관련된 현직교사와 예비교사의 인식의 차이를 알아보기 위하여 K시 관내 중·고등학교에 재직하고 있는 수학 교사 49명과 M대학교 사범대학 수학교육과에 재학중인 예비교사 29명을 대상으로 인식의 차이를 비교·분석하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다. 첫째, 현직교사와 예비교사 모두 미지수가 1개인 일차방정식을 미지수가 2개인 일차방정식보다 더 일차방정식으로 인식하는 경향이 있다. 둘째, 현직교사와 예비교사 모두 음함수 형태보다 양함수 형태로 표현된 일차함수를 일차함수로 더 인식하는 경향이 있다. 셋째, 일차방정식과 일차함수에 대한 현직교사와 예비교사의 인식은 통계적으로 유의미한 차이가 없었다.

주요용어 : 일차함수, 일차방정식, 현직교사, 예비교사

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

학교수학에서 대수 영역은 실생활과 관련된 다양한 문제 상황을 수식으로 표현하여 해결할 수 있게 하고, 변화하는 양 사이의 관계를 탐구하여 형식화하거나 일반화하고, 문제를 구조적 관점에서 다룰 수 있게 하는 등의 중요한 역할을 담당하고 있다. 학교수학에서 대수 학습은 중학교 1학년 때 문자와 식의 단원에서 문자와 기호가 도입됨으로써 시작되고, 학생들은 문자와 식을 토대로 대수 영역을 학습함으로써 다른 수학 분야에 필요한 기초 지식을 습득할 수 있다. 대수 학습의 기본이 되는 문자와 식은 수학적 의사소통에 필수적인 언어일 뿐만 아니나 추상화의 단계에서 개념을 조작하고 적용할 수 있는 수단인 동시에 일반화와 통찰을 용이하게 하는 방법을 제공하는 도구이다(김남희 외, 2011). Usiskin(1988)은 변수로 사용된 문자와 관련하여 학교대수를 문제 해결 과정의 학습, 산술의 일반화 학습, 여러 가지 양사이의 관계학습, 구조의 학습으로 구분하였고, 방정식과 부등식과 같은 문제 해결 학습에

---

* MSC2010분류 : 97C70, 97D40
1) 본 논문은 2014학년도 목포대학교 교내연구비 지원에 의하여 연구되었음
2) 목포대학교 수학교육과 (leehs@mokpo.ac.kr), 제1저자
3) 목포대학교 수학교육과 (yckim@mokpo.ac.kr)
4) 목포대학교 수학교육과 (yypark@mokpo.ac.kr), 교신저자

서 사용되는 문자를 미지수로, 패턴을 일반화하는 학습에서는 부정소로, 양 사이의 관계를 탐구하는 함수 학습에서는 독립변수와 종속변수, 형식적인 구조의 학습에서는 임의의 대상이나 임의의 기호로 구분하였다.

학생들은 중학교에서 학교대수를 접했을 때 방정식과 함수 모두 문자 x 또는 y를 사용하여 식을 표현하고 있고, 방정식의 경우 방정식을 만족하는 해를 구하는데 문자를 사용하고 있고, 함수의 경우 함수식을 만족하는 함숫값을 찾는 데 문자를 사용하고 있기 때문에 방정식과 함수를 구별하는데 어려움을 겪고 있다(이헌수 외, 2015). 현행 교육과정상 학교수학에서 학생들은 중학교 1학년 수학 문자와 식 단원의 방정식에서 문자를 방정식의 해에 대한 자리지기 즉, 미지수의 개념으로 학습하고, 그 이후 함수 단원을 학습하면서 여러 가지 값을 가질 수 있는 문자를 변수라고 학습한다. 이로 인해 학생들은 함수에서 사용된 문자를 변수로만 인식하거나, 방정식에서 사용된 문자를 미지수로만 인식할 수 있고(이헌수 외, 2015), 문자(변수)를 미지수라고 생각하는 학생은 '모든 실수 x에 대하여 …'라는 문장을 이해하기 힘들어 할 수 있다(김남희, 2009). 이러한 어려움은 문자를 지도하는 방법과 관련해서 초래되는 것일 수도 있다. 학교대수에서 대수적 언어로서의 문자 x(또는 y)가 서로 다른 방식으로 사용되어 공식, 방정식, 함수 등의 명칭으로 구분하여 사용되고, 변수 기호의 복합적인 의미를 명확히 지도하지 않고 암묵적으로 사용하거나 다양한 내용과 결부시켜 변수 개념의 정의를 간단히 제시하고 있기 때문에 중학교에서 학교대수를 처음 접하는 학생들은 이들 사이의 차이점을 명확히 구분하기 어려워할 수 있다(우정호, 2007).

변하는 대상이라는 변수의 본질은 변수 개념의 핵심 아이디어를 이루는 것으로서 수학적 상황에서 여전히 지배적으로 존재하고 있음을 강조하며 이를 변수개념 지도에서 중요하게 다루어야 한다(Freudenthal, 1983). 변수의 개념이 다양한 수학적 문맥에서 서로 다른 여러 가지 양상으로 나타나는 다면적 개념이지만 학생들은 학교수학에서 함수를 도입할 때 변수의 개념을 변하는 수로 한정되어 학습함으로써 변수를 함수에서의 독립변수나 종속변수로만 국한하여 인식하는 경향이 있고, 교사들의 변수 개념에 대한 인식 또한 학생들의 인식과 마찬가지로 변수를 수를 국한하여 용어 그대로 해석하고 '변하는 수'라고 인식하는 경우가 많은 실정이다(이헌수 외, 2015). 김남희(2009)는 교사들이 학생들에게 변수를 지도할 때 변하는 대상이라는 변수의 본질을 가장 분명하게 설명할 수 있는 함수 관계에서도 변수 개념의 본질인 '변한다'의 의미를 충분히 부각시키지 못한 채 단지 여러 가지 값을 대입할 수 있는 문자로 설명하며 형식적인 기호로 다루고 있다고 하였다. 또한, 교사들은 변수 개념의 본질이나 변수의 의미 그리고 변수 도입의 필요성에 대한 자세한 설명을 하지 않은 채 단지 변수를 제한된 예를 통해 직접적으로 도입하고 학생들이 변수를 즉각적으로 이해하기를 바라면서 지나치게 간략한 설명에 그치고 있음을 지적하였다. 따라서 교사들이 문자 x 또는 y를 사용하여 표현하고 있는 방정식과 함수와 관련된 변수의 개념과 의미를 어떻게 구별하고 있는지 연구할 필요가 있다.

교육현장에서 가장 중요한 역할을 담당하는 교사가 기본적으로 갖추어야 할 능력은 담당교과에 대한 전문지식이다(이헌수, 박형빈, 2011). Hill, Sleep, Lewis와 Ball(2007)은 교사에게 필요한 지식을 '공통내용지식(common content knowledge: CCK)', '특수내용지식(specialized content knowledge: SCK)', '내용과 학생에 대한 지식(knowledge of content and students: KCS)', '내용과 교수에 대한 지식(knowledge of content and teaching: KCT)'의 네 가지로 구분하였는데 공통내용지식(CCK)은 학습자에게 가르칠 수학을 의미하며, 특수내용지식(SCK)은 학습자에게 직접 가르치지는 않지만 교사가 이해하고 숙지해야 할 수학

지식을 의미한다. 중등학교 교사들이 방정식과 함수와 관련된 단원을 지도하기 위해서는 방정식과 함수에 대한 공통내용지식뿐만 아니라 특수내용지식을 알고 있어야 한다. 따라서 중등학교 교사들이 방정식과 함수와 관련된 변수의 개념과 변수의 의미를 어떻게 인식하고 있으며 어떻게 학생들에게 지도하고 있는지 연구할 필요가 있다.

최근 방정식과 함수와 관련된 연구들을 살펴보면, 일차방정식과 연립부등식과 관련된 오류에 대한 연구(서종진, 2009; 서종진, 2010; 전영배 외, 2010), 함수의 그래프에 대한 이해와 오류에 관한 연구(안가영, 2002; 우미령, 2005; 최은영, 2004), 함수와 방정식 사이의 관계에 대한 인식과 오류에 대한 연구(김희은, 2014); 박정미, 이중권, 2013; 박진희, 2016; 손혜진, 2011; 이소정, 2009; 이헌수 외, 2015) 등이 주를 이루고 있다. 이와 같이 방정식과 함수와 관련된 학생들의 인식과 오류에 대한 연구들은 많이 진행되었지만, 학교현장에서 방정식과 함수를 지도하고 현직교사들이나 앞으로 지도하게 될 예비교사들의 인식에 대한 연구는 거의 이루어지지 않고 있는 실정이다. 일반적으로 교직 경력이 많은 교사일수록 교과와 관련된 교수학적 내용지식(Pedagogical Content Knowledge)이 그렇지 않은 교사보다 상대적으로 더 발달하는 경향이 있다. 교직경력은 없지만 대학에서 현재 공부하면서 학습자에게 직접 가르치지는 않지만 교사가 이해하고 숙지해야 할 수학지식(SCK)을 쌓고 있는 예비교사와 학교현장에서 학생들에게 수학을 지도하면서 수학교과에 대한 내용과 교수에 대한 지식(KCT)이 쌓여가고 있는 현직교사 사이에 함수와 방정식과 관련된 인식에는 어떠한 차이가 있는지 연구할 필요가 있다.

따라서 본 연구는 학교현장에서 지도하고 있는 현직교사들과 앞으로 지도할 예비교사들의 방정식과 함수와 관련된 인식에 대해 살펴보고, 현직교사와 예비교사들의 인식의 차이에 대해 비교・분석하고자 한다. 이를 통해 예비교사교육이나 현직교사의 재교육에 유용한 정보를 제공하고자 한다.

2. 연구 문제

본 연구는 현행 중등학교 교육과정에서 함수와 방정식의 지도와 관련한 현직교사와 예비교사들의 인식을 조사하고, 현직교사와 예비교사들의 인식의 차이에 대해 비교・분석하기 위하여 다음과 같은 연구 문제를 선정하였다.

1) 방정식과 함수의 개념과 관련된 현직교사와 예비교사들의 인식은 어떠한가?
2) 현직교사와 예비교사들의 방정식과 함수의 개념에 대한 인식의 차이는 있는가?

3. 연구의 제한점

본 연구는 다음과 같은 제한점을 갖는다.

첫째, 방정식과 함수에 대한 현직교사의 인식은 G시에 관내 중・고등학교에 재직중인 수학교사를 대상으로 한 연구이므로 전체 수학교사의 인식으로 일반화하기에는 한계가 존재할 수 있다.

둘째, 방정식과 함수에 대한 예비교사의 인식은 지방소재 사범대학 수학교육과에 재학중인 학생들을 대상으로 한 연구 결과이므로 전체 예비교사들의 인식으로 일반화하기에는 한계가 존재할 수 있다.

II. 이론적 배경

1. 함수와 방정식에 대한 특수내용지식

함수와 방정식의 지도와 관련된 특수내용지식에 대해 살펴보면, 모든 함수는 $y=f(x)$의 형태로 정의되지 않는다. 원의 방정식은 $x^2+y^2=r^2$과 같이 두 변수의 관계로 정의될 수도 있다. 방정식 $x^2+y^2=r^2$은 하나의 함수 $y=f(x)$의 형태는 아니지만 두 개의 함수 $y=\sqrt{r^2-x^2}$과 $y=-\sqrt{r^2-x^2}$로 나타낼 수 있다. $y=f(x)$의 형태의 식을 양함수(explicit function)라고 하고, 두 변수 x와 y의 관계식 $g(x,y)=0$에 대하여 x의 함수 f가 존재해서 $g(x,f(x))=0$을 만족하는 방정식 $g(x,y)=0$이 정의하는 함수를 음함수(implicit function)라고 한다. 모든 음함수가 유일한 양함수를 정의할 수 있는 것은 아니다. 이론적으로 음함수로부터 양함수가 존재한다는 것을 알 수 있지만 대수적으로 그 양함수를 구할 수 없는 함수도 있다. 예를 들면, $x^6+x^2y^3-y^5=0$은 이론적으로는 양함수를 정의하지만 y에 대한 5차 방정식을 대수적으로 풀 수 없다. 또한 모든 x와 y의 방정식이 양함수를 정의할 수 있는 것은 아니다. 예를 들면 $x^2+y^2=-1$은 양함수 $y=f(x)$를 갖지 않는다. 방정식 $x^2+y^2=a^2$ $(a>0)$의 그래프는 모든 점에서 접선을 갖는다. 그리고 양함수를 구할 수도 있다. 하지만 모든 방정식에서 항상 양함수를 구하는 것은 불가능하다. 모든 방정식을 함수로 표현할 수 있는 것은 아니다. 예를 들면 방정식 $x^2+y^2=-1$은 함수로 표현할 수 없다.

일차방정식 $ax+by+c=0(a\neq 0,\ b\neq 0)$는 x의 여러 값에 대한 y의 값을 구하면 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 대응 관계($y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$)가 있다는 것을 알 수 있고, y의 값이 변함에 따라 x의 값이 하나씩 정해지는 대응 관계($x=-\frac{b}{a}y-\frac{c}{a}$)가 있다고 볼 수도 있다. 따라서 일차방정식 $x+y+a=0$은 방정식이면서 일차함수이다. 또한, 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$에서 우변을 이항하면 $ax+by+c=0$인 방정식으로 나타낼 수 있기 때문에 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$는 함수이면서 일차방정식이다. 보통 방정식으로 나타낼 때에는 $ax+by+c=0$꼴로 나타내고, 함수로 나타낼 때는 $y=ax+b$꼴로 나타낸다. 그러나 미지수가 2개인 일차방정식 $ax+by+c=0$이 아닌 $ax+b=0(a\neq 0)$의 경우 x(또는 y)에 대한 일차함수로 표현할 수 없다.

2. 방정식과 함수에 대한 인지적 장애

인지적 장애는 어떤 지식이 특정한 맥락에서는 성공적이고 유용했던 지식이 학생의 인지구조의 일부가 되었지만, 새로운 문제 상황이나 더 넓어진 문맥에서는 부정확한 경우를 의미한다(Tall, 1989). 개념 정의(concept definition)는 어떤 개념을 정확히 설명하는 언어적 정의를, 개념 이미지(concept image)는 어떤 개념과 정신적으로 관련된 모든 성질 및 심상들로 이루어진 인지구조를 의미하는데 학생들의 인지적 장애는 학생들은 형식화된 개념 정의보다 개념 이미지에 의존하는 경향이 있다(Tall & Vinner, 1981; Vinner, 1992). 일차방정식과 함수와 관련된 학생들의 인지적 장애를 살펴보고자 한다.

중등학교수학 교육과정에서 방정식 단원에 대한 학습내용을 살펴보면, 중학교 1학년에서 처음으로 일차방정식을 다루고 있으며, 중학교 2학년에서는 미지수가 2개인 연립일차방정식을, 중학교 3학년에서는 이차방정식을, 고등학교에서는 이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수와의 관계, 여러 가지 방정식에 대해 다루고 있다. 중학교수학 1 교과서에서 '방정식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (x에 대한 일차식)=0의 꼴로 되는 방정식을 일차방정식이라고 한다'고 설명하고 있다. 이와 같이 중학교수학 1 교과서에서 방정식과 관련된 대부분의 설명이나 문제들이 x에 대한 일차식의 형태로 표현하고 있기 때문에 좌변이 x에 대한 일차식이고 우변이 0일 때만 일차방정식이라는 개념 이미지가 생겨 x가 아닌 y(또는 다른 문자)를 사용하여 표현한 일차방정식을 방정식으로 인식하지 못하는 인지적인 장애가 나타날 수 있다(이헌수 외, 2015). 또한, 학생들은 방정식에서 미지수를 나타내는 문자를 임의로 선택할 수 있다는 것을 잘 이해하지 못하여 미지수를 나타내는 문자가 변함에 따라 방정식의 해가 바뀐다고 생각하기도 한다(김남희 외, 2011). 교사들이 교수・학습상황에서 학생들에게 '~=0'로 표현되는 식을 방정식이라고 강조하여 설명하는 경우 '~=0'는 방정식이라는 개념 이미지가 생겨 학생들에게 방정식과 관련된 인지적 장애가 나타날 수 있다(이헌수 외, 2015). 서종진(2009)은 일차방정식 문제에서 등호의 좌변에 변수가 있는 일차방정식보다 등호의 우변에 변수가 있는 일차방정식을 해결하는데 어려움을 겪고 있다고 하였다. 이는 중학교 1학년 학생들은 주로 등호의 우변에 변수가 있는 일차방정식보다 등호의 좌변에 변수가 있는 문항을 많이 접하기 때문에 변수가 우변에 있는 일차방정식을 해결할 때 오류를 범할 가능성이 높다고 할 수 있다.

중학교수학 1에서 함수의 개념을 도입하면서 실생활과 관련된 여러 가지 문제 상황을 제시한 후 변수의 개념을 먼저 설명하고, 변수를 이용하여 함수의 개념을 설명하고 있다. 함수를 $y=f(x)$ 형태의 표현과 관련하여 정비례, 반비례 상황을 중심으로 함수를 도입하는 경우에 학생들은 식이 $y=ax$, $y=\frac{a}{x}$꼴이 아니면 함수가 아니라고 생각할 수 있기 때문에 정비례, 반비례 이외의 상황에서 함수가 되는 예를 충분히 보여 주어 함수 개념을 폭넓게 이해하도록 지도해야 한다. 만약 교사가 교수・학습상황에서 정비례, 반비례 이외의 다양한 상황에서 함수가 되는 예를 충분히 보여 주지 못할 경우 학생들은 $y=f(x)$의 형태로 표현하지 않은 함수를 함수로 인식하지 못할 수도 있다. 중학교 2학년 일차함수와 그래프 단원에서 일차함수의 그래프는 함수 $y=ax$의 그래프가 원점을 지나는 직선의 형태로 나타내는 것으로부터 $y=ax+b$의 그래프는 $y=ax$의 그래프를 y축 방향으로의 평행이동 하는 것을 다루고 있다. 학생들은 일차함수를 판별하는데 일차함수의 개념 정의 보다는 일차함수의 그래프가 직선 모양이라는 개념 이미지에 의해 많은 영향을 받아 어떤 함수가 직선의 형태로 표현되면 그 함수가 일차함수라고 생각할 수 있다(이나현, 2009). 박선화(1998)는 직관과 시각화에 의존하는 방식은 개념에 대한 정확한 수학적인 이해를 방해할 수 있다고 하였는데 이러한 그래프에 의한 직관이 학생들의 오개념의 원인이 되기도 한다.

학생들은 식을 표현하는 형태에 의존하여 '~=0'의 형태로 표현된 식을 방정식으로 인식하고, '$y=$대수식'의 형태로 표현된 식을 함수라고 인식하는 경향이 있다(오윤희, 2006; 우미령, 2005; 이헌수 외, 2015). 이는 일차방정식의 일반적인 형태를 교과서에서 '(x에 대한 일차식)=0'로 기술하고 있고, 교수・학습상황에서 교사들이 학생들에게 '~=0'로 표현되는 식을 방정식이라고 강조하여 설명하는 경우 학생들이 방정식과 함수와 관련된 오개념이 생길 수도 있다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

1. 연구 참여자

방정식과 함수에 대한 현직교사들의 인식을 조사하기 위하여 K시 관내에 있는 중·고등학교에 재직하고 있는 수학 교사 49명을 연구대상자로 선정하였다. 연구대상자의 성별 현황을 살펴보면 남교사가 11명, 여교사가 19명으로 구성되어 있고, 이중 20대가 6명, 30대가 13명, 40대가 8명, 50대가 3명으로 구성되어 있다. 연구대상자의 교직경력별로 살펴보면, 교직경력 5년 미만이 8명, 5년~10년 미만이 9명, 10년~15년 미만이 5명, 15년 이상이 8명이고, 학교급별로 살펴보면 중학교에 재직하고 있는 수학교사는 11명, 고등학교에 재직하고 있는 수학 교사는 19명이다(<표 Ⅲ-1>).

<표 Ⅲ-1> 연구 대상자 기초 자료

구분		빈도(명)	백분율(%)	구분		빈도(명)	백분율(%)
성별	남	11	36.7	학교	중학교	11	36.7
	여	19	63.3		고등학교	19	63.3
연령	20대	6	20.0	교직경력	5년 미만	8	26.7
	30대	13	43.3		5~10년 미만	9	30.0
	40대	8	26.7		10~15년 미만	5	16.7
	50대	3	10.0		15~20년 미만	7	23.3
					20년 이상	1	3.3

또한, 방정식과 함수에 대한 예비교사들의 인식을 조사하기 위하여 M대학교 사범대학 수학교육과 3학년 학생 13명과 4학년 학생 16명 총 29명을 연구대상자로 선정하였다. 연구대상자로 선정된 예비 교사들은 2학년 때 <수학교육론>과 <수학교재연구 및 지도법>이라는 교과목을 수강했던 학생들이다.

2. 연구 방법 및 절차

1) 연구방법

본 연구에서는 방정식과 함수에 대한 현직교사와 예비교사의 인식을 조사하고, 현직교사와 예비교사의 인식에 대한 차이를 비교·분석하기 위하여 정량연구 방법을 사용하였다. 현직교사와 예비교사들의 방정식과 함수 개념 지도와 관련한 인식을 조사하기 위하여 방정식과 함수와 관련된 내용을 바탕으로 설문 문항을 구성하여 설문조사를 실시하였다.

2) 연구 절차

(1) 검사 도구

학교현장에서 방정식과 함수의 지도와 관련된 수학교사들의 인식을 조사하기 위하여 다음과 같이 검사 도구를 개발하였다.

첫 번째, 두 번째, 네 번째 문항은 일차방정식과 일차함수와 관련된 문제로 대수적으로 다양하게 표현된 일차방정식과 일차함수에 대한 교사들의 인식을 알아보기 위한 문제로 구성하였다. 중학생들은 일차함수를 판별하는데 일차함수의 개념 정의보다는 일차함수의 그래프가 직선 모양이라는 개념 이미지에 의해 많이 의존하는 경향이 있고(이나현, 2009), 일차방정식과 일차함수를 구별하는데 'x에 관한 식=0'꼴은 일차방정식으로, '$y=$' 꼴은 일차방정식으로 대수적 표현에 의해 인식하고 있는 경향이 있다(오윤희, 2006; 우미령, 2005; 이헌수 외, 2015). 이와 같은 함수와 방정식에 대한 학생들의 인식이 교수·학습 상황에서 교사의 지도에 따른 것인지를 알아보기 위하여 문항들을 구성하였다.

세 번째 문항은 함수와 관련된 문항으로 교사들이 함수의 정확한 개념을 알고 지도하고 있는지 알아보기 위하여 $x^2+y^2=-1$, $x^2+y^2=a^2$, $x-y^2=0$, $x=0$, $y=0$ 중 함수가 아니라고 지도하고 있는 것을 모두 선택하는 문항으로 구성하였다.

마지막 문항은 방정식과 함수와 관련된 문항으로 교사들이 방정식과 함수의 개념을 지도할 때 방정식과 함수의 차이에 대해 어디에 중점을 두고 지도하는지를 알아보기 위하여 교과서의 개념 정의, 대수적 표현, 변수와 관련된 학교대수의 구분 등에서 선택하는 문항으로 구성하였다.

(2) 자료 수집

방정식과 함수 개념에 대한 현직 교사들의 인식을 조사하기 위하여 K시 관내에 있는 중·고등학교 3개 학교씩을 선택하여 현재 재직하고 있는 수학교사들을 대상으로 설문조사를 실시하였다. 본 연구자는 연구대상자들에게 직접 설문 조사에 대한 목적과 설문 문항에 대하여 설명하였으며, 2016년 2월 10일~12일에 설문 조사를 실시하여 설문 자료를 수집하였다.

또한, 방정식과 함수 개념에 대한 예비 교사들의 인식을 조사하기 위하여 M대학교에 재학중인 3, 4학년 학생들을 대상으로 설문조사를 실시하였다. 연구대상자인 예비교사들은 본 연구자가 강의를 담당하는 학생들로 수업시간 후 설문 조사에 대한 목적과 설문 문항에 대하여 설명하였으며, 2016년 9월 5일~6일에 설문 조사를 실시하여 설문 자료를 수집하였다.

(3) 자료 분석

본 연구는 양적 연구 방법(quantitative method)에 의해 수행되었다. 방정식과 함수 개념의 지도와 관련된 현직교사와 예비교사의 인식을 조사하기 위하여 현직교사와 예비교사의 설문 답안을 바탕으로 방정식과 함수와 관련된 설문자료에 대해 통계처리를 실시한 후 자료를 분석하였다. 방정식과 함수 개념의 지도와 관련된 현직교사와 예비교사의 인식의 차이를 조사하기 위하여 현직교사의 수를 n_1, 문제를 맞힌 현직교사의 수를 X, 예비교사의 수를

n_2, 문제를 맞힌 예비교사의 수를 Y로 하고, 귀무가설은 H_0 : $p_1 = p_2$, 대립 가설은 H_1 : $p_1 > p_2$ (또는 H_1 : $p_1 < p_2$)로 하여 검정을 실시하였다. 현직교사의 정답률을 $\widehat{p_1} = \frac{X}{n_1}$, 예비교사의 정답률을 $\widehat{p_2} = \frac{Y}{n_2}$, 공통의 모비율을 $\hat{p} = \frac{X+Y}{n_1+n_2}$, 두 모집단의 표본 비율의 차에 대한 분포의 분산 추정값을 $\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)$으로 하여 다음의 검정통계량을 사용하여 검정하였다.

$$Z = \frac{(\widehat{p_1}-\widehat{p_2})-(p_1-p_2)}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}\sqrt{1/n_1+1/n_2}}$$

Ⅳ. 연구 결과 및 분석

1. 일차 방정식에 대한 현직교사와 예비교사의 인식

1) 일차방정식의 지도와 관련된 현직교사와 예비교사의 인식

현직교사와 예비교사들의 방정식과 함수의 개념 지도와 관련한 인식을 살펴보고, 현직교사와 예비교사들의 인식 사이에는 어떠한 특징이 있는지 알아보기 위하여 설문조사를 실시하였다. 먼저, 일차방정식의 지도와 관련된 현직교사와 예비교사의 인식에 대하여 분석하였다.

[문제 1]은 다음 중 학생들에게 일차방정식이라고 지도하고 있는 것을 모두 선택하라는 문제를 제시하였다.

① $4-2y=y+1$ ② $2x+6=4x-2$ ③ $3x+1=7$ ④ $3x-y=4$ ⑤ $2x+y-5=0$

[문제 1]에서 ①$4-2y=y+1$은 y에 대한 일차방정식, ②$2x+6=4x-2$와 ③$3x+1=7$은 x에 대한 일차방정식이고 ④$3x-y=4$와 ⑤$2x+y-5=0$은 미지수가 2개인 일차방정식이다. [문제 1]에 대한 예비교사들의 응답결과를 살펴보면 <표 Ⅳ-1>과 같이 조사되었다. <표 Ⅳ-1>에서 보는 바와 같이 ①②③이라고 응답한 예비교사는 18명, ①②③④⑤는 9명의 순으로 조사되었다.

<표 Ⅳ-1> [문제 1]에 대한 예비교사들의 응답 결과

문항번호	①②③	①②③⑤	①②③④⑤	②③	계
1	18(62.1)	1(3.4)	9(31.0)	1(3.4)	29(100)

현직교사들의 인식을 살펴보면, 조사결과 응답대상 49명 중 24명의 교사는 ①②③④⑤를, 17명의 교사는 ①②③을, 2명의 교사는 ②③을 선택하였다(<표 Ⅳ-2>). <표 Ⅳ-2>의 기타는 2명 이하의 각기 다른 형태로 응답한 교사의 수를 나타내고 있다. 현직교사들의 응답의 결과를 교직경력 10년 미만과 10년 이상으로 구분하여 살펴보면, 10년 미만의 교직 경력을 가진 교사 중 ①②③④⑤를 선택한 교사는 12명(42.9%), 10년 이상의 교직 경력을 가진 교사

는 12명(57.1%)로 조사되었다. 또한, 교사들의 응답의 결과를 학교급별로 분석한 결과, 중학교 교사들의 경우 ①②③④⑤를 선택한 교사는 11명(44.0%), 고등학교 교사는 13명(54.2%)로 조사되었다. 교직경력에 따른 정답률은 10년 이상의 교직 경력을 가진 교사의 정답률(57.1%)이 10년 미만의 교직 경력을 가진 교사의 정답률(42.9%)보다 훨씬 높게 나타났고, 학교급별로는 중학교에 재직중인 교사의 정답률(44%)보다 고등학교에 재직중인 교사의 정답률(54.2%)이 높음을 알 수 있다. 또한 예비교사의 정답률(31.0%)보다 현직교사의 정답률(49.0%)이 훨씬 높게 나타났음을 알 수 있다. 현직교사와 예비교사의 응답을 전체적으로 살펴보면, (예비)교사 78명 중 ①②③이라고 응답한 교사는 35명(44.9%), ①②③④⑤라고 응답한 교사는 33명(42.3%)으로 조사되어 대부분의 교사들이 ①②③을 일차방정식으로 생각하고 있음을 알 수 있다.

<표 Ⅳ-2> [문제 1]에 대한 현직교사의 교직경력・학교급별 응답 결과

	①②③	①②③④⑤	기타	전체
10년 미만	11(39.3)	12(42.9)	5(17.9)	28(100)
10년 이상	6(28.6)	12(57.1)	3(14.3)	21(100)
계	17(34.7)	24(49.0)	8(16.3)	49(100)
중학교	12(48.0)	11(44.0)	2(8.0)	25(100)
고등학교	5(20.8)	13(54.2)	6(25.0)	24(100)
계	17(34.7)	24(49.0)	8(16.3)	49(100)

[문제 1]에 대한 현직교사와 예비교사들의 응답결과(<표 Ⅳ-1>, <표 Ⅳ-2>)를 각 항목별로 분류하여 조사하였다. 각 항목별 응답 결과를 살펴보면 <표 Ⅳ-3>에서 보는 바와 같이 현직교사의 경우 ③을 선택한 교사는 47명(95.9%), ②는 45명(91.8%), ①은 43명(87.8%) 순으로 많이 선택하였고, 예비교사의 경우 ②와 ③은 29명(100%), ①은 28명(96.6%) 순으로 많이 선택하였다. 전체적으로 살펴보면 ③을 선택한 교사는 76명(97.4%), ②는 74명(94.9%), ①은 71명(91.0%) 순으로 나타나 대부분의 (예비)교사들은 ①②③을 일차방정식으로 인식하고 있음을 알 수 있다. 즉, 대부분의 교사들은 미지수가 2개인 일차방정식보다는 미지수가 1개인 일차방정식을 일차방정식으로 인식하고 있음을 알 수 있다.

<표 Ⅳ-3> [문제 1]에 대한 (예비)교사들의 각 항목별 응답 결과

	①	②	③	④	⑤	전체
예비교사	28(96.6)	29(100.0)	29(100.0)	9(31.0)	10(34.5)	29
현직교사	43(87.8)	45(91.8)	47(95.9)	26(53.1)	28(57.1)	49
계	71(91.0)	74(94.9)	76(97.4)	35(44.9)	38(48.7)	78

2. 함수의 지도와 관련된 현직교사와 예비교사의 인식

현직교사와 예비교사의 일차함수의 지도와 관련된 인식을 알아보기 위하여 일차함수라고 지도하고 있는 것을 다음 보기에서 선택하라고 하였다.

① $y=3x-2$ ② $y=3$ ③ $y=\frac{1}{x}$ ④ $3x+1=7$ ⑤ $2x+y-5=0$

[문제 2]의 보기에서 ①$y=3x-2$는 x에 관한 일차함수, ⑤$2x+y-5=0$는 음함수 형태로 표현한 함수로 양함수 형태로 나타내면 $y=-2x-5$로 표현할 수 있다. ②$y=3$는 상수함수이고 $y=\frac{1}{x}$는 일차함수가 아니다.

[문제 2]에 대한 예비교사들의 응답결과를 살펴보면 <표 Ⅳ-4>에서 보는 바와 같이 ①과 ⑤를 선택한 예비교사가 21명(72.4%)으로 가장 많게 조사되었다. 대부분의 예비교사들은 음함수 형태로 표현된 함수도 일차함수로 인식하고 있음을 알 수 있다.

<표 Ⅳ-4> [문제 2]에 대한 예비교사들의 응답 결과

문항번호	①	①⑤	기타	계
2	3(10.3)	21(72.4)	5(17.2)	29(100)

<표 Ⅳ-5> [문제 2]에 대한 교직경력 · 학교급에 따른 교사들의 응답 결과

	①⑤	①②⑤	기타	전체
10년 미만	18(64.3)	5(17.9)	5(17.9)	28(100)
10년 이상	13(61.9)	5(23.8)	3(14.3)	21(100)
계	31(63.3)	10(20.4)	8(16.3)	49(100)
중학교	16(64.0)	6(24.0)	3(12.0)	25(100)
고등학교	15(62.5)	4(16.7)	5(20.8)	24(100)
계	31(63.3)	10(20.4)	8(16.3)	49(100)

현직교사들의 응답결과를 살펴보면, ①⑤를 선택한 교사가 31명(63.3%)으로 가장 많았고, 그 다음으로 많이 선택한 응답은 ①②⑤로 10명(20.4%))의 교사가 선택하였다(<표 Ⅳ-5>). 이러한 응답결과를 교직경력으로 살펴보면, 교직경력 10년 미만의 교사 중 ①⑤를 선택한 교사는 18명(64.3%), 교직 경력 10년 이상의 교사는 13명(61.9%)으로 조사되었다. 또한, 학교급별로 분석한 결과 중학교 교사들의 경우 ①⑤를 선택한 교사는 16명(64.0%), 고등학교 교사는 15명(62.5%)로 조사되었다.

[문제 2]에 대한 현직교사와 예비교사들의 각 항목별 응답 결과는 <표 Ⅳ-6>에서 보는 바와 같이 예비교사의 경우 전체 29명 중 ①을 선택한 예비교사는 49명(100%), ⑤는 25명(86.2%), ③은 4명(13.8%)의 순으로 많이 선택하였고, 현직교사의 경우 전체 49명 중 ①을 선택한 교사는 49명(100%), ⑤는 44명(89.8%), ②는 15명(30.6%)순으로 많이 선택하였다. 각

항목별 응답 결과를 전체적으로 살펴보면 78명 중 ① 78명(100%), ⑤ 69명(88.5%), ② 18명(23.1%)순으로 많이 선택했음을 알 수 있다.

<표 Ⅳ-6> [문제 2]에 대한 현직교사와 예비교사의 각 항목별 응답 결과

	①	②	③	④	⑤	전체
예비교사	29(100.0)	3(10.3)	4(13.8)	1(3.4)	25(86.2)	29
현직교사	49(100.0)	15(30.6)	1(2.0)	4(8.2)	44(89.8)	49
계	78(100.0)	18(23.1)	5(6.4)	5(6.4)	69(88.5)	78

결과적으로, [문제 2]에 대한 현직교사와 예비교사의 정답률을 살펴보면 예비교사의 정답률(72.4%)이 현직교사의 정답률(63.3%)보다 더 높게 나타났고, 현직교사의 교직경력 및 학교급별 정답률에서는 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 또한, 현직교사와 예비교사 모두 음함수 형태보다 양함수 형태로 표현된 함수를 더 일차함수라고 인식하고 있는 것으로 나타났다.

[문제 3]은 함수와 관련된 문항으로 다음 중 함수가 아니라고 지도하는 것을 다음 보기 중에서 모두 선택하도록 하였다.

① $x^2+y^2=-1$ ② $x^2+y^2=a^2$ ③ $x-y^2=0$ ④ $x=0$ ⑤ $y=0$

보기에서 $x^2+y^2=a^2$과 $x-y^2=0$은 음함수 형태의 함수로 하나의 함수 $y=f(x)$의 형태(양함수)는 아니지만 두 개의 양함수 $y=\sqrt{a^2-x^2}$과 $y=-\sqrt{a^2-x^2}$, $y=\sqrt{x}$과 $y=-\sqrt{x}$로 나타낼 수 있고, $x^2+y^2=-1$은 x에 관한 함수로 표현할 수 없다.

[문제 3]에 대한 예비교사들의 응답 결과를 살펴보면, ④⑤는 8명(27.6%), ①②③④는 5명(17.2%)의 순으로 조사되었다(<표 Ⅳ-7>).

<표 Ⅳ-7> [문제 3]에 대한 예비교사들의 응답 결과

문항번호	①	①②③⑤	①②③④	①②④⑤	④	④⑤	기타	계
3	2(6.9)	2(6.9)	5(17.2)	2(6.9)	2(6.9)	8(27.6)	8(27.6)	29

현직교사의 경우 ①②③④를 선택한 교사가 18명(36.7%), ④는 8명(16.3%)의 순으로 조사되었다(<표 Ⅳ-8>). 이를 교직경력별로 조사한 결과, 교직경력 10년 미만의 교사 중 ①②③④를 선택한 교사는 10명(35.7%)이고 ④를 선택한 교사는 6명(21.4%)로 나타났고, 교직 경력 10년 이상의 교사 중 ①②③④는 8명(38.1%)이고 ①②④는 3명(14.3%)으로 조사되었다. 또한, 학교급별로 살펴보면 중학교 교사들의 경우 ①②③④를 선택한 교사가 8명(32.0%)로 가장 많았고, 고등학교의 경우 ①②③④를 선택한 교사가 10명(41.7%)로 가장 많게 조사되었다.

<표 Ⅳ-8> [문제 3]에 대한 현직교사들의 교직경력 · 학교급별 응답 결과

	④	①②③④	①②④	기타	전체
10년 미만	6(21.4)	10(35.7)	1(3.6)	11(39.3)	28(100)
10년 이상	2(9.5)	8(38.1)	3(14.3)	8(38.1)	21(100)
계	8(16.3)	18(36.7)	4(8.2)	19(38.8)	49(100)
중학교	6(24.0)	8(32.0)	2(8.0)	9(36.0)	25(100)
고등학교	2(8.3)	10(41.7)	2(8.3)	10(41.7)	24(100)
계	8(16.3)	18(36.7)	4(8.2)	19(38.8)	49(100)

[문제 3]에 대한 응답의 결과를 각 항목별로 살펴보면 <표 Ⅳ-9>에서 보는 바와 같이 현직교사의 경우 전체 49명 중 ④$x=0$을 선택한 교사가 38명(77.6%), ①$x^2+y^2=-1$과 ② $x^2+y^2=a^2$을 선택한 교사가 33명(67.3%)의 순으로 조사되었고, 예비교사의 경우도 ④ 20명(69.0%), ①, ②, ⑤는 각각 14명(48.3%)으로 조사되었다.

<표 Ⅳ-9> [문제 3]에 대한 현직교사와 예비교사의 각 항목별 응답 결과

	①	②	③	④	⑤	전체
예비교사	14(48.3)	14(48.3)	9(31.0)	20(69.0)	14(48.3)	29
현직교사	33(67.3)	33(67.3)	26(53.1)	38(77.6)	3(6.1)	49
계	47(60.3)	47(60.3)	35(44.9)	58(74.4)	17(21.8)	78

전체적으로 살펴보면 ④를 선택한 (예비)교사는 58명(74.4%), ①과 ②는 각각 47명(60.3%)으로 조사되었다. 대부분의 (예비)교사들이 $x=0$를 함수가 아니라고 인식하는 것은 교육과정에서 함수를 정의할 때 일반적으로 y는 x에 대한 함수 즉, $y=f(x)$의 형태로 정의한데서 비롯되었다고 할 수 있다. 또한, 음함수 형태인 $x^2+y^2=a^2$을 함수가 아니라고 인식하는 것은 $x^2+y^2=a^2$를 중심이 원점이고 반지름이 a인 원의 방정식으로만 인식하는데서 비롯된 것으로 여겨진다.

3. 일차방정식과 일차함수의 지도와 관련된 (예비)교사들의 인식

중학생들의 경우 식을 표현하는 형태에 의존하여 'x에 관한 식=0'은 방정식으로 '$y=x$에 관한 식'은 함수로 인식하고 있는 경향이 있고, 교과서에도 이러한 형식을 강조하여 방정식과 함수를 표현하고 있다. [문제 4]에서는 교사들의 방정식과 함수와 관련된 인식을 알아보기 위하여 다음 문장 중 옳은 문장을 모두 선택하도록 하였다.

① $\underline{y=}$~ (x에 관한 식)는 함수이다.
② (x 또는 y에 관한 식)$\underline{=0}$은 방정식이다.
③ 모든 일차방정식은 일차 함수의 형태로 표현할 수 있다.
④ 모든 일차 함수는 일차방정식의 형태로 표현할 수 있다.

[문제 4]에 대한 예비교사들의 응답 결과를 살펴보면, ①②를 선택한 응답이 7명(24.1%)으로 가장 많았고 ①②③, ①③④, ①④, ②④를 선택한 응답이 각각 3명(10.3%)으로 조사되었다(<Ⅳ-10>). 현직교사의 경우 ④를 선택한 교사가 9명(18.4%)으로 가장 많았고 ①②③④와 ①②④를 선택한 교사가 각각 8명(16.3%), ②④는 6명(12.2%)순으로 조사되었다(<Ⅳ-11>). 현직교사의 응답 중 10년 미만의 교사의 경우 ④를 선택한 교사가 7명으로 가장 많았고, 10년 이상의 교사는 ①②③④의 선택이 5명으로 가장 많았다. 또한, 중학교 교사의 경우 8명이 ④를 선택하였고, 고등학교 교사들은 7명이 ①②③④를 선택하였다.

<표 Ⅳ-10> [문제 4]에 대한 예비교사들의 응답 결과

문항번호	①②	①②③	①③④	①④	②④	기타	계
4	7(24.1)	3(10.3)	3(10.3)	3(10.3)	3(10.3)	10(34.5)	29(100)

<표 Ⅳ-11> [문제 4]에 대한 현직교사들의 교직경력·학교급별 응답 결과

	①	②	④	①②	①②③④	①②④	②④	기타	계
10년 미만	1	4	7	1	3	4	2	6	28
10년 이상	2	1	2	3	5	4	4	0	21
계	3	5	9	4	8	8	6	6	49
중학교	1	3	8	1	1	4	4	3	25
고등학교	2	2	1	3	7	4	2	3	24
계	3	5	9	4	8	8	6	6	49

[문제 4]에 대한 응답결과를 각 항목별 살펴보면, 절반이상의 예비교사들은 '$\underline{y=}$~ (x에 관한 식)는 함수이다'(72.4%)와 '~ (x 또는 y에 관한 식)$\underline{=0}$는 방정식이다'(65.5%)라고 인식하고 있었고, 현직교사의 경우 절반이상의 교사들이 '$\underline{y=}$~ (x에 관한 식)는 함수이다'(51.0%), '~ (x 또는 y에 관한 식)$\underline{=0}$는 방정식이다'(63.3%)와 '모든 일차 함수는 일차방정식의 형태로 표현할 수 있다.'(71.4%)라고 인식하고 있음을 알 수 있다(<Ⅳ-12>). 각 항목별 응답결과를 전체적으로 살펴보면 절반이상의 (예비)교사들이 ①, ②, ④를 선택했음을 알 수 있다.

<표 Ⅳ-12> [문제 4]에 대한 (예비)교사들의 응답 결과

	①	②	③	④	계
예비교사	21(72.4)	19(65.5)	10(34.5)	12(41.4)	29
현직교사	25(51.0)	31(63.3)	10(20.4)	35(71.4)	49
계	46(59.0)	50(64.1)	20(25.6)	47(60.3)	78

[문제 5]는 교사들이 학생들에게 함수와 방정식을 지도할 때 함수와 방정식의 가장 큰 차이점에 대해 어디에 중점을 두고 지도하고 있는지 알아보기 위하여 다음 중 선택하라는 문제를 제시하였다.

① 함수는 등식의 좌변이 y이고 우변이 x에 관한 식이고, 방정식은 등식의 좌변이 x(또는 y)에 관한 식이고 우변이 0이다.
② 함수에서 x는 변수이고, 방정식에서 x는 미지수이다.
③ 함수는 두 변수 사이의 관계를 나타내는 식이고, 방정식은 미지수 x에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식이다.
④ $y=ax+b(a\neq 0)$이 두 양 사이의 관계 학습에서는 함수이고, 문제해결과정의 학습에서는 방정식이다.
⑤ 기타

[문제 5]에 대한 예비교사들의 응답결과를 살펴보면, <표 Ⅳ-13>에서 보는 바와 같이 '함수는 두 변수 사이의 관계를 나타내는 식이고, 방정식은 미지수 x에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식이다'라는 응답이 가장 많았고(72.4%), 그 다음으로 '함수에서 x는 변수이고, 방정식에서 x는 미지수이다'라는 응답이 많았다(24.1%).

<표 Ⅳ-13> [문제 5]에 대한 예비교사들의 응답 결과

문항번호	②	③	①②	계
5	7(24.1)	21(72.4)	1(3.4)	29(100)

현직교사들의 응답을 살펴보면 <표 Ⅳ-14>에서 보는 바와 같이 '함수는 두 변수 사이의 관계를 나타내는 식이고, 방정식은 미지수 x에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식이다'라는 응답이 가장 많았다(69.4%). 기타의 의견으로 '함수와 방정식은 차이가 없다. 굳이 구별하자면 같은 식을 그래프로 그리기 위한 식이 함수이고 x=?라는 식을 구하는 것이 방정식이다.', '방정식은 함수를 포함한 식이다. 함수로 정의되지 않으면 방정식, 함수로 정의되면 함수식이면서 방정식으로 지도. 방정식은 단순히 대수적인 수식이며 이를 표현하는 방법(기하 또는 시각화)이 함수이다.', '함수는 x와 y의 관계이고 방정식은 함수에서 $y=0$일 때 x값을 구하는 것'이라는 응답도 있었다. 현직교사들의 응답결과 '함수는 두 변수 사이의 관계를 나타내는 식이고, 방정식은 미지수 x에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식이다'라고 응답한 교사들의 경우 교직경력 10년 미만의 교사들은 21명(75%)이, 10년 이상의 교사들은 13명(61.9%)이 선택하였고, 중학교 교사들의 경우 18명(72.0%)이, 고등학교 교사들은 16명(66.7%)이 선택하였다.

<표 Ⅳ-14> [문제 5]에 대한 현직교사들의 응답 결과

	①	②	③	④	기타	전체
10년 미만	1(3.6)	3(10.7)	21(75.0)	0(0.0)	3(10.7)	28(100)
10년 이상	2(9.5)	0(0.0)	13(61.9)	1(4.8)	5(23.8)	21(100)
계	3(6.1)	3(6.1)	34(69.4)	1(2.0)	8(16.3)	49(100)
중학교	1(4.0)	1(4.0)	18(72.0)	0(0.0)	5(20.0)	25(100)
고등학교	2(8.3)	2(8.3)	16(66.7)	1(4.2)	3(12.5)	24(100)
계	3(6.1)	3(6.1)	34(69.4)	1(2.0)	8(16.3)	49(100)

[문제 5]에 대한 응답결과를 각 항목별 살펴보면, 대부분의 현직교사와 예비교사들은 함수는 두 변수 사이의 관계를 나타내는 식이고, 방정식은 미지수 x에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식이라고 인식하고 있는 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-15>).

<표 Ⅳ-15> [문제 5]에 대한 (예비)교사들의 응답 결과

	①	②	③	④	기타	계
현직교사	4(8.2)	5(10.2)	37(75.5)	1(2.0)	5(10.2)	49
예비교사	1(3.4)	8(27.6)	21(72.4)	0(0.0)	0(0.0)	29
계	5(6.4)	13(16.7)	58(74.4)	1(1.3)	5(6.4)	78

전체적으로 살펴보면, '함수는 두 변수 사이의 관계를 나타내는 식이고, 방정식은 미지수 x에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식이다'라고 응답한 (예비)교사들이 가장 많이 나타났는데 이는 교과서에서 방정식과 함수를 이와 같이 설명하고 있어서 이러한 응답이 많이 나타난 것으로 보인다. '함수에서 x는 변수이고, 방정식에서 x는 미지수이다'라는 응답이 두 번째로 많았는데 이는 방정식과 함수의 차이점을 방정식과 함수에서 사용되는 문자변수의 의미로 방정식과 함수를 판단하고 있음을 알 수 있다.

4. 방정식과 함수에 대한 교사들의 인식의 차이

[문제 1]의 일차방정식과 관련된 현직교사와 예비교사들의 정답률을 비교한 결과 현직교사의 정답률(49.0%)이 예비교사의 정답률(31.0%)보다 훨씬 더 높게 조사되었다(<표 Ⅳ-1>, <표 Ⅳ-2>). [문제 1]에 대한 현직교사와 예비교사들의 정답률에 차이가 있는지를 통계적으로 조사하기 위하여 현직교사의 정답률을 $\widehat{p_1}$, 예비교사의 정답률을 $\widehat{p_2}$로 하고 귀무가설은 H_0 : $p_1 = p_2$로, 대립 가설은 H_1 : $p_1 > p_2$로 하여 Z-검정을 실시하였다. 검정결과 검정 통계량 값 Z=1.5503이 표준정규분포의 한쪽이 95%인 $z_{0.05}$=1.645보다 작아 유의수준 $\alpha = 0.05$에서 의미가 있다고 할 순 없지만, Z=1.5503이 표준정규분포의 한쪽이 90%인 $z_{0.10}$ =1.282보다 커 유의수준 $\alpha = 0.10$에서 의미가 있다고 할 수 있다(<표 Ⅳ-16>). 즉, 유의수준 $\alpha = 0.10$에서 현직교사의 정답률이 예비교사의 정답률보다 높다고 할 수 있다.

<표 Ⅳ-16> 현직교사와 예비교사들의 정답률에 대한 검정 결과

문항번호	$\widehat{p_1}$	$\widehat{p_2}$	$\hat{p}$	Z 값	유의확률
1	0.4898	0.3103	0.4231	1.5503	0.9394
2	0.6327	0.7241	0.6667	−0.8283	0.7961
3	0.6026	0.4828	0.6026	1.6634	0.9518*

[문제 2]의 일차함수와 관련된 현직교사와 예비교사들의 정답률을 비교한 결과 예비교사의 정답률(72.4%)이 현직교사의 정답률(63.3%)보다 더 높게 조사되었다(<표 Ⅳ-4>, <표 Ⅳ-5>). [문제 2]에 대한 현직교사와 예비교사들의 정답률에 차이가 있는지를 통계적으로 조사하기 위하여 Z-검정을 실시한 결과 Z=-0.8283이 $z_{0.05}$=-1.645보다 크므로 유의수준 $\alpha=0.05$에서 유의적이라고 할 수 없다(<표 Ⅳ-16>). 즉, 유의수준 $\alpha=0.05$에서 예비교사의 정답률이 현직교사의 정답률보다 높다는 근거는 없다.

[문제 3]에 대한 각 항목별 응답을 조사한 결과 현직교사의 정답률(67.3%)이 예비교사의 정답률(48.3%)보다 더 높게 조사되었다(<표 Ⅳ-9>). [문제 3]에 대한 현직교사와 예비교사들의 정답률에 차이가 있는지를 통계적으로 조사하기 위하여 Z-검정을 실시한 결과 Z=1.6634가 $z_{0.05}$=1.645보다 커 유의수준 $\alpha=0.05$에서 유의적이라고 할 수 있다(<표 Ⅳ-16>). 즉, 유의수준 $\alpha=0.05$에서 현직교사의 정답률이 예비교사의 정답률보다 높다고 할 수 있다.

교사들의 정답률이 교직경력별로 차이가 있는지를 통계적으로 조사하기 위하여 경력 10년 미만인 교사들의 정답률을 $\widehat{p_1}$, 10년 이상인 교사의 정답률을 $\widehat{p_2}$로 하고 귀무가설은 $H_0 : p_1 = p_2$, 대립 가설은 $H_1 : p_1 > p_2$(또는 $H_1 : p_1 < p_2$)로 하여 검정하였다(<표 Ⅳ-17>).

<표 Ⅳ-17> 현직교사들의 교직경력별 정답률에 대한 검정 결과

문항번호	$\widehat{p_1}$	$\widehat{p_2}$	$\hat{p}$	Z 값	유의확률
1	0.4286	0.5714	0.4989	−0.9899	0.8389
2	0.6429	0.6190	0.6327	0.1711	0.5675
3	0.6429	0.7143	0.6735	−0.5276	0.7012

[문제 1]에 대한 Z-검정을 실시한 결과 검정 통계량 값 Z=-0.9899가 $z_{0.05}$=-1.645보다 크므로 유의수준 $\alpha=0.05$에서 의미가 있다고 할 수 없다. 즉, 유의수준 $\alpha=0.05$에서 교직경력 10년 이상인 교사들의 정답률이 10년 미만인 교사들의 정답률보다 높다고 할 수 없다. [문제 2]에 대해 Z-검정을 실시한 결과 검정 통계량 값 Z=0.1711가 $z_{0.05}$=1.645보다 작아 유의수준 $\alpha=0.05$에서 경력 10년 미만인 교사들의 정답률이 10년 이상인 교사들의 정답률보다 높다고 할 수 없다. [문제 3]에 대해 Z-검정을 실시한 결과 Z=-0.52761가 $z_{0.05}$=-1.645보다 크므로 교직경력 10년 이상인 교사들의 정답률이 10년 미만인 교사들의 정답률보다 높다고 할 수 없다.

교사들의 정답률이 학교급별로 차이가 있는지를 통계적으로 조사하기 위하여 중학교 교사들의 정답률을 $\widehat{p_1}$, 고등학교 교사의 정답률을 $\widehat{p_2}$로 하고 귀무가설은 $H_0 : p_1 = p_2$로, 대립 가설은 $H_1 : p_1 > p_2$(또는 $H_1 : p_1 < p_2$)로 하여 Z-검정을 실시하였다.

<표 Ⅳ-18> 현직교사들의 학교급별 정답률에 대한 검정 결과

문항번호	$\widehat{p_1}$	$\widehat{p_2}$	$\hat{p}$	Z 값	유의확률
1	0.4400	0.5417	0.4898	-0.7117	0.7611
2	0.6400	0.6250	0.6327	0.1089	0.5438
3	0.6400	0.7083	0.6735	-0.5099	0.6950

[문제 1]에 대해 Z-검정을 실시한 결과 검정 통계량 값 Z=-0.7117가 $z_{0.05}$=-1.645보다 크므로 고등학교 교사들의 정답률이 중학교 교사들의 정답률보다 높다고 할 수 없다(<표 Ⅳ-18>). [문제 2]에 대한 Z-검정을 실시한 결과 검정 통계량 값 Z=0.1089가 $z_{0.05}$=1.645보다 작으므로 중학교 고등학교 교사들의 정답률이 고등학교 교사들의 정답률보다 높다고 할 수 없다. [문제 3]에 대하여 검정 통계량 값 Z=-0.5099가 $z_{0.05}$=-1.645보다 크므로 고등학교 교사들의 정답률이 중학교 교사들의 정답률보다 높다고 할 수 없다.

Ⅴ. 결론

본 연구는 학교현장에서 지도하고 있는 현직교사들과 앞으로 지도할 예비교사들의 방정식과 함수와 관련된 인식에 대해 살펴보고, 현직교사와 예비교사들의 인식의 차이를 비교・분석하고자 하였다. 이를 위하여 K시 관내 중・고등학교에 재직하고 있는 수학 교사 49명과 M대학교 사범대학 수학교육과 3・4학년에 재학중인 예비교사 29명을 연구대상자로 선정하여 방정식과 함수에 대한 문항으로 설문 조사한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 현직교사와 예비교사 모두 미지수가 1개인 일차방정식을 미지수가 2개인 일차방정식보다 더 일차방정식으로 인식하는 경향이 있다. 일차방정식과 관련된 [문제 1]에 대한 각 항목별 응답결과를 살펴보면, 미지수가 1개인 일차방정식 $4-2y=y+1$, $2x+6=4x-2$, $3x+1=7$을 일차방정식으로 선택한 예비교사는 각각 96.6%, 100%, 100%, 현직교사의 경우 각각 87.8%, 91.8%, 95.9%가 선택한 반면, 미지수가 2개인 일차방정식 $3x-y=4$, $2x+y-5=0$은 예비교사의 31.0%와 34.5%만이, 현직교사의 경우 53.1%와 57.1%가 선택하였다(<표 Ⅳ-3>). 중학생들은 방정식인지 아닌지 판단할 때 개념이미지에 의존하여 판단하는 경향이 있다. 즉, 일차방정식을 판단할 때 대수적 표현에 의존하여 'x에 관한 식$=0$'만을 일차방정식으로 인식하는 경향이 있는데(오윤희, 2006; 우미령, 2005; 이헌수 외, 2015), 교사들도 방정식의 개념 정의보다는 방정식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 'x(또는 y)일차식=0'의 꼴로 되는 방정식을 일차방정식이라고 하는 개념 이미지에 의해 판단하는 경향이 있다는 것을 알 수 있다.

둘째, 현직교사와 예비교사 모두 음함수 형태보다 양함수 형태로 표현된 일차함수를 일차함수로 더 인식하는 경향이 있다. 일차함수와 관련된 [문제 2]에 대한 각 항목별 응답결과를

살펴보면, 현직교사와 예비교사 모두 양함수 형태로 표현된 $y=3x-2$을 일차함수로 인식하고 있는데 반해, 현직교사의 89.8%와 예비교사의 86.2%만이 음함수 형태로 표현된 $2x+y-5=0$을 일차함수로 인식하고 있는 것으로 조사되었다(<표 Ⅳ-6>). 중등교육과정에서 y가 x에 관한 함수일 때 양함수 형태인 $y=f(x)$로 표현하고 있고, 일차방정식을 'x(또는 y)일차식=0'으로 표현하고 있어 음함수 형태로 표현된 함수를 함수로 인식하기보다는 방정식으로 인식하여 이러한 결과가 나타났다고 볼 수 있다.

셋째, 현직교사와 예비교사들은 일차방정식과 일차함수의 차이를 교과서의 개념 정의에 중점을 두고 지도하는 경향이 있다. 함수와 방정식을 지도할 때 함수와 방정식의 가장 큰 차이점에 대해 어디에 중점을 두고 지도하고 있는지에 대한 질문에 예비교사의 76%와 현직교사의 72%가 '함수는 두 변수 사이의 관계를 나타내는 식이고, 방정식은 미지수 x에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식이다'라고 응답하였다. 이는 교과서에서 방정식과 함수를 이와 같이 설명하고 있어서 이러한 응답이 많이 나타난 것으로 보인다. 또한, '함수에서 x는 변수이고, 방정식에서 x는 미지수이다'라는 응답이 두 번째로 많았는데 이는 방정식과 함수의 차이점을 방정식과 함수에서 사용되는 문자변수의 의미로 방정식과 함수를 판단하고 있음을 알 수 있다.

넷째, 현직교사와 예비교사의 일차방정식과 일차함수에 대한 인식은 통계적으로 유의미한 차이가 없다. 일차방정식과 관련된 [문제 1]에 대한 현직교사의 정답률이 예비교사의 정답률보다 더 높게 조사되었고(<표 Ⅳ-1>, <표 Ⅳ-2>), 일차함수와 관련된 [문제 2]의 정답률에서는 예비교사의 정답률이 현직교사의 정답률보다 더 높게 나타났다(<표 Ⅳ-4>, <표 Ⅳ-5>). [문제 1]과 [문제 2]에 대한 현직교사와 예비교사의 정답률에 차이가 있는지 분석한 결과 유의수준 $\alpha=0.05$에서 통계적으로 유의미한 차이는 없는 것으로 나타났다((<표 Ⅳ-16>)). 또한, 현직교사들의 교육경력 및 학교급별로 정답률을 분석한 결과 통계적으로 유의미한 차이를 발견할 수 없었다.

위의 결론으로부터 다음과 같이 제언하고자 한다.

첫째, 방정식과 함수를 구분할 때 식을 표현하는 형태를 의존하기보다는 문맥과 개념정의를 이용하여 구분하여 지도할 필요가 있다. 현직교사와 예비교사 모두 미지수가 2개인 일차방정식보다 미지수가 1개인 일차방정식을 더 일차방정식으로 인식하는 경향이 있었고, 음함수 형태보다 양함수 형태로 표현된 일차함수를 일차함수로 더 인식하는 경향이 있었다. 중학생들도 방정식과 함수를 문맥과 개념정의로 보다는 식을 표현하는 형태에 의존하여 '~=0'으로 표현되는 식을 방정식으로, '$y=$'로 표현되는 식을 함수라고 인식하는 경향이 있는데 이는 교사가 지도할 때 방정식과 함수를 문맥과 개념정의로 보다는 식을 표현하는 형태에 의존하여 지도한 결과일 수도 있다. 따라서, 교사가 방정식과 함수에 대한 정확한 개념을 알고, 방정식과 함수를 지도할 때 다양한 문맥과 개념정의를 이용하여 구분하여 지도할 필요가 있다.

둘째, 방정식과 함수에 대한 현직교사와 예비교사의 인식의 차이를 좀 더 명확히 하기 위하여 좀 더 많은 연구대상자를 선정하여 조사할 필요가 있다. 특히, 교직경력별 인식의 차이와 학교급별 교사들의 인식의 차이를 알아보기 위해서 더 많은 교사들을 대상으로 연구할 필요가 있고, 다양한 지역의 교사들을 대상으로 연구할 필요가 있다.

참고 문헌

김남희 (2009). **변수 개념의 분석 및 교수-학습**. 서울: 경문사.

김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정용옥, 홍진곤 (2011). **수학교육과정과 교재연구**. 서울: 경문사.

김희은 (2014). **교과서의 구성이 중학교 2학년 학생의 방정식과 함수의 관계에 대한 이해능력에 미치는 영향**. 석사학위 논문. 고려대학교 교육대학원, 서울.

박선화 (1998). **수학적 극한개념의 이해에 관한 연구**. 박사학위 논문. 서울대학교 대학원, 서울.

박정미, 이중권 (2013). 동일한 수학적 상황에서 문제해결 능력 분석 연구-방정식・부등식과 함수를 중심으로-. **한국학교수학회논문집, 16**(4), 883-898.

박진희 (2016). **일차함수와 일차방정식의 관계의 학습에 영향을 미치는 원인 분석**. 석사학위논문. 한국교원대학교 대학원, 청주.

서종진 (2009). 일차방정식에서 변수의 위치에 따른 반응 유형에 관한 연구-중학교 1학년과 3학년을 중심으로-. **한국학교수학회논문집, 12**(3), 267-289.

서종진 (2010). 문제 유형에 따른 풀이과정에서의 변화-중학교 1학년 학생들의 일차방정식에 대한 반응을 중심으로-. **한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 24**(2), 445-474.

손혜진 (2011). **중학교 3학년과 고등학교 1학년 학생들의 방정식과 함수의 관계에 대한 이해유형 분석**. 석사학위논문. 이화여자대학교 대학원, 서울.

안가영 (2002). **함수 그래프 과제에서의 오류 분석 처치 : 테크놀러지를 활용한 교수학적 환경에서**. 석사학위논문. 이화여자대학교 대학원, 서울.

오윤희 (2006). **중학교 2학년 학생들이 함수 학습에서 겪는 인지적 장애에 대한 연구**. 석사학위논문. 한국교원대학교 대학원, 청주.

우미령 (2005). **중학생의 함수 개념 이해에 관한 연구: 함수의 표현방법에 따른 문제해결의 차이 비교**. 석사학위 논문. 고려대학교 대학원, 서울.

우정호 (2007). **학교수학의 교육적 기초**. 서울: 서울대학교출판문화원.

이나현 (2009). **중학교 2학년 학생들의 일차함수 그래프 과제 해결능력**. 석사학위논문. 한국교원대학교 대학원, 청주.

이소정 (2009). **함수와 방정식 사이의 관계 인식의 오류에 대한 기호학적 분석-중학교 3학년 학생을 중심으로-**. 석사학위논문. 이화여자대학교 대학원, 서울.

이헌수, 김영철, 박영용, 김민정 (2015). 일차방정식과 일차함수에 대한 중학생들의 인식과 오류. **한국학교수학회논문집, 18**(3), 259-279.

이헌수, 박형빈 (2011). 테크놀로지를 활용한 수학영재교육에 대한 교사들의 인식. **한국학교수학회논문집, 14**(1), 101-121.

전영배, 노은환, 김대의, 정찬식, 김창수, 강정기, 정상태 (2010). 미지수가 2개인 연립일차부등식의 문제해결과정에서 발생하는 오류 분석 및 지도방안 연구. **한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 24**(3), 543-562.

최은형 (2004). **함수의 그래프에 대한 이해와 오류 분석에 관한 연구-중학교 2학년을 대상으로-**. 석사학위논문. 한국교원대학교 교육대학원, 청주.

Freudenthal, H. (1983). *The Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Reidel Dordrecht.

Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J. M., & Ball, D. L. (2007). *Assessing teachers' mathematical knowledge*. In F. Lester (Ed.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning(pp.111-155). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Tall, D. (1989). *Different Cognitive Obstacles in a Technological Paradigm or Reaction to : "Cognitive Obstacles Encountered in the Learning Algebra"*. In Wagner, S. and Kieran, C.(Eds.), Research issues in the Learning and Teaching of Algebra, The National Council of Teachers of Mathematics, 87-92.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*. 151-169.

Usiskin, Z. (1988). C*onceptions of School Algebra and Uses of variables, In The Ideas of Algebra K-12*, NCTM 1988 yearbook, 8-19.

Vinner, S. (1992). *The function concept as a prototype for problems in mathematics thing*. In E. Dubinsky, & G. Harel (Eds.), The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy(MAA Notes No. 25, pp. 195-214). Washington, DC: Mathematical Association of America.

A study on the difference between in-service and pre-service teachers' recognition for linear equations and linear functions[5)]

Lee, Heonsoo[6)] · Kim, Young Cheol[7)] · Park, Yeong Yong[8)]

Abstract

In this paper, we study the recognition of in-service teachers and pre-service teachers about the concepts of liner equations and liner functions. We chose 49 in-service teachers at secondary schools in G city and 29 pre-service teachers in M university and investigate their recognition about the concepts of liner equations and liner functions. We found following facts. First, in-service teachers and pre-service teachers tend to recognize a linear equation as an equation in one known rather than an equation in two unknowns. Second, in-service teachers and pre-service teachers tend to recognize a linear function as an explicit function rather than an implicit function. Finally, the difference between in-service teachers' recognition and pre-service teachers' recognition is not statistically significant.

Key Words : linear function, liner equation, in-service teacher, pre-service teacher

Received November 9, 2016
Revised December 22, 2016
Accepted December 23, 2016

---

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97C70, 97D40
5) This paper was supported by Research Funds of Mokpo National University in 2014
6) Dept. of Math. Education, Mokpo National University (leehs@mokpo.ac.kr)
7) Dept. of Math. Education, Mokpo National University (yckim@mokpo.ac.kr)
8) Dept. of Math. Education, Mokpo National University (yypark@mokpo.ac.kr), Corresponding Author