

## 전자기장과 열하중을 받는 복합재료 평판의 압전제어에 따른 동특성 변화

박상윤\* · 송오섭\*†

### Variation of Dynamic Characteristics of Composite Plates Subjected to Electromagnetic and Thermal Fields via Piezoelectric Control

Sang-Yun Park\*, Ohseop Song\*†

**ABSTRACT:** Structural model of laminated composite plate based on the first order shear deformation theory and subjected to a combination of piezoelectric, electromagnetic and thermal fields is established. Coupled equations of motion are derived via Hamilton's principle on the basis of electromagnetic and piezoelectric equations which are involved in constitutive equations. Proportional control and velocity feedback control logics are applied via boundary control moments and forces. Variations of dynamic characteristics of composite plate with collocated piezoelectric sensor and actuators, electromagnetic field and temperature gradient are investigated and it reveals that dynamic characteristics of structure can be effectively controlled by utilizing the piezoelectric effect and ply angles of fiber reinforced composites.

**초 록:** 본 논문에서 전자기장과 열 하중을 받는 복합재료 평판에 대하여 압전재료를 이용한 압전제어를 수행하였다. 구조물에 가해지는 전자기장과 열 하중, 그리고 구성방정식에서 고려되는 압전효과가 모두 포함된 지배방정식을 FSDT 판 이론에 기초하여 Hamilton 원리에 의하여 유도하였다. 평판의 경계면에서 발생하는 제어력과 제어 모멘트는 비례제어 및 속도제어 로직에 의하여 적용되었다. 전자기장과 열 하중, 그리고 압전효과가 복합재료 평판의 동특성에 미치는 영향에 대하여 고찰하고, 압전효과 및 복합재료의 섬유각 변화를 통하여 복합재 구조물의 동특성을 효과적으로 제어 가능성을 확인하였다.

**Key Words:** : 복합재료 평판(Composite plate), 동적 특성(Dynamic characteristics), 전자기장(Electromagnetic field), 압전재료(Piezoelectric materials), 스마트 구조물(Smart structures)

#### 1. 서 론

항공우주분야를 비롯한 현대의 첨단장비 및 설비 개발이 가속화됨에 따라, 보다 가혹한 환경에서 사용될 수 있는 소재에 대한 필요성이 증대되고 있다. 복합재료는 높은 비강도 및 비강성, 내부식성, 우수한 피로수명, 낮은 열팽창률 등의 장점으로 인하여 극한 운전조건에서도 구조적 강

성을 유지할 수 있기 때문에 복합재료에 대한 연구 개발이 다각적으로 추진되고 있다. 그러나 이러한 수동적 설계만으로는 실제의 불확실한 작동환경에서 시간에 따라 변화하는 상황을 감지하고 적용하기에는 한계가 있다. 이러한 단점을 개선하기 위하여 구조물에 압전재료를 이용한 스마트/지능 구조물(smart/intelligent structures) 개념을 적용하는 연구가 진행되었다[1-3]. 지능형 복합재료(Intelligent

Received 1 December 2016, received in revised form 31 December 2016, accepted 31 December 2016

\*Department of Mechanical Engineering, Graduate School, Chungnam National University

\*†Department of Mechanical Engineering, Chungnam National University, Corresponding author (E-mail: [songos@cnu.ac.kr](mailto:songos@cnu.ac.kr))

Composite Material)는 기존의 복합재료 구조물에 감지기 (sensor) 및 작동기(actuator)를 부착 혹은 삽입함으로써 구조물 자체가 두뇌계, 신경계 및 근육계를 가지게 하여 구조물의 상태를 감지하고, 작동기를 통하여 상황에 대처하는 최적의 성능상태를 유지할 수 있게 한다. 복합재료 평판과 같은 분포계 구조물에서 이산(discrete) 감지기 및 작동기를 사용하여 제어하는 경우에는 구조물의 가관측성(observability) 및 가제어성(controllability)에 문제가 발생할 수 있다[4]. 이에 따라 분포형 감지기와 작동기에 대한 연구가 이루어져 왔고, 항공기의 날개나 공격형 헬기 등에 장착되는 보조 연료통이나 무기 등과 같은 부가 질량이 있는 시스템의 진동 제어에 효과적으로 기여하게 된다. 압전 효과를 고려하지 않은 평판 구조물의 자기, 전기, 탄성 등의 상호 연성된 해석을 수행한 연구는 여러 연구자들에 의해 수행되어 왔다. 국내에서는 Kim 등[5]은 가로, 세로 방향으로 유한한 길이를 갖는 복합재료 평판에 온도 구배와 임의의 방향의 자기장이 가해질 때, 자기장에 의해 발생하는 감쇠효과, 온도 차이에 의한 강성의 변화 및 섬유각에 따른 구조-연성효과를 고찰하였다. 국외에서는 Ramirez와 Pan 등[6,7]은 자기-전기-탄성이 연성된 2차원 복합재료 평판을 한 변을 무한하게 모델링하여 자유진동 해석을 수행하였고, Hasanyan과 Qin 등[8,9]은 평판의 한 방향의 길이가 무한대인 경우에 대하여 탄성-열-전자기가 상호 연성된 평판 구조물에 관한 연구를 수행하였다.

본 연구는 강한 자기장과 온도 구배가 존재하는 핵융합로, 자기센서, 우주환경 등에서 작동되는 복합재료 평판 구조물을 대상으로 압전재료를 이용한 동특성 제어에 대하여 고찰하였다. 압전 감지기와 작동기를 삽입하여 압전재료의 직접효과와 역전효과를 이용한 비례제어와 속도제어 로직을 적용하는 경우에 대하여 전자기장과 온도구배의 크기, 복합재료의 섬유각, 적층방법, 평판 구조물의 치수 변화 등에 의한 복합재료 평판 구조물의 동특성 변화경향을 고찰하였다.

## 2. 운동방정식

### 2.1 기초방정식

#### (1) 변위장

Fig. 1과 같이 평판의 중심을 원점으로 하는  $(x_1, x_2, x_3)$  좌표계를 설정하고 섬유각  $\theta$ 를 정의할 수 있다. 중립면을 기준으로 하는 좌표계를 사용하여 복합재료 평판의 변위장을 구하면 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다[5,10].

$$V_1(x_1, x_2, x_3, t) = v_1(x_1, x_2, t) + x_3 \beta_1(x_1, x_2, t) \quad (1a)$$

$$V_2(x_1, x_2, x_3, t) = v_2(x_1, x_2, t) + x_3 \beta_2(x_1, x_2, t) \quad (1b)$$

$$V_3(x_1, x_2, x_3, t) = v_3(x_1, x_2, t) \quad (1c)$$

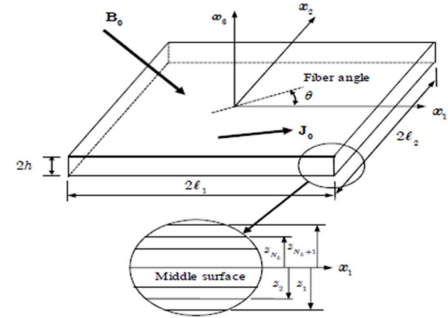


Fig. 1. Geometry of laminated composite plate (5)

식 (1)로부터 변형률을 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_{11} = V_{1,1} = v_{1,1} + x_3 \beta_{1,1} \quad (2a)$$

$$\varepsilon_{22} = V_{2,2} = v_{2,2} + x_3 \beta_{2,2} \quad (2b)$$

$$\varepsilon_{33} = 0 \quad (2c)$$

$$\gamma_{12} = V_{1,2} + V_{2,1} = v_{1,2} + v_{2,1} + x_3 (\beta_{1,2} + \beta_{2,1}) \quad (2d)$$

$$\gamma_{13} = V_{1,3} + V_{3,1} = \beta_1 + v_{3,1} \quad (2e)$$

$$\gamma_{23} = V_{2,3} + V_{3,2} = \beta_2 + v_{3,2} \quad (2f)$$

#### (2) 압전재료

1880년 Pierre Curie와 Jacques Curie는 처음으로 압전현상을 발견했다. 즉, 어떤 결정체(crystalline material)에 압력(기계적 응력)을 가하면 그 압력에 비례하여 물질의 표면에서 전하가 발생하는 직접효과(direct effect)와 그 반대로 압전재료에 전기장(electric field)를 가하면 그 물질의 모양과 크기가 변하는 역전효과(converse effect)를 발견하였다. 이를 식 (3)으로 표현할 수 있다[11].

Fig. 2는 압전재료의 분극현상을 보여주고 있다.

\*직접효과(direct effect)

$$\{D_{ij}\} = [e_{ij}]\{\varepsilon_{ij}\} + [\xi_{ij}]\{E_j\} \quad (3a)$$

\*역전효과(converse effect)

$$\{\sigma_m\} = [C_{ij}]\{\varepsilon_{ij}\} - [e_{ij}]^T \{E_j\} \quad (3b)$$

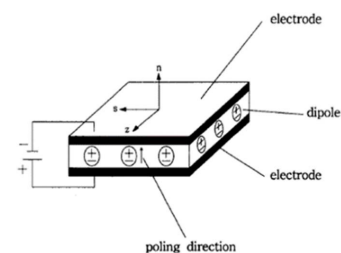


Fig. 2. Configuration of piezoelectric effect

(3) 전자기장(electro-magnetic field) 방정식

전기장 및 자기장 방정식은 식 (4)와 같이 일반화 된 맥스웰 방정식으로 표현된다. 여기서  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ 는 각각 전기장과 자기장 벡터이고,  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{B}$ 는 각각 전류밀도와 자속밀도 벡터이다.  $\mathbf{f}$ 는 단위 체적당 로렌츠 힘을 나타내며  $\mathbf{G}$ 는 복합재료 섬유각(fiber angle)의 함수인 전기전도도 행렬이다[5].

$$\text{페러데이법칙: } \nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \tag{4a}$$

$$\text{앙페르법칙: } \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \tag{4b}$$

$$\text{오옴의법칙: } \mathbf{J} = \mathbf{G}(\mathbf{E} + \dot{\mathbf{V}} \times \mathbf{B}) \tag{4c}$$

$$\text{로렌츠힘: } \mathbf{f} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \tag{4d}$$

$$\text{전기전도도: } \mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & 0 \\ g_{21} & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{33} \end{bmatrix} \tag{4e}$$

전기 전도도 행렬의  $g_{ij}$ 의 값은 식 (5)와 같으며  $g_i (i = 1, 2, 3)$ 는 각각 섬유방향 및 섬유방향과 수직인 방향의 전기 전도율을 나타낸다.

$$g_{11} = g_1 \cos^2 \theta + g_2 \sin^2 \theta \tag{5a}$$

$$g_{22} = g_2 \cos^2 \theta + g_1 \sin^2 \theta \tag{5b}$$

$$g_{12} = (g_1 - g_2) \sin \theta \cos \theta \tag{5c}$$

$$g_{33} = g_3 \tag{5d}$$

2.2 전자기-열-탄성 연성 운동방정식

해밀턴(Hamilton) 원리를 이용하여 평판의 4변이 모두 단순지지 경계조건이고, 평판에 수직인 두께 방향으로 직선적인 온도구배와 자기장이 작용할 때의 운동방정식과 경계조건을 다음과 같이 변위의 함수로 식 (6)과 같이 유도할 수 있다[5].

$$\begin{aligned} &A_{45}(\beta_{2,1} + \nu_{3,12}) + A_{55}(\beta_{1,1} + \nu_{3,11}) + A_{44}(\beta_{2,2} + \nu_{3,22}) \\ &+ A_{45}(\beta_{1,2} + \nu_{3,12}) - A_{11}^\alpha \Theta \nu_{3,11} - 2A_{12}^\alpha \Theta \nu_{3,12} - A_{22}^\alpha \Theta \nu_{3,22} \\ &- m_1 \dot{\nu}_3 = 0 \end{aligned} \tag{6a}$$

$$\begin{aligned} &D_{11}\beta_{1,11} + D_{12}\beta_{2,21} + D_{16}(\beta_{1,12} + \beta_{2,11}) + D_{16}\beta_{1,12} + D_{26}\beta_{2,22} \\ &+ D_{26}(\beta_{1,12} + \beta_{2,12}) - A_{45}(\beta_2 + \nu_{3,2}) - A_{55}(\beta_1 + \nu_{3,1}) \\ &- I_2 \ddot{\beta}_1 + (C_{11}^g \dot{\beta}_2 - C_{22}^g \dot{\beta}_1)(B_{03}^0)^2 = 0 \end{aligned} \tag{6b}$$

$$\begin{aligned} &D_{16}\beta_{1,11} + D_{26}\beta_{2,12} + D_{66}(\beta_{1,12} + \beta_{2,11}) + D_{21}\beta_{1,12} + D_{22}\beta_{2,22} \\ &+ D_{26}(\beta_{1,22} + \beta_{2,12}) - A_{44}(\beta_2 + \nu_{3,2}) - A_{45}(\beta_1 + \nu_{3,1}) - I_2 \ddot{\beta}_2 \\ &+ (C_{11}^g \dot{\beta}_2 + C_{12}^g \dot{\beta}_1)(B_{03}^0)^2 = 0 \end{aligned} \tag{6c}$$

여기서  $B_{03}^0$ 는 자속밀도 벡터의 두께방향 성분이다.

경계조건

$$\begin{aligned} &\text{at } x_1 = \pm l_1: \\ &\nu_3 = 0, \beta_2 = 0 \\ &D_{11}\beta_{1,1} + D_{12}\beta_{2,2} + D_{16}(\beta_{1,2} + \beta_{2,1}) - M_1^a = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{at } x_2 = \pm l_2: \\ &\nu_3 = 0, \beta_1 = 0 \\ &D_{16}\beta_{1,1} + D_{26}\beta_{2,2} + D_{66}(\beta_{1,2} + \beta_{2,1}) - M_2^a = 0 \end{aligned}$$

3. 압전재료에 의한 능동제어

3.1 압전감지기의 출력식

압전재료에 응력을 가하면 그 압력에 비례하여 물질의 표면에 전하가 발생하는 직접효과(direct effect)를 이용하여 압전감지기(piezoelectric sensor)로부터의 출력(output)을 유도할 수 있다. 압전재료는 transversely isotropic 성질을 가지고 있으며 압전상수  $e_{ij}$ 와 유전율  $\epsilon_{ij}^s$  상수 표현된 직접효과는 식 (7)과 같다[11].

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{12} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^s & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^s & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \tag{7}$$

위 식에서 두께 방향 변형률  $\epsilon_{33}, \epsilon_{23}, \epsilon_{13}$ 은 모두 무시할 수 있으며 센서로서 사용되는 압전재료는 외부 전기장(electric field)이 가해지지 않으므로 평판의  $x_1, x_2, x_3$  방향으로 가해지는 전기장  $E_1, E_2, E_3$ 는 모두 0이 된다. 따라서 전기변위 식 (7)은 식 (8)과 같이 정리된다.

$$D_3 = e_{31}\epsilon_{11} + e_{32}\epsilon_{22} \tag{8}$$

식 (8)에 평판의 선형 strain-displacement 식을 대입하여 정리하면 식 (9)와 같다.

$$D_3 = e_{31}[(\nu_{1,1} + \nu_{2,2}) + x_3(\beta_{1,1} + \beta_{2,2})] \tag{9}$$

식 (9)로 표현된 전기적 변형을 압전감지기가 분포된 면적  $A_s$ 에 대하여 적분하면, 압전감지기에 의해서 발생하는 전하량(electric charge)을 아래 식 (10)과 같이 구할 수 있다 [11].

$$\begin{aligned} q_p(t) &= \int_{A_s} D_3 dA_s \\ &= \int_{A_s} e_{31}[(\nu_{1,1} + \nu_{2,2}) + x_3(\beta_{1,1} + \beta_{2,2})] dA_s \end{aligned} \tag{10}$$

비례제어 로직에서 압전작동기에 귀환신호(feedback signal)

로 사용하는 제어전압(control voltage)은 압전감지기로부터 전기적 변형에 의해 발생하는 전하량과 아래 식 (11)과 같은 관계를 가진다.

$$V_p(t) = \frac{q_p(t)}{C_p} = \frac{h_s}{\xi_{33}^p A_p} e_{31} \int_{A_s} e_{31} [(v_{1,1} + v_{2,2}) + x_3(\beta_{1,1} + \beta_{2,2})] dA_s \quad (11)$$

여기에서,  $h_s, \xi_{33}^p, A_s$ 는 각각 감지기로 사용된 압전 layer의 두께, 유전율, 압전 layer의 부착면적(patch area)을 나타낸다.

속도제어 로직에서 압전작동기에 귀환신호(feedback signal)로 사용하는 제어전류(control current)는 압전감지기로부터 전기적 변형에 의해 발생하는 전하량(electric charge)과 식 (12)와 같은 관계를 가진다.

$$I_p(t) = \frac{dq_p(t)}{dt} = \int_{A_s} e_{31} [(\dot{v}_{1,1} + \dot{v}_{2,2}) + x_3(\dot{\beta}_{1,1} + \dot{\beta}_{2,2})] dA_s \quad (12)$$

### 3.2 이산 운동방정식

나비에 해법(Navier's solution)은 단순지지 된 사각평판의 수치해를 구하기 위하여 고안된 방법으로 변위 함수  $v_3, \beta_1, \beta_2$ 를 시간과 공간에 대한 이중 푸리에(Fourier) 급수로 식 (13)과 같이 가정한다[10].

$$v_3(x_1, x_2, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{mn}(t) \sin \alpha x_1 \sin \beta x_2 \quad (13a)$$

$$\beta_1(x_1, x_2, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} X_{mn}^1(t) \cos \alpha x_1 \sin \beta x_2 \quad (13b)$$

$$\beta_2(x_1, x_2, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} X_{mn}^2(t) \sin \alpha x_1 \cos \beta x_2 \quad (13c)$$

위에서 가정한 변위 함수를 운동방정식 (6)에 대입하여 행렬식으로 정리하면 이산화 된 운동방정식 (14)를 얻는다.

$$[\mathbf{M}]\ddot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{C}]\dot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{K}]\mathbf{q}(t) = [\mathbf{F}]\mathbf{u}(t) \quad (14)$$

### 3.3 비례제어

압전감지기로부터 측정된 전압식 (11)에 이득값을 곱하여 이를 압전작동기에 전기장으로 가하는 비례제어방법에 있어서 제어전압은 식 (15)와 같다.

$$V_{v_1}^p(t) = -K_p C_{v_{v_1}}^s v_1(t) \quad (15a)$$

$$V_{v_2}^p(t) = -K_p C_{v_{v_2}}^s v_2(t) \quad (15b)$$

$$V_{\beta_1}^p(t) = -K_p C_{v_{\beta_1}}^s \beta_1(t) \quad (15c)$$

$$V_{\beta_2}^p(t) = -K_p C_{v_{\beta_2}}^s \beta_2(t) \quad (15d)$$

여기서  $K_p$ 는 비례제어 게인(proportional control gain)이다.

제어전압에 의한 제어 전기장은 식 (16)과 같이 표현할 수 있다.

$$\varepsilon_{v_1}^p(t) = \frac{V_{v_1}^p(t)}{h_p} = -K_p \frac{C_{v_{v_1}}^s}{h_p} v_1(t) \quad (16a)$$

$$\varepsilon_{v_2}^p(t) = \frac{V_{v_2}^p(t)}{h_p} = -K_p \frac{C_{v_{v_2}}^s}{h_p} v_2(t) \quad (16b)$$

$$\varepsilon_{\beta_1}^p(t) = \frac{V_{\beta_1}^p(t)}{h_p} = -K_p \frac{C_{v_{\beta_1}}^s}{h_p} \beta_1(t) \quad (16c)$$

$$\varepsilon_{\beta_2}^p(t) = \frac{V_{\beta_2}^p(t)}{h_p} = -K_p \frac{C_{v_{\beta_2}}^s}{h_p} \beta_2(t) \quad (16d)$$

식 (16)으로 표현된 제어 전기장을 가해진 전기장에 따른 압전작동기에서 발생하는 제어모멘트식에 대입하여 정리하면, 제어모멘트를 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_{v_1}^a = -K_p e_{31} z_m C_{v_{v_1}}^s v_1(t) \quad (17a)$$

$$M_{v_2}^a = -K_p e_{31} z_m C_{v_{v_2}}^s v_2(t) \quad (17b)$$

$$M_{\beta_1}^a = -K_p e_{31} z_m C_{v_{\beta_1}}^s \beta_1(t) \quad (17c)$$

$$M_{\beta_2}^a = -K_p e_{31} z_m C_{v_{\beta_2}}^s \beta_2(t) \quad (17d)$$

식 (17)로부터 제어모멘트 벡터를 식 (18)과 같이 유도할 수 있다.

$$[\mathbf{F}]\mathbf{u}(t) = -K_p e_{31} z_m \begin{bmatrix} C_{v_{v_1}}^s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{v_{v_2}}^s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{v_{\beta_1}}^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{v_{\beta_2}}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{v_1}(t) \\ q_{v_2}(t) \\ q_{v_3}(t) \\ q_{\beta_1}(t) \\ q_{\beta_2}(t) \end{bmatrix} = -K_p [\mathbf{F}_p] \mathbf{q}(t) \quad (18)$$

비례 제어모멘트를 확장된 Galerkin 방법으로 이산화하고, 이를 운동방정식에 대입하여 정리하면 행렬운동방정식 (19)를 얻는다.

$$[\mathbf{M}]\ddot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{C}]\dot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{K}^*]\mathbf{q}(t) = \mathbf{0} \quad (19)$$

여기서,  $[\mathbf{K}^*] = [\mathbf{K}] - K_p [\mathbf{F}_p]$

### 3.4 속도제어

압전감지기로부터 측정된 전류식 (12)에 이득값을 곱하여 이를 간단한 전기회로를 이용하여 이에 비례하는 전기장을 압전작동기에 가하는 속도제어방법에 있어서 제어전류는 식 (20)과 같다.

$$I_{v_1}^s(t) = -K_v C_{I_{v_1}}^s \dot{v}_1(t) \quad (20a)$$

$$I_{v_2}^s(t) = -K_v C_{I_{v_2}}^s \dot{v}_2(t) \quad (20b)$$

$$I_{\beta_1}^s(t) = -K_v C_{I_{\beta_1}}^s \dot{\beta}_1(t) \quad (20c)$$

$$I_{\beta_2}^s(t) = -K_v C_{I_{\beta_2}}^s \dot{\beta}_2(t) \quad (20d)$$

여기서  $K_v$ 는 속도제어 게인(velocity control gain)이다.

제어전압에 의해 발생하는 제어전기장은 식 (21)과 같다.

$$\varepsilon_{v_1}^p(t) = \frac{V_{v_1}^p(t)}{h_p} = -K_v \frac{C_{v_1}}{h_p} \dot{v}_1(t) \quad (21a)$$

$$\varepsilon_{v_2}^p(t) = \frac{V_{v_2}^p(t)}{h_p} = -K_v \frac{C_{v_2}}{h_p} \dot{v}_2(t) \quad (21b)$$

$$\varepsilon_{\beta_1}^p(t) = \frac{V_{\beta_1}^p(t)}{h_p} = -K_v \frac{C_{\beta_1}}{h_p} \dot{\beta}_1(t) \quad (21c)$$

$$\varepsilon_{\beta_2}^p(t) = \frac{V_{\beta_2}^p(t)}{h_p} = -K_v \frac{C_{\beta_2}}{h_p} \dot{\beta}_2(t) \quad (21d)$$

식 (21)로 표현된 감지기에 의해 발생된 제어전기장을 가해진 전기장에 따른 압전 작동기에서 발생하는 제어모멘트 식에 대입하여 정리하면, 제어모멘트를 식 (22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$M_{v_1}^a = -K_p e_{31} z_m C_{v_1} \dot{v}_1(t) \quad (22a)$$

$$M_{v_2}^a = -K_p e_{31} z_m C_{v_2} \dot{v}_2(t) \quad (22b)$$

$$M_{\beta_1}^a = -K_p e_{31} z_m C_{\beta_1} \dot{\beta}_1(t) \quad (22c)$$

$$M_{\beta_2}^a = -K_p e_{31} z_m C_{\beta_2} \dot{\beta}_2(t) \quad (22d)$$

식 (22)로부터 제어모멘트 벡터를 식 (23)과 같이 유도할 수 있다.

$$[\mathbf{F}]\mathbf{u}(t) = -K_p e_{31} z_m \begin{bmatrix} C_{v_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{v_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{\beta_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{\beta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{v_1}(t) \\ q_{v_2}(t) \\ q_{v_3}(t) \\ q_{\beta_1}(t) \\ q_{\beta_2}(t) \end{bmatrix} \quad (23)$$

속도제어 모멘트를 확장된 Galerkin 방법으로 이산화하고, 이를 운동방정식에 대입하여 정리하면 식 (24)와 같다.

$$[\mathbf{M}]\ddot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{C}^*]\dot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{K}]\mathbf{q}(t) = \mathbf{0}$$

$$[\mathbf{C}^*] = [\mathbf{C}] - K_v [\mathbf{F}_v] \quad (24)$$

비례제어와 속도제어 로직에 의한 제어모멘트를 동시에 고려한 경우, 구조물의 운동방정식은 식 (25)와 같다.

$$[\mathbf{M}]\ddot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{C}^*]\dot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{K}^*]\mathbf{q}(t) = \mathbf{0} \quad (25)$$

식 (25)를 상태방정식(state equation)으로 변환하면 식 (26)과 같다[5].

$$[\mathbf{M}]^* \dot{\boldsymbol{\eta}} + [\mathbf{K}]^1 \boldsymbol{\eta} = \{\mathbf{0}\} \quad (26)$$

$$[\mathbf{M}]^* = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, [\mathbf{K}]^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^* & \mathbf{K}^* \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\eta} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix}, I는 단위 행렬.$$

$$\boldsymbol{\eta} = e^{\lambda t} \mathbf{Z} \quad (27)$$

여기서  $\lambda$ 는 복수 고유치이고,  $\mathbf{Z}$ 는 모드형상을 나타내는 고유벡터이다. 식 (27)을 식 (26)에 대입하여 정리하면 다음과 같다[5].

$$\lambda [\mathbf{M}]^* \{\mathbf{Z}\} + [\mathbf{K}]^1 \{\mathbf{Z}\} = \mathbf{0} \quad (28)$$

## 4. 수치해석

### 4.1 물성치 및 형상치수

수치해석에 사용된 재료는 T300/5208 Graphite/Epoxy이며[11] 평판의 치수는  $h = 0.02$  m,  $L_1 = 1$  m,  $L_2 = 2$ , 대칭 적층 (symmetric laminate) 구조이다. Fig. 1의 복합재료 평판의 중립면에 평판 두께의 1/4에 해당하는 압전재료가 삽입되어 있다. 온도구배는 두께방향으로 선형적으로 주어졌다고 가정하였으며 본 연구에 사용된 물성치는 Table 1과 같다.

압전재료는 PZT-4를 사용하였으며 물성치는 Table 2와 같다[11].

### 4.2 해석결과 및 고찰

Fig. 3은 섬유각이 증가할 때 크기가 서로 다른 자기장에

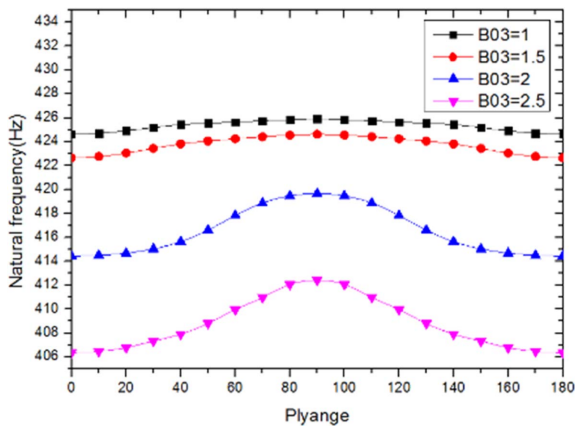
**Table 1.** Material properties of the composite materials

Elastic modulus	$E_1$	206.84 GPa
	$E_2$	5.75 GPa
	$E_3$	5.75 GPa
Shear modulus	$G_{12}$	3.16 GPa
	$G_{23}$	2.55 GPa
	$G_{13}$	2.55 GPa
Poisson ratio	$\nu_{32}$	0.25
	$\nu_{21}$	0.00625
	$\nu_{31}$	0.00625
Density	$\rho_k$	1528.15 kg/m <sup>3</sup>

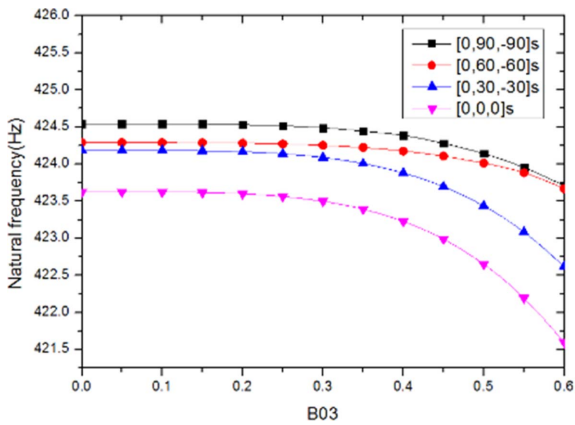


**Table 2.** Material properties of the piezoelectric materials

Elastic modulus	$E_1$	139.89 GPa
	$E_2$	78.62 GPa
	$E_3$	75.54 GPa
	$G_{12}$	26.91 GPa
	$G_{23}$	26.91 GPa
	$G_{13}$	30.64 GPa
Piezoelectric constant	$e$	-5.5864 C/m <sup>2</sup>
Permittivity	$\xi_{33}$	$58.57 \times 10^{-10}$ C/Vm
Density	$\rho_{ps}$	$7.5 \times 10^3$ kg/m <sup>3</sup>



**Fig. 3.** Variation of 1<sup>st</sup> natural frequency with ply angle for various magnetic field intensities (B03)

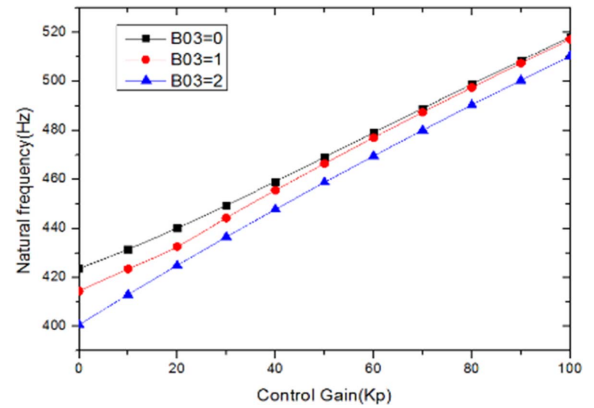


**Fig. 4.** Variation of 1<sup>st</sup> natural frequency with magnetic field intensity (B03) for various stacking sequences

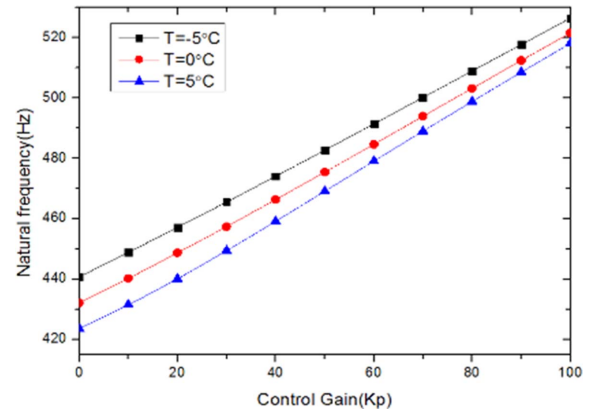
다른 1차 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 섬유각이 90도에 가까울수록 고유진동수가 가장 높게 나타나는 것을 확인할 수 있는데, 이는 섬유각이 90도 일 때 강성이 최대가 되기 때문이다.

또한 그림에서 자기장의 세기가 클수록 고유진동수가 낮게 나타나는 이유는 식 (6), (14)에서 자기장의 세기가 커질수록 운동방정식의 감쇠 행렬 값이 증가하기 때문이다. Fig.

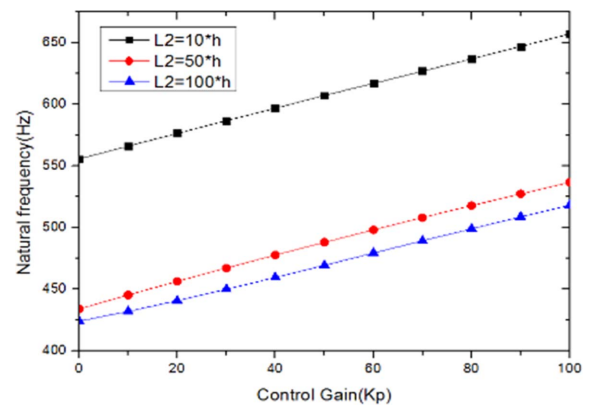
4는 자기장의 세기가 증가할 때, 적층방법에 따른 1차 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 적층각이 0도에서 90도로 증가할수록 강성도 증가하기 때문에 고유진동수가 높게 나타나는 것을 확인할 수 있다. Fig. 5는 비례제어 이득이 증가할 때, 자기장의 세기에 따른 1차 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 식 (19)를 통해 비례제어 이득이 증가하면



**Fig. 5.** Variation of 1<sup>st</sup> natural frequency with proportional control gain ( $K_p$ ) for three different magnetic field intensities



**Fig. 6.** Variation of 1<sup>st</sup> natural frequency with proportional control gain ( $K_p$ ) for three different temperature gradients



**Fig. 7.** Variation of 1<sup>st</sup> natural frequency with proportional control gain ( $K_p$ ) for three different lengths  $L_2$

운동방정식의 강성 행렬 값이 증가하므로 고유진동수도 증가함을 확인할 수 있고, 자기장의 세기가 큰 경우에 고유진동수 값이 낮아짐을 확인할 수 있다.

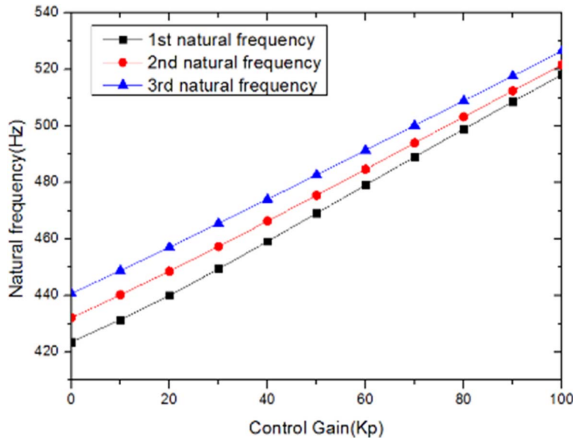


Fig. 8. Variation of 1<sup>st</sup> three natural frequencies with proportional control gain ( $K_p$ )

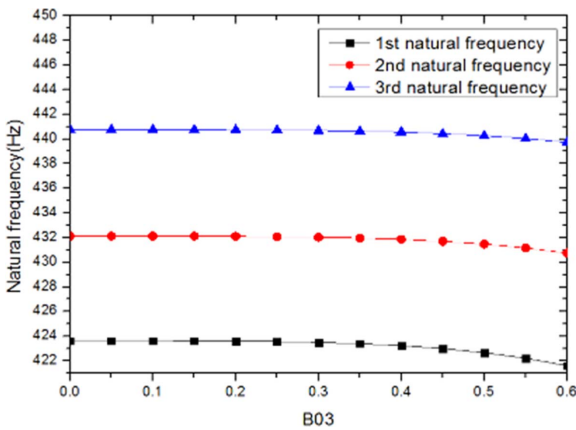


Fig. 9. Variation of 1<sup>st</sup> three natural frequencies with magnetic field intensity ( $B_{03}$ )

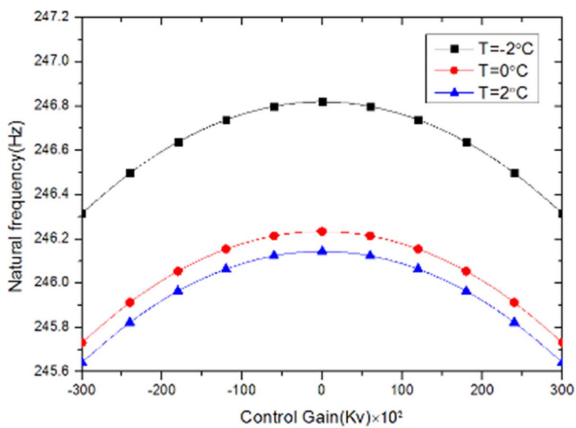


Fig. 10. Variation of 1<sup>st</sup> natural frequency with velocity control gain ( $K_v$ ) for three different temperature gradients

Fig. 6은 비례제어 이득이 증가할 때, 온도구배에 따른 1차 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 온도구배가 증가할수록 고유진동수는 낮게 나타나는데, 그 이유는 식 (6), (14)에서 온도구배가 커질수록 운동방정식의 강성행렬이 감소하여 고유진동수가 낮아지는 것을 알 수 있다. 즉, 온도 구배에 따라 구조 강성의 변화가 수반되므로 온도 차이가 고유진동수에 영향을 미치며 온도 구배의 증가와 고유진동수는 상호 반비례관계에 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 7은 비례제어 이득이 증가할 때, 복합재료 평판의 길이 변화에 따른 1차 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 길이가 증가하면 구조물의 연성이 증가하여 고유진동수가 낮아짐을 확인할 수 있다.

Fig. 8은 비례제어 이득이 증가할 때, 1, 2, 3차 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 제어이득의 증가에 따라 세 경우 모두 증가함을 확인할 수 있다.

Fig. 9는 자기장의 세기가 증가할 때, 1, 2, 3차 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 자기장의 세기는 구조물로 감쇠 효과로 작용하기 때문에 세 경우 모두 감소함을 확인할 수

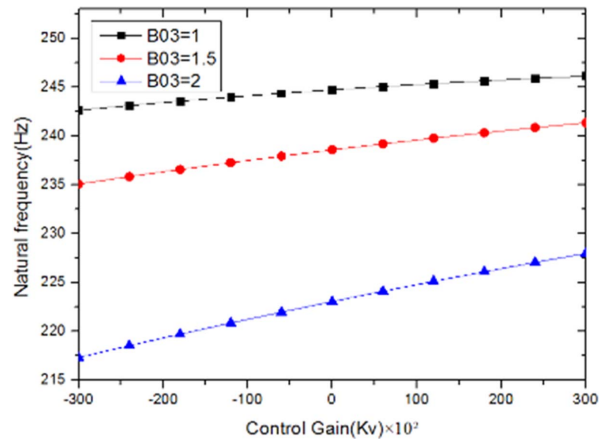


Fig. 11. Variation of 1<sup>st</sup> natural frequency with velocity control gain ( $K_v$ ) for three magnetic field intensities

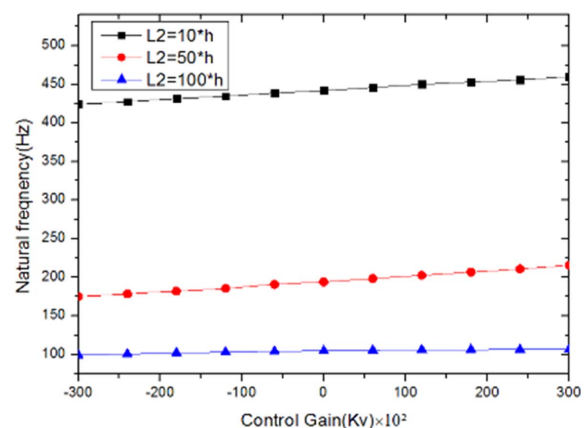


Fig. 12. Variation of 1<sup>st</sup> natural frequency with velocity control gain ( $K_v$ ) for three lengths of plate  $L_2$

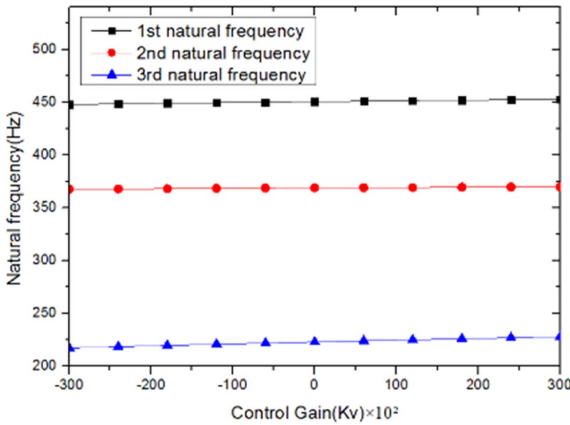


Fig. 13. Variation of 1<sup>st</sup> three natural frequencies with velocity control gain ( $K_v$ )

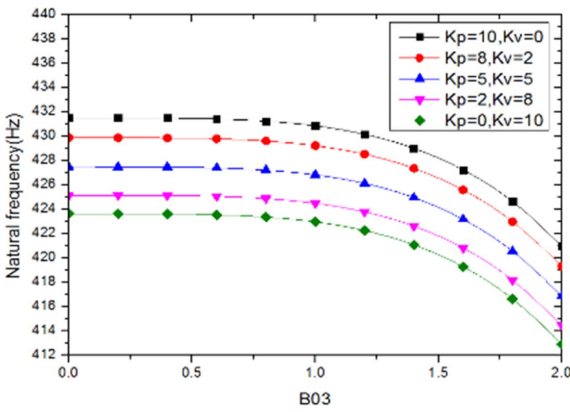


Fig. 14. Variation of 1<sup>st</sup> natural frequency with magnetic field for various combination of proportional and velocity controls

있다.

Fig. 10은 속도귀환 제어 이득값의 변화를 줄 때, 온도구배에 따른 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 온도구배가 작용할 경우, 고유진동수의 변화의 경향은 속도제어이득의 부호와는 무관하며 절댓값의 증가에 따라 작은 값으로 감소하는 경향을 보여주고 있다. 그리고, 온도구배가 증가한 경우에 고유진동수가 낮게 나타남을 확인할 수 있다.

Fig. 11은 속도귀환 제어 이득값의 변화를 줄 때, 자기장 세기에 따른 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 자기장의 세기가 큰 경우에 고유진동수가 낮게 나타나며 세 경우 모두 이득값의 증가에 따라 고유진동수가 증가함을 알 수 있다. Fig. 12는 속도귀환 제어 이득값의 변화를 줄 때, 복합재료 평판의 길이 변화에 따른 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 이득값이 증가할수록 고유진동수는 증가하고 있고, 평판의 길이가 길수록 연성이 증가하여 고유진동수는 낮아짐을 알 수 있다. Fig. 13은 속도제어 이득값의 증가에 따른 1, 2, 3차 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 이득값의 증가에 따라 작은 값으로 고유진동수가 증가함을

알 수 있다. Fig. 14는 자기장의 세기가 증가할 때, 비례제어와 속도제어 이득값의 다양한 조합에 따른 고유진동수의 변화를 보여주고 있다.

### 5. 결 론

본 연구를 통해서 강한 전자기장 및 큰 온도구배 환경 하에서 작동되는 핵융합설비, 자기센서, 우주로켓, 위성 등에 사용될 수 있는 복합재료 평판 구조물의 동적 거동을 예측할 수 있는 전자기-열-탄성-압전효과가 연성된 구조 모델을 정립하였고, 압전재료의 직접효과와 역전효과를 이용한 동일 위치(collocated)에서의 감지 및 제어를 통해 복합재료 평판 구조물의 동적특성을 효과적으로 제어할 수 있음을 확인하였다.

1) 적층각이 증가할수록 평판 구조물의 굽힘 강성이 증가하므로 복합재료 평판의 고유진동수가 증가함을 알 수 있었다. 평판의 무게는 적층각의 변화에 무관하게 일정하나 적층각의 변화에 따라 평판의 동특성은 큰 폭의 변화가 있음을 보였다.

2) 식 (6), (14)에 의하여 알 수 있듯이 자기장의 존재가 평판에 평판의 속도에 비례하는 로렌츠 힘을 발생시키므로 이는 마치 평판에 감쇠를 창출하는 것과 같은 효과를 가져온다. 따라서 자기장의 세기의 증가에 따라 고유진동수가 감소하며 이를 확인할 수 있었다.

3) 식 (6), (14)에서 온도구배의 변화에 따라 복합재료 적층간의 강성의 구배가 발생하며 온도구배가 증가할수록 강성이 작아짐을 알 수 있으며, 이에 따라 고유진동수가 감소함을 확인할 수 있었다.

4) 식 (19)에서 비례제어 이득( $K_p$ )의 변화에 따라 구조물의 강성변화가 수반됨을 알 수 있으며, 따라서 이득이 증가할수록 고유진동수가 증가함을 확인하였다.

5) 식 (24)에서 속도제어 이득( $K_v$ )의 변화에 따라 구조의 감쇠 성능의 변화를 가져오는 것을 알 수 있으며, 따라서 이득이 증가하면 고유진동수가 증가함을 알 수 있었다.

6) 평판의 길이가 증가할수록 연성이 증가하여 고유진동수가 낮아짐을 알 수 있었다.

### 후 기

이 연구는 충남대학교 학술연구비에 의해 지원되었음.

### REFERENCES

1. Thesis) Song, O.S., *Modeling and Response Analysis of Thin-Walled Beam Structures Constructed of Advanced Composite Materials*, Ph.D. Thesis, VPI & SU, USA, 1990.
2. (Journal) Song, O.S., Librescu, L., and Rogers, C.A., "Applica-



- tion of Adaptive Technology to Static Aeroelastic Control of Wing Structures," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 12, 1992, pp. 2882-2885.
3. (Journal) Librescu, L., and Na, S.S., "Vibration and Dynamic Response Control of Cantilevers Carrying Externally Mounted Stores," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 102, No. 6, 1997, pp. 3516-3522.
  4. (Journal) Meirovitch, L., and Baruh, H., "On the Problem of Observation Spillover in Self-Adjoint Distributed-Parameter Systems," *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 39, No. 2, 1983, pp. 269-291.
  5. (Korean Journal) Kim, S.K., Lee, K.W., Moon, J.K., Choi, J.W., Kim, Y.J., Park, S.Y., and Song, O.S., "Dynamic Characteristics of Composite Plate Subjected to Electromagnetic and Thermal Field," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 21, No. 6, 2011, pp. 536-545.
  6. (Journal) Ramirez, F., Heylinger, P.H., and Pan, E., "Free Vibration Response of Two-dimensional Magneto-electro-elastic Laminated Plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 292, No. 3-5, 2007, pp. 626-644.
  7. Pan, E., and Heylinger, P.H., "Free Vibrations of Simply Supported and Multilayered Magneto-electro-elastic Plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 252, No. 3, 2002, pp. 429-442.
  8. Hasanyan, D., Librescu, L., Qin, Z., and Ambur, D.R., "Magneto-thermo-elastokinetics of Geometrically Nonlinear Laminated Composite Plates. Part 1: Foundation of the Theory," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 287, No. 1-2, 2005, pp. 153-175.
  9. Qin, Z., Hasanyan, D., Librescu, L., and Ambur, D.R., "Magneto-thermo-elastokinetics of Geometrically Nonlinear Laminated Composite Plates, Part 2: Vibration and Wave Propagation," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 287, No. 1-2, 2005, pp. 177-201.
  10. (Book) Reddy, J.N., *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells Theory and Analysis*, 2nd Edition, CRC Press, New York, 2004.
  11. (Thesis) Kim, J.B., *Vibration Control of Composite Thin-Walled Beams by Distributed Piezoelectric Sensors and Actuators*, M.D Thesis, Chung-Nam National University, Korea, 2000.