

감쇠장치를 사용한 경주지진과 유사한 특성을 가지는 지반가속도로 가진된 단주기구조물 내진성능보강

Seismic Retrofit Using Damping Devices for Short-period Structures Excited by Ground Accelerations Similar to Gyeong-ju Earthquakes

노지은¹⁾ · 이상현^{1)*} · 서준원¹⁾

Roh, Ji Eun¹⁾ · Lee, Sang Hyun^{1)*} · Seo, Jun Won¹⁾

¹⁾단국대학교 건축공학과

¹⁾Department of Architectural Engineering, Dankook University

/ A B S T R A C T /

In this study, effectiveness of seismic retrofitting methods using passive damping devices was investigated through numerical analyses of short-period structures under earthquakes which have short-duration and high-frequency impulse characteristics similar to Gyeongju earthquakes. Displacement spectra of elastic systems and ductility demand of inelastic systems were evaluated by increasing viscous or friction damping. The damping devices could reduce responses of the structures with shorter structural period than 0.2s. The earthquakes similar to impulse load did not induce the responses of the structures with longer period than 0.4s, and the effects of the damping devices which generates damping forces proportional to structural responses became insignificant.

Key words: Gyeong-ju earthquake, Seismic retrofit, Impulse, Short-period structures, Viscous damping, Friction damping

1. 서론

동반논문에서는 지난 2016년 9월 12일 발생한 경주지진의 강진지속시간 및 가속도응답스펙트럼 특성을 분석한 후, 경주지진과 유사하게 지속시간이 짧고 단주기 구조물의 가속도 응답스펙트럼만을 크게 증폭시키는 실제지진파 22개를 사용하여 비탄성구조물에 대한 변위연성도를 평가하였다[1]. 본 연구에서는 경주지진과 유사한 특성을 가지는 지반가속도로 가진된 구조물에 대하여 수동형 감쇠장치가 적용된 경우의 응답특성을 평가하였다. 이를 위해 먼저 지진응답스펙트럼을 추정할 수 있는 기존의 연구를 기초로 주기와 감쇠의 변화에 따른 응답스펙트럼의 변화경향을 조사하였다. 그리고 동반논문에서 수록된 지속시간이 짧은 충격파와 유사한 특성을 가지

는 지진기록을 사용하여 탄성응답스펙트럼 및 비탄성 요구연성도에 대한 점성감쇠와 마찰감쇠의 영향을 평가하였다.

2. 응답스펙트럼 추정 모델

지진하중에 대한 구조물의 최대변위를 정확하게 추정하고자 하는 많은 연구가 수행되었다. Wu and Soong은 컨벡스(Convex) 모델, 푸리에(Fourier) 모델, 확률(Probability) 모델을 사용한 기존의 연구결과를 정리한 후 각각의 모델을 사용하여 얻어진 지진응답스펙트럼을 비교평가하였다[2]. 본 연구에서는 상기 응답추정 모델을 간략히 소개한 후, 기존의 모델과 Newmark 설계스펙트럼을 사용하여 구조물의 응답스펙트럼을 추정하였다. 특히 단주기구조물의 최대응답에 대한 감쇠의 영향에 초점을 두고 평가하였다.

단자유도 구조물의 운동방정식은 다음과 같다.

*Corresponding author: Lee, Sang Hyun

E-mail: lshyun00@dankook.ac.kr

(Received November 21, 2016; Revised December 1, 2016; Accepted December 5, 2016)

$$\ddot{x} + 2\xi_1\omega_1\dot{x} + \omega_1^2x = -\ddot{x}_g \quad (1)$$

여기서, ω_1 은 단자유도 구조물의 고유각진동수, ξ_1 은 감쇠비, \ddot{x}_g 은 지반가속도, x 은 지반에 대한 구조물의 상대변위이다.

2.1 적분에너지제한(Integral Energy Bound, IEB) 컨벡스(Convex) 모델

컨벡스 모델은 지진의 불확실성을 함수로 정의한 후, 그 함수의 한계 값을 사용하여 최대응답을 예측하기 위한 모델이다[3]. 다음과 같이 지진에너지가 제한되어 있는 것으로 가정한다.

$$\left\{ \ddot{x}_g(t) : \int_0^t \ddot{x}_g(\tau)\ddot{x}_g(\tau)d\tau \leq I_g \right\} \quad (2)$$

이 경우, 구조물의 최대변위 응답은 다음 함수로 표현된다.

$$S_x(\omega_1, \xi_1) = \frac{\sqrt{I_g}}{2\xi_1\omega_1\sqrt{\omega_1}} \quad (3)$$

컨벡스 모델은 제한된 정보만을 사용하여 가장 간단히 최대응답을 예측하기 때문에 매우 보수적으로 지진응답을 예측하는 것으로 알려져 있다.

2.2 푸리에 모델(Fourier-envelope bound convex model, FEB model)

Shinozuka는 지진하중이 불확실하고 푸리에 변환된 주파수영역에서의 정보만이 주어진다고 할 때 다음과 같은 과정을 통해 구조물의 최대응답을 계산할 수 있음을 보였다[4]. 지반가속도의 푸리에 변환은 다음과 같다.

$$F_{x_g}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{x}_g(t)e^{-j\Omega t} dt \quad (4)$$

지반가속도의 푸리에 변환값이 다음과 같은 제한조건을 가지는 것으로 가정한다.

$$\left\{ \ddot{x}_g(t) : |F_{x_g}(\Omega)| \leq F_g(\Omega) \right\} \quad (5)$$

이 경우, 구조물의 최대 변위 응답은 다음 식으로 계산될 수 있다.

$$S_x(\omega_1, \xi_1) = \int_{-\infty}^{\infty} |H(\Omega, t)| F_g(\Omega) d\omega \quad (6)$$

여기서, $t \rightarrow \infty$ 일 일 때, $|H(\Omega, \infty)|^2 = \frac{1}{(\omega_1^2 - \Omega^2)^2 + 4\xi_1^2\omega_1^2\Omega^2}$ 이다.

2.3 확률론 모델(Probabilistic model, PRB model)

구조물의 최대응답은 다음과 같이 표준편차에 최댓값 계수(peak factor)를 곱하여 계산할 수 있다[5].

$$S_x = \gamma_p \sigma_x \quad (7)$$

여기서, σ_x 는 변위의 표준편차, γ_p 는 다음 식으로 정의되는 최댓값 계수이다.

$$\gamma_p = \sqrt{2 \ln \nu_e t_s} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln \nu_e t_s}} \quad (8)$$

여기서, t_s 는 지진의 강진지속시간, ν_e 는 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$\nu_e = \begin{cases} \frac{\omega_1}{\pi}, & \xi_1 \leq 0.54 \\ (1.90\xi_1^{0.151} - 0.73) \end{cases} \quad (9)$$

단자유도 구조물의 변위응답 전달함수는 다음과 같다.

$$x(i\Omega) = H(i\Omega)\ddot{x}_g(i\Omega) \quad (10)$$

여기서, $H(i\Omega) = \frac{1}{\omega_1^2 - \Omega^2 + 2\xi_1\Omega\omega_1 i}$ 이다.

변위의 파워스펙트럴 밀도함수는 다음과 같다.

$$S_x(\Omega) = |H(i\Omega)|^2 S_{x_g}(\Omega) \quad (11)$$

여기서, 지반가속도의 파워스펙트럴 밀도함수는 다음과 같이 Kanai-Tajimi 스펙트럼으로 구할 수 있다.

$$S_{x_g}(\Omega) = \left[\frac{1 + 4\xi_g^2(\Omega/\omega_g)^2}{(1 - (\Omega/\omega_g)^2)^2 + 4\xi_g^2(\Omega/\omega_g)^2} \right] S_o \quad (12)$$

여기서, ω_g 와 ξ_g 는 지반의 특성에 따라 결정되는 계수로 암반지역에서는 $\omega_g = 26.7$, $\xi_g = 0.35$, 연약지역에서는 $\omega_g = 19.1$, $\xi_g = 0.32$ 이다. S_o 는 지반가속도의 표준편차 σ_{x_g} 와 다음 관계를 가진다.

$$S_o = \frac{2\xi_g \sigma_{x_g}^2}{\pi\omega_g(1 + 4\xi_g^2)} \quad (13)$$

변위의 표준편차는 다음 식으로 계산될 수 있다.

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\Omega) d\Omega \quad (14)$$

2.4 Newmark and Hall 설계 스펙트럼

Newmark and Hall은 구조물의 주기를 가속도, 속도, 변위 민감구간 (sensitive region)으로 구분한 후 각 주기영역에서 구조물의 감쇠비에 따른 지반의 가속도, 속도, 변위 응답 증폭계수를 제시하여 구조물의 응답스펙트럼을 계산하였다. 84.1%의 확률로 최대응답을 추정하는 평균+1σ의 응답증폭계수는 다음과 같다[6, 7].

$$\alpha_A = 4.38 - 1.04 \ln \xi \quad (15-a)$$

$$\alpha_V = 3.38 - 0.67 \ln \xi \quad (15-b)$$

$$\alpha_D = 2.73 - 0.45 \ln \xi \quad (15-c)$$

2.5 지반입력신호 계수

Moayyad and Mohraz는 367개의 지반가속도 수평 및 수직성분에 대한 분석을 통해 다음과 같은 지반가속도의 최댓값과 표준편차의 관계를 제시하였다[8].

$$\sigma_{x_g} = 220(a_{max})^{0.87} \quad (16)$$

여기서, a_{max} 와 σ_{x_g} 의 단위는 각각 g 와 s^{-2} 이다.

강진지속시간 t_s 와 최대가속도의 관계는 다음과 같다.

$$t_s = 30 \exp[-3.254(a_{max})^{0.35}] \quad (17)$$

적분에너지 제한값 I_g 는 다음과 같은 식으로 표현된다[2].

$$I_g = E \left[\int_0^{t_s} \ddot{x}_g^2(\tau) d\tau \right] = \sigma_{x_g}^2 t_s \quad (18)$$

유사하게, 식(5)의 지반가속도 푸리에 변환의 제한값은 다음과 같이 표현된다.

$$F_o(\Omega) = E[|F_{x_g}(\Omega)|] \approx \sqrt{\frac{t_s S_{x_g}(\Omega)}{2}} \quad (19)$$

2.6 경주지진 가속도 응답스펙트럼 및 모델 비교 평가

동반논문에서는 가장 높은 PGA를 가지는 경주지진 USN관측소 지반가속도의 주파수 성분이 10 Hz대역에서 매우 높은 것을 확인하였다[1]. Fig. 1은 경주지진 USN관측소의 남북 및 동서 방향 지반가속도로부터 구한 가속도응답스펙트럼과 각 모델을 사용하여 계산된 5% 감쇠비 가속도응답스펙트럼을 보여준다. 최대지반가속도는 $a_{max} = 0.4g$ 를 사용하였으며, IEB모델과 FEB모델에서 주기 0.25초 이하에서는 최댓값을 주기 0.25초에 해당하는 값으로 제한하였다. FEB모델과 PRB모델에서 이용되는

Kanai-Tajimi 스펙트럼의 지반물성 계수에서, 감쇠비 ξ_y 는 35%로 기존의 연구에서 암반지반에 제시된 값과 동일한 값을 사용하였으나, 지반의 고유진동수 ω_y 는 다음과 같이 다르게 설정하였다.

$$\omega_y = 2\pi f_y = 2\pi \times 10 = 62.8 \quad (20)$$

Fig. 1에 따르면 가장 제한된 정보만을 이용하는 IEB모델이 모든 주기영역에서 가장 높은 가속도응답스펙트럼을 보여주고 있다. IEB 모델과 FEB모델은 지진하중에 대한 정보가 매우 제한적이기 때문에 주기가 짧아짐에 따라 가속도응답스펙트럼이 증가하면서, 최댓값 제한 조건만을 가지는 단순한 형태임을 알 수 있다. 경주지진의 지반진동수 정보를 사용하는 FEB모델과 PRB모델의 경우 주기 0.2초 이하 단주기 영역에서의 증폭현상을 모사할 수 있다. 지속시간이 긴 실제 강진자료에 기반하여 작성된 Newmark 설계스펙트럼은 주기가 0.5초 이상의 구조물에 대하여는 FEB 모델, PRB 모델보다 큰 가속도응답을 산정하고 있음을 알 수 있다. 지반조건에 대한 가장 많은 정보를 이용하는 PRB모델이 단주기 영역에서 경주지진의 가속도응답 증폭현상을 가장 잘 모사할 수 있다.

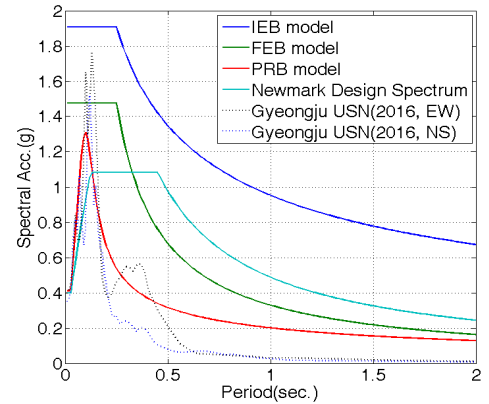


Fig. 1. Acceleration response spectrum

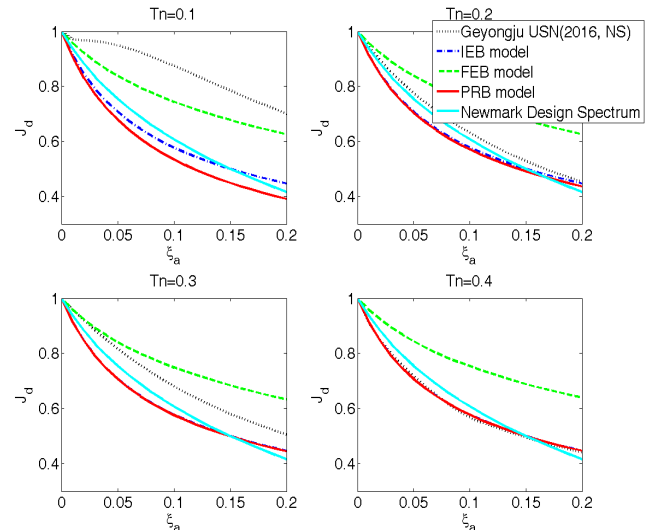


Fig. 2. Displacement Reduction Ratio

Fig. 2는 5%의 감쇠를 가진 구조물에 부가적인 감쇠(ξ_a)를 추가할 때 주기 0.1초, 0.2초, 0.3초, 0.4초 구조물의 응답감소비 J_d 를 보여준다. FEB 모델의 경우 부가감쇠의 효과를 가장 보수적으로 평가하고 있으며, 다른 모델은 감쇠의 추가에 따른 응답감소 경향이 거의 유사함을 알 수 있다. 극단주기 구조물인 주기 0.1초의 경우, 실제 경주지진에서는 부가감쇠에 따른 응답감소효과가 매우 작으며, 이는 구조물이 강체에 가까운 거동을 보여 지반에 대한 상대적인 속도로 작용하는 감쇠의 효과가 작기 때문이다. 기타 주기 구조물에서는 FEB 모델을 제외한 다른 모델 모두 비교적 부가감쇠에 의한 응답감소효과를 경주지진응답감소와 유사하게 예측하고 있다.

3. 감쇠장치를 사용한 내진성능보강

구조물을 보강하는 방법으로 최근 많이 이용되고 있는 감쇠장치에는 센서 및 가력기의 유무에 따라 수동형(passive), 능동형(active), 그리고 능동과 수동의 특성을 모두 가지는 복합형(hybrid)이 있다. 수동형으로는 선형 점성을 추가하는 점성(viscous) 감쇠장치, 그리고 항복강도와 초기강성을 증가시키면서 구조물의 이력특성을 변화시키는 마찰형(frictional) 및 금속 항복형(metallic yielding) 등이 있다[9]. 본 절에서는 경주지진과 유사한 응답스펙트럼 특성을 가지는 22개의 지진파를 사용하여 수동형 감쇠장치 중 속도의존형인 점성감쇠장치와 변위의존형인 마찰감쇠장치가 부가된 경우의 응답거동 특성을 분석하였다.

3.1 점성 감쇠장치

점성 감쇠장치는 다음과 같은 감쇠력을 구조물에 전달한다.

$$f_d = C_D |\dot{u}|^\alpha \text{sgn}(\dot{u}) \quad (21)$$

여기서, α 는 점성 감쇠장치의 이력곡선의 모양을 결정하는 계수이고, 일반적인 선형점성감쇠장치는 $\alpha=1.0$ 의 값을 가진다.

점성감쇠장치는 구조물의 속도에 비례하는 힘을 전달하기 때문에 변위가 최대이고 속도가 0에 가까운 시간에서는 힘을 전달하지 않으며, 변위가 0에 가깝고 속도가 최대인 시점에서 최대의 힘을 전달하여 구조물 및 기초에 추가적인 힘의 증가를 최소화할 수 있다는 장점을 가진다.

Fig. 3은 5%의 감쇠를 가지는 구조물에 점성 감쇠장치에 의하여 증가되는 감쇠비(ξ_a)의 변화에 따른 변위응답스펙트럼과 응답감소율을 보여준다. 응답감소율(J_d)은 부가감쇠를 가지는 구조물의 최대변위응답과 5% 감쇠를 가지는 원구조물의 최대변위응답에 대한 비를 의미한다. 해석결과는 동반논문에서 수록된 경주지진과 유사한 특성을 가지는 지진파 22개를 사용하여 평균을 취하여 얻었다. $\xi_a=0\%$ 로 원구조물 감쇠 5%만을 가지는 구조물의 변위응답을 보면, 주기가 0초에서 0.2초로 증가할 때는 변위응답이 크게 증가하나, 주기가 0.2초 이상으로 증가하면 변위응답이 점차적으로 감소하여 부가된 감쇠의 크기에 관계없이 특정 값에 수렴하는 경향을 보인다. 이때 수렴하는 변위는 지반의 최대변위에 해당하는 값으로, 지진파의 주파수 특성에 비해 구조물의 주기가 길어, 면진구조물과 같이 구조물 상부 질량체는 거의 움직이지 않고 하부의 지반만 움직였음을 의미한다. 부가되는 감쇠도

0.2초 이하의 구조물에만 어느 정도의 응답감소 효과를 가지나 주기 0.4초 이상의 구조물에는 큰 효과를 가지지 않는다. 경주지진과 같이 충격파에 가까운 지진은 주기 0.2초 이하의 극단주기 구조물에만 영향을 줄 뿐, 0.4초 이상의 장주기구조물에는 큰 영향을 주지 않는다는 것을 알 수 있다.

Fig. 4는 동반논문에서 기술된 이선형시스템 [1]에 대하여, 항복후 강성비 0이고, 강도감소계수 $R=2, 4, 6, 8$ 이며, 점성감쇠가 설치된 경우의 주기에 따른 요구연성도 μ 의 변화를 보여준다. R 이 증가함에 따라 요구연성도 μ 가 비례하여 증가하고 있음을 알 수 있으며 주기가 0.4초 이상인 경우 R 과 μ 의 값이 거의 동일해진다. 이는 비탄성최대변형과 탄성최대변형의 크기가 같다는 것을 의미한다. 부가점성감쇠에 의한 요구연성도 감소효과는 주

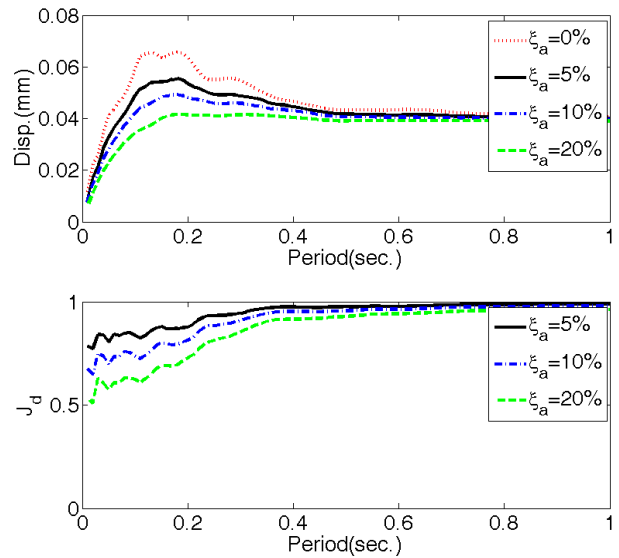


Fig. 3. Displacement spectrum and reduction ratio with increasing damping

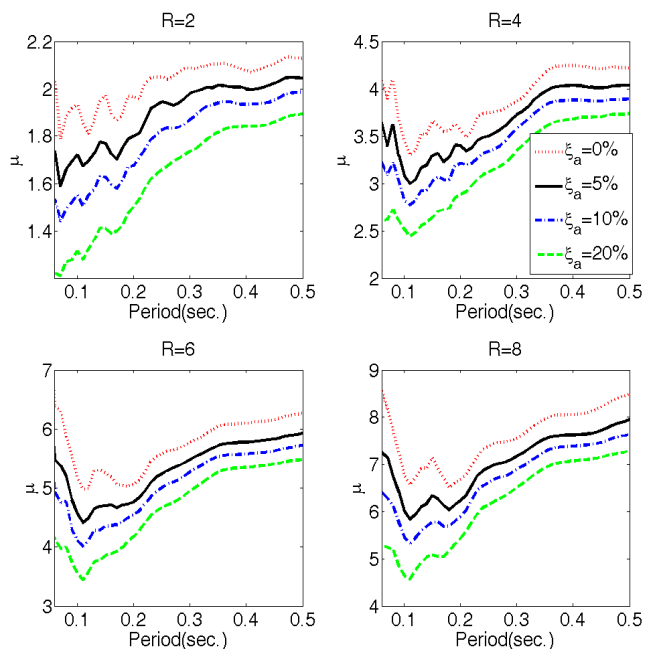


Fig. 4. Ductility demand of bi-linear systems with viscous damping

기 0.2초 이하에서 가장 크며, 주기가 증가함에 따라 그 영향은 점차적으로 감소하고 있다.

3.2 마찰형 감쇠장치

마찰특성을 이용한 장치는 일정한 힘에서 미끄러짐이 발생하면서 에너지를 소산하여 사각형에 가까운 변위-힘 이력특성을 가지고 있기 때문에 자동차 브레이크, 면진구조물의 받침, 그리고 건축 및 토목구조물의 내진보강을 위해 많이 적용되어 왔다. 건축물의 경우 Palli이 최초로 X형 가새의 교차부에 마찰감쇠기가 설치된 시스템을 제안하였다[10]. 이후 다양한 형태의 직선형 및 회전형 등 다양한 형태의 마찰감쇠장치 및 설계방법이 제안되었다[11-14]. 가새를 이용하여 구조물에 설치된 마찰감쇠는 Fig. 5와 같이 가새와 감쇠기가 직렬 연결된 가새-마찰감쇠기 시스템과 구조물 강성의 병렬 연결 시스템으로 표현할 수 있다. Fig. 5에서 k_f , k_b , f_s , x 및 f 는 각각 구조물의 강성, 가새 강성, 마찰감쇠기의 슬립하중, 구조물의 변위 및 외부하중을 나타낸다. 구조물-가새-마찰감쇠기 시스템의 힘-변위 관계는 Fig. 6과 같은 이선형 시스템으로 모델링할 수 있고, 이 시스템의 등가 항복강도 f_y 는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다[15].

$$f_y = f_s \left(1 + \frac{1}{SR} \right) \quad (22)$$

여기서, SR 은 구조물강성 k_f 에 대한 가새강성 k_b 의 비를 나타낸다.

마찰감쇠장치의 항복강도는 감쇠장치가 설치되기 전의 구조물의 밀면 전단력의 함수로 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$f_s = \rho k_f S_x(\omega_1, \xi_1) \quad (23)$$

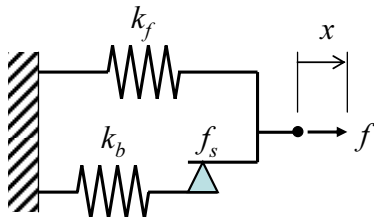


Fig. 5. Structure-bracing-friction damper system [15]

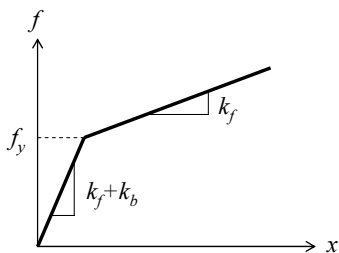


Fig. 6. Force-displacement relationship of structure-bracing-friction damper system [15]

여기서, ρ 은 마찰감쇠장치의 항복강도를 결정하기 위한 무차원 변수로 마찰감쇠기의 항복강도와 구조물의 밀면전단력의 비를 나타낸다.

Fig. 7은 마찰력의 변화에 따른 변위응답스펙트럼 및 응답감소율을 보여준다. 응답감소율(J_d)은 마찰감쇠를 가지는 구조물의 최대변위응답과 5% 감쇠를 가지는 원구조물의 최대변위응답에 대한 비를 의미한다. Fig.3의 결과와 유사하게 마찰감쇠도 주기 0.2초 이하의 단주기 구조물의 응답감소에 효과적이며, 주기 0.4초 이상의 구조물에 대하여는 응답감소효과를 보이지 않는다. 주기 0.2초 이하의 구조물에 대하여는 선형점성감쇠보다 조금 더 큰 응답감소효과가 있다. 감쇠장치의 항복강도가 $\rho = 0.2$ 이상이므로

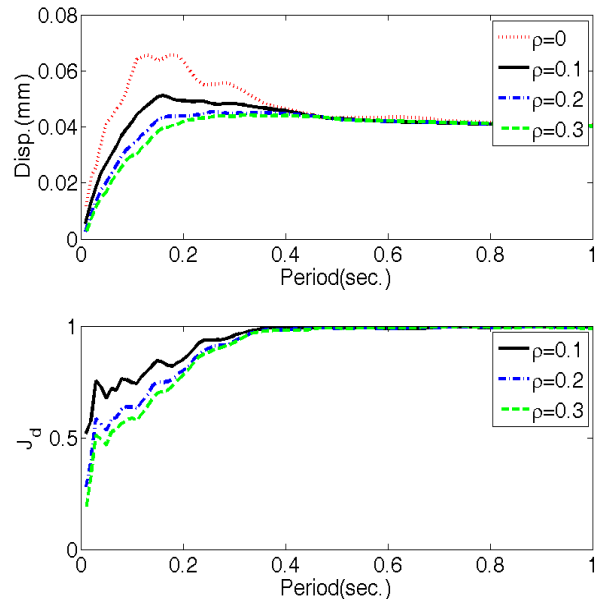


Fig. 7. Displacement spectrum and reduction ratio with increasing friction force

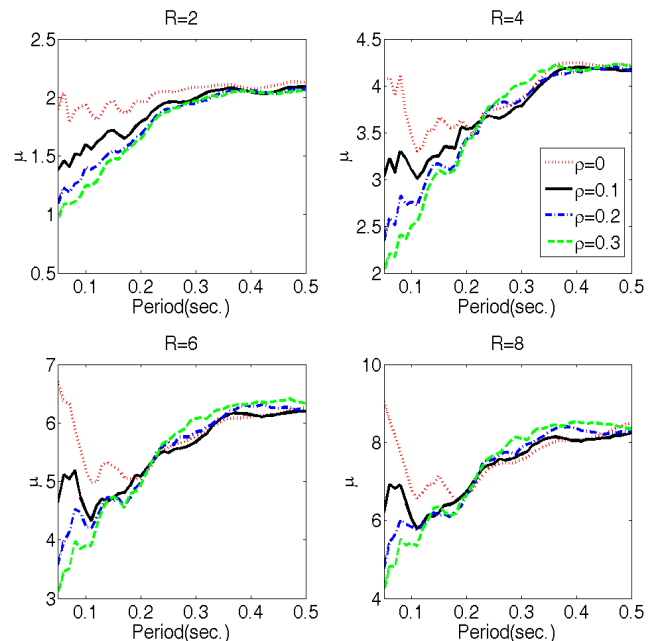


Fig. 8. Ductility demand of bi-linear systems with friction damping

보강 전 구조물의 밀면전단력의 20% 이상을 가지는 마찰 감쇠장치로 보강할 경우, 구조물의 변형크기는 모든 주기의 구조물에 대하여 지반변형과 거의 동일하거나 작아지는 효과를 가진다.

Fig. 8은 Fig.4에서 사용한 시스템과 동일한 이선형시스템에 대하여, 마찰감쇠가 설치된 경우의 주기에 따른 요구연성도 μ 의 변화를 보여준다. 주기가 0.1초 이하로 매우 짧은 경우 마찰감쇠의 크기가 $\rho = 0.3$ 까지 증가함에 따라 마찰감쇠가 없는 시스템에 비하여 μ 가 약 1/2 크기로 줄어들며, 점성감쇠의 경우와 같이 주기가 증가함에 따라 마찰감쇠의 요구연성도 감소 효과는 줄어든다.

4. 결론

본 연구에서는 경주지진과 같이 지속시간이 짧은 고주파수 충격과 특성을 가지는 지반가속도로 가진된 단주기 구조물에 대한 선형 및 비선형시간이력해석을 수행하여, 점성감쇠와 마찰감쇠가 추가된 경우의 응답변화특성을 조사하였다. 탄성시스템의 변위응답스펙트럼 및 비탄성시스템의 요구연성도에 대한 감쇠장치의 영향을 평가하였다. 감쇠장치는 주기가 0.2초 이하의 구조물에 대하여는 응답감소효과를 가지나, 주기가 증가함에 따라 그 효과는 감소하여 주기가 0.4초 이상의 구조물에는 응답감소효과가 거의 없는 것을 확인하였다.

/ 감사의 글 /

본 논문은 2016년도 한국연구재단의 연구비 지원에 의해 수행되었음.
(2015R1A2A1A10054506)

/ REFERENCES /

1. Rho JE, Lee SH, Seo JW, Kim DK. Ductility demand for short-period structures excited by ground accelerations similar to Gyeong-ju earthquakes, EESK J. Earthquake Eng. c2016, submitted.
2. Wu Z, Soong TT. Design spectra for actively controlled structures based on convex models, Engineering Structures, 1996; 18(5):341-50.

3. Ben-Haim Y, Chen G, Soong TT. Maximum structural response using convex models, Journal of Engineering Mechanics, 1996; 122(4):325-33.
4. Shinozuka M. Maximum structural response to seismic excitations, Journal of Engineering Mechanics. 1970; 96:729-738.
5. Crandall SH, Chandiramani KL, Cook RG. Some first-passage problems in random vibration, Journal of Applied Mechanics, 1966;33:532-538.
6. Newmark NM, Hall WJ. Seismic Design Criteria for Nuclear Reactor Facilities, Building Practices for Disaster Mitigation, National Bureau of Standards, 1973; Report 46:209-236.
7. Chopra AK. Dynamics of Structures, 2nd Edition, Prentice Hall, c2000.
8. Moayyad P, Mohraz B. A study of power spectral density of earthquake accelerograms, NSF Report PFR 8004824, Civil Mechanical Engineering Department, Southern Methodist University, Dallas, Texas, c1982.
9. Soong TT, Dargush GF. Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering. John Wiley & Sons Chichester. c1997.
10. Pall AS, Marsh C. Response of friction damped braced frames, Journal of Structural Engineering. 1982;108(9):1313-1323.
11. Constantinou MC, Mokha A, Reinhorn AM. Teflon bearings in base isolation, II: Modeling, Journal of Structural Engineering, 1990; 116(2):455- 474.
12. Li C, Reinhorn AM. Experimental and Analytical Investigation of Seismic Retrofit of Structures with Supplemental Damping: Part II - Friction Devices. Technical Report NCEER-95-0009, State University of New York at Buffalo, Buffalo, NY. c1995.
13. Filiatrault A, Cherry S. Seismic design spectra for friction-damped structures, Journal of Structural Engineering, 1990; 116:1334-1355.
14. Cherry S, Filiatrault A. Seismic response control of buildings using friction dampers, Earthquake Spectra, 1993;9:447- 466.
15. Lee SH, Min KW, Park JH, Lee RJ. Optimal design of friction dampers based on the story shear force distribution of a building structure, JEESK J. Earthquake Eng. 2005;9(6):21-30.