

## 부정확한 속도 모델을 가정한 진원 결정 방법의 성능평가: 지표면 미소지진 모니터링 사례

우정웅<sup>1</sup> · 이준기<sup>1\*</sup> · 강태섭<sup>2</sup>

<sup>1</sup>서울대학교 지구환경과학부

<sup>2</sup>부경대학교 지구환경과학과

### Performance Test of Hypocenter Determination Methods under the Assumption of Inaccurate Velocity Models: A case of surface microseismic monitoring

Jeong-Ung Woo<sup>1</sup>, Junkee Rhie<sup>1\*</sup>, and Tae-Seob Kang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Earth and Environmental Sciences, Seoul National University

<sup>2</sup>Department of Earth and Environmental Sciences, Pukyong National University

**요약:** 셰일가스 개발 과정에서 수압 파쇄에 의해 발생하는 미소지진의 진원 분포는 균열대의 특성을 파악하는 데 필요한 중요한 정보를 제공한다. 본 연구에서는 가상의 진원에 대하여 부정확한 속도 구조 모델이 선형 역산법을 이용한 진원 결정 프로그램인 *hypoellipse*와 *hypoDD*의 결과에 어떠한 영향을 미치는 지에 대해서 알아보았다. 총 98개의 가상 관측소를 반경 4 km의 원내에 배치하였고, 25개의 지진들이 판상으로 분포한 가상 지진 세트를 관측망의 중심부에서부터 남쪽으로 1 km 간격으로 5곳에 배치하였다(S0 ~ S4). 역산 결과의 정확성을 정량적으로 평가하기 위해 진원들의 평균 위치의 차이를 의미하는  $d_1$ , 가정한 진원에 대한 면적비  $r$ , 근사 평면과 실제 평면의 경사 차이  $\theta$ , 근사 평면과 실제 평면의 주향 차이  $\phi$ , 근사 평면으로부터 진원들이 떨어진 거리의 제곱평균제곱근  $d_2$ , 평면상에서의 진원들의 패턴의 정확성  $d_3$ 의 6가지 파라미터를 정의하였다. 층상 구조를 가정한 기준 속도 구조를 만들어 합성 주시자료를 계산하였으며, 속도 구조의 부정확성을 고려하기 위하여 진원 역산에 사용한 속도 구조 모델은 각 층의 기준 속도를 중심으로 0.1 km/s, 0.2 km/s, 및 0.3 km/s의 표준편차를 가지는 정규분포를 이용하여 구성하였다. 속도의 부정확성에 비례하여 오차가 커지는 파라미터에는  $d_1$ ,  $r$ ,  $\theta$ , 및  $d_3$ 가 있으며, 나머지 두 파라미터는 S4의 경우를 제외하면 속도 부정확성의 정도와 관계없이 일정한 오차를 보여준다. S0, S1, S2, S3의 경우, *hypoellipse*와 *hypoDD* 모두 비슷한  $d_1$  값을 나타낸다. 하지만 다른 파라미터의 경우 *hypoDD*가 훨씬 나은 결과를 보여주며, 진원의 상대적 오차는 속도 구조의 부정확도와 관계없이 수 미터 이하이다. 수압 파쇄의 부피 양상을 알기 위한 목적으로 상대적 진원 위치 부정확성을 수 미터 이내로 제한시키기 위해서 *hypoellipse*에서는 0.2 km/s 이내의 속도 오차의 표준편차를 가져야하며, *hypoDD*에서는 속도 오차의 표준편차 값이 0.3 km/s일 때에도 상대적 진원 위치 오차를 수 미터 이내로 제한시킬 수 있다.

**주요어:** 미소지진, 진원 결정 선형 역산, 주성분 분석, 셰일가스 개발

**Abstract:** The hypocenter distribution of microseismic events generated by hydraulic fracturing for shale gas development provides essential information for understanding characteristics of fracture network. In this study, we evaluate how inaccurate velocity models influence the inversion results of two widely used location programs, *hypoellipse* and *hypoDD*, which are developed based on an iterative linear inversion. We assume that 98 stations are densely located inside the circle with a radius of 4 km and 5 artificial hypocenter sets (S0 ~ S4) are located from the center of the network to the south with 1 km interval. Each hypocenter set contains 25 events placed on the plane. To quantify accuracies of the inversion results, we defined 6 parameters: difference between average hypocenters of assumed and inverted locations,  $d_1$ ; ratio of assumed and inverted areas estimated by hypocenters,  $r$ ; difference between dip of the reference plane and the best fitting plane for determined hypocenters,  $\theta$ ; difference between strike of the reference plane and the best fitting plane for determined hypocenters,  $\phi$ ; root-mean-square distance between hypocenters and the best fitting plane,  $d_2$ ; root-mean-square error in horizontal direction on the best fitting plane,  $d_3$ . Synthetic travel times are calculated for the reference model having 1D layered

Received: 8 January 2016; Revised: 16 February 2016;

Accepted: 17 February 2016

\*Corresponding author

E-mail: rhie@snu.ac.kr

Address: School of Earth and Environmental Sciences, Seoul National University, Seoul 08826, Korea

©2016, Korean Society of Earth and Exploration Geophysicists

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

structure and the inaccurate velocity model for the inversion is constructed by using normal distribution with standard deviations of 0.1, 0.2, and 0.3 km/s, respectively, with respect to the reference model. The parameters  $d_1$ ,  $r$ ,  $\theta$ , and  $d_2$  show positive correlation with the level of velocity perturbations, but the others are not sensitive to the perturbations except S4, which is located at the outer boundary of the network. In cases of S0, S1, S2, and S3, *hypoellipse* and *hypoDD* provide similar results for  $d_1$ . However, for other parameters, *hypoDD* shows much better results and errors of locations can be reduced by about several meters regardless of the level of perturbations. In light of the purpose to understand the characteristics of hydraulic fracturing,  $1\sigma$  error of velocity structure should be under 0.2 km/s in *hypoellipse* and 0.3 km/s in *hypoDD*.

**Keywords:** Microseismic events, hypocenter linear inversion, principal component analysis, shale gas development

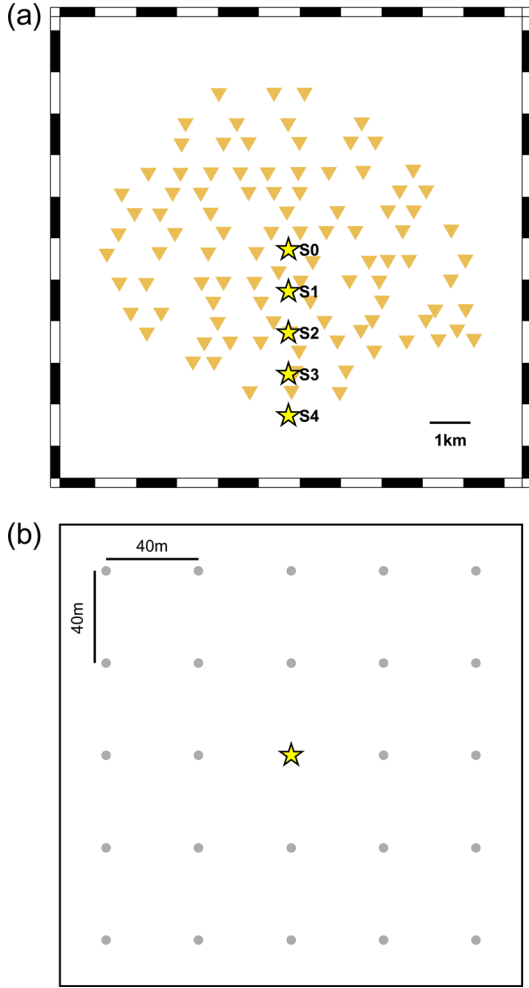
## 서 론

2000년경 텍사스 포트워쓰 분지의 바넷 셰일층으로부터 경제성 있는 천연가스 개발이 가능하다는 것이 처음 증명된 이후, 셰일이나 치밀지층(tight formation)으로부터 개발된 천연가스, 이른바 “셰일가스”, 개발이 북미지역을 중심으로 시작되었다(Curtis, 2002). 셰일이나 치밀지층중에도 탄화수소가 포함되어 있다는 것은 이미 알려져 있었지만 매질의 투수율이 극히 낮기 때문에 고전적인 방법으로는 경제성 있는 개발이 이루어지지 못하여 왔다. 하지만 수평시추와 수압파쇄라는 두 가지 기술의 비약적인 발전에 힘입어 현재는 전 세계 에너지 시장의 판도를 바꿀 정도로 많은 개발이 이루어지고 있다(Fisher *et al.*, 2004). 셰일가스 개발의 경제성을 높이기 위해서는 정확한 시추위치와 궤도의 결정을 위한 평가기술과 효율적인 수압파쇄를 위한 설계 기술이 매우 중요하다. 이 효율적인 수압파쇄 설계를 위해서는 해당 지층의 파쇄 특성을 파악해야 하고 이를 위해서는 수압파쇄에 의해 만들어지는 균열대의 공간적 분포와 특성을 이해하는 것이 중요하다(Maxwell *et al.*, 2002). 균열대의 분포와 특성을 파악할 수 있는 방법들은 여러 가지가 있지만 이 중 가장 직접적으로 정보를 얻을 수 있는 방법은 균열대가 만들어지는 과정에서 발생하는 미소지진을 모니터링하는 방법이다. 미소지진으로부터 방출된 지진파를 분석하면 미소지진의 발생 위치, 시각, 크기, 그리고 발생 메커니즘에 대한 정보를 획득할 수 있고 이는 균열대의 특성을 이해하는데 필요한 기본적인 정보로 사용될 수 있다(Sasaki, 1998; Warpinski *et al.*, 1998). 미소지진 모니터링을 통해 얻을 수 있는 정보 중 균열대의 공간적인 분포를 파악하는데 필요한 가장 중요한 정보는 미소지진의 발생위치, 즉 진원 정보이다. 일반적으로 지진의 진원을 결정하는 기본적인 원리는 아래와 같다. 진원에서 동시에 출발한 지진파가 여러 개의 서로 다른 위치에 설치된 지진계에 도달하는 시간은 진원과 지진계 사이의 지진파 속도 구조에 의해서 결정된다. 따라서 지진계와 진원 사이의 속도 구조를 알고 있다면 진원과 지진계 사이의 합성 도달 시간을 계산할 수 있고, 여러 지진계에서 관측된 도달시간과 합성 도달시간의 차이가 최소가 되게 하는 발생 시각과 위치를 지진의 발생 시각과 진원으로 간주 할 수 있다. 이 때 개별적인 지진 진원의

절대적인 위치를 찾을 수도 있고 여러 진원들의 상대적인 위치만을 결정 할 수도 있다(Gambino *et al.*, 2004). 각각의 방법을 사용하는 대표적인 소프트웨어로 *hypoellipse* (Lahr, 1999)와 *hypoDD* (Waldhauser and Ellsworth, 2000)를 들 수 있다. 이 연구에서는 실제 셰일가스 개발을 위한 미소지진 모니터링과 유사한 상황을 수치적으로 가정하여 두 가지 소프트웨어를 이용하여 결정한 진원 분포가 속도 구조의 부정확도에 따라 얼마나 달라지는지를 비교하였다. 미소지진 모니터링에 사용되는 여러 지진계 배열 중 본 연구에서는 지표면에 설치된 지진계 배열을 가정하였으며, 이러한 계산을 통하여 균열대의 분포 정보를 이용한 파쇄규모 추정이라는 공학적 목표를 달성하기 위해서는 어느 정도까지의 속도 구조 부정확성이 용인될 수 있는가를 평가하고자 한다.

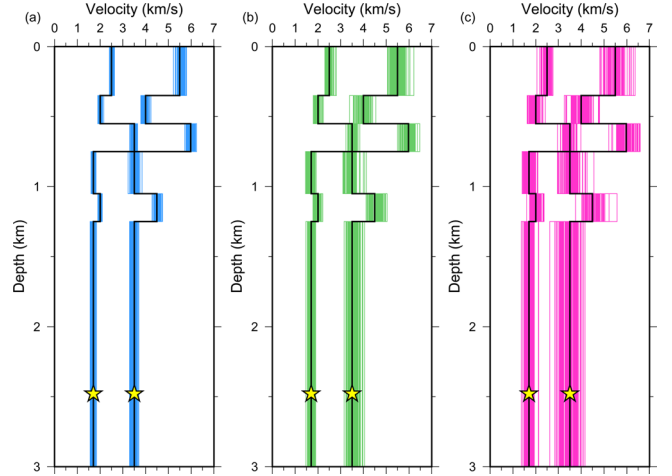
## 수치실험 방법 및 결과

셰일가스 개발 현장의 미소지진 모니터링 상황을 모사하기 위하여 캐나다에서 이루어진 실제 개발을 참고하여 수치실험을 디자인 하였다. Fig. 1은 수치실험을 위해 가정된 지표면 지진계의 위치와 합성도달시간 계산을 위해 가정한 가상의 진원 위치 분포를 보여준다. 관측망의 배열은 Fig. 1(a)와 같이 98개의 지진계를 4 km 반경을 가지는 원내에 배치한 것으로 가정하였다. 수압파쇄 균열대는 판상으로 발달할 것으로 예상되기 때문에 40 m 간격으로 가로 5개, 세로 5개씩 총 25개의 진원들을 동-서 방향의 주향을 가진 수직 평면위에 분포시켜 하나의 진원 세트로 설정하였고, 관측망내에서의 진원 세트의 위치에 따라 어떤 효과가 나타나는 지를 확인하기 위하여 지진계의 중심부에서부터 남쪽으로 1 km간격으로 총 5개의 모의 진원 세트를 배치하였다(Fig. 1). 각 진원에서 지진계까지의 합성 주행시간을 계산하여 이를 관측된 지진파의 도달시간 자료로 활용하였고, 이 때 합성 도달시간 계산에 사용된 1차원 속도 구조 모델은 셰일가스 개발 현장에서 시추공 물리검층을 통하여 실제로 측정된 깊이별 P파와 S파 속도를 참조하여 구성하였다(Fig. 2). 진원 위치 결정에 사용한 두 가지 소프트웨어 중 *hypoellipse*는 P파와 S파의 주행 시간의 진원지에 따른 편미분값을 사용하여 실제 주행시간과 이론상 주행시간의 차이가 충분히 줄어들 때까지 반복적으로 진원위



**Fig. 1.** (a) The location of 98 stations and artificial hypocenters. The yellow star indicates the hypocentroid of events in one hypocenter set. (b) An example of hypocenter distribution in one hypocenter set.

치를 결정하는 소프트웨어이다(Lahr, 1999). *hypoDD*는 비슷한 곳에서 일어난 두 지진들로부터 한 관측소에 도달한 주행 시간 차이의 관측값에서 이론값을 뺀 값(double-difference)을 이용하여 지진원들 간의 상대적인 위치를 재결정하는 소프트웨어이다(Waldhauser and Ellsworth, 2000). 속도 구조의 부정확성에 따른 진원 위치 역산 결과의 오차를 평가하기 위한 수치실험은 아래의 순서로 진행되었다. 1) 합성 자료 계산에 사용한 1차원 속도 구조 모델을 기준으로 각 층별로 임의의 오차를 추가하여 진원 역산용 속도 구조 모델 구성. 2) *hypoellipse*를 이용한 진원 위치 결정. 3) *hypoellipse*로 결정한 진원 위치를 초기위치로 가정하고 *hypoDD*를 사용하여 상대적 진원 위치 재결정. 4) 초기 진원 분포와 역산된 진원 위치 비교 및 차이점 분석. 5) 새로운 오차를 가정한 역산용 속도 구조 구성 후 2)에서 4)의 과정 반복. 위의 과정 중 역산으로 결정된 진원 분포와 초기 합성 자료 계산에 사용된 진원 분포의 차이를 정량적으로 나타내기 위하여 6개의 파라미



**Fig. 2.** The velocity models used for the inversion. The black line indicates the reference model. The standard deviations of normal distribution used for velocity perturbation are 0.1 km/s (a), 0.2 km/s (b), and 0.3 km/s (c), respectively. The stars represent depth of the hypocenter in Fig. 1.

터를 정의하고 6 세트의 모의 진원에 대해서 그 값들을 구하였다.

먼저, 가정한 진원의 평균 위치( $\mathbf{x}_{mean}^{ref}$ )와 역산된 진원의 평균 위치( $\mathbf{x}_{mean}^{inv}$ ) 사이의 거리를  $d_1$ 으로 정의하여 전체적으로 얼마만큼의 변위 차이가 발생하였는지를 평가하였다.

$$d_1 = \|\mathbf{x}_{mean}^{inv} - \mathbf{x}_{mean}^{ref}\| \quad (1)$$

(1)에서 사용된  $\|\cdot\|$  기호는 다음과 같이 정의된 L-2 노름(norm)을 의미한다.

$$\|(x_1, x_2, x_3)\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

역산된 진원의 경향성을 파악하기 위해 이들을 원점으로 평행이동 시킨 후, 주성분분석(Principal Component Analysis, PCA)을 이용하여, 근사 평면을 계산하였다. 근사 평면을 이루는 한 성분의 단위 벡터  $\mathbf{w}_{(1)}$ 는 진원들의 분산이 가장 크도록 하는 벡터로서 다음과 같이 정의 할 수 있다(Jackson, 1999).

$$\mathbf{w}_{(1)} = \underset{\|\mathbf{w}\|=1}{\operatorname{argmax}} \left\{ \sum_{i=1}^N \langle \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{mean}, \mathbf{w} \rangle^2 \right\}$$

$\langle \cdot \rangle$ 는 내적을 의미하며 위 식에서 내적은 각 진원에서  $\mathbf{w}_{(1)}$  방향의 성분을 구하기 위해 사용되었다. 또,  $N$ 은 진원의 개수를 의미한다. 근사 평면 방정식을 이루는 다른 성분의 벡터  $\mathbf{w}_{(2)}$ 는 진원에서  $\mathbf{w}_{(1)}$  성분을 제거하고 분산이 가장 큰 벡터로 정의하며,  $\mathbf{w}_{(3)}$ 는 진원에서  $\mathbf{w}_{(1)}$ 와  $\mathbf{w}_{(2)}$  성분을 제거하고 분산이 가장 큰 벡터로 정의한다.

$$\mathbf{w}_{(2)} = \underset{\|\mathbf{w}\|=1}{\operatorname{argmax}} \left\{ \sum_{i=1}^N \langle \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{mean} - \mathbf{w}_{(1)} \langle \mathbf{w}_{(1)}, \mathbf{x}_i \rangle, \mathbf{w} \rangle^2 \right\}$$

$$\mathbf{w}_{(3)} = \operatorname{argmax}_{\mathbf{w}} \left\{ \sum_{i=1}^N \langle \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{mean} - \mathbf{w}_{(1)} \langle \mathbf{w}_{(1)}, \mathbf{x}_i \rangle - \mathbf{w}_{(2)} \langle \mathbf{w}_{(2)}, \mathbf{x}_i \rangle, \mathbf{w} \rangle^2 \right\}$$

근사평면은  $\mathbf{x}_{mean}$  을 지나고  $\mathbf{w}_{(3)}$  에 수직한 평면으로 정의할 수 있으며, 근사 평면으로 부터 주향과 경사를 결정할 수 있다. 이 때 주향은  $0 \sim 180$ 도의 범위로 제한하였다. 실제 가정한 진원의 평면과 역산된 진원의 근사 평면의 주향의 차이  $\phi$ 와 경사의 차이  $\theta$ 를 식 (2)와 식 (3)에 표현하였다.

$$\theta = \min(\Delta dip, \pi - \Delta dip) \quad (2)$$

$$\phi = \min(\Delta strike, \pi - \Delta strike) \quad (3)$$

여기서  $\Delta dip$ ,  $\Delta Strike$ 는 각각 실제로 가정한 진원의 평면과 역산된 진원의 평면에서 구한 주향과 경사 차이의 절댓값을 의미하고,  $\phi$ 와  $\theta$ 는 예각의 차이만을 고려하였다.

역산된 진원들과 근사 평면 사이 거리의 RMS를  $d_2$ 로 정의하여 역산된 진원들이 평면에서 얼마나 떨어져 있는지를 식 (4)에 표현하였다.

$$d_{2,i} = \min_{\mathbf{w} \in \text{app\_plane}} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{mean} - \mathbf{w}\|, i = 1, 2, \dots, N$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (d_{2,i})^2} \quad (4)$$

가정한 진원의 면적에 대한 역산된 진원의 면적비를  $r$ 로 정의하여 전체적인 진원 분포의 변화를 정량적으로 나타내었다.

$$\mathbf{u}_i = (\langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_1 \rangle, \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_2 \rangle), i = 1, 2, \dots, N$$

$$\mathbf{v}_j = \operatorname{argmax}_{\mathbf{u}_i} \left( \cos \frac{2\pi j}{M}, \sin \frac{2\pi j}{M} \right), j = 0, 1, \dots, M$$

$$r = \frac{\sum_{j=1}^M \text{area}(\Delta O v_{j-1} v_j)}{r_{ref}} \quad (5)$$

근사 평면 위에서  $\mathbf{v}_j$ 는  $2\pi j/M$  방향의 성분으로 가장 큰 값을 가지는 근사 평면 위의 진원 위치를 나타내며, 이들이 이루는 다각형의 넓이가 역산에 의해 구해진 진원들의 근사 평면 위에서의 넓이를 의미한다. 여기서  $M=500$ 으로 설정하였다.

또 근사 평면 위에서 역산된 진원 위치와 가정한 진원 위치의 거리 RMS를  $d_3$ 로 설정하여, 역산된 진원 위치가 가정한 진원 위치에서 얼마나 떨어져 있는지를 평가하였다.

$$d_{3,i} = \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_{ref,i}\|$$

$$d_3 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (d_{3,i})^2} \quad (6)$$

역산용 속도 구조 모델의 부정확성을 모사하기 위하여 각

층의 P파 속도 구조를 기준 속도 구조 모델의 각 층의 속도에 정규분포를 따르는 오차를 추가하여 결정하였다. 이 때 정규 분포의 표준편차( $1\sigma$ )는 0.1 km/s, 0.2 km/s, 0.3 km/s의 세 가지 경우를 가정하였으며(Fig. 2), 해당 분산에 대하여 속도 구조를 확률분포에 따라 100번 결정하여 역산을 수행하였다. Maxwell (2010)에 의하면 5%에 해당하는 속도 구조 오차는 매우 큰 값이고, Fig. 2에서 사용한 P파의 속도는 7 km/s 이하이므로 본 연구에서 사용한 속도 구조에서 5%의 속도 오차는 0.35 km/s 이하이다. 따라서 0.3 km/s를 표준편차로 사용하여 구성한 속도 구조 모델은 부정확성이 상당히 큰 모델이라고 생각할 수 있다.

## 수치실험 결과 및 토의

수치실험을 통해 계산된 6개 파라미터의 평균과 표준편차를 각각의 분산값에 대하여 Table 1 ~ 6와 Fig. 3 ~ 6에 나

**Table 1.** The average and standard deviation of  $d_1$ .

Hypocenter Location	Model Standard Deviation ( $1\sigma$ )	hypoellipse		hypoDD	
		Average (m)	Standard Deviation (m)	Average (m)	Standard Deviation (m)
S0	0.1	76.311	65.214	76.285	65.196
	0.2	148.303	108.686	148.288	108.682
	0.3	245.217	280.043	245.199	280.008
	0.1*	31.383	24.977	31.375	24.993
	0.2*	58.324	42.083	58.349	42.090
	0.3*	113.444	76.808	113.441	76.801
S1	0.1	77.039	64.107	77.018	64.099
	0.2	148.575	107.664	148.546	107.673
	0.3	245.600	277.191	245.560	277.113
	0.1*	33.356	23.974	33.403	23.931
	0.2*	59.643	41.593	59.617	41.571
	0.3*	115.998	74.414	115.960	74.398
S2	0.1	78.923	62.176	78.902	62.192
	0.2	148.920	105.233	148.887	105.218
	0.3	245.266	270.533	245.211	270.470
	0.1*	36.453	23.301	36.426	23.342
	0.2*	62.637	40.797	62.605	40.829
	0.3*	119.223	71.917	119.157	71.928
S3	0.1	80.747	59.891	80.640	59.931
	0.2	148.623	103.289	148.547	103.313
	0.3	244.401	263.088	244.247	262.979
	0.1*	40.166	21.874	40.083	21.869
	0.2*	64.633	39.743	64.522	39.688
	0.3*	120.931	69.663	120.724	69.610
S4	0.1	105.081	69.110	105.061	69.117
	0.2	182.243	125.518	182.249	125.513
	0.3	316.311	350.504	316.315	350.500
	0.1*	75.080	48.415	75.063	48.404
	0.2*	119.970	76.892	119.959	76.869
	0.3*	217.120	152.431	217.099	152.358

\*The velocity of the layer including sources is not perturbed.

**Table 2.** The average and standard deviation of  $r$ .

Hypocenter Location	Model Standard Deviation ( $1\sigma$ )	<i>hypoellipse</i>		<i>hypoDD</i>	
		Average	Standard Deviation	Average	Standard Deviation
S0	0.1	0.996	0.078	0.991	0.079
	0.2	1.018	0.145	1.007	0.143
	0.3	1.070	0.297	1.036	0.256
	0.1*	1.002	0.022	0.994	0.008
	0.2*	1.003	0.022	0.994	0.014
	0.3*	1.009	0.030	0.994	0.020
S1	0.1	1.011	0.083	0.993	0.080
	0.2	1.024	0.148	1.009	0.144
	0.3	1.073	0.297	1.037	0.255
	0.1*	1.014	0.022	0.995	0.007
	0.2*	1.018	0.026	0.995	0.014
	0.3*	1.019	0.029	0.995	0.020
S2	0.1	1.019	0.073	0.992	0.078
	0.2	1.027	0.131	1.008	0.142
	0.3	1.078	0.295	1.036	0.249
	0.1*	1.022	0.025	0.995	0.009
	0.2*	1.020	0.024	0.995	0.016
	0.3*	1.022	0.028	0.995	0.023
S3	0.1	1.017	0.081	0.988	0.076
	0.2	1.023	0.148	1.003	0.140
	0.3	1.079	0.317	1.030	0.242
	0.1*	1.022	0.023	0.991	0.012
	0.2*	1.025	0.028	0.991	0.020
	0.3*	1.019	0.032	0.991	0.031
S4	0.1	1.027	0.092	0.998	0.081
	0.2	1.049	0.163	1.010	0.151
	0.3	1.141	0.417	1.063	0.295
	0.1*	1.031	0.039	1.000	0.021
	0.2*	1.030	0.051	0.998	0.034
	0.3*	1.061	0.084	1.013	0.060

\*The velocity of the layer including sources is not perturbed.

타내었다. 속도 분포의 표준편차( $1\sigma$ ) 값이 0.1 km/s일 때, 세트 S0 ~ S3에서  $d_1$ 의 값의 평균은 *hypoellipse*와 *hypoDD*에서 모두 76, 77, 79, 81 m이다.  $d_1$ 의 값은 지진원의 위치가 지진계로부터 멀어지면 미세하게 증가하는 경향성을 가지나, 관측소들의 가장자리에 진원이 위치한 세트 S4를 제외하면 사실상 크게 변화하지는 않는다. 즉, 관측소의 분포가 균일하고 지진원이 관측소들의 바깥에 있지 않으면 위치 부정확성에는 큰 영향을 주지 않는다. 또한 *hypoellipse*를 사용한  $d_1$ 의 평균(실선)과 *hypoDD*를 사용한  $d_1$ 의 평균(점선)은 1 m보다도 작은 미세한 차이를 보이는데, 이는 *hypoDD*의 역산 과정에서 절대적인 위치가 *hypoellipse*의 위치로부터, 오로지 진원 사이의 상대적인 패턴만을 보정한다는 것을 의미한다. 절대적인 지진원의 위치 차이( $d_1$ )를 결정하는 요소는 오로지 속도 구조의 부정확성으로, 속도 구조의  $1\sigma$  값에 따라  $d_1$ 의 평균과 표준편차도 비례하여 증가하는 패턴을 보였다.

진원 패턴이 가진 면적비( $r$ )는 다른 조건들을 동일하게 설

**Table 3.** The average and standard deviation of  $\theta$ .

Hypocenter Location	Model Standard Deviation ( $1s$ )	<i>hypoellipse</i>		<i>hypoDD</i>	
		Average (Degree)	Standard Deviation (Degree)	Average (Degree)	Standard Deviation (Degree)
S0	0.1	0.026	0.150	0.070	0.053
	0.2	0.065	0.321	0.089	0.067
	0.3	0.182	0.571	0.114	0.099
	0.1*	0.015	0.110	0.049	0.031
	0.2*	0.034	0.182	0.060	0.038
	0.3*	0.278	0.683	0.057	0.042
S1	0.1	0.660	0.966	0.087	0.068
	0.2	0.738	1.079	0.145	0.101
	0.3	0.961	1.210	0.223	0.193
	0.1*	0.701	1.098	0.041	0.032
	0.2*	0.849	1.151	0.050	0.040
	0.3*	0.628	0.955	0.081	0.055
S2	0.1	0.788	0.972	0.377	0.296
	0.2	0.989	1.136	0.663	0.449
	0.3	1.656	1.678	1.019	0.910
	0.1*	0.894	0.955	0.117	0.096
	0.2*	1.019	1.024	0.191	0.131
	0.3*	0.885	0.868	0.292	0.182
S3	0.1	2.065	1.889	0.648	0.526
	0.2	2.920	2.304	1.182	0.852
	0.3	4.081	3.911	1.852	1.673
	0.1*	1.877	1.482	0.172	0.144
	0.2*	2.508	1.964	0.318	0.254
	0.3*	3.562	2.860	0.525	0.368
S4	0.1	0.558	0.869	0.505	0.421
	0.2	0.804	1.079	0.863	0.646
	0.3	0.871	1.092	1.154	2.180
	0.1*	0.631	0.925	0.323	0.345
	0.2*	0.719	0.869	0.304	0.251
	0.3*	0.664	0.632	0.417	0.324

\*The velocity of the layer including sources is not perturbed.

정하였을 때, 파라미터  $d_1$ 과 마찬가지로 세트 S4를 제외한 S0~S3에서 값이 크게 변화하지 않음을 보인다. 따라서 지진원의 위치가 관측소들이 분포한 영역 내에 위치할 경우 면적비의 정확성에 크게 영향을 주지 않는다. *hypoellipse*와 *hypoDD*의 면적비 역산 결과는 속도 구조의  $1\sigma$ 가 0.2 km/s 이하일 때에는 크게 차이가 없으며, 속도 구조  $1\sigma$ 값으로 0.3 km/s를 가질 때에 면적비의 표준편차가 *hypoDD*에서 줄어들음을 보인다. 즉, 속도 구조의  $1\sigma$ 가 0.2 km/s 이하로 정확한 경우에는 *hypoDD*의 진원 재결정이 면적 근사 정확성에 큰 영향력이 미치지 않지만, 속도 구조의 부정확성이 이보다 큰 경우에는 *hypoDD*를 이용한 면적 근사 개선이 보다 효과적임을 의미한다. 속도 구조의 부정확성이나 두 방법의 차이보다도 면적비  $r$ 의 정확성에 결정적인 영향을 미치는 요소는 진원이 위치한 곳의 속도 정확성이다(Fig. 4). 속도 구조의  $1\sigma$ 가 0.1 km/s일 때, 진원지가 관측소의 평균지점(S0)에 있을 경우, 면적비의 표준편차는 약 8% 정도이나, 만일 진원이 위치한 곳

**Table 4.** The average and standard deviation of  $\phi$ .

Hypocenter Location	Model Standard Deviation (1s)	<i>hypoellipse</i>		<i>hypoDD</i>	
		Average (Degree)	Standard Deviation (Degree)	Average (Degree)	Standard Deviation (Degree)
S0	0.1	0.010	0.054	0.152	0.049
	0.2	0.030	0.123	0.149	0.056
	0.3	0.210	0.593	0.159	0.075
	0.1*	0.007	0.049	0.148	0.041
	0.2*	0.037	0.241	0.160	0.048
	0.3*	0.170	0.441	0.160	0.055
S1	0.1	0.578	0.774	0.032	0.023
	0.2	0.577	0.783	0.028	0.021
	0.3	0.544	0.720	0.034	0.031
	0.1*	0.471	0.649	0.031	0.025
	0.2*	0.492	0.714	0.035	0.026
	0.3*	0.567	0.758	0.031	0.024
S2	0.1	0.679	0.733	0.125	0.046
	0.2	0.810	0.878	0.114	0.060
	0.3	0.911	0.928	0.112	0.072
	0.1*	0.634	0.673	0.121	0.036
	0.2*	0.772	0.768	0.119	0.046
	0.3*	0.908	0.939	0.118	0.062
S3	0.1	0.647	0.604	0.142	0.061
	0.2	0.894	0.735	0.139	0.093
	0.3	1.018	0.912	0.167	0.134
	0.1*	0.668	0.517	0.146	0.047
	0.2*	0.869	0.712	0.146	0.067
	0.3*	0.975	0.825	0.137	0.089
S4	0.1	1.737	1.977	0.863	0.844
	0.2	2.708	2.516	1.286	1.077
	0.3	4.531	3.753	2.687	2.733
	0.1*	1.788	1.969	0.833	0.879
	0.2*	2.658	2.468	1.297	1.145
	0.3*	4.370	3.789	2.630	2.711

\*The velocity of the layer including sources is not perturbed.

의 속도가 정확한 값으로 제시되었을 때에는 가정한 속도 부정확성의 경우와 관련 없이 면적비의 표준편차가 약 2 ~ 3% 정도이며 3 ~ 4배 가량 결과가 정확해짐을 보였다. 이런 정확성의 향상은 속도구조의 부정확성이나, 세트 S0 ~ S4에 관계없이 공통적으로 보이는데, 진원이 위치한 곳의 속도 구조의 정확성이 면적 근사에 결정적인 영향을 미치는 것을 의미한다.

$\theta$ (경사의 오차 절댓값)와  $\phi$ (주향의 오차 절댓값)는 근사 평면 방향성의 정확성을 의미하는 파라미터로, *hypoellipse*의 역산결과(실선)에서 세트 S0에서 S3로 진원이 위치한 곳이 멀어지면 평균 및 표준편차 값이 커진다. 또,  $\theta$  값은 속도 구조의 부정확성에 비례하여 증가하는 경향성을 보이지만,  $\phi$  값은 속도의 부정확성에 상관없이 1도 이하의 오차를 보인다.  $\theta$ 와  $\phi$ 는 *hypoellipse*를 사용할 때와 비교하여 *hypoDD*를 사용할 때에 현저하게 오차가 줄어든다. 세트 S0 ~ S3의 진원

**Table 5.** The average and standard deviation of  $d_2$ .

Hypocenter Location	Model Standard Deviation (1s)	<i>hypoellipse</i>		<i>hypoDD</i>	
		Average (m)	Standard Deviation (m)	Average (m)	Standard Deviation (m)
S0	0.1	0.104	0.530	0.306	0.033
	0.2	0.202	0.713	0.304	0.030
	0.3	0.697	1.503	0.310	0.049
	0.1*	0.049	0.350	0.313	0.039
	0.2*	0.131	0.669	0.301	0.034
	0.3*	0.795	1.505	0.305	0.037
S1	0.1	1.942	1.992	0.319	0.036
	0.2	1.947	1.926	0.316	0.037
	0.3	2.218	1.767	0.328	0.053
	0.1*	1.694	1.954	0.313	0.034
	0.2*	2.022	2.005	0.321	0.032
	0.3*	2.047	2.027	0.312	0.035
S2	0.1	2.520	1.665	0.367	0.033
	0.2	2.591	1.710	0.372	0.035
	0.3	3.236	1.708	0.377	0.035
	0.1*	2.786	1.742	0.380	0.034
	0.2*	3.055	1.553	0.376	0.037
	0.3*	3.138	1.540	0.372	0.036
S3	0.1	3.703	1.566	0.452	0.040
	0.2	3.787	1.503	0.460	0.041
	0.3	4.295	1.769	0.477	0.131
	0.1*	3.787	1.492	0.443	0.036
	0.2*	3.965	1.570	0.452	0.039
	0.3*	4.537	1.967	0.442	0.046
S4	0.1	2.288	1.849	0.820	0.125
	0.2	3.223	2.313	0.902	0.188
	0.3	4.784	3.018	1.652	2.882
	0.1*	2.511	1.961	0.821	0.180
	0.2*	3.371	2.355	0.880	0.221
	0.3*	4.795	3.099	1.184	0.702

\*The velocity of the layer including sources is not perturbed.

에서  $\theta$ 의 평균과 표준편차는 절반으로 감소하며  $\phi$ 는 0.2도 이하로 대폭 감소한다. 관측소의 외곽에 지진원이 위치한 세트 S4는 S0 ~ S3에서 보여주는 경향성과 달리  $\phi$  값은 상대적으로 급격히 증가하고,  $\theta$ 가 약간 작아지며 불규칙함을 보인다. 세트 S0 ~ S3에서 지진원이 위치한 층의 속도 구조를 정확히 알고 있을 경우에 *hypoellipse*를 사용하면 역산 결과에 별다른 차이가 없지만, *hypoDD*를 이용하게 되면 모델의 주향과 경사 모두 속도 구조의 불완전성과 관련 없이  $\theta$ 와  $\phi$ 를 1도 이하로 줄일 수 있다. 따라서 관측소의 내부에 지진원이 위치한다면, *hypoellipse*의 역산 결과의  $\theta$ 와  $\phi$  값을 *hypoDD*를 이용하여 크게 감소시킬 수 있으며, 지진원이 위치한 곳의 속도가 정확할 때 이 값들은 더욱 감소한다.

역산된 지진원의 상대적인 오차는 근사 평면에서 얼마만큼 떨어져 있는지를 나타내는 수직적 오차( $d_2$ )와 근사 평면위로 투영했을 때 가정한 지진원의 위치와 얼마만큼 떨어져 있는

**Table 6.** The average and standard deviation of  $d_3$ .

Hypocenter Location	Model Standard Deviation ( $1\sigma$ )	<i>hypoellipse</i>		<i>hypoDD</i>	
		Average (m)	Standard Deviation (m)	Average (m)	Standard Deviation (m)
S0	0.1	4.533	2.512	3.291	2.333
	0.2	7.293	4.546	5.892	4.029
	0.3	11.220	12.326	8.897	7.252
	0.1*	2.064	1.740	0.800	0.383
	0.2*	2.678	1.579	1.034	0.585
	0.3*	3.053	1.601	1.564	0.963
S1	0.1	4.546	2.375	3.298	2.354
	0.2	7.195	4.462	5.903	4.011
	0.3	11.171	11.816	8.838	7.037
	0.1*	2.762	1.343	0.804	0.378
	0.2*	3.292	1.476	1.030	0.579
	0.3*	3.340	1.446	1.544	0.957
S2	0.1	4.619	2.201	3.257	2.326
	0.2	7.064	4.123	5.853	3.985
	0.3	11.201	11.737	8.760	7.000
	0.1*	3.105	1.117	0.776	0.360
	0.2*	3.002	1.133	1.064	0.583
	0.3*	3.361	1.294	1.631	0.939
S3	0.1	4.908	2.001	3.255	2.273
	0.2	7.371	3.746	5.868	3.963
	0.3	11.196	11.835	8.707	7.071
	0.1*	3.294	1.105	0.921	0.442
	0.2*	3.381	1.158	1.234	0.704
	0.3*	3.827	1.309	1.919	1.074
S4	0.1	5.467	2.777	3.773	2.702
	0.2	8.829	4.746	6.926	4.641
	0.3	15.229	19.086	11.251	12.567
	0.1*	3.523	2.016	1.215	0.692
	0.2*	4.421	2.323	1.789	1.002
	0.3*	7.146	4.966	3.244	2.525

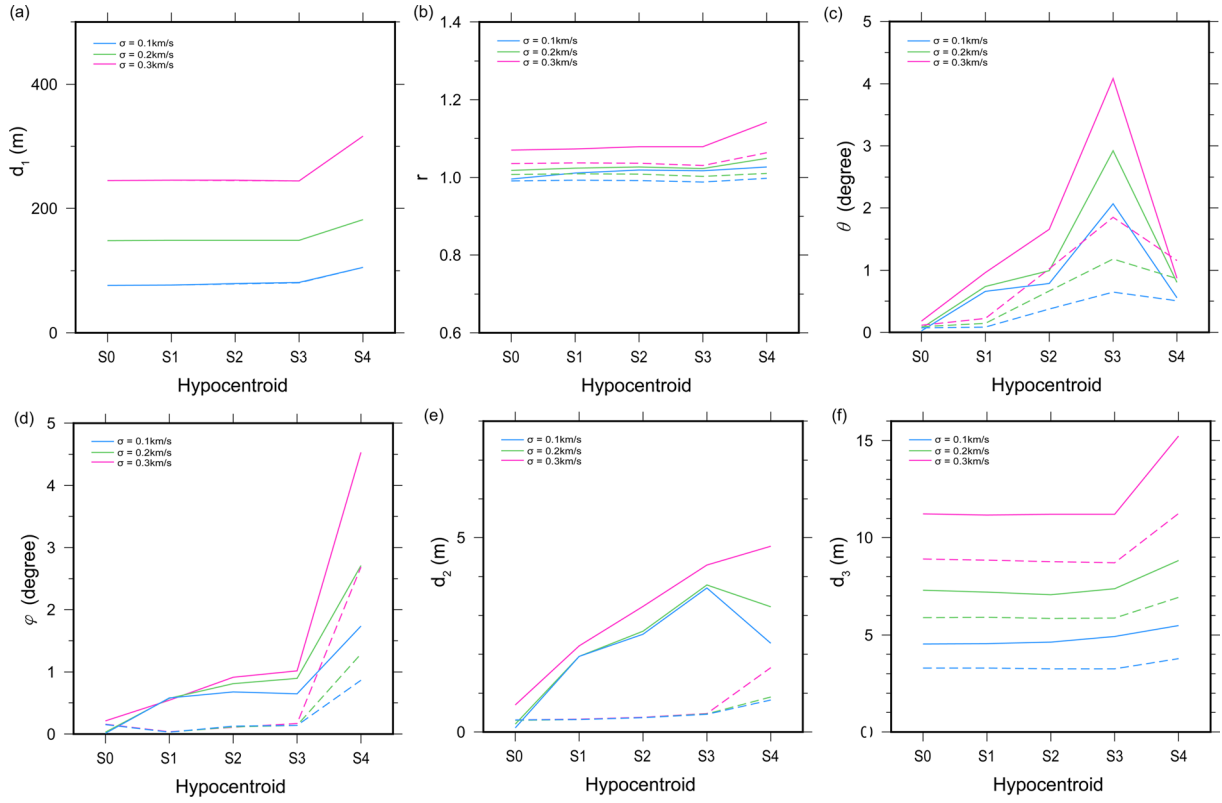
\*The velocity of the layer including sources is not perturbed.

지를 나타내는 수평적 오차( $d_3$ )로 나뉜다. 수직적 오차  $d_2$ 는 속도의 부정확성과 큰 관련이 없고, 세트 S0에서 S3로 갈수록 증가하는 경향성을 보인다. 즉, 지진원이 관측소들의 내부에 있는 경우, 관측소들의 중심에서부터 거리에 비례하여  $d_2$  값이 커진다. 세트 S4의 결과를 제외하고  $d_2$ 의 값은 *hypoellipse*를 사용하였을 때 중심에서부터 멀어지면서 0 ~ 5 m 범위로 점차 증가하지만, *hypoDD*를 이용하여 진원 재결정을 하면  $d_2$ 의 평균 값을 1 m 이하로 줄일 수 있고, 표준편차 역시 0.5 m 이하로 줄일 수 있다. 즉, 속도 구조의 부정확성과 관계없이 *hypoDD*가 *hypoellipse*에 비하여 주향과 경사의 정확성을 높이면서, 지진원의 위치를 평면상으로 나란히 배열하는 데에 효과적이다. 수평적 오차  $d_2$ 는 평면상에 투영된 25개의 역산된 진원 위치와 배치한 25개의 진원위치와의 차이에 대한 제곱평균제곱근(root-mean-square, rms) 값을 의미하므로, 면적 근사의 정확도  $r$ 과 밀접한 관련이 있다. 즉, 역산

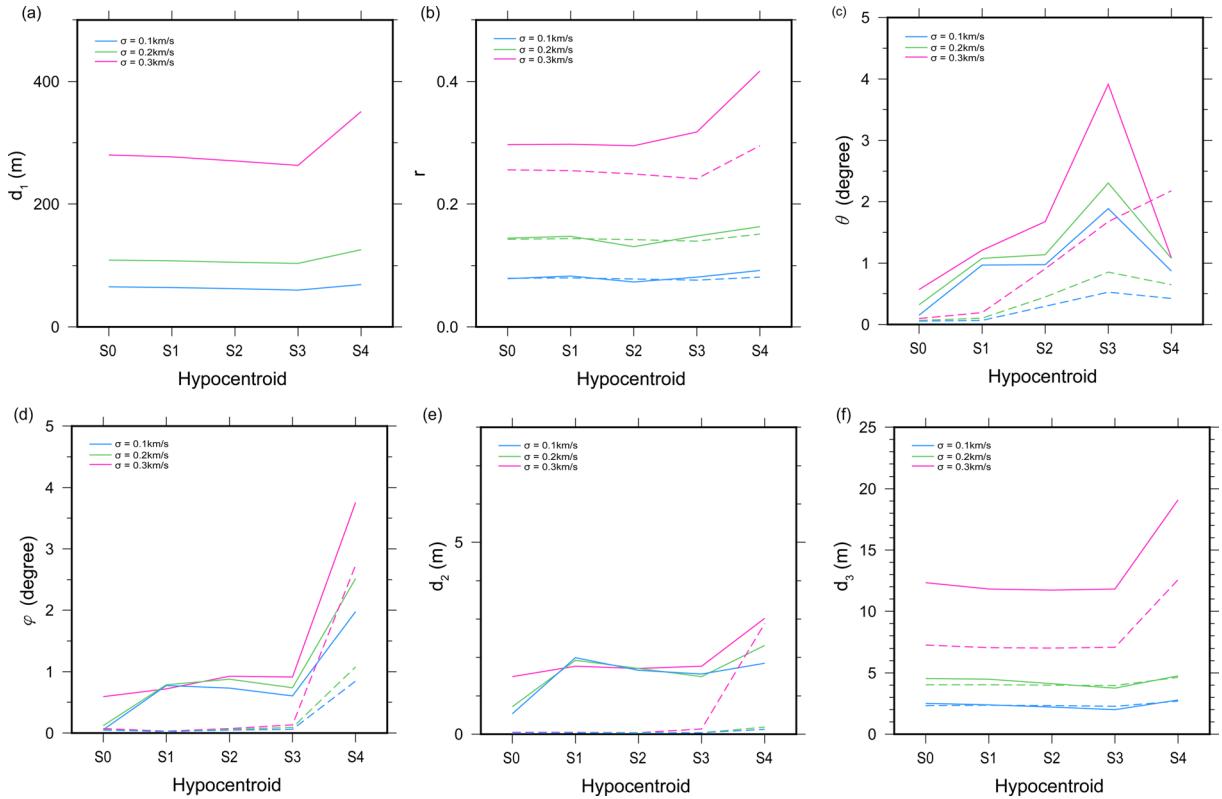
된 면적이 실제에 비하여 확대와 축소가 얼마만큼 발생했는가에 따라  $d_3$ 에 큰 영향을 준다. 실제로 Fig. 3과 5를 비교하면 면적비  $r$ 과 마찬가지로  $d_3$  역시 지진원이 위치한 층의 속도 구조의 정확성에 따라 상이한 결과를 보인다. 그러나 면적비  $r$ 과는 달리, *hypoDD*를 사용한 결과의 평균과 표준편차가 *hypoellipse*를 사용한 결과보다 대체적으로 낮다. 따라서 *hypoDD*의 진원 재결정 과정은 면적 근사에는 영향을 주지 않지만 지진원 사이의 패턴 역산에서 정확성 향상에 효과적인임을 의미한다.

세일 지층에서 이루어지는 수압파쇄의 공간적 분포 범위는 대략 수백 미터정도의 좁은 범위에서 이루어진다(Sasaki, 1998; Rutledge and Phillips, 2003; Rich and Ammerman, 2010). 따라서 미소지진의 위치 오차는 이보다 충분히 작은 값이어야 한다. 본 연구의 결과에서 속도 구조 오차의 표준편차가 0.1 km/s 수준으로 정확하더라도, 70 m 이상의 절대적 위치 오차가 발생함을 알 수 있다(Fig. 3). 따라서 수압 파쇄로 인해 생긴 유발지진 또는 격발지진의 정확한 위치를 파악하기 위해서는 속도 구조 오차의 표준편차를 0.1 km/s 보다 훨씬 줄여야 한다. 그러나 수압파쇄의 규모 추정에는 절대적 위치 오차보다, 지진원들간의 상대적인 위치 오차에 대한 분석이 더 결정적이다. *hypoellipse*의 방법을 사용하여 상대적 위치 오차인  $d_2$ 과  $d_3$  값을 10 m 이내로 제한하기 위해서는 0.2 km/s 보다 작은 속도 구조 오차의 표준편차를 지녀야 한다. 반면 *hypoDD*의 방법을 사용하면 속도 구조 오차의 표준편차가 0.3 km/s이어도, S4를 제외하면 상대적 위치 오차를 10 m 이내로 제한시킬 수 있다.

실제 미소지진 관측 자료로부터 진원 위치를 결정하는 과정에는 본 연구에서 가정한 속도 구조의 부정확성 이외에도 다양한 원인으로 인하여 위치 역산 결과의 오차가 생길 수 있다. 가장 대표적인 것이 P파 도달시각과 S파 도달시각에 대한 측정값의 부정확성이며, 이 값은 수 ~ 수십 ms 단위의 오차이다(Rutledge and Phillips, 2003). 미소지진의 관측시에 P파 및 S파에 대한 도달 시각에 대한 정보는 STA/LTA (the ratio of the short-term average to the long term average)를 이용하여 결정할 수 있는데(Forghani-Arani *et al.*, 2013), 이렇게 결정된 도달 시각에는 오차가 생길 여지가 있다. 따라서 *hypoellipse*를 사용한 위치 결정 결과에서는 도달 시각의 부정확성에 따라 위치 오차 값이 커질 수 있다. 그러나 *hypoDD*에서는 waveform-correlation을 이용하여 상대적인 도달 시각의 차이만을 고려하기 때문에, *hypoellipse* 방법 보다 도달 시각 측정의 정확성이 향상된다(Waldhauser and Ellsworth, 2000). 관측소의 배열에 따라라도 결정된 위치의 수평적 또는 수직적 오차가 크게 달라지며, 속도 구조의 이방성에 대해서도 결과가 달라질 수 있다(Eisner *et al.*, 2009). Eisner *et al.* (2009)에 따르면, 발파자료(calibration shot)를 이용하여 속도 구조와 도달 시각의 정확성을 향상시켜 위치 오차를 줄일 수



**Fig. 3.** The average values of  $d_1$  (a),  $r$  (b),  $\theta$  (c),  $\phi$  (d),  $d_2$  (e), and  $d_3$  (f). The blue, green, and red lines represent the standard deviation for the velocity perturbation equals 0.1 km/s, 0.2 km/s, and 0.3 km/s, respectively. The solid and dashed lines indicate results from *hypoellipse* and *hypoDD*, respectively.



**Fig. 4.** Same as Fig. 3. for standard deviations.



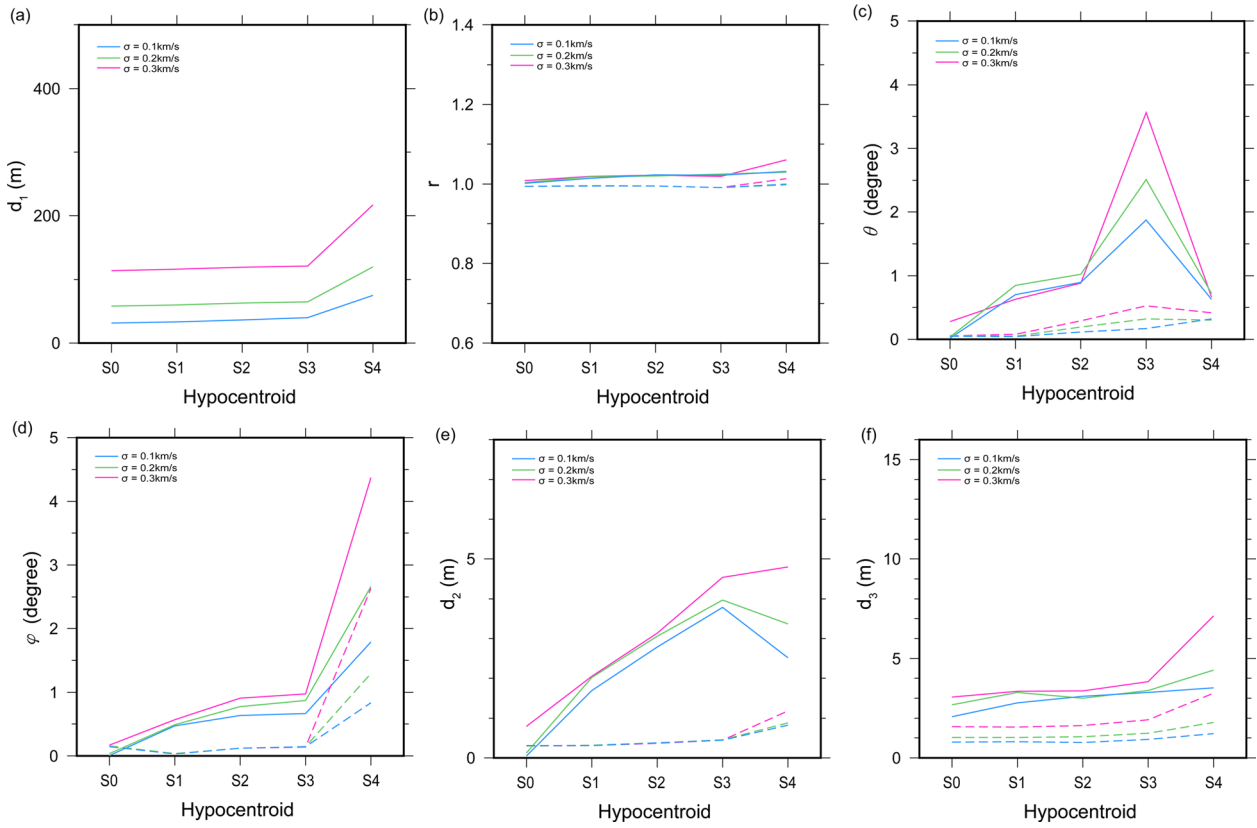


Fig. 5. Same as Fig. 3. but the velocity of the layer including sources is not perturbed.

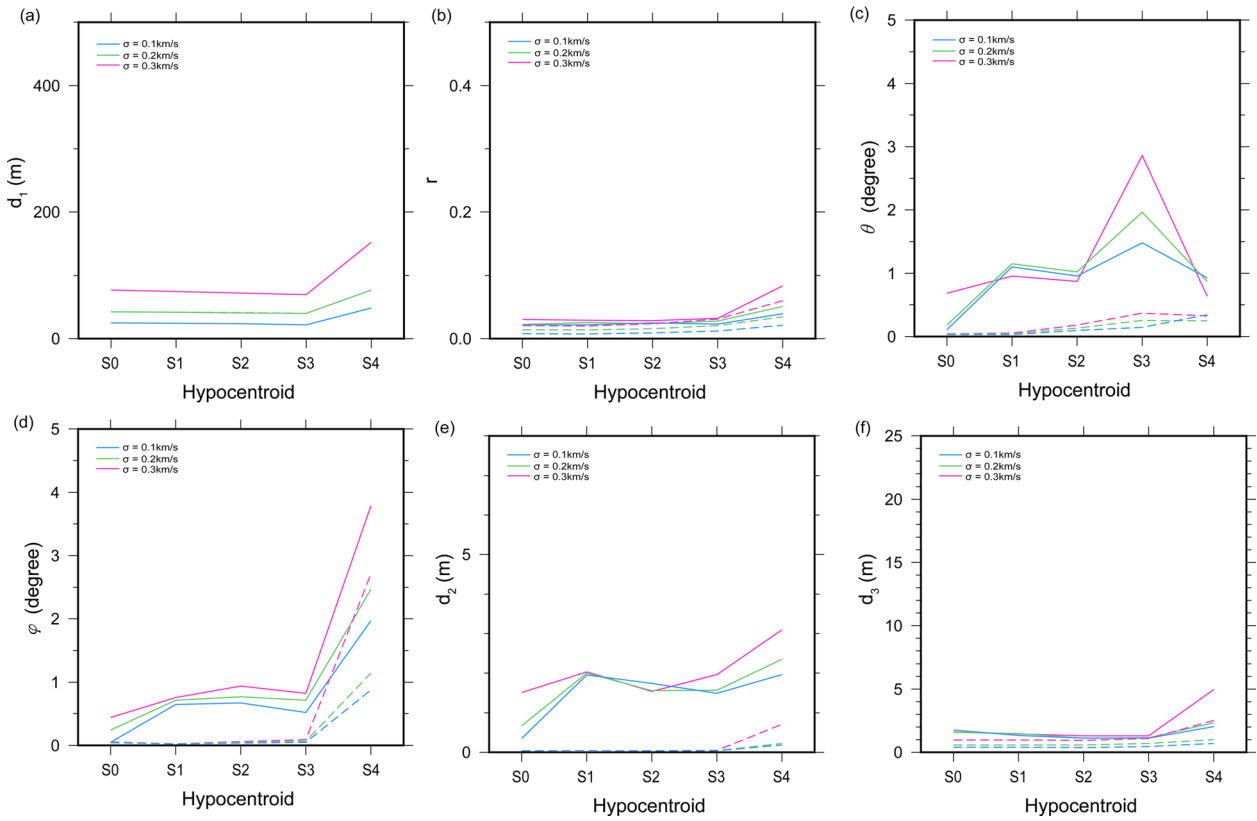


Fig. 6. Same as Fig. 4., but the velocity of the layer including sources is not perturbed.

있다. 따라서 실제 미소지진에 의한 파형 자료를 바탕으로 진원 위치를 결정할 경우에는 속도 구조의 부정확성 이외에 도달 시간 측정의 부정확성과 발파 자료를 이용한 속도 구조의 보완 등 다양한 요소들을 고려하여야 한다.

## 결 론

이 연구를 통하여 *hypoellipse*와 *hypoDD*의 진원 역산 과정에서 속도 구조의 부정확성이 역산 결과에 미치는 영향을 정량적으로 알아보았다. 역산한 결과로 얻은 지진원과 실제 지진원 사이의 거리( $d_1$ )의 평균값은 속도 구조 오차의 표준편차( $1\sigma$ ) 값에 비례하여 증가하는 경향성을 보여주었으며, 속도 구조의  $1\sigma$  값을 0.1 m/s로 가정하면 관측망의 외부 경계 부분인 S4를 제외하고 두 방법에서 모두 약 80 m 정도 실제 위치로부터 떨어져 있음을 확인하였다.  $d_1$ 을 제외한 나머지 파라미터의 경우에는 *hypoellipse*의 역산 결과보다 *hypoDD*의 역산 결과가 더 정확하였으며, 평균적인 오차가 수 미터 이내였다. 특히 지진원이 위치한 층의 속도가 정확하게 고정된 경우에는 오차의 평균이 4 m 이내로 줄어들음을 확인하였다.

미소지진의 위치 정보를 통해 균열대의 공간적인 분포를 파악하기 위해서는 지진원의 역산을 정확하게 하여야 하며, 그 오차범위가 수 미터 이내로 제한되어야만 한다. 이 연구의 결과로부터 속도 구조가 부정확한 경우에 절대적인 위치 정보는 수 십 미터 정도의 오차를 가지지만, 상대적인 위치 오차는 수 미터 이하까지 줄일 수 있고 이를 통해 지진들의 상대적인 공간 정보를 파악할 수 있다. 특히 *hypoellipse*를 사용하여 상대적 위치 오차를 수 미터 이내로 결정하기 위해서는 속도 오차의 표준편차가 0.2 km/s 이하로 정확해야 하지만 *hypoDD*를 사용하면 S4를 제외하고 속도 오차의 표준편차가 0.3 km/s이어도 상대적 위치 오차를 수 미터 이내로 제한시킬 수 있다. 속도 구조가 부정확할 경우 절대적인 지진원의 위치를 결정하는 것은 매우 어려우며, 지진원의 절대적인 위치를 정확하게 결정하기 위해서는 진원의 위치를 정확하게 알 수 있는 인공적인 발파 자료를 활용하여야 한다.

## 감사의 글

본 연구는 2013년도 산업통상자원부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다(No. 20132510100060).

## References

- Burden, Richard L., and Faires, J. Douglas, 1985, 2.1 The Bisection Algorithm, Numerical Analysis, 3rd Ed., PWS Publishers, ISBN 0-87150-857-5.
- Curtis, J. B., 2002, Fractured Shale-Gas Systems, *AAPG Bulletin*, **86**, 1921-1938.
- Eisner, L., Duncan, P. M., Heigl, W. M., and Keller, W. R., 2009, Uncertainties in passive seismic monitoring, *The Leading Edge*, **28**(6), 648-655.
- Fisher, M. K., Heinze, J. R., Harris, C. D., Davidson, B. M., Wright, C. A., and Dunn, K. P., 2002, Optimizing Horizontal Completion Techniques in the Barnett Shale Using Microseismic Fracture Mapping, *Society of Petroleum Engineers*, doi:10.2118/90051-MS.
- Forghani-Arani, F., Behura, J., Haines, S. S., and Batzle, M., 2013, An automated cross-correlation based event detection technique and its application to a surface passive data set, *Geophysical Prospecting*, **61**(4), 778-787.
- Gambino, S., Mostaccio, A., Patanè, D., Scarfi, L., and Ursino, A., 2004, High-precision locations of the microseismicity preceding the 2002-2003 Mt. Etna eruption, *Geophysical Research Letters*, **31**(18), L18604.
- Jackson, J. E., 1991, A User's Guide to Principal Components, *Wiley*.
- Jolliffe, I. T., 1986, Principal Component Analysis, *Springer*.
- Lahr, J. C., 1999, revised 2012, HYPOELLIPSE: a computer program for determining location earthquake hypocentral parameters, magnitude, and first-motion pattern, U. S. *Geological Survey Open-File Report* 99-23, version 1.1, 119p. and software, available at <http://pubs.usgs.gov/of/1999/ofr-99-0023/>.
- Maxwell, S. C., Bennett, L., Jones, M., and Walsh, J., 2010, Anisotropic Velocity Modeling For Microseismic Processing: Part 1-Impact of Velocity Model Uncertainty, *Society of Exploration Geophysicists*.
- Maxwell, S. C., Urbancic, T. I., Steinsberger, N., and Zinno, R., 2002, Microseismic Imaging of Hydraulic Fracture Complexity in the Barnett Shale, *Society of Petroleum Engineers*, doi:10.2118/77440-MS.
- Rich, J., and Ammerman, M., 2010, Unconventional Geophysics for Unconventional Plays, *Society of Petroleum Engineers*, doi:10.2118/131779-MS.
- Rutledge, J. T., and Phillips, W. S., 2003, Hydraulic stimulation of natural fractures as revealed by induced microearthquakes, Carthage Cotton Valley gas field, east Texas, *Geophysics*, **68**(2), 441-452.
- Sasaki, S., 1998, Characteristics of microseismic events induced during hydraulic fracturing experiments at the Hijiori hot dry rock geothermal energy site, Yamagata, Japan, *Tectonophysics*, **289**(1-3), 171-188.
- Waldhauser, F., and W. L. Ellsworth, 2000, A double-difference earthquake location algorithm: Method and application to the northern Hayward fault, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **90**, 1353-1368.
- Waldhauser, F., HypoDD: A computer program to compute double-difference earthquake locations, *USGS Open File Rep.*, 01-113.
- Warpinski, N. R., Branagan, P. T., Peterson, R. E., Wolhart, S. L., and Uhl, J. E., 1998, Mapping Hydraulic Fracture Growth and Geometry Using Microseismic Events Detected by a Wireline Retrievable Accelerometer Array, *Society of Petroleum Engineers*, doi:10.2118/40014-MS.