

## 4자유도 고속 병렬 로봇의 해석 및 설계

### Analysis and Design of a Novel 4-DOF High-Speed Parallel Robot

김한성\*

Han Sung Kim

#### 〈Abstract〉

Delta parallel robots are now widely used for high-speed applications. However, typical Delta robots, such as ABB Flexpicker suffer from rotating axis with passive prismatic joint subjected to critical speed and so requiring careful maintenance. In this paper, a novel 4-DOF high-speed parallel robot with four legs is presented, which consists of three legs with 90 degree arrangement for translational motions and one remaining leg with rack & pinion gears for rotational motion. The inverse kinematics, velocity, acceleration, statics, and inverse dynamics have been analyzed. From the workspace analysis and inverse dynamics simulation for 0.43 sec cycle time, the 4-axis parallel robot prototype with 12kg payload has been designed. In the future research, computed torque control methods will be developed for the prototype.

#### *Keywords :*

*Delta parallel robot, Lagrangian method, Workspace, Inverse dynamics analysis, Computed torque control*

---

\* 주저자, 경남대학교 기계공학부 교수, 工博

Prof., Dept. of Mechanical Engineering, Kyungnam University,  
Ph, D.

## 1. 서 론

자, 포장, 식품, 제약 등 많은 산업분야에서 고속 pick-and-place 자동화 작업이 많이 요구되고 3, 4자유도를 갖는 직교 또는 SCARA 직렬형 로봇이 주로 사용되어왔다. 그러나 직렬구조 로봇은 이동부의 관성을 최소화하는데 한계가 있다. 최근 이러한 단점을 극복할 수 있는 Delta 병렬로봇이 학계 및 산업계의 많은 관심을 받고 있다. 병렬로봇은 무거운 구동기가 고정부 또는 근처에 위치하고 가반하중이 여러 개의 다리로 분산이 되므로 이동부의 관성을 크게 감소시킬 수 있어 고속, 고강성 및 고정밀도를 갖는다.

Delta 병렬로봇<sup>[1-6]</sup>은 3자유도 병진운동(translational motion)과 1자유도 중앙 회전축으로 구성된 기구로 고속작업용으로 개발되어 현재는 SCARA 로봇을 대체하고 있다. 대표적으로 ABB사의 FlexPicker<sup>[7]</sup>는 스플라인으로 구성된 수동 직선조인트를 중앙 회전축으로 사용하나 이는 최대 허용속도에 도달할 정도로 고속으로 동작되므로 지속적인 유지관리가 필요하다는 문제점을 갖는다.

Delta 병렬로봇의 중앙 회전축을 없애기 위하여 4개의 다리와 관절형 이동플랫폼(articulate traveling plate)으로 3자유도 병진운동과 1자유도 회전운동이 가능한 H4, I4 및 Par4도 제시되었다<sup>[8]</sup>.

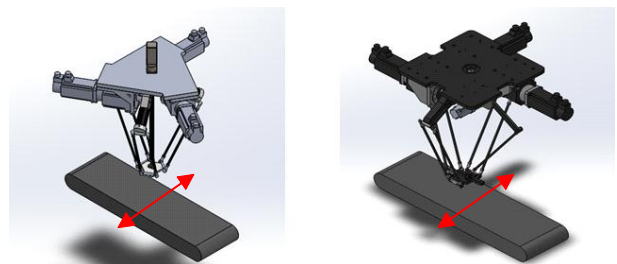
본 논문에서는 기존 Delta 병렬로봇의 3개의 구동기가 120°로 배치된 것과 달리 4개의 구동기를 90°로 배치하고 이중 3개의 회전 구동기는 3자유도 병진운동을 생성하고 나머지 1개의 회전 구동기는 랙과 피니언 기어를 이용하여 회전축을 구동하는 메커니즘을 제시한다. 이 메커니즘은 대부분 이송작업이 수행되는 컨베이어 벨트 횡방향으로 보다 가속성능을 높일 수 있고 기존 회전축

의 문제점을 해결할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 제안하는 병렬로봇의 기하학적 구조, 역기구학해석, 속도해석, 가속도해석 및 정역학 해석을 수행한다. 3장에서는 Langrangain 방법<sup>[5]</sup>을 이용하여 간략화된 동역학식을 유도한다. 4장에서는 4자유도 고속 병렬로봇의 작업영역, 구동부 크기 설계 및 시제품 설계결과를 제시한다.

## 2. 기구학 해석

Delta 병렬로봇은 Fig. 1(a)와 같이 이동플랫폼을 3개의  $R-(S-S)^2$  다리로 지지하는 구조를 갖는다. 추가의  $R-U-P-U-R$  직렬체인으로 회전운동을 생성한다. 여기서, 수동 조인트인  $S, U, R, P$ 는 Spherical, Universal, Prismatic, Revolute를 나타낸다.  $R$ 는 회전구동기를 나타내고  $(S-S)^2$ 는 구형조인트로 구성된 공간평행사변형 기구를 나타낸다. 각 평행사변형 기구가 평행사변을 이루는 평면에 수직인 방향으로 모멘트를 구속하므로 Delta 병렬로봇은 3개의 모멘트 구속조건을 갖고 3자유도 병진운동만이 가능한 기구이다. 본 연구에서는 병진운동을 만드는 3개의 회전 구동기를 120°로 배치하는 것과 달리 Fig. 1(b)와 같이 3개의 회전구동기를 90°로 배치하여 주 이송 방향인 컨베이어 벨트 횡방향의 가속성능을 향상시켰다.



(a) 120° arrangement (b) 90° arrangement  
Fig. 1 Two different actuator arrangements

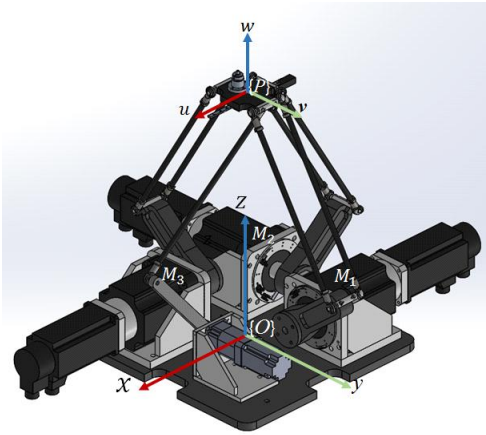


Fig. 2 Configuration of a 4-DOF parallel robot

회전운동을 제어하는 나머지 1개의 구동기를 R-(S-S)-P 체인을 이용하여 랙기어를 이동시켜 피니어 기어를 회전하는 메커니즘을 제시한다. 이 방법은 이동플랫폼에 부착된 수동 직선조인트의 속도가 상대적으로 낮으므로 지속적인 유지관리를 필요로 하지 않은 장점을 갖는다.

Fig. 2에서는 해석의 편의를 위하여 이동플랫폼을 위쪽으로 향하게 배치하였다(실제 배치는 이동플랫폼이 아래쪽을 향함). 4개의 회전구동기 축의 중심에 고정좌표계(O-xyz)와 이동플랫폼에 부착된 구형조인트의 중심에 이동좌표계(P-uvw)를 설정하였다.

Fig. 3은 i번째 다리의 벡터 루프 다이어그램을 나타낸다. 이 병렬로봇의 기구학적 변수인  $a_i$ 와  $b_i$ 는 고정 및 이동플랫폼의 반경을 나타내고,  $l_{1i}$ 과  $l_{2i}$ 는 구동 및 연결링크의 길이를 나타낸다.  $\theta_{1i}$ 는 구동조인트의 각도를 나타내고  $\theta_{2i}$ 와  $\theta_{3i}$ 는 수동조인트의 각도를 나타낸다. i번째 다리의 벡터 루프 방정식은 다음과 같다.

$$\overline{A_i M_i} + \overline{M_i B_i} = \overline{OP} + \overline{PB_i} - \overline{OA_i} \quad \text{for } i=1,2,3,4 \quad (1)$$

수식 유도를 위하여 Fig. 3과 같이 각 다리마다 지역좌표계( $A_i - x_i, y_i, z_i$ )을 도입하고 벡터 루프 방정식을 i번째 지역좌표계에서 표현하면 다음과 같다.

$$l_{1i} {}^i \mathbf{u}_{1i} + l_{2i} {}^i \mathbf{u}_{2i} = {}^i \mathbf{p} + {}^i \mathbf{b}_i - {}^i \mathbf{a}_i \quad (2)$$

여기서 선행 상첨자는 해당 벡터가 표현된 좌표계를 나타낸다. 식 (2)의 벡터들은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$${}^i \mathbf{u}_{1i} = \begin{bmatrix} c\theta_{1i} \\ 0 \\ s\theta_{1i} \end{bmatrix}, {}^i \mathbf{u}_{2i} = \begin{bmatrix} s\theta_{3i} c(\theta_{1i} + \theta_{2i}) \\ c\theta_{3i} \\ s\theta_{3i} s(\theta_{1i} + \theta_{2i}) \end{bmatrix}, \mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix},$$

$${}^i \mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} b_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, {}^i \mathbf{a}_i = \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, {}^i \mathbf{p} = R^T \mathbf{p}, R = \begin{bmatrix} c\phi_i - s\phi_i & 0 \\ s\phi_i & c\phi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서  $\phi_1 = \pi/2, \phi_2 = \pi, \phi_3 = -\pi/2, \phi_4 = 0$  이다 (Fig. 3 참조). 단,  $i=4$ 일 때,  ${}^4 \mathbf{b}_4 = [r_y \theta_z, 0, -h_4]^T$ 이고  $r_y$ 는 피니언 기어의 반경을  $h_4$ 는 4번째 다리의 볼조인트 중심에서 P점까지의 오프셋을 나타낸다.

첫 번째로, 역기구학 해석은 이동플랫폼의 위치  $\mathbf{p}$ 와 각도  $\theta_z$ 가 주어졌을 때, 구동조인트 각도  $\theta_{1i}$  ( $i=1,2,3,4$ )를 구하는 문제이다. 식 (2)로부터 수동조인트 각도( $\theta_{2i}, \theta_{3i}$ )는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_{3i} = \cos^{-1} \frac{b_{2i}}{l_{2i}}, \theta_{2i} = \cos^{-1} \kappa \quad (4)$$

여기서  $\kappa = (b_{1i}^2 + b_{2i}^2 + b_{3i}^2 - l_{1i}^2 - l_{2i}^2) / (2l_{1i} l_{2i} s\theta_{3i})$ ,  $b_{1i} = c\phi_i p_x + s\phi_i p_y + (b_i - a_i)$ ,  $b_{2i} = -s\phi_i p_x + c\phi_i p_y$ ,  $b_{3i} = p_z$  이다. 구동조인트 각도( $\theta_{1i}$ )는 다음과 같다.

$$\theta_{1i} = \text{Atan2}(-g_{2i}b_{1i} + g_{1i}b_{3i}, g_{1i}b_{1i} + g_{2i}b_{3i}) \quad (5)$$

여기서  $g_{1i} = l_{1i} + l_{2i}c\theta_{2i}s\theta_{3i}$ ,  $g_{2i} = l_{2i}s\theta_{2i}s\theta_{3i}$ 이다.

두 번째로 이동플랫폼의 직선속도는 식 (2)를 시간에 대하여 미분하여  $i = 1, 2, 3$ 과  $i = 4$  다리에 대하여 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}} &= l_{1i}({}^i\boldsymbol{\omega}_{1i} \times {}^i\mathbf{u}_{1i}) + l_{2i}({}^i\boldsymbol{\omega}_{2i} \times {}^i\mathbf{u}_{2i}) + l_{2i}({}^i\boldsymbol{\omega}_{3i} \times {}^i\mathbf{u}_{2i}) \\ {}^4\dot{\mathbf{p}} + [r_y\dot{\theta}_z, 0, 0]^T &= l_{14}({}^4\boldsymbol{\omega}_{14} \times {}^4\mathbf{u}_{14}) + l_{24}({}^4\boldsymbol{\omega}_{24} \times {}^4\mathbf{u}_{24}) \\ &\quad + l_{24}({}^4\boldsymbol{\omega}_{34} \times {}^4\mathbf{u}_{24}) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} {}^i\boldsymbol{\omega}_{1i} &= \dot{\theta}_{1i}[0, -1, 0]^T, & {}^i\boldsymbol{\omega}_{2i} &= (\dot{\theta}_{1i} + \dot{\theta}_{2i})[0, -1, 0]^T, \\ {}^i\boldsymbol{\omega}_{3i} &= \dot{\theta}_{3i}[s(\theta_{1i} + \theta_{2i}), 0, -c(\theta_{1i} + \theta_{2i})]^T \text{이다.} \end{aligned}$$

수동조인트 각속도  $\boldsymbol{\omega}_{2i}$ ,  $\boldsymbol{\omega}_{3i}$ 를 제거하기 위하여 식 (6)의 양변에  ${}^i\mathbf{u}_{2i}^T$ 를 곱하면,

$${}^i\mathbf{u}_{2i}^T R^T \dot{\mathbf{p}} = l_{1i} {}^i\boldsymbol{\omega}_{1i}^T ({}^i\mathbf{u}_{1i} \times {}^i\mathbf{u}_{2i}) \text{ for } i = 1, 2, 3$$

$${}^4\mathbf{u}_{24}^T R^T \dot{\mathbf{p}} + {}^4\mathbf{u}_{24}^T [r_y\dot{\theta}_z, 0, 0]^T = l_{14} {}^4\boldsymbol{\omega}_{14}^T ({}^4\mathbf{u}_{14} \times {}^4\mathbf{u}_{24}) \quad (7)$$

식 (7)을  $i = 1, 2, 3$ 에 대하여 표현하면 다음과 같은 속도관계식을 얻을 수 있다.

$$J_x \dot{\mathbf{x}} = J_q \dot{\boldsymbol{\theta}} \text{ or } \dot{\boldsymbol{\theta}} = J \dot{\mathbf{x}} \quad (8)$$

여기서  $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{p}_x, \dot{p}_y, \dot{p}_z, \dot{\theta}_z]^T$ ,  $\dot{\boldsymbol{\theta}} = [\dot{\theta}_{11}, \dot{\theta}_{12}, \dot{\theta}_{13}, \dot{\theta}_{14}]^T$ ,

$$J = J_q^{-1} J_x, \quad J_x = \begin{bmatrix} j_{1x} & j_{1y} & j_{1z} & 0 \\ j_{2x} & j_{2y} & j_{2z} & 0 \\ j_{3x} & j_{3y} & j_{3z} & 0 \\ j_{4x} & j_{4y} & j_{4z} & j_{44} \end{bmatrix},$$

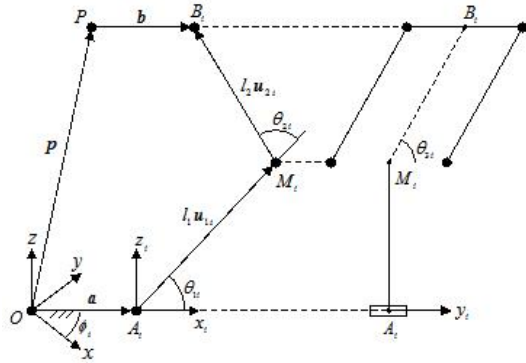
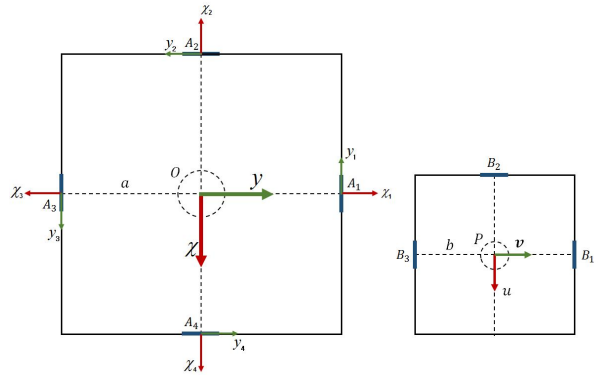


Fig. 3 Vector-loop diagram of the ith leg



(a) Fixed frame and ith local frame (b) Moving frame  
Fig. 4 Frame definitions

$$\begin{aligned} j_{ix} &= c(\theta_{1i} + \theta_{2i})s\theta_{3i}c\phi_i - c\theta_{3i}s\phi_i, \\ j_{iy} &= c(\theta_{1i} + \theta_{2i})s\theta_{3i}s\phi_i + c\theta_{3i}c\phi_i, \\ j_{iz} &= s(\theta_{1i} + \theta_{2i})s\theta_{3i}, \\ j_{44} &= r_y s\theta_{34} c(\theta_{14} + \theta_{24}). \end{aligned}$$

$$J_q = l_{1i} \text{diag}(s\theta_{21}s\theta_{31}, s\theta_{22}s\theta_{32}, s\theta_{23}s\theta_{33}, s\theta_{24}s\theta_{34}).$$

$\dot{\theta}_{1i}$ 가 결정되면, 식 (6)으로부터 2개의 수동조인트의 각속도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{3i} &= -\dot{p}_y / (l_{2i}s\theta_{3i}), \\ \dot{\theta}_{2i} &= (-\dot{p}_x c\theta_{1i} - \dot{p}_z s\theta_{1i} + l_{2i}c\theta_{2i}c\theta_{3i}\dot{\theta}_{3i}) / (l_{2i}s\theta_{2i}s\theta_{3i}) - \dot{\theta}_{1i} \end{aligned} \quad (9)$$

세 번째로 가속도 해석은 식 (8)을 시간에 대하여 미분함으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{J}_x \dot{\mathbf{x}} + J_x \ddot{\mathbf{x}} = \dot{J}_q \dot{\boldsymbol{\theta}} + J_q \ddot{\boldsymbol{\theta}}, \text{ or } \ddot{\boldsymbol{\theta}} = J_q^{-1}(\dot{J}_x \dot{\mathbf{x}} + J_x \ddot{\mathbf{x}} - \dot{J}_q \dot{\boldsymbol{\theta}}) \quad (10)$$

여기서  $\ddot{\mathbf{x}} = [\ddot{p}_x, \ddot{p}_y, \ddot{p}_z, \ddot{\theta}_z]^T$ ,  $\ddot{\boldsymbol{\theta}} = [\ddot{\theta}_{11}, \ddot{\theta}_{12}, \ddot{\theta}_{13}, \ddot{\theta}_{14}]^T$ 이다.  $\dot{J}_x$ 와  $\dot{J}_q$ 는  $J_x$  및  $J_q$ 의 시간에 대한 미분으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{J}_x = \begin{bmatrix} \dot{j}_{1x} & \dot{j}_{1y} & \dot{j}_{1z} & 0 \\ \dot{j}_{2x} & \dot{j}_{2y} & \dot{j}_{2z} & 0 \\ \dot{j}_{3x} & \dot{j}_{3y} & \dot{j}_{3z} & 0 \\ \dot{j}_{4x} & \dot{j}_{4y} & \dot{j}_{4z} & \dot{j}_{44} \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \dot{j}_{ix} &= -s(\theta_{1i} + \theta_{2i})(\dot{\theta}_{1i} + \dot{\theta}_{2i})s\theta_{3i}c\phi_i + c(\theta_{1i} + \theta_{2i})\dot{\theta}_{3i}c\theta_{3i}c\phi_i + \dot{\theta}_{3i}s\theta_{3i}s\phi_i, \\ \dot{j}_{iy} &= -s(\theta_{1i} + \theta_{2i})(\dot{\theta}_{1i} + \dot{\theta}_{2i})s\theta_{3i}s\phi_i + c(\theta_{1i} + \theta_{2i})\dot{\theta}_{3i}c\theta_{3i}s\phi_i - \dot{\theta}_{3i}s\theta_{3i}c\phi_i, \\ \dot{j}_{iz} &= c(\theta_{1i} + \theta_{2i})(\dot{\theta}_{1i} + \dot{\theta}_{2i})s\theta_{3i} + s(\theta_{1i} + \theta_{2i})\dot{\theta}_{3i}c\theta_{3i}, \\ \dot{j}_{44} &= r_g c\theta_{34}c(\theta_{14} + \theta_{24})\dot{\theta}_{34} - r_g s\theta_{34}s(\theta_{14} + \theta_{24})(\dot{\theta}_{14} + \dot{\theta}_{24}). \end{aligned}$$

$$\dot{J}_q = l_{1i} \text{diag}(\dot{j}_{q1}, \dot{j}_{q2}, \dot{j}_{q3}, \dot{j}_{q4}) \quad (12)$$

여기서  $\dot{j}_{qi} = \dot{\theta}_{2i}c\theta_{2i}s\theta_{3i} + \dot{\theta}_{3i}s\theta_{2i}c\theta_{3i}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )이다.

가상일의 원리(principle of virtual works)를 이용하여 엔드이펙터의 힘과 구동기 토크와의 정역학 관계를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\mathbf{F} = J^T \boldsymbol{\tau} \quad (13)$$

여기서  $\mathbf{F} = [f_x, f_y, f_z, n_z]^T$ 는 엔드이펙터의 힘벡터를 나타내고  $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4]^T$ 는 구동기 토크벡터를 나타낸다.

### 3. 동역학 해석

동역학 해석에서 1, 2, 3번째 다리의 동적효과에 비하여 4번째 다리의 동적효과는 비교적 작으므로 직선운동을 생성하는 3개의 구동 다리에 의한 동역학 방정식만을 유도한다.

Lagrangian 첫 번째 식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j + \sum_{i=1}^k \lambda_j \frac{\partial \Gamma_i}{\partial q_j} \text{ for } j = 1, \dots, n \quad (14)$$

여기서,  $\Gamma_i$ 는  $i$ 번째 구속함수,  $k$ 는 구속함수의 개수,  $\lambda_i$ 는 Lagrangian multiplier  $n$ 은 일반화 좌표(generalized coordinates)의 수,  $Q_j$ 는  $i$ 번째 일반화 좌표에 해당하는 일반화 힘(generalized force)이다. 일반화 좌표를

$\mathbf{q} = [p_x, p_y, p_z, \theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}]^T$  ( $n = 6, k = 3$ )로 설정할 때,

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i \frac{\partial \Gamma_i}{\partial q_j} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} - \hat{Q}_j \text{ for } j = 1, 2, 3 \quad (15)$$

$\hat{Q}_j$ 는 이동플랫폼에 작용하는 외력을 나타낸다.

$$Q_j = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} - \sum_{i=1}^k \lambda_i \frac{\partial \Gamma_i}{\partial q_j} \text{ for } j = 4, 5, 6 \quad (16)$$

$Q_j$ 는 구동기 토크를 나타낸다. 구속 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Gamma_i &= \overline{M_i B_i}^2 - l_2^2 \\ &= (p_x + bc\phi_i - ac\phi_i - l_1 c\phi_i c\theta_{1i})^2 \\ &\quad + (p_y + bs\phi_i - as\phi_i - l_1 s\phi_i c\theta_{1i})^2 \\ &\quad + (p_z - l_1 s\theta_{1i})^2 - l_2^2 \text{ for } = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (17)$$

동역학 해석시 3개의 구동다리의 매개변수는 동일하게 설정한다.

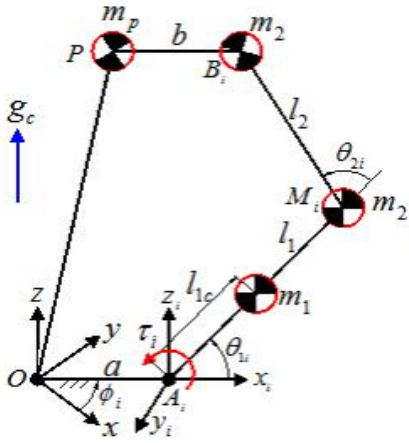


Fig. 5 Dynamics modeling of the parallel robot

Fig. 5에서  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_p$ 는 구동링크, 연결링크(1개 S-S체인) 및 이동플랫폼의 질량을 나타낸다. 본 논문에서는 동역학 해석의 정밀도를 유지하면서 단순화된 동역학식을 유도하기 위하여  $m_2$ 가 연결링크 양단에 집중된다는 가정을 사용한다.<sup>[5]</sup> 기구의 운동에너지(Kinetic Energy)를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$K = K_p + \sum_{i=1}^3 (K_{1i} + K_{2i}) \quad (18)$$

여기서,  $K_p = \frac{1}{2} m_p (\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2 + \dot{p}_z^2)$ ,

$$K_{1i} = \frac{1}{2} (\gamma^2 I_u + I_1) \dot{\theta}_{1i}^2 \quad (\text{단,}$$

$$I_1 = I_{1c} + m_1 l_{1c}^2)$$

$$K_{2i} = \frac{1}{2} m_2 (\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2 + \dot{p}_z^2) + \frac{1}{2} m_2 l_1^2 \dot{\theta}_{1i}^2$$

여기서  $\gamma$ 는 감속비이고  $I_{1c}$ ,  $I_1$ 는 질량중심 및 모터축에 대한 구동링크의 질량관성모멘트이고  $I_u$ 는 구동부의 질량관성모멘트를 나타낸다. 중력이 +z축 방향으로 작용한다고 할 때, 위치에너지(Potential Energy)는 다음과 같다.

$$U = U_p + \sum_{i=1}^3 (U_{1i} + U_{2i}) \quad (19)$$

여기서,  $U_p = m_p g_c p_z$ ,  $U_{1i} = m_1 g_c l_{1c} s\theta_{1i}$ ,  $U_{2i} = m_2 g_c (p_z + l_1 s\theta_{1i})$ 이다. 라그랑지 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L &= K - U \\ &= \frac{1}{2} (m_p + 3m_2) (\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2 + \dot{p}_z^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} (\gamma^2 I_u + I_1 + m_1 l_1^2) (\dot{\theta}_{11}^2 + \dot{\theta}_{12}^2 + \dot{\theta}_{13}^2) \\ &\quad - (m_1 l_{1c} + m_2 l_1) g_c (s\theta_{11} + s\theta_{12} + s\theta_{13}) \\ &\quad - (m_p + 3m_2) g_c p_z \end{aligned} \quad (20)$$

$j = 1, 2, 3$ 에 대하여 식 (15)를 전개하면 식 (21)과 같다.

$$\begin{aligned} 2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (p_x + bc\phi_i - ac\phi_i - l_1 c\phi_i c\theta_{1i}) &= (m_p + 3m_2) \ddot{p}_x - f_{px} \\ 2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (p_y + bs\phi_i - as\phi_i - l_1 s\phi_i c\theta_{1i}) &= (m_p + 3m_2) \ddot{p}_y - f_{py} \\ 2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (p_z - l_1 s\theta_{1i}) &= (m_p + 3m_2) (\ddot{p}_z - g_c) - f_{pz} \end{aligned} \quad (21)$$

식 (21)을  $\lambda_i$ 에 대하여 풀이하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} p_x + bc\phi_1 - ac\phi_1 - l_1 c\phi_1 c\theta_{11} & p_x + bc\phi_2 - ac\phi_2 - l_1 c\phi_2 c\theta_{12} & p_x + bc\phi_3 - ac\phi_3 - l_1 c\phi_3 c\theta_{13} \\ p_y + bs\phi_1 - as\phi_1 - l_1 s\phi_1 c\theta_{11} & p_y + bs\phi_2 - as\phi_2 - l_1 s\phi_2 c\theta_{12} & p_y + bs\phi_3 - as\phi_3 - l_1 s\phi_3 c\theta_{13} \\ p_z - l_1 s\theta_{11} & p_z - l_1 s\theta_{12} & p_z - l_1 s\theta_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{(m_p + 3m_2)\ddot{p}_x}{2} \\ \frac{(m_p + 3m_2)\ddot{p}_y}{2} \\ \frac{(m_p + 3m_2)(\ddot{p}_z + g_c)}{2} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$j = 4, 5, 6$ 에 대하여 식 (16)을 전개하면 다음과 같다. 식 (22)의  $\lambda_i$ 를 대입하면 구동기의 토크를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_1 &= (\gamma^2 I_a + I_1 + m_2 l_1^2) \ddot{\theta}_{11} + (m_1 l_{1c} + m_2 l_1) g_c c \theta_{11} \\ &\quad - 2l_1 \lambda_1 [(p_x c \phi_1 + p_y s \phi_1 + b - a) s \theta_{11} - p_z c \theta_{11}] \\ \tau_2 &= (\gamma^2 I_a + I_1 + m_2 l_1^2) \ddot{\theta}_{12} + (m_1 l_{1c} + m_2 l_1) g_c c \theta_{12} \\ &\quad - 2l_1 \lambda_2 [(p_x c \phi_2 + p_y s \phi_2 + b - a) s \theta_{12} - p_z c \theta_{12}] \\ \tau_3 &= (\gamma^2 I_a + I_1 + m_2 l_1^2) \ddot{\theta}_{13} + (m_1 l_{1c} + m_2 l_1) g_c c \theta_{13} \\ &\quad - 2l_1 \lambda_3 [(p_x c \phi_3 + p_y s \phi_3 + b - a) s \theta_{13} - p_z c \theta_{13}] \end{aligned} \quad (23)$$

#### 4. 병렬 로봇의 기구부 설계

선행 최적설계 연구를 통하여 Table 1과 같이 병렬로봇의 기구학적 치수를 선정하였다.

Table 1 Kinematic parameters of the robot prototype

Parameters	Values [mm]
Radius of the fixed base ( $a$ ) for $i=1,2,3$	148.0
Radius of the fixed base ( $a_4$ )	139.0
Radius of the moving platform ( $b$ )	65.0
Link1 length ( $l_i$ ) for $i=1,2,3$	205.0
Link2 length ( $l_i$ ) for $i=1,2,3$	474.2
Link1 length of the 4 <sup>th</sup> leg ( $l_4$ )	250.0
Link2 length of the 4 <sup>th</sup> leg ( $l_4$ )	474.2
Offset of the 4 <sup>th</sup> leg ( $h_4$ )	49.2
Pinion gear radius	9.0

##### 4.1 작업영역 해석

작업영역 해석은 직육면체의 격자점에서 식 (4)

의 역기구학 해의 유무, 다음과 같은 특이성 (singularity)을 방지하기 위한  $\theta_{2i}$  범위, 볼조인트의 작동범위 검사를 통하여 수행하였다.

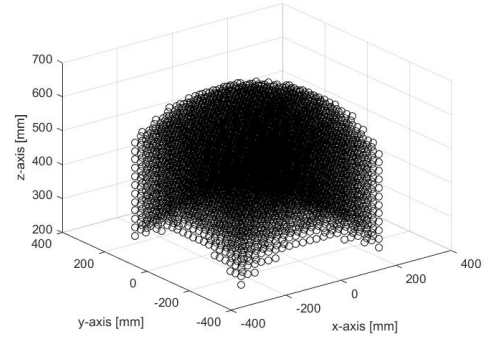


Fig. 6 3D Workspace

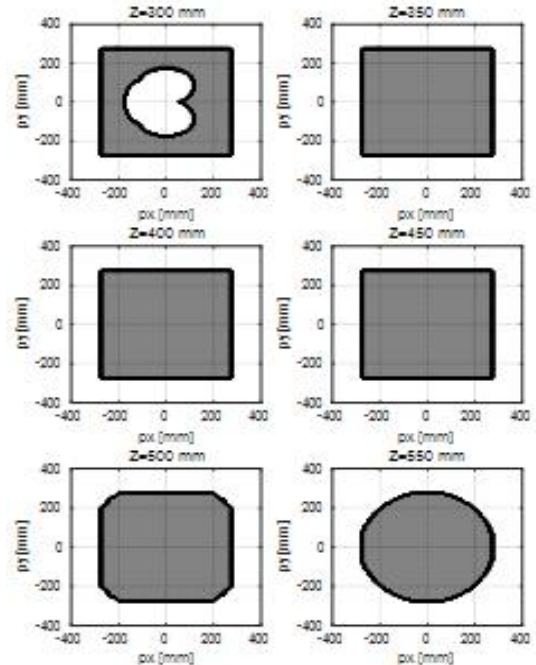


Fig. 7 Workspace on the XY plane

$$\begin{aligned} 30^\circ &\leq \theta_{2i} \leq 150^\circ, \\ (90^\circ - 35^\circ) &\leq \theta_{3i} \leq (90^\circ + 35^\circ) \end{aligned}$$

Fig. 6은 3차원으로 표현한 작업영역을 나타내고 Fig. 7은 높이에 따른 xy평면상의 작업영역을 나타낸다. 직선운동을 생성하는 회전구동기를 90°로 배치함에 따라 xy평면상의 작업영역이 사각형 형태를 갖는다.

### 4.2 구동부 크기 설계

Table 2는 이동부 및 구동부의 질량특성을 나타낸다. Table 3은 선정된 서보모터 및 하모닉 유성기어의 규격을 나타낸다. 본 연구에서 설계하고자 하는 로봇은 Fig. 8의 Cycle time 경로 (25-305-25mm, pick & place에 각각 35msec 소요) 왕복을 0.43sec안에 완료하기 위하여 Fig. 9와 같이 최대 약 100m/s<sup>2</sup>으로 가감속을 하는 궤적을 생성하였다. 이러한 궤적을 생성하는 데 필요한 회전 구동기 출력축의 각속도와 토크를 속도 해석과 역동역학 해석을 통하여 Fig. 10에 나타내었다. Table 3과 같이 최대가반하중 12kg을 핸들링 할 수 있는 서보모터와 유성기어비를 선정하였다.

Table 2 Mass properties of the robot prototype

Parameters	Values
Link1 mass ( $m_1$ )	1,430g
Link2 mass ( $m_2$ )	220g
Moving platform mass ( $m_p$ )	250g
Link1 mass center ( $h_c$ )	91.05mm
Link1 inertia ( $I$ )	$245 \times 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$
Motor and gear inertia ( $\gamma^2 I_a$ )	$31^2 \times (3.81 + 3.4) \times 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$

Table 3 Specifications of the selected servo motors & gears (MSMA202S1H(2kW) + HPN-40A-31(Harmonic planetary gear 31:1)) for the 3-axis arm

	Motor shaft		Load shaft		Gear output		Max. value
	rated	max.	rated	max.	rated	max.	
Torque[Nm]	6.36	19.1	197.1	592.1	700	752	592(12kg)
Speed[rps]	50	83.3	1.61	2.68	50	100	2.16

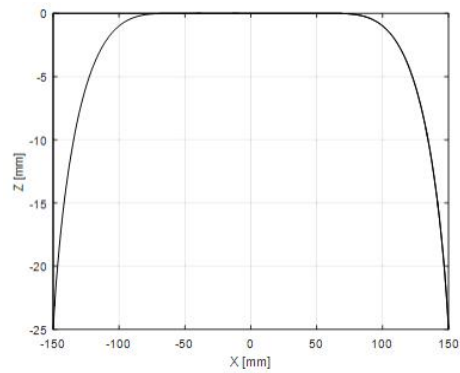


Fig. 8 Path for typical robot cycle time

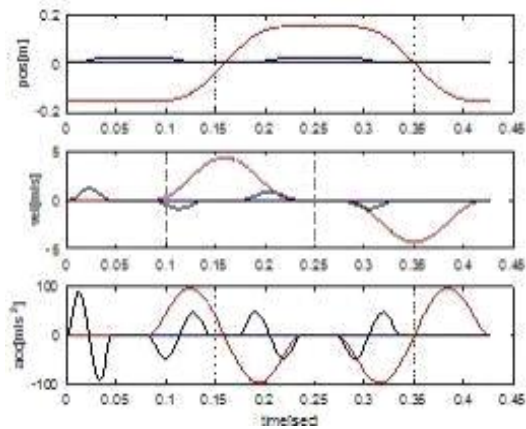


Fig. 9 Trajectory for typical robot cycle time

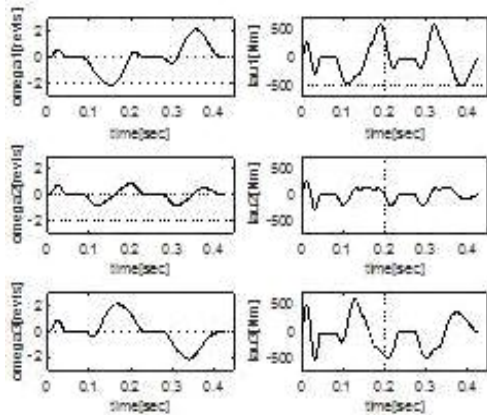


Fig. 10 Required actuator speed and torque at the load for the prescribed trajectory with 12kg payload



### 4.3 시작품 개발

Fig. 11은 4-DOF 고속 병렬로봇 시작품을 나타낸다. 철제프레임에 이동플랫폼이 아래를 향하도록 장착하였다. Fig. 12는 4축 병렬로봇용 PC 기반 개방형 제어기 시스템을 나타낸다. 제어기 하드웨어는 Host PC, DAQ가 장착된 실시간 Target PC 및 AC 서보 드라이브로 구성된다. Fig. 13은 MathWorks사의 Simulink와 xPC Target으로 작성된 실시간 제어프로그램을 나타낸다. PID 관절제어기의 제어루프는 0.2msec로 역기구학 및 계산토크 제어 루프는 1.0msec로 설정하였다. Fig. 14는 xPC Target 실시간 제어기의 TET (Task Execution Time)을 나타낸다. Intel CPU (2.16GHz dual core)에서 PID 제어는 약 0.03msec, 간략화된 동역학식 계산에 약 0.04msec가 소요됨을 알 수 있다.

고속 병렬로봇은 Fig. 10과 같이 부하관성력이 매우 크게 변화하므로 회전구동기의 토크가 크게 변화함을 알 수 있다. 부하관성력의 변화에 일정한 제어성능을 내기 위해서는 계산토크 제어 (computed torque control)를 이용하여 변화하는 관성력을 보상해줄 필요가 있음을 알 수 있다.

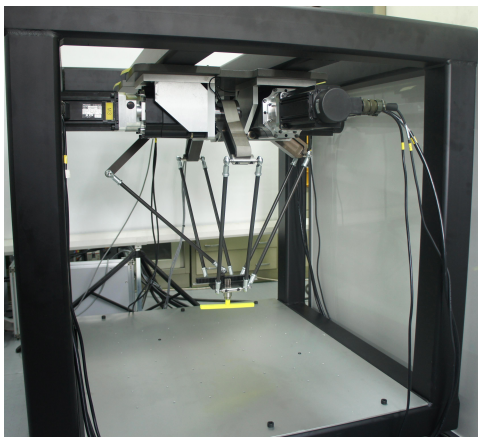


Fig. 11 4-DOF parallel robot prototype

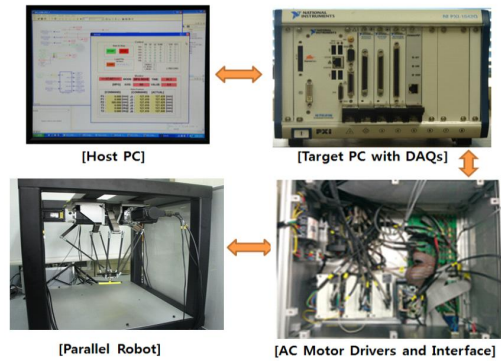


Fig. 12 Configuration of the robot control system

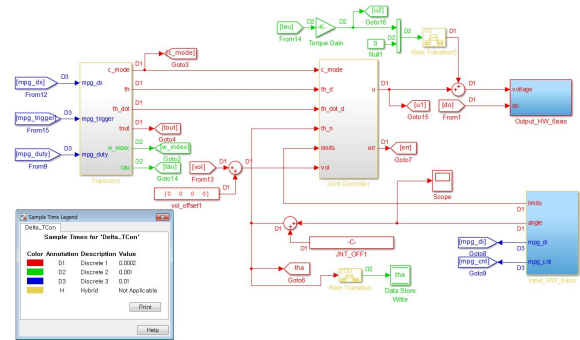


Fig. 13 Control program with Simulink and xPC Target

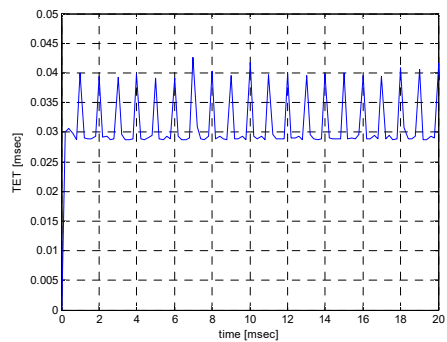


Fig. 14 TET of the real-time control program

## 5. 결론

본 논문에서는 고속 작업이 가능한 새로운 4자유도 병렬로봇 메커니즘을 제안하였다. 제안하는 메커니즘은 4개의 다리로 구성되고 랙과 피니언 기어를 이용하여 회전운동을 생성한다. 제안하는 4자유도 병렬로봇의 기구학 및 동역학 해석 방법을 제시하였다. 작업영역과 구동부 크기 설계를 통하여 4축 고속 병렬로봇의 시작품을 설계하였다. 향후 연구는 동역학 보상을 위한 computed torque 제어기 개발과 고속 위치제어시 회전운동 메커니즘의 성능을 확인하고자 한다.

## 후기

본 연구는 2013학년도 경남대학교 학술연구비 지원으로 수행되었고, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

- [1] Clavel, R., "Delta, a Fast Robot With Parallel Geometry," 18th International Symposium on Industrial Robots (ISIR), Sydney, Australia, pp. 91-100, 1988.
- [2] Miller, K., and Clavel, R., "The Lagrange-Based Model of Delta-4 Robot Dynamics," Robotersysteme, 8(4), pp. 49-54, 1992.
- [3] Miller, K., "Experimental Verification of Modeling of Delta Robot Dynamics by Direct Application of Hamilton's Principle," Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'95), Nagoya, Japan, pp. 532-537, 1995.
- [4] Staicu, S., "Recursive Modeling in Dynamics of Delta Parallel Robot," Robotica, 27(2), pp. 199-207, 2009.
- [5] Stamper, R. E., "A Three Degree of Freedom Parallel Manipulator with Only Translational Degree Freedom," Ph. D. Thesis, University of Maryland, 1997.
- [6] Codourey, A., "Dynamic Modeling and Mass Matrix Evaluation of the Delta Parallel Robot for Axes Decoupling Control," Proceedings of IEEE/R SJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'96), pp. 1211-1218, 1996.
- [7] Available at: <http://www.abb.com>
- [8] Pierrot, F., Nabat, V., Krut, S., and Pognet, P., "Optimal Design of a 4-DOF Parallel Manipulator: From Academia to Industry," IEEE Trans. Rob., 25(2), pp. 213-224, 2009.