經營科學
第33卷 第4號
2016年 12月, pp.51-64
https://doi.org/10.7737/KMSR.2016.33.4.051

비중 상한 제약조건에 따른 포트폴리오 성과에 대한 투자 비중 분석

박경찬 · 김홍선 · 김성문†
연세대학교 경영대학 경영학과

Weight Vector Analysis to Portfolio Performance with Diversification Constraints

Kyungchan Park · Hongseon Kim · Seongmoon Kim†
School of Business, Yonsei University

■ Abstract ■

The maximum weight of single stock in mutual fund is limited by regulations to enforce diversification. Under incomplete information with added constraints on portfolio weights, enhanced performance had been reported in previous researches. We analyze a weight vector to examine the effects of additional constraints on the portfolio's performance by computing the Euclidean distance from the in-sample tangency portfolio, as opposed to previous researches which analyzed ex-post return only. Empirical experiment was performed on Mean-variance and Minimum-variance model with Fama French's 30 industry portfolio and 10 industry portfolio for the last 1,000 months from August 1932 to November 2015. We find that diversification-constrained portfolios have 7% to 26% smaller Euclidean distances with the benchmark portfolio compared to those of unconstrained portfolios and 3% to 11% greater Sharpe Ratio.

Keywords : Portfolio Analysis, Diversification Constraints, Weight Vector Analysis, Euclidean Distance

논문접수일 : 2016년 11월 22일 논문게재확정일 : 2016년 12월 14일
논문수정일 : 2016년 12월 13일
† 교신저자, kimsm@yonsei.ac.kr

1. 서 론

일반적으로 최적화 모형에 유의미한 제약조건을 더하게 된다면, 해 공간 내에서 실현 가능 영역(feasible area)이 줄어들게 된다. 배제된 영역에 기존 전역 최적해가 존재하였다면 기존의 목적함수 값에 비하여 제약조건 하 최적해의 목적함수 값은 목적함수가 개선되는 방향과 반대로 움직일 수 있다. 즉, 추가된 제약조건으로 인하여 최대화 모형에서는 목적함수의 값이 같거나 줄어들게 되고, 최소화 모형에서는 목적함수의 값이 같거나 커지는 것이다. 그러나 모형의 입력 변수로써 확정적인 값이 아닌 추정치를 활용하는 불완전 정보의 상황 속 투자에서는 오히려 제약조건을 추가하여 해 공간을 축소하는 것이 모형의 실질적 성과를 향상한다는 연구가 있다[5, 12, 17].

Jagannathan and Ma[17]는 추정 오류로 인하여 발생할 수 있는 포트폴리오 공분산의 극단적 증가를 공매도 금지 제약조건이 막아줌에 따라, 예측의 정확도를 향상시키고 포트폴리오의 성과를 안정시킬 수 있다는 가능성을 언급하였다. 2007년 서브프라임 모기지 사태로 촉발된 세계 금융 위기 이후 대부분의 금융시장에서 공매도가 금지된 바 있다[9]. 이러한 공매도 금지 제약조건 외에도 미국의 Investment Company Act of 1940[15]이나 한국의 자본시장과 금융투자업에 관한 법률[6](이하 자본시장법) 등에 의하여 상용펀드의 포트폴리오 비중을 제약하는 조건들이 현재 주식 시장에 실재하고 있다. 즉, 상용펀드를 구성하여 판매할 경우, 펀드를 구성하는 각 투자종목에 비중 상한선을 설정하여 소수의 종목에 대한 집중적 투자를 금지하는 것이다. Demiguel et al.[12]과 같이 포트폴리오 구성 벡터의 크기(norm)를 제한하여 향상된 성과를 보이는 모형 개발 등은 일부 이루어진 바 있으나, 박경찬 외[5]와 같이 법규에 따라 시장 전체에 일괄적으로 부과되는 비중 상한 제약조건이 수익률에 기반한 포트폴리오의 사후적 성과에 미치는 영향에 관한 연구뿐만이 아니라, 유클리드 거리를 이용한 포트폴리오의 구성에 관한 연구는 부족한 상황이다. 이에 따라, 본 논문은 현재 미국 및 한국 주식시장 등에 실존하는, 포트폴리오의 비중을 상한하는 정부의 규제라는 제약조건이 포트폴리오의 성과에 미치는 영향을 확인하고자 한다. 이러한 제약조건의 영향을 확인함에 있어 포트폴리오 역사에서 가장 대표적인 두 모형, 평균-분산 모형(Mean-variance model)과 최소분산 모형(Minimum variance model)을 활용한다.

구체적으로, 지금까지의 포트폴리오 연구는 대부분 사후적으로 발생하는 수익률을 바탕으로 성과를 분석하였다. 수익률과 함께 포트폴리오 성과 분석의 대표적 대상인 위험도 역시 수익률의 변동으로 측정되고 있다. 포트폴리오 성과 측정에서 가장 널리 쓰이는, 단위 위험도 대비 수익률의 효율성을 측정하는 샤프 지수(Sharpe ratio)조차 수익률만을 기반으로 하고 있다[21]. 수익률 중심의 성과 분석은 실질적 주식투자의 목표가 높은 수익률, 혹은 안정적인 수익률이라는 점에서 설명될 수 있다. 그렇기에 국내외 주식시장을 대상으로 한 포트폴리오 투자 프레임워크 혹은 알고리즘 개발 연구[4, 8]나 추적신호와 같은 경영과학적 방법을 활용한 포트폴리오 성과 개선 연구[1]에서도 수익률 중심의 성과 분석만이 활용되어 왔다. 하지만 서로 다른 비중으로 구성된 포트폴리오도 동일한 수익률을 달성할 수 있다는 점만 고려하더라도 과연 사후적인 수익률만으로 포트폴리오 분석을 하는 것이 올바른 지는 의문이다. 이러한 의문을 바탕으로 김홍선 외[2]는 포트폴리오 내부 구성의 비율을 평가하기 위한 유클리드 거리 평가법을 강조한 바 있다. 이와 맥을 같이하여, 본 논문에서는 비중 상한 제약조건이 포트폴리오 성과에 미치는 영향을 분석함에 있어, 사후적 투자 수익률을 중심으로 한 포트폴리오 분석 일변도의 기존 연구들과는 달리, 포트폴리오 비중 벡터를 유클리드 공간상에서 좌표로 표현하고 분석하는, 투자 비중을 중심으로 한 포트폴리오 분석의 관점에서도 접근하고자 한다.

본 연구의 목적과 기여는 다음과 같다. 포트폴리오의 투자 대상이나 목적과 관계없이 일률적으로 부과되는 법규에 의한 비중 상한 제약조건이 불완전 정보 하에서 포트폴리오에 미치는 영향을 장기간에 걸쳐 분석하고자 한다. 그러한 분석에 있어 지금까

지 포트폴리오 분석에 사용된 사후적 투자 수익률뿐만 아니라 투자 비중 벡터 자체도 분석에 활용한다. 투자 비중을 중심으로 한 포트폴리오 분석은 제2장 제2절에서 자세히 설명하도록 한다. 이러한 분석을 통하여 추정치를 사용할 수 밖에 없는 실제 투자에서 최대 비중을 제약하는 법률이 갖는 의의에 대한 통찰을 제시하고, 포트폴리오 모형을 분석함에 있어 투자 수익률을 넘어 그 투자 비중에 대한 분석법의 필요성을 개진하고자 한다.

논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 본 연구에서 살펴보고자 하는 추가적인 제약조건인 비중 상한 제약조건과 유클리드 거리로 측정되는 투자 비중을 분석하는 방법에 대하여 설명하고 그 의미를 설명한다. 제3장에서는 본 연구에서 진행한 실험의 설정을 제시하고 사용한 모형 및 성과측정법에 대하여 상술한다. 그리고 제4장에서는 실증실험의 결과를 정리한다. 마지막 제5장에서는 본 논문의 결론과 향후 연구 방향에 대하여 논의한다.

2. 비중 상한 제약조건과 투자 비중을 중심으로 한 포트폴리오 분석

2.1 비중 상한 제약조건

박경찬 외[5]는 한국 주식시장에서 그룹주 사례를 중심으로 2005년 초부터 2013년 말까지의 9년의 기간에 대하여, 당시 자본시장법[6]에 의거하여 규제되었던 각 구성 종목당 10% 비중 상한 제약조건(이하 10% 룰)의 성과에 대하여 분석하였다. 해당 연구는 분석 결과로 10% 룰을 적용한 평균-분산 모형의 성과가 비중 상한 제약조건이 없는 경우나 상용펀드보다 우수한 수익률과 샤프 지수를 거두었다고 보고하였다. 10% 룰은 분산 투자를 강제하여 집중 투자의 위험성을 막기 위한 조건으로서, 동일 종목에 10% 이상 투자를 하지 못하도록 제약한 규제이다. 국내 펀드에 적용되었던 10% 룰은 자본시장과 금융투자업에 관한 법률 시행령[7]에 대한 2015년 4월 개정을 통하여 미국과 같은 25%로 완화되었다. 미국의 경우 Investment Company Act of 1940[15]을 통하여 25%의 비중 상한 제약조건을 상용 펀드에 강제하여 분산투자를 유도해왔다.

추가적인 제약조건이 포트폴리오의 투자 수익률을 개선할 수 있다는 연구 보고는 제시된 바 있다. DeMiguel et al.[12]은 Lauprete[18]가 고려했던 1-norm 혹은 2-norm 제약조건을 가한 포트폴리오의 성과가 더 좋을 수 있다고 보고 하였다. 하지만 해당 연구의 모형에 설계된, 포트폴리오의 특성에 따라 투자 비중에 비율적으로 가해지는 제약조건과는 달리, 박경찬 외[5]의 연구와 같은 실제 법규를 통해 일괄적으로 가해지는 제약조건에 관한 연구는 부족하다. 또한, 어떠한 제약조건에 관한 연구든 기존 연구는 사후적인 수익률에 따른 성과의 향상만을 보고하였다는 한계를 지니고 있다. 본 연구에서는 추가적인 제약조건이 미치는 영향을 투자 수익률만을 대상으로 삼던 기존 분석에서 진일보하여 투자 비중이라는 다른 관점 역시 살펴보고자 한다. 실험의 변인으로 작용하는 추가적인 제약조건으로서 비중 상한 제약조건은 투자 비중에 상한선을 지정하여 직접적으로 포트폴리오 비중 구성을 제약하기에 본 연구에서 중심을 두는, 투자 비중을 중심으로 한 포트폴리오 분석을 실시하는데 있어 더욱 적합한 추가적 제약조건이다.

2.2 투자 비중을 중심으로 한 포트폴리오 분석

포트폴리오 모형은 분산을 최소화하거나 수익률을 최대화하는 등 각 목적 함수에 따라 최적 포트폴리오의 비중을 찾아 포트폴리오를 구성하도록 설계되어 있다. 그러나 서론에서 지적하였던 바와 같이 현재 포트폴리오 분석의 대부분은 사후적인 투자 수익률을 바탕으로 이루어지고 있다. 포트폴리오 모형의 평가는 포트폴리오의 투자 비중 측면에서 어떻게 구성되어 있는지가 아닌 그러한 투자 비중이 종합으로 도출해내는 투자 수익률만을 바탕으로 분석되고 있는 것이다. 하지만 서로 완전히 다르게 구성된 여러 포트폴리오도 동일한 사후적 수익률을 기록할 수 있으며, 수익률만으로는 그러한 포트폴리오 구성 상

의 차이를 구분해낼 수는 없다는 문제도 존재한다. 따라서 특정한 벤치마크와 분석 대상 포트폴리오를 비교함에 있어 투자 수익률만을 분석 대상으로 삼는 것은 한계가 있으며, 이러한 한계점은 투자구간별 투자 수익률을 바탕으로 한 포트폴리오 수익률의 평균이나 그러한 수익률의 표준편차 등의 대표적 기존 분석 기준 모두에 해당한다. 따라서 본 연구에서는 사후적인 수익률과는 달리 포트폴리오를 구성하는 각 투자종목에 어떻게 자산이 배분되어 있는지 분석하는, 포트폴리오 투자 비중에 대한 분석법을 사용하고자 한다. 이러한 포트폴리오 내부적 구성에 대한 분석을 투자 비중을 중심으로 한 포트폴리오 분석법이라 하겠다.

본 연구에서는 완전 정보를 바탕으로 구성한 우수 벤치마크 포트폴리오를 상정하고 해당 벤치마크와 실험 포트폴리오의 투자 비중간 유사성을 측정함으로써 불완전 정보 아래에서 비중 상한 제약조건의 추가가 미치는 영향을 분석하고자 한다. 두 포트폴리오를 비교 분석함에 있어 기존의 분석법과 같이 투자 수익률과 위험도 차원에서의 분석은 물론이고, 나아가 해 공간 상에서 포트폴리오들의 위치를 파악하고 비교함으로써 그 구성의 유사성을 측정하는, 투자 비중 분석을 실시하고자 하며 그 방법으로 유클리드 거리를 사용하고자 한다.

유클리드 거리란, 두 점 사이의 거리를 계산하는 방법으로 널리 쓰이고 있다. Rambaud et al.[19] 이 유클리드 벡터 공간에서 마코위츠 모형을 표현한 바 있듯, 포트폴리오에 포함된 종목의 수가 N이라고 할 때, 포트폴리오는 N차원의 공간상 한 점으로 대응될 수 있다. Unger[22]는 입력 변수로 추정치를 활용한 추정 포트폴리오와 실제 값을 활용한 참 포트폴리오의 닮은 정도를 측정하기 위하여 포트폴리오 비중 벡터 간의 유클리드 거리를 활용한 바 있고, Roy et al.[20]은 공격적 투자자와 보수적 투자자의 성과를 비교함에 있어 최적 포트폴리오와의 유클리드 거리를 제시함으로써 포트폴리오 비중벡터 간의 유사성을 표현한 바 있다. 나아가 김홍선 외[2]는 이러한 유클리드 거리 측정의 중요성을 강조하며, 포트폴리오의 성과 분석법으로 우수 포트폴리오와의 유클리드 공간상의 거리를 측정하는 방법을 제안하였다. 김홍선 외[2]의 연구를 참고하여, 본 연구에서 유클리드 거리를 측정하는 기준점인 벤치마크 포트폴리오로는 완전 정보를 가정하여 미래 자료를 활용한 인샘플(in-sample) 포트폴리오 중 효율적 투자선(Efficient frontier) 상에서 가장 샤프 지수가 큰 탄젠시(tangency) 포트폴리오를 사용하였다.

3. 실험 설계

3.1 자료 선정 및 실험 제반조건

실증 실험을 진행함에 있어 실험 대상으로는, Kenneth R. French website data library[1] 상에 게재되어 있는 Fama/French data 중 U.S. research returns data 부분의 30 industry portfolio(30IP)와 10 industry portfolio (10IP)를 선택하였다. Fama/French data는 미국 NYSE, AMEX, NASDAQ에 올라있는 기업들을 비롯해 CRSP (the Center for Research in Security Prices)에서 제공하는 모든 미국 내 기업들의 주가를 활용하여 생성된 데이터베이스로서 포트폴리오 연구에서 널리 쓰이고 있다[14, 11]. 해당 자료는 무위험 자산 대비 초과수익률에 대한 월간 절대 수익률로서, 본 연구에서 실험 대상으로 활용한 기간은 1932년 8월부터 2015년 11월의 자료까지 최근 1,000개월이다.

이를 바탕으로 시계열 상에서 일정한 길이의 자료 참조구간(window)을 시간의 흐름에 따라 일정하게 이동하며 추정치를 계산하는 롤링윈도우(rolling-window) 방법을 사용하였다. 본 연구에서 자료 참조구간의 길이는 3년으로 36개의 월간 수익률 자료를 참조하여 추정치를 계산하도록 하였다. 자료 참조구간을 이동하여 포트폴리오를 구성하는 각 종목의 기대 수익률 및 공분산 추정치를 업데이트하고, 이를 바탕으로 포트폴리오 비중을 새로이 계산하는 리밸

1) Available online : http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html (accessed on 21 January 2016).

런싱은 매월 실시하도록 하였다.

월간 수익률 자료를 바탕으로 실험하면서 매월 리밸런싱을 실시함에 따라, 인샘플 탄젠시 포트폴리오를 도출할 때, 투자 시점과 비교 시점 간의 각 구성 종목의 실제 월간 수익률을 사용함으로써 손쉽게 계산 가능한 포트폴리오의 수익률과는 달리, 위험도의 경우 계산이 간단하지 않다. 단위 투자구간인 한 달 동안의 변동성을 월간 자료 한 개만으로 측정할 수 없기 때문이다. 주간 자료나 일간 자료와 같이 더욱 주기의 간격이 짧은 자료를 활용하여서 한 투자구간 내의 변동성을 측정하는 방법이 있을 수 있으나, 어떠한 주기의 자료를 사용한 측정 방식이 해당 기간의 변동성을 가장 잘 반영한다고 주장하기 어렵다. 나아가 보다 짧은 주기의 자료를 활용하여 위험도를 측정하였다 하더라도, 수익률 계산에 활용된 자료와 다른 주기의 자료를 활용하여 측정한 것이므로 서로 다른 자료를 사용하여 계산된 수익률과 위험도를 함께 분석하는 것 역시 일반적이지 않다. Jagannathan and Ma[17]는 표본 공분산이 공분산에 대한 추정치로써 그 예측 정확도가 높다고 밝힌 바 있다. 또한, Chopra and Ziemba[10], 김홍선 외[3]는 포트폴리오 최적화에 있어, 각 종목 수익률의 분산, 종목들 수익률 간 공분산으로 대표되는 위험도의 추정오류가 포트폴리오의 투자 성과에 미치는 영향은 적은 데 비하여, 각 종목 수익률의 평균으로 대표되는 수익률에 대한 추정오류에는 포트폴리오의 투자 성과가 크게 민감하다고 연구한 바 있다. 따라서 본 연구에서는 유클리드 거리를 측정하는 기준점인 우수 포트폴리오로서 인샘플 탄젠시 포트폴리오를 사용하되, 효율적 투자선을 계산함에 있어 각 종목의 수익률은 실제 수익률을 사용하고 위험도는 종목 간 표본 공분산으로 계산하고자 한다. 이와 같은 탄젠시 포트폴리오를 실수익률 탄젠시 포트폴리오(real-mean tangency portfolio)라 정의하겠다.

3.2 실험 대상 포트폴리오 모형

본 연구에서는 포트폴리오 관련 연구에서 가장 오래되고 대표적으로 사용되는 평균-분산 모형(Mean-variance model)과 이와 더불어 연구와 실제 투자에서 널리 쓰이고 있는 최소 분산 모형(Minimum variance model)을 실험 대상으로 삼고자 한다. 앞선 제3장 제1절에서 소개한 30IP와 10IP의 두 자료에 대하여 각 두 모형에서 제약조건이 없는 기본 모형과 제약조건을 추가한 모형을 비교하고자 하며, 실험에 사용된 모형들을 정리하고 약어로 정의하면 아래 <표 1>과 같다. 이후 사용된 각 모형의 수식을 제시한다.

〈표 1〉 실험 대상 포트폴리오 모형과 약어

모형	약어
K.French의 30 industry portfolio(1932. 08~2015. 11, 1,000 months)	
평균-분산 포트폴리오	M30U
투자 비중이 제약된 평균-분산 포트폴리오	M30C
최소 분산 포트폴리오	V30U
투자 비중이 제약된 최소 분산 포트폴리오	V30C
실수익률 탄젠시 포트폴리오	T30P
K.French의 10 industry portfolio(1932. 08~2015. 11, 1,000 months)	
평균-분산 포트폴리오	M10U
투자 비중이 제약된 평균-분산 포트폴리오	M10C
최소 분산 포트폴리오	V10U
투자 비중이 제약된 최소 분산 포트폴리오	V10C
실수익률 탄젠시 포트폴리오	T10P

M30U, M10U를 구성하기 위하여 사용되는, 평균-분산 모형을 표현하기 위한 변수 및 상수를 기호로 정의하면 다음과 같다.

본 논문에서는 각 모형과 제약조건을 이루는 기호를 사용함에 있어, 투자 전 미리 정하여 주어지는 상수는 알파벳으로, 최적화를 위하여 계산 및 추정되는 상수들은 그리스 문자로 정의한다. 단, 모형 내에서 최적화를 통하여 결정되는 의사결정변수인 포트폴리오의 투자 비중 벡터는 일반적으로 비중을 상징하는 ω로 정의한다.

- N : 포트폴리오 구성 종목의 수
- ω : 포트폴리오 비중 벡터($N\times1$)
- Π : 포트폴리오 공분산 매트릭스($N\times N$)
- $\hat{\mu}$: 구성 종목 별 기대수익률 벡터($N\times1$)
- $\tilde{u}$: 투자상한비율
- r_f : 무위험자산의 수익률
- J : 성분이 모두 1인 벡터($N\times1$)

정의된 변수 및 상수에 대한 기호를 사용하여 본 연구에서 사용한, 비중 상한 제약조건이 추가되지 않은 기본적 평균-분산 모형을 표현하면 다음과 같다.

$$\text{Maximize } \frac{\hat{\mu}^T\omega - r_f}{\sqrt{\omega^T\Pi\omega}} \tag{1}$$

$$\text{subject to } \omega^T J = 1 \tag{2}$$

$$\omega \geq 0 \tag{3}$$

식 (1)의 목적함수는 샤프 지수의 최대화로써, 무위험 수익률에 대한 포트폴리오의 초과수익률을 포트폴리오의 위험도로 나누어 이를 달성하고자 한다. 이러한 샤프 지수 최대화는 이차계획법 문제(quadratic programming problem)로 쿤-터커 조건(Kunn-Tucker condition)을 활용한 상용 프로그램들을 이용하여 손쉽게 최적해를 구할 수 있음이 증명되어 있다[13]. 식 (2)는 포트폴리오 비중의 합이 1이 되도록 하는 제약조건이다. 식 (3)을 통하여 각 비중에 비음수 제약조건을 줌으로써 공매도를 제한하였다. 본 모형에서 각 자료를 바탕으로 한 추정치를 입력하여 최적화된 포트폴리오를 구성하면 M30U와 M10U를 구할 수 있다. 이때, 수익률에 대한 입력 값으로 구성 종목별 기대수익률 벡터인 $\hat{\mu}$ 대신 구성 종목별 실제 수익률 벡터인 μ를 사용한다면, 유클리드 거리를 계산하는 벤치마크인 우수 포트폴리오 T30P와 T10P를 계산할 수 있다. 비중 상한 제약조건이 추가된 M30C와 M10C를 구하기 위해서는 위의 평균-분산 모형에 다음의 식 (4)를 추가하면 된다.

$$\omega \leq \tilde{u}J \tag{4}$$

앞서 정의된 변수 및 상수에 대한 기호를 사용하여, V30U와 V10U를 구성하기 위한, 비중 상한 제약조건이 추가되지 않은 기본 최소 분산 모형을 표현하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \omega^T\Pi\omega \tag{5}$$

$$\text{subject to } \omega^T J = 1 \tag{6}$$

$$\omega \geq 0 \tag{7}$$

식 (5)의 목적함수는 포트폴리오의 위험도를 최소화함으로써 최소 분산 포트폴리오를 구성하게 한다. 식 (6)은 포트폴리오 비중의 합이 1이 되도록 하는 제약조건이다. 식 (7)을 통하여 포트폴리오의 비음수 비중을 제약하여 공매도를 제한하였다. 본 모형에서 각 자료를 바탕으로 한 추정치를 입력하여 최적화된 포트폴리오를 구성하면 V30U와 V10U의 투자 비중을 구할 수 있다. 역시 여기에 비중 상한 제약조건이 추가된 V30C와 V10C의 투자 비중을 구하기 위해서는 M30C, M10C와 마찬가지로 앞서 제시된 식 (4)를 모형에 포함함으로써 도출할 수 있다.

3.3 성과측정법

기존 대다수의 포트폴리오 분석법과 마찬가지로 수익률에 대한 성과측정은 평균 수익률, 수익률의 표준편차로 이루어진다. 이러한 수익률과 표준편차를 바탕으로 포트폴리오가 얼마나 효율적으로 구성

되었는지, 위험대비 수익률의 비율을 측정하는 샤프 지수가 대표적인 성과측정법으로 사용된다. 샤프 지수를 계산하기 위해서는 우선 초과수익률의 평균($\bar{\delta}$)과 초과수익률의 표준편차(σ_δ)를 계산하여야 한다. 이에 필요한 변수 및 상수를 정의하고 수식으로 표현하면 다음과 같다.

- B : 관측치의 수(본 연구의 실험의 경우, $B=1,000$)
- δ_b : b번째 관측에서 무위험 수익률을 감한 포트폴리오의 초과 수익률

$$\bar{\delta} = \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}\delta_b \tag{8}$$

$$\sigma_\delta = \sqrt{\frac{\sum_{b=1}^{B}(\delta_b - \bar{\delta})^2}{B}} \tag{9}$$

식 (8)과 식 (9)를 통하여 정의한 $\bar{\delta}$과 σ_δ를 활용하여 샤프 지수를 계산하면서 Sharpe[24]가 제시한 사후적 샤프 지수(ex post Sharpe ratio)의 계산법을 적용한다. 이때 초과수익률의 평균($\bar{\delta}$)이 음수가 되면 적은 위험도를 갖는 포트폴리오의 성과가 부정적으로 왜곡될 수 있다. 이러한 왜곡을 방지하기 위하여 Israelsen[16]의 정제법을 거쳐 보정된 샤프 지수를 계산하는 식은 다음과 같다.

$$\textit{샤프 지수(Sharpe ratio)} = \frac{\bar{\delta}}{\sigma_\delta \beta} \quad \left(where\ \beta = \frac{\bar{\delta}}{|\bar{\delta}|}\right) \tag{10}$$

앞선 제2장 제2절의 설명과 같이, 본 연구에서는 투자 비중을 중심으로 한 포트폴리오의 성과 분석법으로 유클리드 거리를 사용한다. 계산하는 데 필요한 변수와 상수를 정의하고, 식을 표현하면 다음과 같다.

- ω_i : 포트폴리오 비중 벡터($N\times1$) 중 i번째 종목의 비중($i=1, 2, \cdots, N$)
- $\tilde{\omega}_i$: 벤치마크 포트폴리오 비중 벡터(본 실험의 경우 $N\times1$의 실수익률 탄젠시 포트폴리오) 중 i번째 종목의 비중($i=1, 2, \cdots, N$)

$$\textit{유클리드 거리(Euclidean distance)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}(\omega_i - \tilde{\omega}_i)^2} \tag{11}$$

식 (11)을 통하여 비교하고자 하는 포트폴리오(ω)와 벤치마크 포트폴리오($\tilde{\omega}$) 간의 유클리드 거리를 구할 수 있다. 유클리드 거리가 짧을수록 두 포트폴리오 내 투자종목들의 비중 구성이 비슷하다고 할 수 있다.

샤프 지수와 벤치마크 포트폴리오와의 유클리드 거리 외, 포트폴리오가 얼마나 자주 바뀌었는지 회전율(turnover)도 하나의 성과측정 방법으로 계산하고자 한다. 포트폴리오 투자 비중 구성 상의 변동성을 확인하고 그를 통해 거래비용을 비교하고자 함이다. Demiguel and Nogales[11]가 사용한 회전율 계산 식을 참조하여 식으로 나타내면 다음의 식 (12)와 같다.

- T : 실험대상으로 분석하고자 하는 투자구간의 개수(본 실험에서 $T=1,000$)
- ω_i^t : t번째 투자구간에서 최적비중으로 계산된 i번째 종목의 포트폴리오 비중($i=1, 2, \cdots, N$)
- ω_i^{t+} : t번째 투자구간의 투자를 진행한 후 변동된, $t+1$번째 투자구간에서 새로운 최적비중(w^{t+1})을 구하기 직전의 i번째 종목의 포트폴리오 비중(t번째 투자구간의 실제 수익률을 곱함으로써 해당 구간의 투자가 실현된 후 변동한 w_i^t)

$$\textit{회전율(turnover)} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}(|\omega_i^{t+1} - \omega_i^{t+}|) \tag{12}$$

4. 실험 결과

본 장에서는 앞서 제3장에서 제시한 설계를 바탕으로 진행한 실증실험에 대한 결과를 제시한다. 우

선 30IP 자료를 활용한 실험 결과를 분석하고, 이어서 10IP 자료를 활용한 실험 결과에 대해 분석한다. 그 뒤, 실험 기간 전체에 대하여 보다 상세한 투자 비중을 중심으로 한 포트폴리오 성과 분석을 제시하고자 한다. 마지막으로 포트폴리오 투자 비중 상의 변동성을 파악하기 위한 회전율을 제시한다.

4.1 30 Industry Portfolio

30IP에 대하여 평균-분산 모형 그리고 최소 분산 모형의 경우를 분석하고자 M30U, M30C, V30U 그리고 V30C의 성과를 정리한 것은 다음 <표 2>와 같다.

M30U와 M30C의 성과를 정리한 <표 2>의 2, 3행을 통하여, 약 83년에 걸친 1,000개의 투자구간에 대해, 평균적으로 연 14.14%와 연 14.10%의 비슷한 수익률을 보였음을 확인할 수 있다. 하지만 제약조건을 추가함에 따라 수익률의 표준편차가 17.46%에서 16.90%으로 감소하여 줄어든 변동성을 보임에 따라, 더욱 안정적으로 수익률을 획득하였다고 볼 수 있다. 이에 따라 평균-분산 모형에 제약조건을 추가하였을 경우, 전 구간에 대한 샤프 지수는 0.8096에서 0.8344로 증가하여 단위 위험도 대비 더욱 높은 수익률을 얻은, 즉 더욱 효율적인 투자 성과를 얻을 수 있었다. 우수 포트폴리오인 T30P의 경우, 전 투자구간 평균 수익률이 연 43.11%였고 그 샤프 지수는 2.1601로 탁월하게 우수한 성과를 거두었다.

이러한 추가적인 제약조건에 따른 성과의 향상에 대한 비중 분석을 하고자, 전체 1,000개의 투자구간에서 M30U, T30P 간의, 그리고 M30C, T30P 간의 유클리드 거리를 분석하면 다음과 같다. T30P와의 평균거리 0.3649를 기록한 M30U에 비하여 M30C는 평균거리가 0.3397로 감소하여, T30P와 더욱 비슷한 포트폴리오 구성을 보여주었음을 확인할 수 있다. 또한, 유클리드 거리의 표준편차는 0.2040에서 0.1431로 감소하여, 안정적으로 더욱 비슷한 포트폴리오 투자 비중 구성을 유지하였다.

최소 분산 모형의 경우인 V30U와 V30C의 각 성과가 정리된 <표 2>의 4, 5행을 통하여, 제약조건을 추가함에 따라 수익률은 연 11.03%에서 연 11.96%로 증가하여 늘어난 수익률을 보였으나, 수익률의 표준편차 역시 13.33%에서 13.44%로 증가하였다. 즉, 높아진 수익률에 따라 변동성도 소폭 증가한 것이다. 하지만 수익률의 증가 폭이 그 표준편차의 증가 폭보다 컸기에, 전 구간에 대한 샤프 지수는 0.8275에서 0.8894로 상승하였다. 이에 따라 평균-분산 모형과 마찬가지로 제약조건을 추가함에 따라 단위 위험도 대비 높은 수익률을 거둔, 보다 효율적인 투자 성과를 보여주었다고 볼 수 있겠다. 그러한 샤프 지수의 상승폭은 M30U 대비 M30C가 3.07%임에 비하여 V30U 대비 V30C가 7.47%로, 최소 분산 모형에서 비중 상한 제약조건 추가에 따른 샤프 지수 향상이 더 컸음 또한 확인할 수 있다.

비중 분석의 측면에서 V30U와 V30C가 T30P와 얼마나 비슷한 포트폴리오 투자 비중을 구성하였는지 분석할 경우, 전 구간 평균 거리 0.4876의 V30C가 전 구간 평균 거리 0.6581를 기록한 V30U보다 짧은 거리를 유지하여, 제약조건이 추가된 V30C가 V30U에 비하여 우수 포트폴리오인 T30P와 더욱 비슷한 투자 비중을 구성하였음을 볼 수 있다. 또한, 유클리드 거리의 표준편차도 0.1965에서 0.1283으로 감소하

〈표 2〉 30 industry portfolio에 대한 전체 모형의 투자 성과

		연환산 수익률의 평균	연환산 수익률의 표준편차	연환산 샤프 지수	평균 유클리드 거리	유클리드 거리의 표준편차
평균-분산 모형	기본 모형(M30U)	14.14%	17.46%	**0.8096**	**0.3649**	0.2040
	투자 비중 제약된(M30C)	14.10%	16.90%	**0.8344**	**0.3397**	0.1431
최소 분산 모형	기본 모형(V30U)	11.03%	13.33%	**0.8275**	**0.6581**	0.1965
	투자 비중 제약된(V30C)	11.96%	13.44%	**0.8894**	**0.4876**	0.1283
실수익률 탄젠시 포트폴리오(T30P)		43.11%	19.96%	**2.1601**	-	-

여, 최소 분산 모형에서도 제약조건을 추가한 경우에 더욱 안정적으로 우수 포트폴리오와 비슷한 투자 비중 구성을 지속하였다고 분석할 수 있다.

4.2 10 Industry Portfolio

본 절에서는 10IP의 실험 결과를 상술한다. 10IP에 대하여 평균-분산 모형 그리고 최소 분산 모형의 경우를 분석하고자 M10U, M10C, V10U 그리고 V10C의 성과를 정리한 것은 다음 <표 3>과 같다.

M10U와 M10C의 성과를 정리한 <표 3>의 2, 3행을 통하여, 1,000개의 투자구간에 대한 평균 수익률은 M10U에서 M10C로 제약조건을 추가함에 따라 연 12.33%에서 연 12.53%로 증가하였고, 그 표준편차는 17.05%에서 15.63%로 감소하였다. 따라서 샤프 지수는 0.7232에서 0.8018로 증가하여, 평균-분산 모형에서 제약조건을 추가함에 따라 위험도와 수익률의 교환 관계상 더욱 효율적인 수익률을 얻음으로써 성과가 향상되었다. 우수 포트폴리오인 T10P의 경우, 연 38.89%의 평균수익률을 2.2365의 샤프 지수로 달성하여 탁월한 성과를 기록하였다.

포트폴리오의 투자 비중에 대한 분석을 위하여, T10P와의 거리인 유클리드 거리의 관점에서 성과를 비교할 경우, M10U에서 제약조건을 추가한 M10C는 평균 거리 0.5804를 0.5272로 단축된 결과를 보여 우수 포트폴리오와 더욱 비슷한 투자 비중을 구성하였음을 확인할 수 있다. 또한, 유클리드 거리의 표준편차는 0.2574에서 0.2076으로 감소하여 안정적으로 비슷한 투자 비중을 구성하였다고 평가할 수 있다.

10IP에 대한 평균-분산 모형의 성과 분석에 이어, 최소 분산 모형의 성과를 분석하고자 한다. <표 3>의 4, 5행과 같이, 1,000개 투자구간의 평균 수익률은 V10U가 연 10.55%, V10C가 연 12.45%로 제약조건을 추가함에 따라 상승하였으나, 그 수익률의 표준편차 역시 12.54%에서 14.21%로 증가하여 변동성, 즉 위험도가 함께 증가한 결과를 기록하였다. 하지만 표준편차 대비 수익률의 상승 폭이 컸기에 수익률과 위험도를 종합할 경우, V10U가 0.8409, V10U가 0.8761의 샤프 지수를 보여주어 향상된 동일 위험도 대비 수익률의 효율성을 보여주었다. 따라서 최소 분산 모형에 비중 상한 제약조건을 추가함에 따라 위험도가 증가하였으나 더욱 큰 폭으로 수익률이 증가하여, 더욱 효율적인 성과를 나타냈다고 볼 수 있다. 최소 분산 모형에서 비중 상한 제약조건 추가에 따른 샤프 지수 향상이 더 컸던 30IP의 경우와는 달리, 샤프 지수의 상승폭은 M10U 대비 M10C가 10.86%임에 비하여 V10U 대비 V10C가 4.19%로, 10IP에서는 평균-분산 모형에서 샤프 지수 향상 효과가 더 컸음을 확인할 수 있다.

투자 비중을 중심으로 한 성과 분석을 위하여 T10P와의 유클리드 거리를 비교할 경우, 앞선 평균-분산 모형의 경우에 비하여 그 거리의 차이가 더 두드러졌음을 확인할 수 있다. V10U가 평균 0.7031의 유클리드 거리를 보여준 데에 비하여 V10C는 평균 0.5199로 유클리드 거리가 감소하여, 더욱 비슷한 투자 비중을 구성한 것이다. 유클리드 거리의 표준편차 역시 제약조건을 추가함에 따라 0.2751에서 0.2200으로 감소하여 V10U 대비 V10C가 안정적으로 T10P와 더 비슷한

〈표 3〉 10 Industry Portfolio에 대한 전체 모형의 투자 성과

		연환산 수익률의 평균	연환산 수익률의 표준편차	연환산 샤프 지수	평균 유클리드 거리	유클리드 거리의 표준편차
평균-분산 모형	기본 모형(M10U)	12.33%	17.05%	**0.7232**	**0.5804**	0.2574
	투자 비중 제약된(M10C)	12.53%	15.63%	**0.8018**	**0.5272**	0.2076
최소 분산 모형	기본 모형(V10U)	10.55%	12.54%	**0.8409**	**0.7031**	0.2751
	투자 비중 제약된(V10C)	12.45%	14.21%	**0.8761**	**0.5199**	0.2200
실수익률 탄젠시 포트폴리오(T10P)		38.89%	17.39%	**2.2365**	-	-

투자 비중을 구성하였음을 알 수 있다.

4.3 포트폴리오 비중 구성상 차이에 대한 추세분석

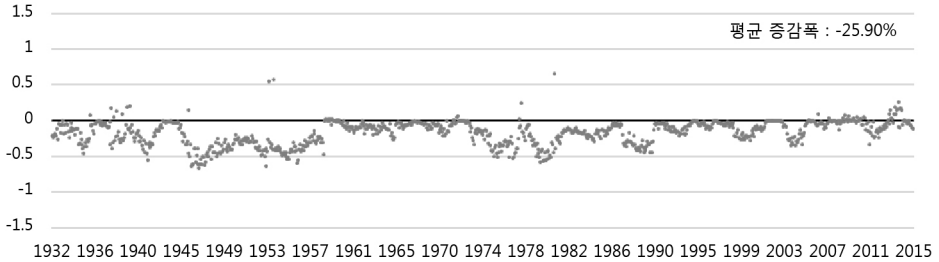
앞서 제시한 전 구간에 대한 종합적인 분석에 더하여, 이번 절에서는 벤치마크인 실수익률 탄젠시 포트폴리오와의 유클리드 거리가 1,000개월의 전 구간에서 어떻게 유지하였는지 상세한 분석을 제시하겠다. 30IP를 활용한 평균-분산 모형의 경우를 시각화하여 비교하고자, 아래 <그림 1>에 도식화한 것과 같이M30U와 T30P의 거리를 0으로 놓았을 경우의 M30C와 T30P의 거리를 추적, 분석하였다. 즉, M30U와 T30P 거리 대비 M30C와 T30P의 초과거리를 Y축으로, 투자기간의 흐름을 X축으로 하여 제약조건의 추가 유무에 따른 포트폴리오 투자 비중 차이의 추세를 분석하고자 하며, 이를 그래프를 표현한 것은 다음과 같다.

아래 <그림 1>을 보면 M30C가 M30U보다 T30P와 더 먼 거리를 나타내는 경우, 즉 Y축의 값이 양수인 경우가 전체의 27.2%로, M30C가 M30U보다 T30P의 포트폴리오 구성과 닮은 정도가 더욱 먼 경우도 있었다. 하지만, 43.8%의 경우에 있어 M30C의 그래프가 도표상의 Y축에서 음수로 내려감으로써 M30U에 비하여 T30P와 비슷한 투자 비중을 구성하였음을 확인할 수 있다. 결론적으로 평균-분산 모형에 투자 비중 상한 제약조건을 추가할 경우, 1,000개의 투자구간 중 72.8%의 경우 제약조건이 없는 경우보다 우수하거나 같았다는 것을 확인할 수 있다.

30IP를 활용한 최소 분산 모형에 대한 분석을 제시하겠다. V30U와 T30P의 거리 대비 V30C와 T30P의 초과거리를 도식화하면 아래의 <그림 2>와 같다.

<그림 2>에 도식화된 최소 분산 모형의 경우, 92.0%의 투자구간에서 Y축 상 음수를 보여주었다. 이를 통하여 V30C가 V30U에 비하여 지속해서 T30P와 더 비슷한 포트폴리오 투자 비중을 구성하였음을 확인할 수 있다. 종합하면, 제약조건을 가했을 경우의 우수 포트폴리오와 가까운 구성을 하도록 하는 효과가 평균-분산 모형보다 최소 분산 모형에서 더 컸다는 분석 또한 할 수 있다.

〈그림 1〉 M30U와 M30C의 유클리드 거리 차



〈그림 2〉 V30U와 V30C의 유클리드 거리 차

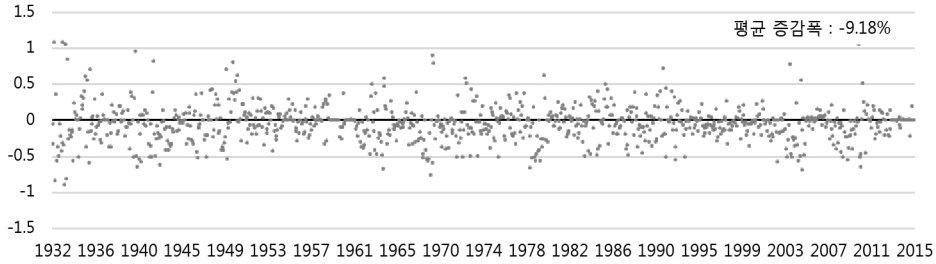
83년에 걸친 투자 기간의 상세한 패턴분석을 10IP에 대해서도 제시하고자 한다. 10IP를 활용한 평균-분산 모형의 경우, M10U와 T10P의 거리 대비 M10C와 T10P의 초과거리를 도식화하면 다음의 <그림 3>과 같다.

M10C이 M10U에 비하여 T10P과 더 다른 포트폴리오 구성을 하여 더욱 먼 유클리드 거리를 보인 경우가 전체의 37.0% 있었지만, 55.8%의 구간에서 M10C가 M10U에 비해 T10P와 더 가까운 유클리드 거리를 보여주었다. 종합하면, 1,000개의 투자구간 중 63.0%에서 M10C와 T10P와의 거리가 M10U와 T10P의 거리 대비 더 가깝거나 비슷한 거리를 유지하며 더욱 비슷한 투자 비중 구성을 이루었음을 확인할 수 있다.

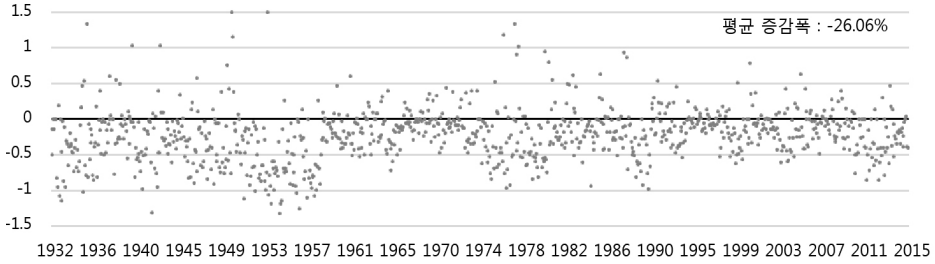
평균-분산 모형에 이어 10IP를 활용한 최소 분산 모형도 시각화를 통하여 전 투자구간에 걸친 유클리드 거리의 차이를 분석하고자 한다. T10P에 대한 V10U 거리 대비 T10P와 V10C의 거리의 초과거리 결과를 정리하면 다음의 <그림 4>와 같다.

전체 투자구간 중 77.9%에서 그래프가 Y축 상 음수에 머무는, 그리고 19.6%의 투자구간에서만 양수로 그래프가 올라가는 개형을 보여주었다. 이로써 1,000개의 투자구간 중 80.4%에서 V10C가 V10U보다 T10P에 가깝거나 비슷한 투자 비중 구성을 했다는 것을 확인할 수 있다.

이러한 V10C와 V10U의 유클리드 거리 차를 보여주는 <그림 4>의 개형은 30IP 자료를 사용하였을 경우인 V30C와 V30U의 유클리드 거리 차에 대한 <그림 2>의 개형에 비해서 변동성은 컸지만 마찬가지로 각각 M10C와 M10U의 <그림 3>, M30C와 M30U의 <그림 1>에 비하여 더욱 많은 구간에서 대체로 우수 포트폴리오에 가까운 양상을 보였다는 것을 확인할 수 있다. 유클리드 거리의 평균 수치의 감소폭을 비교한다면 M30U 대비 M30C가 6.91% 짧으며 V30U 대비 V30C는 25.90% 짧은 거리를 보였다. 그리고 M10U 대비 M10C의 경우 9.18% 짧으며, V10U 대비 V10C는 26.06% 짧은 거리를 기록하였다. 따라서 30IP와 10IP 자료 모두 평균-분산 모형보다 최소분산 모형에서 제약조건을 추가하였을 경우에 우수 포트폴리오와의 유클리드 거리가 가까워지는 효과



〈그림 3〉 M10U와 M10C의 유클리드 거리 차



〈그림 4〉 V10U와 V10C의 유클리드 거리 차

가 크게 나타났음을 확인할 수 있다.

4.4 Portfolio Turnover

본 제4절에서는 포트폴리오가 얼마나 자주 바뀌었는지, 회전율을 계산함으로써 포트폴리오의 구성상의 변동성과 그를 통한 거래비용의 변화를 확인하고자 한다. 제3장 제3절의 식 (12)에서 제시한 식을 바탕으로 투자 대상 2개의 자료별로 각 모형에 대하여 전 투자 기간에 대한 회전율을 계산하고 이를 정리하면 다음의 <표 4>와 같다.

〈표 4〉 전체 모형에 대한 회전율

		30 industry portfolio	10 industry portfolio
평균-분산 모형	기본 모형	0.1802	0.2510
	투자 비중 제약된	0.1650	0.1668
최소 분산 모형	기본 모형	0.1807	0.1237
	투자 비중 제약된	0.1758	0.1312

30IP를 활용한 경우, 평균-분산 모형에 있어 0.1802의 회전율을 보인 M30U에 비해, M30C의 경우 0.1650라는 보다 감소한 회전율을 보임에 따라 포트폴리오 구성 종목의 변동이 상대적으로 더 적었음을 확인할 수 있다. 최소 분산 모형 역시 V30U와 V30C가 각 0.1807, 0.1758을 기록하여 포트폴리오 구성상 비중 상한 제약조건을 추가함에 따라 회전율이 감소함을 보였다.

10IP를 활용한 경우, 평균-분산 모형에 있어 0.2510의 M10U에 비하여 비중 상한 제약조건을 추가한 M10C가 0.1668로 크게 감소하였음을 확인할 수 있다. 따라서 상당히 안정적으로 포트폴리오 비중을 구성하여 크게 낮은 거래비용을 보였다. 최소 분산 모형의 경우는 V10C가 0.1237의 V10U 대비 약간 증가한 0.1312를 보임으로써 포트폴리오 비중의 변화가 조금 더 있었음을 확인할 수 있다. 위 결과를 종합할 경우, 앞서 투자 비중을 중심으로 분석한 유클리드 거리의 경우와는 다르게, 회전율은 평균-분산 모형이 최소 분산 모형보다 더 민감하게 반응하였다고 볼 수 있다.

회전율의 감소는 실제 투자 상황에서 수수료와 세금 등의 비용을 절감하는 효과와 연결된다. 앞서 제시된 제4장 제1, 2절의 실험은 수수료와 세금 등을 고려하지 않은 투자 성과였기에, 본 절에서 살펴본 회전율의 감소까지 고려한다면 앞서 살펴본 추가적인 비중 상한 제약조건에 의한 샤프 지수의 성과향상폭은 더욱 커지게 된다. 따라서 불완전 정보 하 거래 비용을 감안한 현실적 투자에서, 투자 모형에 비중 상한 제약조건을 추가하는 것이 단위 위험도 대비 수익률의 효율성을 더욱 높여줄 수 있음을 알 수 있다.

5. 결론 및 향후 연구

본 논문은 정부의 규제로 인하여 주식 시장에 실재하는 비중 상한 제약조건이 성과에 미치는 영향을 분석하면서, 전통적으로 포트폴리오 분석에 사용된 사후적 투자 수익률을 중심으로 한 분석에 더하여 투자 비중을 중심으로 한 포트폴리오 분석을 함께 제시하였다. 포트폴리오 투자 비중의 구성을 확인하고 비교하는 분석법으로써 유클리드 거리 측정법을 사용하였으며, 거리를 측정하는 기준 포트폴리오로는 인샘플 수익률을 활용한 우수 포트폴리오를 사용하였다. 1932년 08월의 자료부터 2015년 11월의 자료까지 최근 1,000개월의 기간에 대하여 Fama French의 30 industry portfolio와 10 industry portfolio, 두 자료를 사용하여 평균-분산 모형과 최소 분산 모형에 대하여 실험하였다.

이를 통하여 각 종목의 수익률 등의 미래 정보를 알 수 없는 불완전 정보 상황 하에서 비중 상한 제약조건의 추가가 각 모형에 미치는 영향을 수익률 중심의 전통적 포트폴리오 성과 분석법과 포트폴리오 투자 비중의 구성을 대상으로 하는 유클리드 거리측정법의 관점에서 비교, 분석하였다. 그 결과, 25%의 비중 상한 제약조건을 주었을 경우, 포트폴리오의

투자 성과가 샤프 지수 측면에서 최소 3.07%에서 최대 10.86%까지 높아짐에 따라 위험도 대비 수익률의 효율성이 향상되었음을 보여주었고, 대체로 감소한 회전율에 따라 그러한 효율성의 향상폭은 더욱 커질 수 있음을 확인하였다. 동시에 우수 포트폴리오와의 유클리드 거리가 최소 6.91%에서 최대 26.06% 감소함을 실증적으로 확인하였다.

이에 따라, 사후적인 수익률을 활용한 평가 외에도, 포트폴리오의 투자 비중 구성이 어떻게 되었는지를 측정하는 것이 포트폴리오의 평가에서 중요할 수 있다는 점을, 짧은 유클리드 거리와 단위위험 대비 높은 수익률 간의 높은 상관관계를 바탕으로 알 수 있었다. 즉, 포트폴리오의 성과 평가의 방법으로써 유클리드 거리 측정법이 사용될 수 있다는 가능성과 더불어 성과가 높은 포트폴리오를 설계하는데 있어 우수 포트폴리오와 짧은 유클리드 거리의 투자 비중 구성을 이루도록 하는 것이 중요하다는 점을 본 연구를 통해 확인하였다 할 수 있다. 이에 따른 후속 연구로써, 유클리드 거리를 줄이기 위한 최적 포트폴리오 구성 메커니즘을 개발하고 그 성과를 실험하는 연구도 진행 중이다.

향후 연구 과제로, 본 연구에서는 미국과 한국 등에서 법규에 따라 제한된 비율에 한하여 실험을 진행하였으나, 위험도와 수익률의 상관관계 속에서 적절한 제한 비율을 탐색하는 것도 의미 있는 연구가 될 것으로 보인다. 그 외에도, 주식 시장에 가해지는 다양한 법규들의 상호관계를 밝히는 연구 역시 아직 부족한 상태로, 실증적 포트폴리오 연구에서 중요한 부분이라 생각된다.

참 고 문 헌

[1] 김영현, 김홍선, 김성문, “추적 신호를 적용한 마코위츠 포트폴리오 선정 모형의 종목 선정 능력 향상에 관한 연구”, 「한국경영과학회지」, 제41권, 제3호(2016), pp.1-21.

[2] 김홍선, 정종빈, 김성문, “유클리드 거리를 이용한 최적 포트폴리오 예측 모형”, 한국경영과학회 추계학술대회, 2016.

[3] 김홍선, 정종빈, 김성문, “한국 주식시장에서 마코위츠 포트폴리오 선정 모형의 입력 변수의 정확도에 따른 투자 성과 연구”, 「한국경영과학회지」, 제 38권, 제4호(2013), pp.35-52.

[4] 박경찬, 정종빈, 김성문, “지수가중이동평균법과 결합된 마코위츠 포트폴리오 선정 모형 기반 투자 프레임워크 개발 : 글로벌 금융위기 상황 하 한국 주식시장을 중심으로”, 「한국경영과학회지」, 제38권, 제2호(2013), pp.75-93.

[5] 박경찬, 정종빈, 김성문, “불완전 정보 하에서 추가적인 제약조건들이 포트폴리오 선정 모형의 성과에 미치는 영향 : 한국 주식시장의 그룹주 사례들을 중심으로”, 「경영과학」, 제32권, 제3호(2015), pp.15-33.

[6] 자본시장과 금융투자업에 관한 법률, 법률 제8635호(2007).

[7] 자본시장과 금융투자업에 관한 법률 시행령 제80조, 대통령령 제26190호(2015).

[8] 최재호, 정종빈, 김성문, “마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 기반으로 한 투자 알고리즘 개발 및 성과평가 : 미국 및 홍콩 주식시장을 중심으로”, 「경영과학」, 제30권, 제1호(2013), pp.73-89.

[9] Beber, A. and M. Pagano, "Short-selling Bans Around the World : Evidence from the 2007-09 Crisis," *The Journal of Finance*, Vol.68, No.1 (2013), pp.343-381.

[10] Chopra, V.K. and W.T. Ziemba, "The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice," *Journal of Portfolio Management*, Vol.19, No.2(1993), pp.6-11.

[11] DeMiguel, V. and F.J. Nogales, "Portfolio Selection with Robust Estimation," *Operations Research*, Vol.57, No.3(2009), pp.560-577.

[12] DeMiguel, V., L. Garlappi, F.J. Nogales, and R. Uppal, "A Generalized Approach to Portfolio Optimization : Improving Performance by Constraining Portfolio Norms," *Management Science*,

Vol.55, No.5(2009), pp.798-812.

[13] Elton, E.J., M.J. Gruber, S.J. Brown, and W.N. Geotzmann, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 9th edition, Wiley, 2014.

[14] Fama, E.F. and K.R. French, "Common Risk Factors in the Returns on Stock and Bonds," *Journal of Financial Economics*, Vol.33, No.1 (1993), pp.3-56.

[15] Investment Company Act of 1940, Pub. L. No. 112-90. §8, (b) (20·12).

[16] Israelsen, C.A., "Refinement to the Sharpe Ratio and Information Ratio," *Journal of Asset Management*, Vol.5, No.6(2005), pp.423-427.

[17] Jagannathan, R. and T. Ma, "Risk Reduction in Large Portfolios : Why Imposing the Wrong Constraints Helps," *The Journal of Finance*, Vol.58, No.4(2003), pp.1651-1683.

[18] Lauprete, G.J. *Portfolio Risk Minimization under Departures from Normality*, Ph.D. thesis, Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 2001.

[19] Rambaud, S.C., J.G. Perez, and M.A.S. Granero, "Markowitz's Model with Euclidean Vector Spaces," *European Journal of Operational Research*, Vol.196(2009), pp.1245-1248.

[20] Roy, D., G. Mitra, and S.P. Chowdhury, "Closeness between Heuristic and Optimum Selections of Portfolio : An Empirical Analysis," *GITAM Review of International Business*, Vol.2, No.2 (2010), pp.83-103.

[21] Sharpe, W.F., "The Sharpe Ratio," *The Journal of Portfolio Management*, Vol.21, No.1(1994), pp.49-58.

[22] Unger, A., *The Use of Risk Budgets in Portfolio Optimization*, 2015 edition, Springer Gabler, 2014.