

타이드 아치교와 KTX 열차의 동적상호작용을 고려한 공진현상 분석

Investigation of Resonance Occurrence Conditions by Dynamic Interaction Analysis between Arch bridge and KTX Trains

장정환¹⁾ · 민동주¹⁾ · 김문영^{1)*}

Jang, Jung-Hwan¹⁾ · Min, Dong-Ju¹⁾ · Kim, Moon-Young^{1)*}

¹⁾성균관대학교 건축토목공학부

¹⁾School of Civil and Architecture Engineering, Sungkyunkwan University

/ A B S T R A C T /

Resonance occurrence conditions are explored by performing dynamic interaction analysis of arch bridge and KTX trains. The target bridge is a 3D tied-arch bridge having span length of 120m. KTX trains consist of two power carriages, two power and passenger carriages and sixteen passenger carriages. When KTX trains run on the target bridge with the uniform speed of 100 to 500km/h, the dynamic responses of the bridge induced by moving trains are obtained from railway arch bridge-train interaction analysis. Two resonance conditions are presented and whether the resonance phenomena occur or not at the suspicious resonance velocities is rigorously investigated through bridge deflections and accelerations and their FFT analysis.

Key words: Interaction analysis, Arch bridge, KTXtrain, Resonance, FFT, Time history analysis

1. 서론

20세기 이후, 급증하는 인구와 비례하여 인구, 물류의 대량수송과 신속성에 대한 요구가 증가하고 있다. 이런 요구에 충족하기 위하여 철도의 개발이 활발히 진행되고 있다. 프랑스, 일본, 스페인 등 세계 각국은 철도분야에 있어서 경쟁적으로 개발을 하고 있으며 특히 고속철도분야가 치열한 경쟁을 보이고 있다. 우리나라에서도 20세기 후반 국가정책사업의 일환으로 고속철도분야에 개발을 시작하였으며, 2004년 4월 1일부터 서울에서 부산까지 고속열차운행을 시행하였다. 철도교의 형식은 그동안 보수적이고 획일적인 틀에서 크게 벗어나지 못하고 있었으나 최근 열차의 승차감, 주행안전성 그리고 교량의 동특성 등의 검토를 통하여 정량적인 기준을 만족하는 여러 형태의 교량이 만들어 지고 있다. 한편 아치교는 곡선을 띄고 있어 곡선의 아름다움을 표현할 수 있으며 그 지역의 랜드마크로서 역할도 할 수 있다. 미학적인 측면뿐만 아니라 타이드 아치교의 경우, 아치의 수평반력을 타이(tie)로 받게 한 것으로 지점부에서는 연직반력만 생기게 된다. 그럼으

로 수평반력이 기초지반에 크게 작용하지 않게 됨으로 지반상태가 양호하지 않은 곳에서도 사용할 수 있는 구조적 장점도 있다. 한국 철도설계기준(노반편)에는 중앙경간 120 m 이상의 철도교의 경우, 상호작용해석을 통한 면밀한 검토가 필요하다고 언급되어 있으며 공진에 대한 면밀한 검토가 필요하다[1]. 2001년 김천에 완공된 모암고가교는 고속철도교 중 타이드 아치형식을 한 세계최장경간(125 m)의 교량으로 국내에도 다양한 형식의 장경간의 철도 교량이 계속해서 생겨날 것으로 예상된다.

고속철도교와 열차의 동적상호작용해석에 관한 기존연구는 일반적인 거더교나 장지간의 케이블교량이 주를 이루고 있으나 본 연구에서는 더욱 다양한 형식의 교량과의 동적상호작용해석을 수행하고자 장경간의 아치교와 열차의 동적상호작용해석을 수행한다. 그리고 두 가지 공진 조건을 이용하여 변위 및 가속도 응답의 공진여부를 밝혀내며 최대응답을 일으키는 원인 조사에 초점을 둔다. 대상교량은 120 m 경간장을 갖는 3차원 타이드 아치교 모델을 사용하였고, 교량의 중심에서 2 m 편심을 주어 열차를 운행함으로써 교량의 2차원 거동뿐만 아니라 3차원거동의 영향까지 살펴본다. 대상 열차는 경부고속철도 열차의 정규편성을 대상으로 동력차(2량), 동력객차(2량), 객차(16량) 총 20량을 사용하였다. KTX 열차를 대상교량에 속도 100 km/h ~ 500 km/h 까지 10 km/h 간격으로 운행할 때 발생하는 응답을 동적상호작용해석을 통하여 구하며, 속도에 따른 교량의 최대응답을 정리

*Corresponding author: Kim, Moon-Young

E-mail: kmye@skku.edu

(Received January 13, 2015; Revised August 29, 2015; Accepted December 8, 2015)

하여 속도변화에 따른 교량의 최대응답을 확인한다. 공진에 대한 영향을 알아보기 위하여 두 가지 공진조건을 사용하며, 첫 번째 공진 조건은 열차의 유효타격에 의한 진동수와 교량의 고유진동수가 일치하는 경우이고, 두 번째 공진 조건은 열차의 가진 진동수와 교량의 고유진동수의 비를 나타내는 β_n 이 공진범위(resonance range)에 속하는 경우이다. 위의 두 조건을 이용하여 상호작용해석으로부터 교량의 변위 및 가속도응답의 공진발생 현상을 조사한다. 그리고 기존연구에서는 고차모드의 영향으로 인한 가속도응답에 대한 고찰이 부족하다. 그리하여 본 논문에서는 복잡한 가속도응답 거동의 원인 및 가속도응답의 증가를 야기 시키는 속도대역을 밝혀내기 위하여 시간이력분석 및 FFT분석을 사용하고 그 원인을 밝혀낸다.

2. 해석 이론

교량과 열차 각각의 운동에너지, 포텐셜에너지를 구하고, 동적응답해석 방법으로 라그랑주 방정식을 이용하여 3차원 교량-열차의 상호작용해석을 위한 운동방정식을 유도한다. 여기서, 모드중첩법 적용을 위하여 일반화된 교량의 운동방정식을 고려하고, 실제 한국형 고속철도인 KTX의 3차원 회전, 병진운동을 고려할 수 있는 열차의 운동방정식을 제시한다.

2.1 교량 운동방정식

열차와 교량의 동적 상호작용해석을 하기 위하여 교량과 열차의 질량, 감쇠, 강성행렬을 사용한다. 교량 행렬운동방정식의 정확성과 경제성을 위해 모드중첩법을 사용하여 교량의 질량, 감쇠, 강성행렬을 만든다. 이와 같은 방법의 다른 장점은 교량의 고유진동수와 모드형상만 알고 있으면 교량의 행렬운동방정식을 만들 수 있다는 점이다. 이를 위하여 상용프로그램을 이용하여 쉽게 교량의 고유진동수와 모드형상을 추출할 수 있다. 다음 식 (1)은 교량의 운동방정식이다.

$$[M_b]\{\ddot{z}_b\} + [C_b]\{\dot{z}_b\} + [K_b]\{z_b\} = \{F_b\} \quad (1)$$

여기서 $[M_b]$, $[C_b]$, $[K_b]$, $\{F_b\}$, $\{z_b\}$ 는 각각 교량의 $N \times N$ 질량행렬, 감쇠행렬, 강도행렬, 그리고 교량에 가해지는 $N \times 1$ 하중벡터, 절점 자유도 벡터이다. 자유진동해석을 통하여 고유진동수 ω 와 모드형상을 구할 수 있으며, 이때 교량의 변위 z_b 는 아래와 같이 모드형상 ϕ_i 과 일반화된 좌표 q_i 의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$\{z_b\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} q_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

여기서 $\{\phi_i\}$ 는 $N \times 1$ 크기의 i 번째 모드형상을 나타내며, 식 (1)에 식 (2)를 대입하고, 양변에 $[\phi_i]^T$ 을 곱하여 모드의 직교성을 이용하면 식 (3)과 같이 n 차 모드에 대한 일반화된 좌표의 운동방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = [\phi_i]^T \{F_b\} \quad (3)$$

여기서 ξ_i 는 i 번째 모두의 비례감쇠계수 그리고 $\ddot{q}_i, \dot{q}_i, q_i$ 는 각각 일반화된 좌표의 가속도, 속도, 변위를 나타낸다.

2.2 열차 운동방정식

KTX 열차는 동력차(2량), 동력객차(2량), 객차(16량) 총 20량으로 이루어져 있으며 최대 승객이 탑승한 만차 시에는 약 620 ton에 달한다. 동력객차의 경우 운행되는 객차와 관절형의 연결대차를 서로 공유하며 객차의 경우 앞과 뒤에 운행하는 객차 혹은 동력객차와 관절형 대차로 연결되어 있다. 동력차의 경우는 운행되는 동력객차와 분리되어 이어지는 뒤의 열차에 대해서 진행방향으로 힘을 전달하는 역할만을 수행한다. 열차의 행렬운동방정식을 만들기 위해 적용한 KTX 열차의 동력차 부분만 표시하면 Fig. 1과 같으며, 차량의 제원, 질량 및 강성계수를 Table 1에 정리 하였다.

각 열차가 가지는 질량 및 관성모멘트로부터 운동에너지 T를 구성하고 현가장치의 상대적인 운동 변위량에 따라 위치에너지 V 및 감쇠에너지 D를 구성한다. 아래는 동력차의 에너지 식들을 나타낸다.

$$2T_p = m_c (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2) + I_{cx} \dot{\theta}_{cx}^2 + I_{cy} \dot{\theta}_{cy}^2 + I_{cz} \dot{\theta}_{cz}^2 + \sum_{l=1}^2 \{ m_b (\dot{x}_{bl}^2 + \dot{y}_{bl}^2 + \dot{z}_{bl}^2) + I_{bx} \dot{\theta}_{bxt}^2 + I_{by} \dot{\theta}_{byt}^2 + I_{bz} \dot{\theta}_{bzt}^2 \} + \sum_{m=1}^4 \{ m_a (\dot{x}_{am}^2 + \dot{y}_{am}^2 + \dot{z}_{am}^2) + I_{ax} \dot{\theta}_{axm}^2 + I_{ay} \dot{\theta}_{aym}^2 + I_{az} \dot{\theta}_{azm}^2 \} \quad (4)$$

$$2V_p = \sum_{s=1}^4 \{ K_{cbx} \Delta x_{chs}^2 + K_{cby} \Delta y_{chs}^2 + K_{cbz} \Delta z_{chs}^2 \} + \sum_{s=1}^2 K_{cb\phi} \Delta \theta_{chs}^2 + \sum_{n=1}^8 \{ K_{bax} \Delta x_{ban}^2 + K_{bay} \Delta y_{ban}^2 + K_{baz} \Delta z_{ban}^2 \} \quad (5)$$

$$2D_p = \sum_{s=1}^4 \{ C_{cbx} \Delta \dot{x}_{chs}^2 + C_{cby} \Delta \dot{y}_{chs}^2 + C_{cbz} \Delta \dot{z}_{chs}^2 \} + \sum_{s=1}^2 C_{cb\phi} \Delta \dot{\theta}_{chs}^2 + \sum_{n=1}^8 \{ C_{bax} \Delta \dot{x}_{ban}^2 + C_{bay} \Delta \dot{y}_{ban}^2 + C_{baz} \Delta \dot{z}_{ban}^2 \} \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Delta x_{chs} &= x_c - x_{bl}, \Delta y_{chs} = y_c + (-1)^{t+1} L_{pl} \theta_{cz} - y_{bl}, \Delta \theta_{chs} = \theta_{cz} - \theta_{bs}, \\ \Delta z_{chs} &= z_c + (-1)^t L_{pl} \theta_{cy} + (-1)^{s+1} b_2 \theta_{cx} - (z_{bl} + (-1)^{s+1} b_2 \theta_{bxl}) \\ \Delta x_{ban} &= x_{bl} + (-1)^n b_1 \theta_{bzl} - (x_{am} + (-1)^n b_1 \theta_{axm}), \Delta y_{ban} = y_{bl} + (-1)^{m+1} L_1 \theta_{bzl} - y_{am} \\ \Delta z_{ban} &= z_{bl} + (-1)^m L_1 \theta_{byl} + (-1)^{n+1} b_1 \theta_{bxl} - (z_{am} + (-1)^{n+1} b_1 \theta_{bxm}) \\ t &= Integer\left(\frac{s+1}{2}\right), \quad m = Integer\left(\frac{n+1}{2}\right), \quad l = Integer\left(\frac{n+3}{4}\right) \end{aligned}$$

아래첨자 c, b, a 는 차체, 보기, 윤축을 의미하며 x, y, z, θ 는 각 방향에 대한 변위 및 회전을 의미한다. m, l 는 각각 질량 및 관성모멘트를 의미하며, K, C 는 각각 스프링, 댐핑 상수를 의미한다. P_k 는 열차의 자유도에 해당하

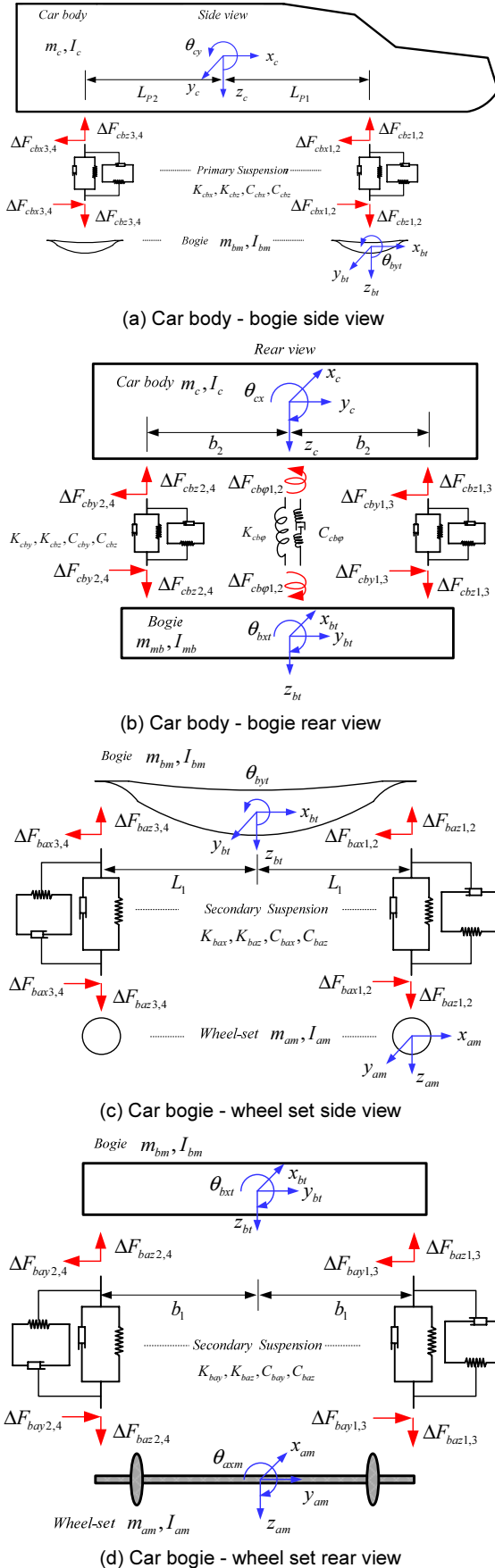


Fig. 1. KTX train power carriage

Table 1. KTX train properties (mm)

	Power car	Motorized trailer	Passenger car
Mass of car body (kg)	54960	42758	26750
Mass of bogie (kg)	2420	2446	3043
Mass of wheel-set (kg)	2050	2048	2003
Moment of inertia for car body I_{cx}, I_{cy}, I_{cz} (ton.m ²)	59.4, 1132.8, 1112.9	55.5, 1641.5, 1694.9	33.94, 971.8, 971.8
Moment of inertia for bogie I_{bx}, I_{by}, I_{bz} (ton.m ²)	1.645, 2.593, 3.068	2.07, 3.26, 3.86	2.03, 3.20, 3.79
Moment of inertia for wheel-set I_{ax}, I_{ay}, I_{az} (ton.m ²)	1.03, 0, 1.03	1.03, 0, 1.03	1.03, 0, 1.03
Primary suspension $K_{cbx}(C_{cbx}), K_{cby}(C_{cby}), K_{cbz}(C_{cbz}), K_{cb\phi}(C_{cb\phi})$ [kN/m, kN.s/m]	40000(10), 9000(10), 1250(10), 3800(4230)	40000(10), 9000(10), 1250(10), 3800(4230)	55000(6), 11000(6), 800(6), 3800(240)
Secondary suspension $K_{bax}(C_{bax}), K_{bay}(C_{bay}), K_{baz}(C_{baz})$ [kN/m, kN.s/m]	303(100), 303(100), 1270(20)	100(30), 150(30), 370(20)	100(20), 170(20), 303(20)

는 변수이며, 아래첨자 k 는 열차의 총 자유도 개수이다.

식(4~6)으로 구한 에너지식을 라그랑주 식(7)을 이용하여 열차의 행렬 운동방정식(8)을 생성한다[2, 3].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (T - V)}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial (T - V)}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = 0 \quad (7)$$

$$[M_v] \{\ddot{z}_v\} + [C_v] \{\dot{z}_v\} + [K_v] \{z_v\} = \{F_v\} \quad (8)$$

2.3 동적 상호작용해석

동적상호작용해석을 수행하기 위하여 가장 먼저 바퀴-레일 사이가 항상 접촉하고 있다는 가정을 한다[4]. 이 가정에 기초하여 바퀴와 그 지점의 레일의 수직변위를 일치시킬 수 있고, 결과적으로 열차 윤축의 자유도를 줄일 수 있다. 그리고 교량과 열차의 응답을 구하기 위하여 반복법을 사용하며 그 흐름도는 Fig. 2와 같다.

식(9)에서 차량의 상호작용력 $\{F_v\}$ 는 교량의 응답으로 이루어져 있으므로 교량의 응답을 가정함으로써 차량의 운동방정식을 풀 수 있다. 차량의 운동방정식에서 구한 차량의 응답과 앞에서 가정한 교량의 응답을 이용하여 교량의 상호작용력 $\{F_b\}$ 를 구할 수 있고, 교량의 운동방정식 또한 풀 수 있다. 이런 동일과정을 허용오차 0.1%에 들 때 까지 반복하여 수행한다.

$$\begin{cases} \ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = [\phi_i]^T \{F_b\} \\ [M_v] \{\ddot{z}_v\} + [C_v] \{\dot{z}_v\} + [K_v] \{z_v\} = \{F_v\} \end{cases} \quad (9)$$

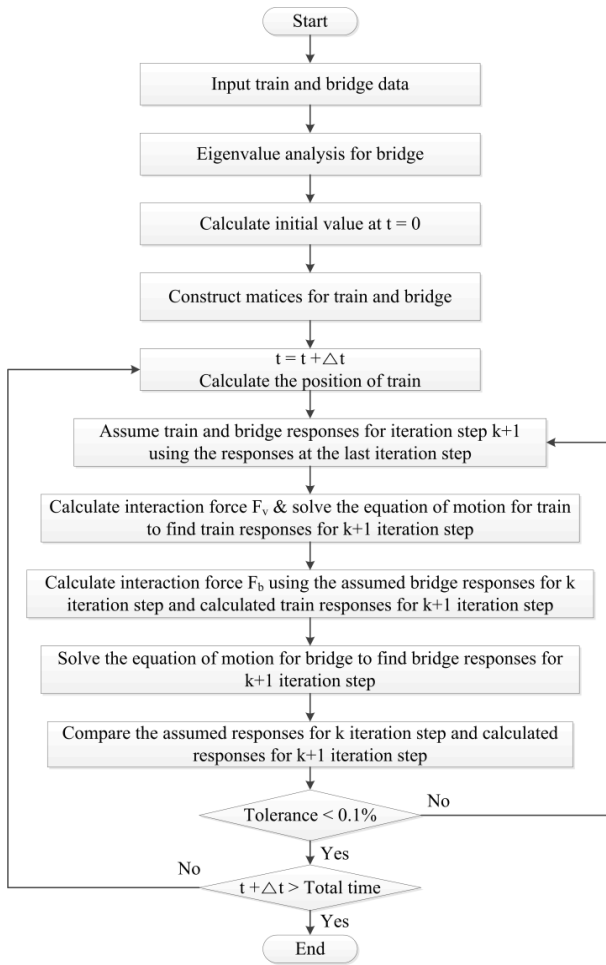


Fig. 2. Flow chart of the iterative method

2.4 이동연행하중에 의한 단순보의 응답

철도교량은 일정한 유효타격거리를 가진 열차가 지나가기 때문에 공진에 대한 검토가 필요하다. 이를 위하여 일정한 축간격을 가진 연직하중이 단순보를 지나갈 때 교량의 처짐과 가속도를 수식으로 나타내고 각각 수식이 최대가 되는 공진조건을 제시한다. Fig. 3은 동일한 이동연행하중이 단순보를 지나갈 때를 묘사한 것이다.

L_b 는 교량전체 길이, d_v 는 연행하중의 간격, P 는 연행하중, V 는 이동하중의 속도, N 은 전체 하중의 수, \bar{m} 은 단위길이 당 질량, EI 는 교량의 휨강성, y 는 교량의 처짐을 나타내는 경우에 연행 이동하중을 받는 단순보에 대해 식(10)와 같이 운동방정식을 세울 수 있다.

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^4} = \sum_{k=0}^{N-1} \delta \left[x - V \left(t - \frac{kd_v}{V} \right) \right] P \quad (10)$$

식(10)을 일반화된 좌표와 모드형상을 이용하여 모드중첩법으로 나타내고, 교량의 고유진동수를 ω_i 로 나타내고, 그리고 Duhamel integration을 이용하여 정리하면 교량의 처짐은 식(11), 가속도는 식(12)과 같다[5].

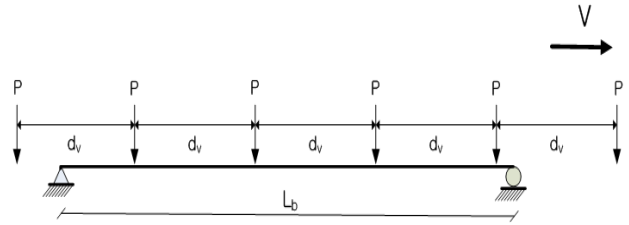


Fig. 3. Bridge response induced by series load

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n \sum_{k=0}^{N-1} \begin{bmatrix} \sin \bar{\omega}_n \left(t - \frac{kd_v}{V} \right) \\ -\beta_n \sin \omega_n \left(t - \frac{kd_v}{V} \right) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\ddot{y}(x,t) = - \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n \sum_{k=0}^{N-1} \begin{bmatrix} \bar{\omega}_n^2 \sin \bar{\omega}_n \left(t - \frac{kd_v}{V} \right) \\ -\beta_n \omega_n^2 \sin \omega_n \left(t - \frac{kd_v}{V} \right) \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서

$$\psi_n = \frac{2P \sin \frac{n\pi x}{L_b}}{\bar{m} \omega_n^2 L_b (1 - \beta_n^2)} \quad (13)$$

$$\bar{\omega}_n = \frac{n\pi V}{L_b}, \quad \beta_n = \frac{\bar{\omega}_n}{\omega_n} \quad (14)$$

교량의 변위와 가속도응답을 나타내는 식(11)과 식(12)이 최대가 되는 조건을 이용하여 두 가지 공진조건을 제시한다. 첫 번째 공진 조건은 열차의 유효타격과 교량의 고유진동수가 일치하는 경우로 다음 식(15)와 같다.

$$\omega_n \frac{d_v}{V} = 2j\pi \quad (j = 1, 2, 3, \dots) \quad (15)$$

두 번째 공진조건은 열차의 가진 진동수와 교량의 고유진동수가 일치하는 경우이다. 위 식(11)과 식(12)는 단순보에서의 응답을 나타내며, Ju and Lin[6]은 아치교의 거동이 복잡하여 수식화 하는 것이 어려우므로 단순교의 응답 식을 사용하여 아치교의 동적거동을 살핀다고 했다. 그리고 식(14)

$\beta_n = \frac{n\pi V}{L_b \omega_n}$ 에서 n 은 단순보의 n 번째 모드를 의미하며, 일반적으로 단순보에서는 교량의 동적거동에 가장 큰 영향을 미치는 교량의 첫 번째 고유진동수를 사용하여 $\beta_1 = \frac{\pi V}{L_b \omega_1}$ 를 사용한다. 하지만 아치교의 경우, 교량의 첫

번째 모드형상이 단순보의 2차 모드와 동일하므로 β_1 은 $\frac{2\pi V}{L_b \omega_1}$ 과 같다. β_1 은 열차의 속도에 따라 변하는 값으로 1에 가까워지면 식(13) ψ_n 은 무한대로 발산하게 된다. 하지만 일반적으로 β_1 값이 다음의 공진범위 들어갈 때 공진발생의 위험이 있다.

$$0.7 < \beta_1 < 1.4 \quad (16)$$

그리고 식(12)에서 가속도응답은 변위응답에는 없는 ω_n^2 항에 의하여 교차모드의 영향이 클 것임을 예상할 수 있다.

3. 해석예제

대상 교량은 고속철도 아치교로 중앙지간 120 m이다. 주요 재원은 다음 Table 2와 같이 총 7개의 부재로 이루어져 있다. 대상아치교는 2개의 아치 리브와 10 m 간격의 기둥으로 이루어져 있다. 기둥을 제외한 모든 요소들은 빔요소를 사용하였고 기둥은 축력만이 작용하는 트러스요소를 사용하였다. 주거터는 아치리브의 양끝단과 강절로 연결하였고, 아치리브와 마찬가지로 2개가 사용되었다. 그리고 브레이싱은 주거터의 수평력에 대해 저항하기 위해 만들어졌다. 주거터와 아치리브를 가로지르는 가로보의 연결은 강절로 이루어져 있다. 대상 아치교의 힘의 흐름은 열차하중, 세로보, 가로보, 주거터, 기둥, 그리고 아치리브의 순서로 이루어진다. 아치교의 중요한 요소 중 하나인 라이즈비(아치 중앙지점의 높이와 지간의 비)는 1:5를 사용하여 거터에서 아치리브 최상단까지의 높이는 24 m이다. 교량 전체 폭은 12 m로 KTX 열차 2대가 서로 교차하여 통과 가능한 폭으로 설정하였다. 사용 강재는 SM520를 사용하였고, 탄성계수는 $2.06 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 를 사용하였다. 교량의 모두중첩 시 감쇠비는 철도교 기준에 제시된 강구조 형식의 경우 0.5%로 제시되어 있으나, 실측을 통한 연구결과 1%이상의 감쇠비를 확보하고 있는 것으로 보고되고 있으므로, 본 연구에서는 감쇠비를 1.3%로 가정한다. [6]

3.1 자유진동 해석

대상 아치교의 고유치 해석을 수행하기 위하여 상용프로그램 MIDAS를

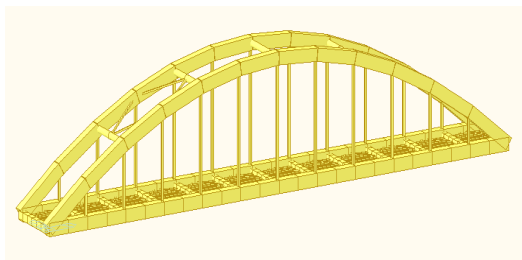


Fig. 4. Tied arch bridge

Table 2. Section properties (mm)

Main girder	Box 2500x1900x30x32
Arch rib	Box 2500x1900x30x32
Transverse beam	Box 1500x1200x30x30
Bracing	H 300x300x10x15
Arch transverse beam	Pipe 1400x33
Hanger	H 500x400x20x25
Longitudinal beam	H 95x890x18x30

이용하여 모델링을 하였고, 구조물 거동 특성에 맞는 고유치를 얻기 위해 규모가 큰 유한요소 시스템의 고유치 해석을 수행하는데 있어 매우 효과적으

Table 3. Natural frequency

In-plane mode	cycle/sec	Out-of-plane mode	cycle/sec
1	1.534	1	0.619
2	2.223	2	1.025
3	3.062	3	4.681
4	4.005	4	7.361
5	4.299	5	7.551
6	4.402	6	10.04

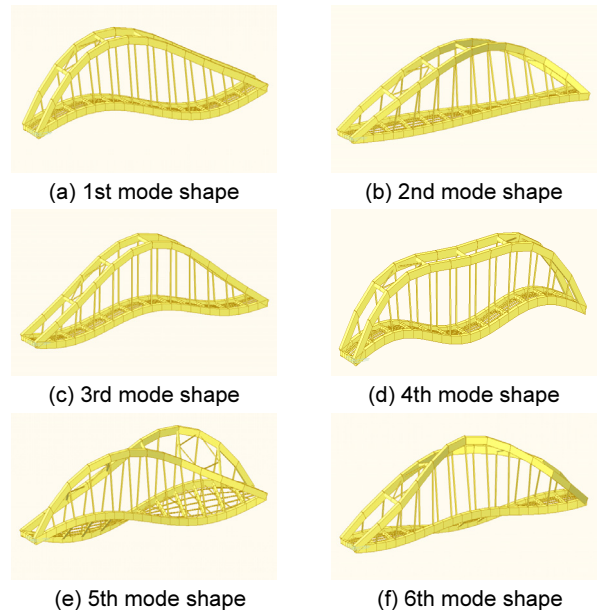


Fig. 5. In-plane mode shapes (Vertical and axial directions)

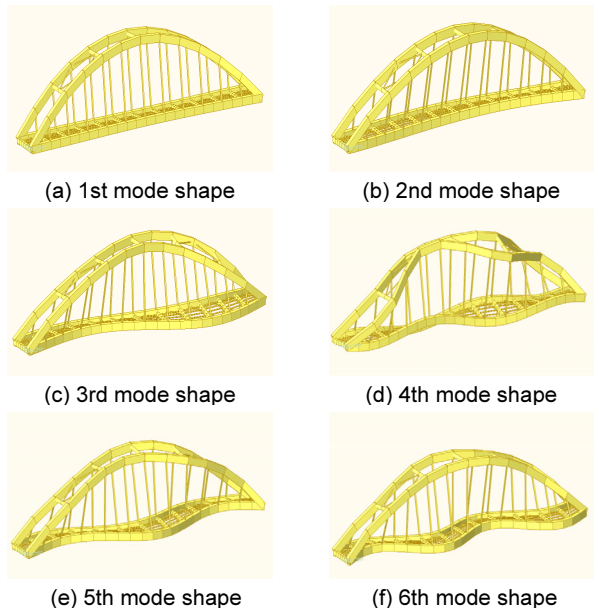


Fig. 6. Out-of-plane mode shapes (Direction perpendicular to bridge)

로 알려져 있는 부공간 반복법(subspace iteration)을 이용하였다. Table 3 에 면내모드, 면외모드를 구분하여 고유진동수를 제시하였고, Fig. 5과 Fig. 6 에 각각 대응하는 모드형상을 도시하였다.

3.2 속도증가에 따른 교량의 변위 및 가속도 응답분석

교량의 운동행렬방정식을 만들기 위하여 모드중첩법을 사용하였으며, 고려할 모드 수는 충분히 많은 N개의 모드를 고려한 해석결과와 N+1 개의 모드를 고려한 해석결과를 비교를 통하여 1%이내의 오차를 보이는 200개 모드(면내모드 131, 면외모드 69)를 사용하였다. 속도에 따른 최대 수직변위 및 가속도 응답을 Fig. 7과 Fig. 8 에 나타내었다.

교량의 3차원거동을 확인하기 위하여 속도에 따른 최대 수평변위 및 가속도 응답을 Fig. 9, Fig. 10 에 나타내었다. 수직변위 및 가속도에 비하여 수평변위 및 가속도는 매우 작게 나타나고 있음을 확인 할 수 있다. 최대 수평변위는 440 km/h에서 약 4 mm, 최대 수평가속도는 약 0.3 m/sec²이다. 그러므로 대상교량에 열차의 편심주행으로 인한 교량의 3차원효과는 매우

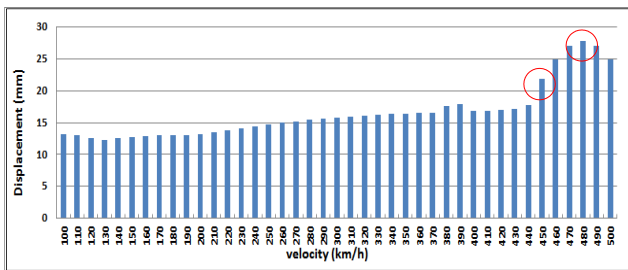


Fig. 7. Max. vertical displ. by the increasing speed at the quarter point of the bridge length

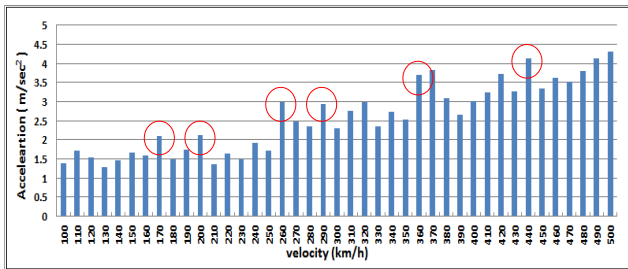


Fig. 8. Max. vertical acc. by the increasing speed at the quarter point of the bridge length

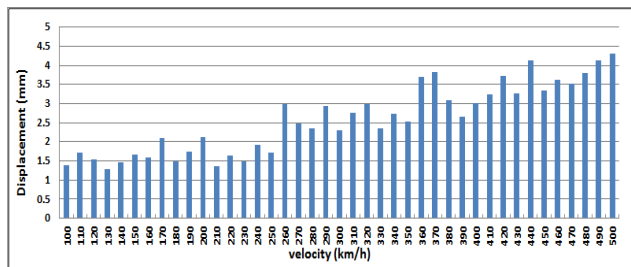


Fig. 9. Max. lateral displ. by the increasing speed at the quarter point of the bridge length

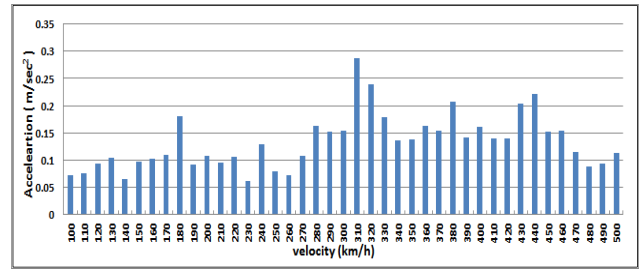


Fig. 10. Max. lateral acc. by the increasing speed at the quarter point of the bridge length

미미하다고 판단된다. 그러나 풍하중이나 지진하중과 같은 수평방향에 대한 추가적인 하중이 있을 경우, 3차원거동은 더욱 커져 동적거동에 주요한 요소가 될 수 있다. 본 연구에서 3차원효과가 미소하므로 면외방향 응답을 제외한 면내방향의 응답에 대하여 집중적으로 검토한다.

3.3 변위응답을 통한 공진현상 분석

첫 번째 공진조건 식(15)를 이용하여 공진유발속도를 다음 식(17)과 같이 구할 수 있다. 처짐의 경우, 교량의 첫 번째 고유진동수가 교량의 동적거동을 지배하기 때문에 식(17)에 첫 번째 고유진동수 f_1 을 사용한다[7].

$$V_{cr} = d_v f_n / j \quad (j = 1, 2, 3 \dots) \tag{17}$$

KTX열차의 유효타격거리 d_v 는 18.7 m, 교량의 첫 번째 면내방향 고유진동수는 1.535(cycle/sec), $j=1$ 일 때, 공진유발속도 103 km/h이다. 여기서 $j=2,3 \dots$ 로 더 커질 경우, 공진유발 속도는 더욱 느려져 연구대상 속도에서 벗어나게 된다. 공진유발속도의 근접 속도인 100 km/h ~ 130 km/h에서의 정적 처짐과 동적처짐을 비교한 그래프를 Fig. 11 ~ Fig. 14 로 나타내었다.

100 km/h, 110 km/h에서 열차의 유효타격이 일정하게 작용하는 시간에서 동적처짐이 정적처짐 보다 확대됨을 확인 할 수 있다. 그리고 공진유발 속도에서 멀어질수록 정적처짐과 비슷한 거동을 보이는 것을 확인할 수 있다. 그리고 처짐의 최대 및 최소가 되는 지점의 동적처짐 및 정적처짐의 차이가 그리 크지 않음을 확인 할 수 있고, 이는 KTX열차의 유효타격거리 (18.7 m)로 구할 수 있는 공진소멸지간(121.55 m)이 대상교량의 지간과 비슷하여 자유진동 증폭이 작기 때문이다. 교량의 동적거동을 상세히 확인하기 위해서는 공진유발속도 대역에서 시간이력분석이 필요하다. Fig. 15 는 교량의 충격계수를 나타내며 충격계수는 철도설계기준(노반편, 2011)에 따라 식(18) 과 같이 계산되었다. 충격계수는 정적설계 시 열차의 동적 충격효과를 고려하기 위하여 열차의 표준열차하중에 곱해주는 계수로 동적영향의 크기를 나타낸다[8].

$$i = \frac{\delta_{dyn} - \delta_{sta}}{\delta_{sta}} \tag{18}$$

열차속도 450 km/h에서부터 충격계수가 급격하게 증가하기 시작하며 480 km/h에서 최대값을 가진다. 이는 두 번째 공진조건 식(16)에 의한 동

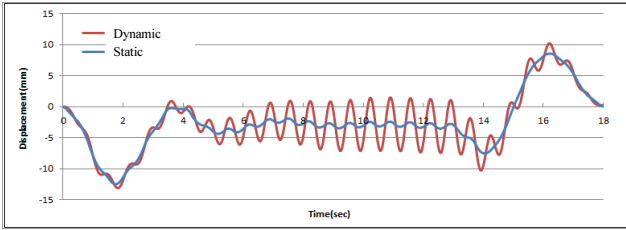


Fig. 11. Comparison between dynamic and static displacements at the quarter point of the bridge length (100km/h)

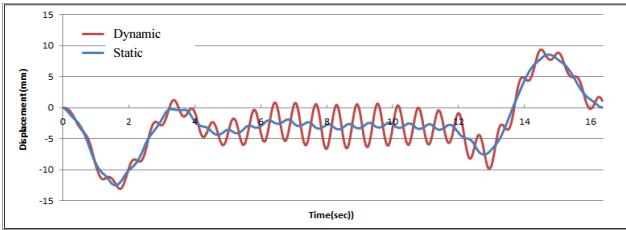


Fig. 12. Comparison between dynamic and static displacements at the quarter point of the bridge length (110km/h)

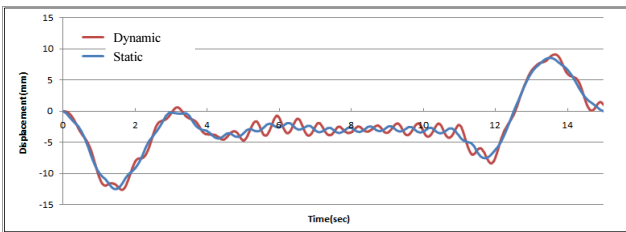


Fig. 13. Comparison between dynamic and static displacements at the quarter point of the bridge length (120km/h)

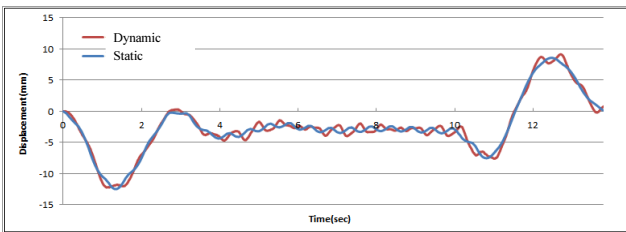


Fig. 14. Comparison between dynamic and static displacements at the quarter point of the bridge length (130km/h)

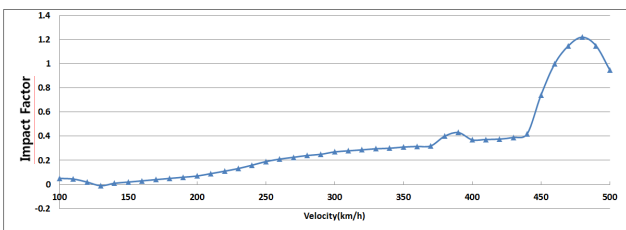


Fig. 15. Impact factors of the vertical displacement by increasing train speed

적증폭현상이며, 식(13)에 있는 동적 증폭계수 $\frac{1}{1-\beta_1^2}$ 이 무한대로 발산함으로 일어나는 현상이다. 일반적으로 두 진동수비 β_1 가 0.7~1.4이 되면 공

Table 4. β_1 by the increasing train speed

Velocity (km/h)	β_1	Velocity (km/h)	β_1
100	0.150845	310	0.467619
110	0.165929	320	0.482703
120	0.181014	330	0.497788
130	0.196098	340	0.512872
140	0.211183	350	0.527957
150	0.226267	360	0.543041
160	0.241352	370	0.558126
170	0.256436	380	0.57321
180	0.271521	390	0.588295
190	0.286605	400	0.603379
200	0.30169	410	0.618464
210	0.316774	420	0.633548
220	0.331859	430	0.648633
230	0.346943	440	0.663717
240	0.362028	450	0.678802
250	0.377112	460	0.693886
260	0.392197	470	0.708971
270	0.407281	480	0.724055
280	0.422365	490	0.73914
290	0.43745	500	0.754224
300	0.452534		

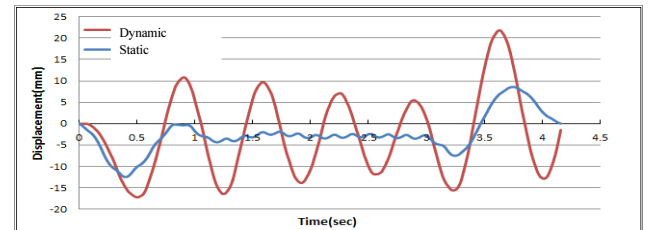


Fig. 16. Comparison between dynamic and static displacements at the quarter point of the bridge length (450km/h)

진이 발생할 수 있으며 공진범위라고 한다. 최대 처짐 및 최대충격계수를 보이는 속도 480 km/h에서 두 진동수의 비 β_1 은 0.7241로 공진범위 안에 들어가게 된다. 속도에 따른 β_1 을 Table 4에 정리하였으며 급격한 변위의 증가를 보이는 450 km/h에서의 면밀한 검토를 위하여 변위 시간이력그래프를 Fig. 16에 나타내었다.

대상교량이 공진소멸시간을 가졌음에도 불구하고 β_1 의 값이 공진범위에 들어감에 따라 전 구간에 걸쳐 정적처짐에 비하여 동적처짐이 훨씬 커짐을 확인할 수 있다.

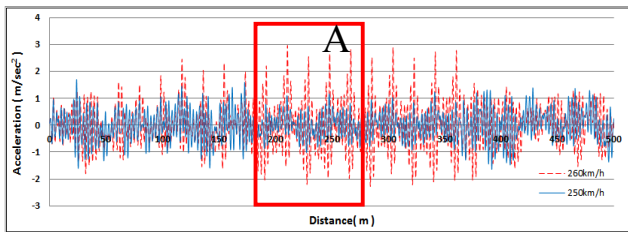
3.4 가속도응답을 통한 공진현상 분석

변위응답의 경우, 교량의 첫 번째 고유진동수가 동적 거동에 지배적인 영향을 미친다. 하지만 가속도응답의 경우, 식(12)의 ω_n^2 항에 의하여 교량의 첫 번째 고유진동수 뿐만 아니라 고차모드의 영향 역시 크다. Fig. 17는

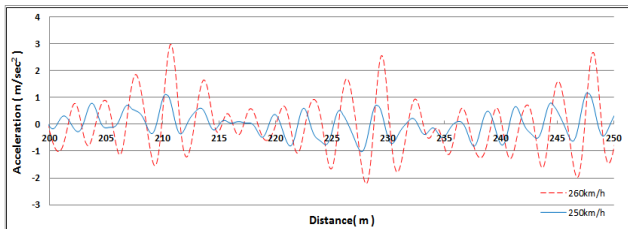
Fig. 8에서 주변속도대역 보다 큰 응답을 보이고 있는 260 km/h과 그 주변 속도인 250 km/h에서의 가속도응답 비교이다. 속도가 다른 두 시간이력 그래프를 비교하기 위하여 x축을 시간에서 열차의 첫 번째 바퀴의 위치로 바꿨다. 열차의 첫 번째 바퀴의 위치에 따른 교량의 응답을 나타낸다. Fig. 17 (a)는 두 속도대역에 대한 전체 시간이력 가속도 그래프를 나타내며, Fig. 17 (b)는 260 km/h에서 가속도 증폭이 일어나는 구간을 자세히 알아보기 위하여 확대한 것이다.

210 m 지점에서는 가속도 응답의 차이가 약 3배가량 증폭됨을 확인할 수 있다. 가속도 응답은 일반적으로 고차모드의 영향이 크며 그 양상이 복잡하다. 참여된 진동수대역을 확인하여 가장 주요한 진동수 대역을 찾기 위해 FFT분석을 한다.

Fig. 18은 250 km/h와 260 km/h에서의 가속도응답의 FFT분석결과이다. 260 km/h에서 26 Hz 부근에서 가장 높은 진폭값을 보이고 있으며 이는 250 km/h에서의 최대값보다 2배가 넘는 수치이다. 그로써 260 km/h에서의 가속도응답의 증가는 26 Hz부근의 주파수의 영향이 가장 큼을 의미한다. 이러한 현상을 첫 번째 공진조건인 교량의 고유진동수와 열차의 가진진



(a) Comparison of vertical accelerations at the quarter point of the bridge length (250km/h vs 260km/h)



(b) Detail of A

Fig. 17. Comparison of vertical acc. (260km/h vs 250km/h)

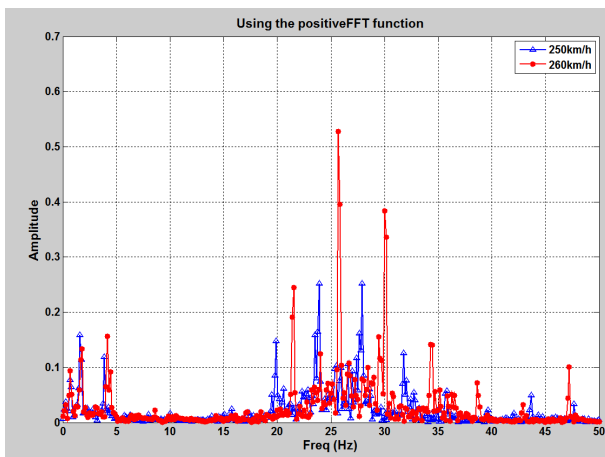
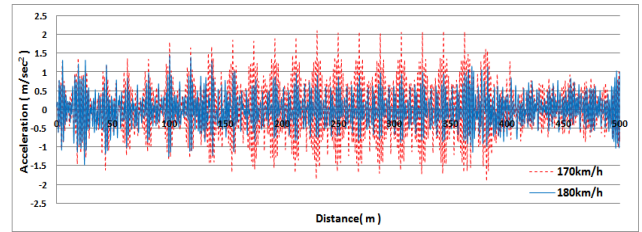


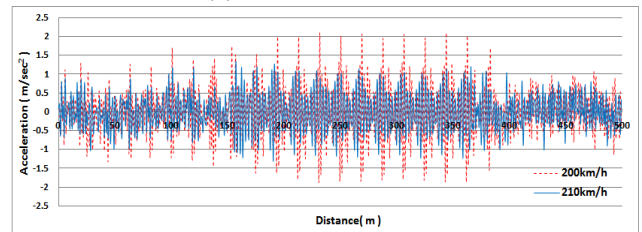
Fig. 18. FFT Analysis of vertical acc. (250km/h vs 260km/h)

동수 일치 조건에 근거하여 살펴보면, 교량의 57번째 고유진동수 26 Hz와 j 가 6일 때, 가진 진동수 (jV/d_v) 26 Hz의 일치로 그 주파수의 진폭이 최대 값을 가지게 되고, 그로인해 가속도응답의 증가가 이루어 졌다. 동일한 방법으로 Fig. 8에 표시한 공진속도대역 170 km/h, 200 km/h, 290 km/h, 360 km/h, 440 km/h 에서 가속도응답 시간이력 그래프와 FFT분석을 통하여 가속도 응답의 분석을 한다. Fig. 19, Fig. 20은 각각 가속도시간이력 그래프와 FFT분석 그래프를 나타낸다.

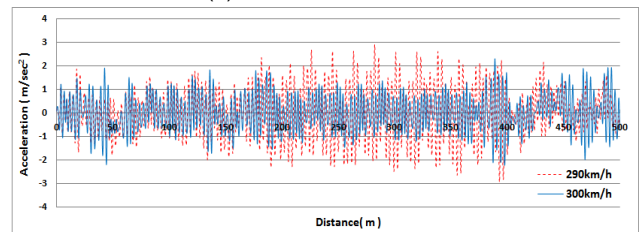
공진의심속도 대역의 가속도 시간이력과 그 근접 속도대역의 가속도 시간이력의 비교 결과, 일정한 유효타격이 작용하게 되는 구간에서 응답이 약 2~3배가량 확대되는 것을 확인할 수 있다. 그리고 가속도응답에 참여된 진



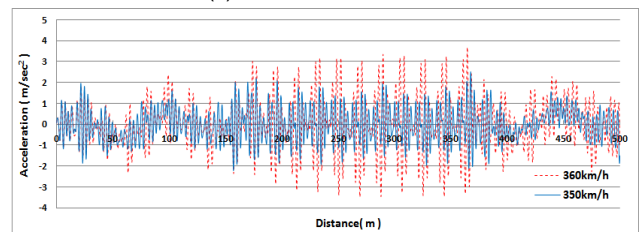
(a) 170km/h vs 180km/h



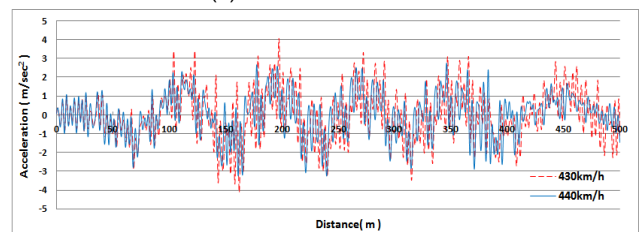
(b) 200km/h vs 210km/h



(c) 290km/h vs 300km/h



(d) 360km/h vs 350km/h



(e) 430km/h vs 440km/h

Fig. 19. Comparison of vertical accelerations at the quarter point of the bridge length

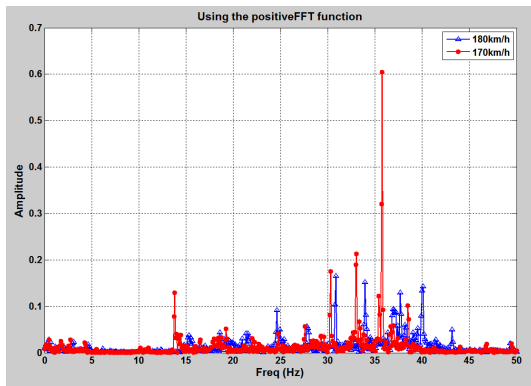
동수대역을 확인하기 위하여 가속도응답의 FFT분석 그래프이다.

가속도응답의 FFT결과, 근접 속도대역보다 큰 응답을 보이는 170 km/h, 200 km/h, 290 km/h, 350 km/h, 440 km/h 속도에서 다른 속도에서의 FFT결과 보다 높은 주파수 대역의 영향이 큼을 확인할 수 있다. 그리고 Fig. 20 (e) 440 km/h vs 430 km/h에서 교량의 첫 번째 고유진동수와 동일한 진동수에서 큰 진폭을 가지는 것을 볼 수 있다. 이는 속도가 빨라질 수록 β_1 값이 공진범위에 근접함으로 교량의 첫 번째 고유진동수의 영향이 커졌음을 예상할 수 있다. 그러므로 Fig. 19(e)의 가속도 시간이력그래프 역시 다른 속도대역과는 다르게 저주파수의 영향이 큰 파형을 보이고 있다. 철도설계기준(노반편,2011)에서 주행열차하중에 대한 동적해석 전에 자유진동해석을 수행하여 공진을 일으킬 수 있는 공진유발속도를 미리 산정하기 위하여 식 $V_{cr} = d_v f_n / j$ ($j = 1, 2, 3 \dots$)를 사용하며, 교량의 동적거동에 가장지배적인 첫 번째 고유진동수를 사용한다. 하지만 가속도응답의 경

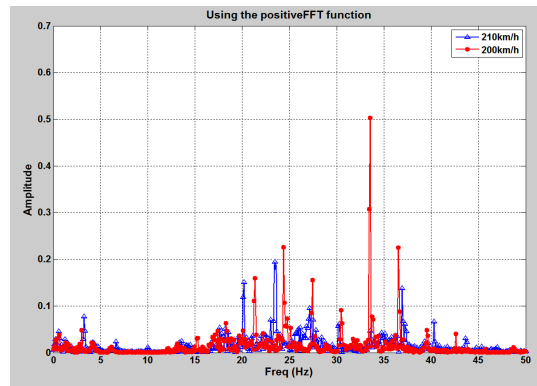
우 교량의 첫 번째 고유진동수 뿐만 아니라 교차의 고유진동수 또한 동적거동에 주요한 영향을 미치므로 위의 공진유발속도만으로 가속도응답의 예측은 어렵다. 가속도응답의 증가현상을 예측하기 위하여 Fig. 19에서 최대값을 보이는 주파수대역에서 교차의 고유진동수 f_n 와 열차의 가진 진동수

Table 5. Comparison between natural and exciting frequency

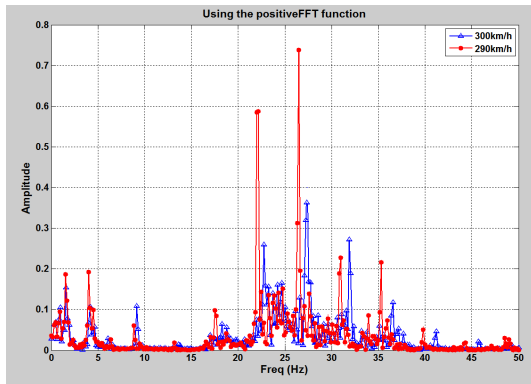
Velocity (km/h)	f_n (Hz)	jV/d_v (Hz)
170	35.42 Hz (n = 80)	35.35 Hz (j = 14)
200	34.50 Hz (n = 76)	35.65 Hz (j = 12)
260	26.00 Hz (n = 57)	25.85 Hz (j = 6)
290	26.00 Hz (n = 57)	25.85 Hz (j = 6)
360	26.90 Hz (n = 59)	26.74 Hz (j = 5)
440	34.50 Hz (n = 76)	32.68 Hz (j = 5)



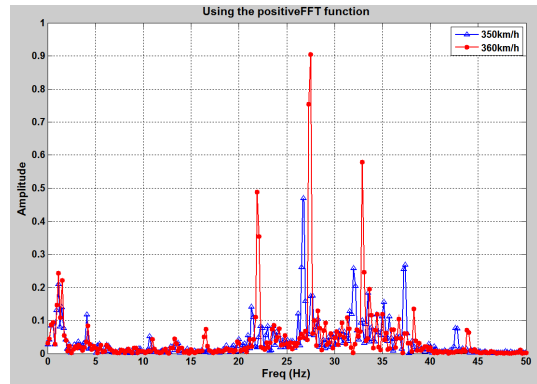
(a) 170km/h vs 180km/h



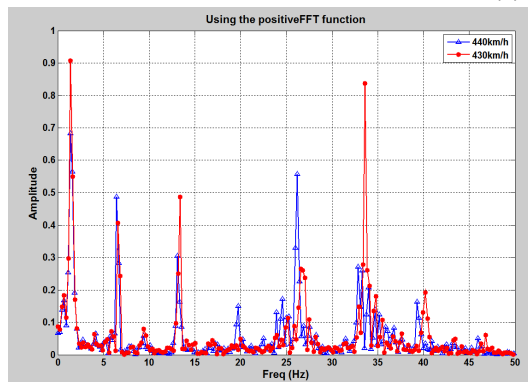
(b) 200km/h vs 210km/h



(c) 290km/h vs 300km/h



(d) 360km/h vs 350km/h



(e) 440km/h vs 430km/h

Fig. 20. Comparison of FFT analysis of vertical accelerations at the quarter point of the bridge length

jV/d_v 의 일치여부를 확인하며 Table 5와 같이 정리 하였다. 그 결과FFT 분석 시 최대값을 보이는 주파수 대역에서 교량의 고유진동수와 열차의 가진 진동수가 일치 혹은 근접함을 확인할 수 있고, 가속도의 응답을 증가시키는 속도를 구할 수 있다.

4. 결론

일정한 축 간격을 가지는 열차의 특성 때문에 철도교량의 경우 공진에 대한 검토가 필수적이다. 그리고 장경간(120 m)이상의 경우, 한국 철도설계기준(노반편)에서는 상호작용해석을 통하여 면밀한 검토가 필요하다고 언급하고 있다. 본 연구의 대상열차 및 교량은 KTX 열차와 타이드 아치교이다. 대상열차를 10 km/h 간격으로 100 km/h ~ 500 km/h까지 대상교량에 운행 시 생기는 최대응답을 살펴보고 이에 따른 공진검토를 수행하였다. 교량의 운동행렬방정식을 만들기 위해 모드중첩법을 사용하였고, 고려한 모드 수는 1%이내의 오차를 보이는 200개의 모드를 사용하였다. 교량의 면외 방향의 3차원거동을 살펴보기 위하여 교량의 중심에서 2 m 편심을 주어 열차를 운행하였지만 면외 방향의 3차원효과는 그리 크지 않았다. 그러나 풍하중이나 지진하중등과 같은 수평방향의 하중이 추가적으로 적용될 경우, 교량의 3차원 거동은 매우 중요한 요소가 될 수 있다.

교량의 고유진동수와 열차의 유효타격거리에 의하여 계산할 수 있는 공진유발속도가 103 km/h로 계산되었고, 100 km/h와 110 km/h에서의 시간이력분석결과 공진에 의하여 정적 처짐에 비하여 큰 처짐을 보였다. 그리고 속도가 빨라짐에 따라 진동수비가 공진범위 (0.714 ~ 1.414)안으로 들어가게 되는데, 이 경우 480 km/h에서 최대변위를 보이며 공진이 일어남을 확인하였다. 그리고 가속도응답의 경우, 식 (12)에 의하여 고차모드의 영향이 크음을 예상할 수 있었고, 가속도 시간이력 분석 및 FFT 분석을 통하여 높은 주파수대역의 영향이 크음을 확인했다. 그리고 Fig. 8에서 근접속도대역에서 보다 큰 응답을 보이는 6개 속도에서 FFT 분석 결과 다른 속도대역에서 보다 높은 주파수 대역에서 큰 진폭값을 가졌고, 그에 의하여 응답의 증가가 발생하였음을 알 수 있었다. 그 응답의 증가를 교량의 고유진동수와

열차의 가진 진동수가 일치하는 조건을 사용하여 Table 5에 정리하였으며 교량의 고차 고유진동수와 유효타격에 의한 진동수의 정수배 ($j=1, 2, 3, \dots$)의 일치로 공진이 발생하였음을 확인할 수 있었다. 가속도 응답의 증가를 예측하기 위하여 고차의 고유진동수 f_n 와 열차의 가진 진동수 jV/d_v 의 일치를 만족하는 열차속도는 구할 수 있다. 가속도 응답 역시 속도가 빨라짐에 따라 진동수비가 증가하게 되고, 공진범위에 근접할수록 교량의 첫 번째 고유진동수의 영향이 커짐을 확인하였다.

/ REFERENCES /

1. Kim SI, Kim DS, Traffic safety & Passenger comforts of a suspension bridge considering seismic loads, Journal of the Korean Society for Railway. 2011;14:57-65.
2. Kim SI, Bridge-Train interaction analysis of high-speed railway bridge, Doctoral Thesis, Seoul national university, c2000.
3. Park HS, Dynamic analysis of bridges using advanced High-speed railway vehicle models, Doctoral Thesis, Yonsei university, c1998.
4. Li Q, Xu YL, Wu DJ, Chen ZW, Computer-aided Nonlinear Vehicle-bridge Interaction Analysis, Journal of Vibration and Control, 2010;16:1791-1816.
5. Xu YL, Li Q, Wu DJ, Chen ZW, Stress and acceleration analysis of coupled vehicle and long-span bridge systems using the mode superposition method, Engineering Structures, 2010;32:1356-1368
6. Min RK, Sung DY, Park YG, Experimental Evaluation for Damping Ratio Limit of Railway Bridge according to Structure Types, Journal of the Korean Society for Railway, 2012;15:154-161.
7. Ju SH, Lin HT, Numerical investigation of a steel arch bridge and interaction with high-speed trains, Engineering Structures, 2003; 25:241-250.
8. Yoon HJ, Won JC, Kwark JW, Hwang ES, Kim BS, Evaluation of impact factor of high-speed railway bridge from dynamic response under KTX running, The Korean Society for railway, 2011;16:36-1640.