https://doi.org/10.12985/ksaa.2016.24.4.012
ISSN 1225-9705(print) ISSN 2466-1791(online)

Article

수직이착륙기 종축 제어기 설계에 적용된 입자군집 최적화 알고리즘과 KASS 시스템에 대한 고찰

이병석*, 최종연*, 허문범*, 남기욱*, 이준화**

PSO-SAPARB Algorithm applied to a VTOL Aircraft Longitudinal Dynamics Controller Design and a Study on the KASS

ByungSeok Lee*, Jong Yeoun Choi*, Moon-Beom Heo*, Gi-Wook Nam* and Joon Hwa Lee**

ABSTRACT

In the case of hard problems to find solutions or complx combination problems, there are various optimization algorithms that are used to solve the problem. Among these optimization algorithms, the representative of the optimization algorithm created by imitating the behavior patterns of the organism is the PSO (Particle Swarm Optimization) algorithm. Since the PSO algorithm is easily implemented, and has superior performance, the PSO algorithm has been used in many fields, and has been applied. In particular, PSO-SAPARB (PSO with Swarm Arrangement, Parameter Adjustment and Reflective Boundary) algorithm is an advanced PSO algorithm created to complement the shortcomings of PSO algorithm. In this paper, this PSO-SAPARB algorithm was applied to the longitudinal controller design of a VTOL (Vertical Take-Off and Landing) aircraft that has the advantages of fixed-wing aircraft and rotorcraft among drones which has attracted attention in the field of UAVs. Also, through the introduction and performance of the Korean SBAS (Satellite Based Augmentation System) named KASS (Korea Augmentation Satellite System) which is being developed currently, this paper deals with the availability of algorithm such as the PSO-SAPARB.

Key Words : KASS(한국형 위성기반 보강항법시스템), PSO(입자 군집(떼) 최적화), PSO-SAPARB (군집정렬, 변수조정, 반사경계를 갖는 입자군집 최적화), VTOL(수직 이착륙)

Ⅰ. 서 론

최근에 주목받고 있는 항공기 중 회전익기(機) 형태이지만 헬리콥터와는 다른 형상의 4-회전익기를 기반으로 하는 무인기가 주목 받고 있다. 특히, 드론(drone)이라는 이름으로 통칭되어 관련 산업이 크게 성장하여 정찰이나 특수 임무를 갖는 군수 분야를 차치(且置)하고라도 민간용의 항공 촬영, 무인 택배부터 시작하여 개인 여가용까지 다양하게 활용 및 연구개발 되고 있다. 최근에는 개인용 운송수단의 역할을 할 수 있는 시제품까지 개발되어 상용화를 눈앞에 두고 있는 실정이다[1~3].

이러한 드론의 여러 관련 분야 중 개인용 운송수단인 PAV(Personal Air Vehicle)의 경우에는 향후, 운송 수단에 획기적인 변화를 일으킬

Received : 16. Aug. 2016. Revised : 12. Dec. 2016. Accepted : 23. Dec. 2016
* 한국항공우주연구원
** 서울시립대학교
연락저자, E-mail : bslee@kari.re.kr
대전광역시 유성구 과학로 169-84 한국항공우주연구원
SBAS 사업단 총괄체계관리팀

수 있으므로 이에 대한 수요가 상당히 증가할 것으로 예상된다. 대부분의 PAV 형태는 이륙 시 헬리콥터처럼 상승하여 프로펠러를 90도 앞으로 향하게 조정하여 터보프롭 비행기처럼 비행하는 형태가 가장 일반적이다. 이러한 형태는 이미 군용 비행기로는 V-22 Osprey가 대표적이며, 우리나라의 경우 한국항공우주연구원이 국내 기술로 개발한 스마트 무인기(Smart UAV)가 이러한 형태를 갖고 있다. 하지만, PAV가 운송수단의 역할을 할 수 있으려면, 안정적인 비행 제어는 물론이거니와 정확·정밀한 항법이 가능하여야 한다. 따라서, 본 논문에서는 항공기 운항을 더 정확하고 정밀하게 제어하여 항로 상 항공기 이격거리를 대폭 줄일 수 있고, 항공기의 접근절차 시 더 안정적인 제어가 이루어질 수 있는 기술을 고안하였다. 이 기술은 항공기 이격거리 최소화와 항공기의 착륙이 어려운 환경(외란이 심한 환경)에서도 강인 제어가 가능하여 항공기와 승객의 안전에 기여할 수 있도록 외란에 강인한 제어를 목적으로 $\mathcal{H}$-infinity 놈($\mathcal{H}_\infty$ norm) 값을 최소로 하기 위해 유기체를 모방하여 만든 대표적인 입자군집 최적화 알고리즘(PSO, Particle Swarm Optimization)의 변형된 모델을 사용하였다. 특히, 기존 PSO 알고리즘의 단점인 조기수렴, 국부최적화 문제 등을 해결한 향상된 알고리즘인 PSO-SAPARB 알고리즘을 이용하였다.

본 논문에서는 입자군집 알고리즘 및 향상된 입자군집 알고리즘 소개, 플랜트 대상인 VTOL 및 제어모델을 다루고 있으며, 이 제어모델에 대해 각각 PSO-SAPARB와 PSO-FIW 알고리즘을 수행시킨 시뮬레이션 결과와 향후 KASS 시스템의 적용에 대한 전망을 다루고 있다.

Ⅱ. 알고리즘 소개

1. 입자군집 최적화 알고리즘

동물, 새, 물고기 등의 무리 혹은 떼 등의 행동 패턴을 연구하는 과정에서 영감을 얻어 만들어진 알고리즘인 입자군집 최적화 알고리즘이 1995년 말 Kennedy와 Eberhart에 의해 발표되었다[4, 5]. 이 알고리즘은 간단한 2개의 수식으로 구성되어 있지만, 해를 찾기 어렵거나 해석적인 방법이 아직 발견되지 않은 문제에 대해 우수한 성능을 가지고 있기 때문에 많은 분야에서 연구되어지고 있다[6~8]. 아래 식 (1), (2)는 PSO 알고리즘을 구현하는 수식으로 각각 위치와 속도에 대한 업데이트 식을 나타낸다.

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1) \tag{1}$$

$$v_{ij}(t+1) = wv_{ij}(t) + c_1 r_{1j}(t)\,[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2 r_{2j}(t)\,[\hat{y_j}(t) - x_{ij}(t)] \tag{2}$$

PSO 알고리즘은 주어진 문제의 해(solution)를 나타내는 입자의 위치와 속도 업데이트를 통해 해를 찾아가게 된다. 두 식에서 i와 j는 각각 입자와 차원(dimension)을 의미하며, r_{1j}와 r_{2j}는 무작위값을 w는 속도에 대한 가중치, 그리고, c_1과 c_2는 해를 찾는데 사용되는 가중값이다. 또한, 일정 크기의 군집 혹은 떼(Swarm) 안에서 입자가 갖는 최적위치벡터는 y_{ij}, j차원의 입자 i의 위치벡터는 x_{ij}이며, 전역적인 최적위치벡터는 $\hat{y_j}$이다[4][5][9][20]. 이를 통해 PSO 알고리즘으로 주어진 문제의 목적값 혹은 최적값을 구할 때 업데이트 될 때마다 위치벡터를 갱신하면서 속도 관련 식에서 국부적인 최적위치벡터와 전역적인 최적위치벡터와의 차이를 이용하여 최적해를 찾게 된다. 즉, 현재 상태까지 저장된 최적위치벡터를 대입한 목적값 비교를 반복수행을 통하면서 계속 업데이트 하여 문제의 목적에 근사한 가장 최적의 해를 구하게 된다.

하지만, 이러한 PSO 알고리즘의 반복수행은 자칫 국부해로만 만족하여 전역적인 해를 구하지 못할 수도 있고, 이와 연관하여 문제의 목적값이 조기에 수렴되는 단점이 있다. PSO 알고리즘의 여러 단점을 극복하는 방법으로 전체 속도식에 제한계수를 곱하는 방법[10]이나 이전 속도값에 계수를 곱하는 방법[11][12], 랜덤함수를 다른 확률분포를 이용하는 방법 등 여러 가지가 개발되어 왔다[20].

2. 향상된 입자군집 최적화 알고리즘

앞선 고전적인 초기 모델의 PSO 알고리즘이나 그 변형된 알고리즘들에 존재하는 단점들을 보완하기 위하여 조기수렴 문제와 탐색 능력을 배가하고 보다 더 넓은 지역을 검색해 전역해를 찾아내는 PSO-SAPARB 알고리즘이 제안됐다[21].

이 PSO-SAPARB 알고리즘은 크게 세 가지의 특징이 있다. 그 특징들은 각각 알고리즘 수행 과정에서 행해진다. 세 가지 과정은 각각 군집배치 과정(SA, Swarm Arrangement process), 파라미터 조정 과정(PA, Parameter Adjustment process) 그리고, 반사경계 과정(Reflective Boundary process)이다[21].

군집배치(SA)는 입자들의 집합인 군집(swarm)을 차원에 따라 배치를 달리 한다. 즉, n차원의 군집을 만들 때, 이전 차원의 유클리디안 거리(ED, Euclidean Distance)만큼 이격하여 입자들을 위치하도록 한다. 이 때, ED는 식 (3)과 같이 이전 차원의 군집 안 입자들의 위치가 가장 작은 입자와 큰 입자 사이의 거리로 계산한다. 식 (3)에서 PP는 입자의 위치(Particle Position)를 나타낸다.

$$ED = |PP_{\max} - PP_{\min}| \qquad (3)$$

한편, 파라미터 조정(PA)의 경우는 국부 최적값에서 벗어나지 못할 경우 혹은 전역해 탐색 능력 배가를 위하여 식 (2)의 속도식의 첫 번째 항인 현재의 속도 $v_{ij}(t)$에 비례 계수를 w라 할 때, 이 w와 식 (2)의 두 번째, 세 번째의 계수 c_1, c_2와 같은 주요 파라미터의 값을 임의의 임계값 안에서 일정 비율로 증가하거나 초기화 시킨다. 이러한 과정은 국부 최적값에서 벗어나게 하거나 전역해를 찾는 탐색 능력을 향상시킬 수 있다.

마지막으로 세 번째 과정인 반사경계(RB)는 최적화 알고리즘의 경계 조건에 해당한다. 탐색 공간은 유한한 범위를 갖게 마련이다. 이 때 탐색 공간의 범위 경계지점에서 재탐색을 하는 방법에는 여러 가지 방법이 존재한다[13]. 탐색 위치를 경계지점으로 제한하는 방법, 랜덤하게 탐색위치를 재선정 선정하는 방법 등 여러 가지 방법 중에 반사경계 방법은 경계 부근의 처리 방법에서 가장 좋은 성능을 갖게 한다. Fig 1은 반사경계에 대한 입자의 재배치를 개념적으로 나타내고 있다.

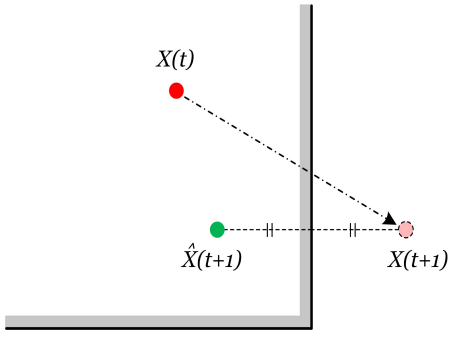

Fig 1. Concept of Reflective Boundary

반사경계는 Fig 1과 같이 랜덤하게 배치되는 입자의 위치가 경계범위를 $X(t+1)$과 같이 넘어서게 될 때 그 차이만큼을 경계범위 안으로 $\hat{X}(t+1)$과 같이 재배치하는 방법이다[13].

III. 수직이착륙 항공기 및 제어모델

1. 수직이착륙 헬리콥터와 정적출력궤환

향상된 입자군집 최적화 알고리즘(PSO-SAPARB)의 성능을 살펴보기 위해 선정된 문제는 V-22 Osprey나 한국항공우주연구원의 스마트 무인기(Smart UAV)같이 수직이착륙 가능한 수직이착륙 헬리콥터(VTOL helicopter)의 종축 운동을 묘사하는 아래와 같은 상태공간 데이터(state space data)를 이용하였다[14, 19].

$$A = \begin{bmatrix} -0.0366 & 0.0271 & 0.0188 & -0.4555 \\ 0.0482 & -1.0100 & 0.0024 & -4.0208 \\ 0.1002 & 0.3681 & -0.7070 & 1.4200 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.4422 & 0.1761 \\ 3.5446 & -7.5922 \\ -5.5200 & 4.4900 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = [\,0\ 1\ 0\ 0\,]$$

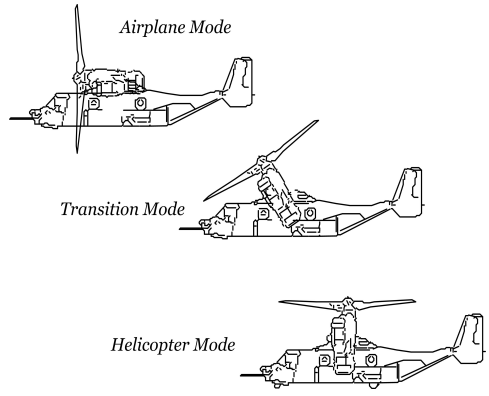

Fig 2. Flight example of VTOL (V-22 Osprey)

또한, 위 수직이착륙 헬리콥터인 플랜트 문제를 정적출력궤환(SOF, Static Output Feedback) 문제로 다뤄 선형행렬부등식(LMI, Linear Matrix Inequality) 방법[17]과 향상된 반복적 선형행렬부등식(Improved ILMI, Improved Iterative LMI) 방법[18]으로 구한 $\mathcal{H}$infinity 놈($\mathcal{H}_\infty$ norm)을 비교하였다. 정적출력궤환문제는 제어기의 이득행렬을 고정된 행렬 K로 하고, 여기에 시스템 출력을 곱한 결과를 새로운 제어입력(u)로 설정하기 때문에 새로운 시스템 행렬은 $A+BKC$의 형태를 갖는다. 이러한 시스템 행렬을 갖는 플랜트의 안정성을 확보하는 SOF 설계 문제는 아직 해석적

인 수학적 해법이 발견되지 않은 NP-hard문제로 알려져 있으며[15, 16], 향상된 입자군집최적화 알고리즘을 검증하기에 좋은 예시가 될 수 있다.

2. 수직이착륙 항공기 제어모델

3.1 절의 주요 행렬식들을 이용하여 일반적인 수직이착륙 헬리콥터의 선형시불변시스템 식은 아래 식 (4)와 같은 형태를 고려할 수 있다[17].

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) = C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) = C_2 x(t) + D_{21} w(t) \end{cases} \quad (4)$$

위 식 (4)에서 VTOL 헬리콥터의 대기속도(air speed)를 135 knots로 할 때[19]의 착륙과 비행조건을 나타내는 식 (4)의 파라미터 행렬들(parameter matrices)은 아래와 같다[17, 18].

$$A = \begin{bmatrix} -0.0366 & 0.0271 & 0.0188 & -0.4555 \\ 0.0482 & -1.0100 & 0.0024 & -4.0208 \\ 0.1002 & 0.3681 & -0.7070 & 1.4200 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0.4422 & 0.1761 \\ 3.5446 & -7.5922 \\ -5.52 & 4.49 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}.$$

Ⅳ. 시뮬레이션 결과

1. 시뮬레이션 방법

시뮬레이션은 3.2절의 파라미터 행렬을 사용하였으며, 향상된 PSO 알고리즘인 PSO-SAPARB 알고리즘을 수행하였다. 특히, 성능의 비교를 위해 식 (2)에서 속도에 대한 가중치(Inertia Weight) w와 c_1, c_2값을 각각 $w = 0.5$, $c_1 = 1.4$, $c_2 = 1.1$로 고정한 PSO-FIW (Fixed Inertia Weight) 알고리즘을 실행하였으며, 초기 이 값들은 PSO-SAPARB 알고리즘과 같다. 알고리즘의 총 반복수는 3,000회이며, 알고리즘 수행의 최종 성능은 $\mathcal{H}_\infty$ norm 값을 비교하기 위해 매트랩(Matlab®) normhinf 내장함수를 사용하여 norm 값을 비교하였다. 이 때, 알고리즘 수행 시 초기 $\mathcal{H}_\infty$ norm 값을 10^5으로 설정하였다. 또한, 알고리즘 수행 시 차원은 입력행렬 및 출력행렬의 차원이 각각 2이므로, 알고리즘이 풀어야 할 문제의 차원은 4이며, 입자군집의 크기는 30으로 설정하였고, $\mathcal{H}_\infty$ norm 값의 오차허용도는 10^{-6}으로 하였다.

아울러, 시뮬레이션 환경에서 사용 툴은 Matlab R2013a 버전이며, 컴퓨터 사양은 CPU는 Intel® Core™2 Quad Q8400(2.66GHz), RAM은 4G (2G DR3-10600×2), 운영체제는 Windows XP Professional 2002 SP3이다.

2, 시뮬레이션 결과

시뮬레이션은 식 (4)의 측정치 출력(measured output)안 y의 외란행렬 D_{21}이 영행렬일 때도 같이 수행하여 $\mathcal{H}_\infty$ norm 값과 추가적으로 제이이득 행렬(2×2)의 원소값들의 추이도 살펴보았다.

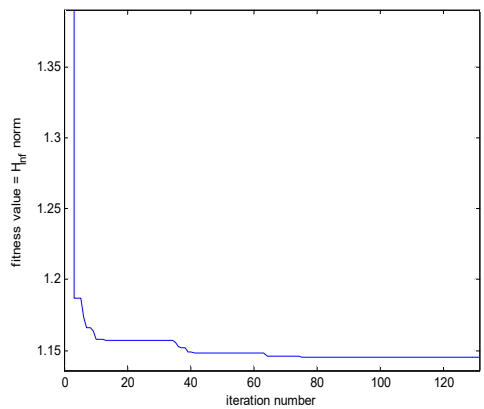

Fig 3. Variation of H∞ norm using PSO-SAPARB ($D_{21} \neq 0$)

Fig 3은 알고리즘 3,000회 반복수행에 대한 $\mathcal{H}_\infty$ norm 값의 변화 중 확인을 위해 일부를 확대하여 나타낸 Fig으로 이 때, $\mathcal{H}_\infty$ norm 값의 최소값은 1.143303의 결과를 나타내었다. 이 값은 [17]에서 얻은 1.183과 [18]에서 얻어낸 1.144 값보다 더 작은 값으로 PSO-SAPARB의 성능의 우수함을 알 수 있다.

이 때, 제어이득 행렬의 원소값들의 변화는 Fig 4와 같다. Fig 4에서 가로축의 값은 총 알고리즘 3,000회에 군집 사이즈 30이 곱해져서 매 순간 알고리즘이 수행될 때의 제어이득 행렬 원소값들의 전체 추이를 나타내고 있다.

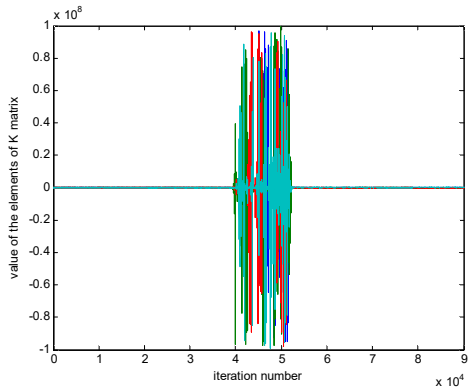

Fig 4. Variation of Gain Matrix elements using PSO-SAPARB ($D_{21} \neq 0$)

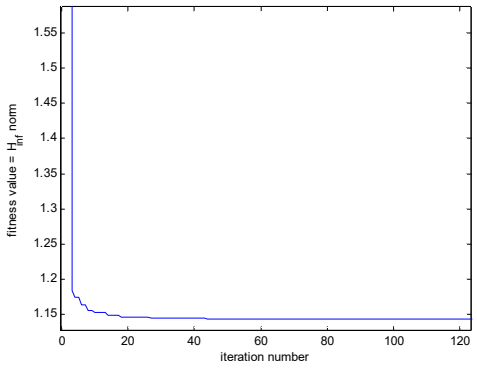

Fig 5. Variation of H_∞ norm using PSO-SAPARB ($D_{21} = 0$)

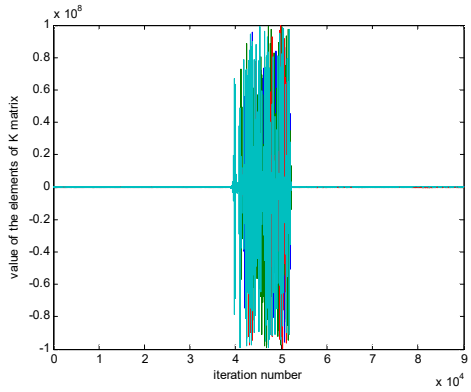

Fig 6. Variation of Gain Matrix elements using PSO-SAPARB ($D_{21} = 0$)

Fig 5는 y의 외란행렬 D_{21}이 영행렬일 경우로 $\mathcal{H}_\infty$ norm 값의 최소값은 1.139336의 결과를 나타내었다. 이 값 또한 [17, 18]에서 얻은 값들보다 더 작은 값이다. 이 때, 제어이득 행렬 원소값들의 전체 추이는 Fig 6에서 나타내고 있다.

다음으로 PSO-SAPARB 알고리즘이 아닌 고전적인 방식 중 하나인 PSO-FIW 알고리즘을 이용하여 D_{21}이 영행렬이 아닐 때와 영행렬일 때를 구분하여 $\mathcal{H}_\infty$ norm 값의 변화 제어이득행렬 원소값의 변화를 살펴보았다. Fig 7과 같이 PSO-FIW 알고리즘은 D_{21}이 영행렬이 아닐 때와 영행렬일 때 모두 본 논문의 플랜트 예시인 정적 궤환출력 문제의 해를 적절히 찾지 못하여 $\mathcal{H}_\infty$ norm 값이 초기 설정값(10^5)을 나타내고 있다.

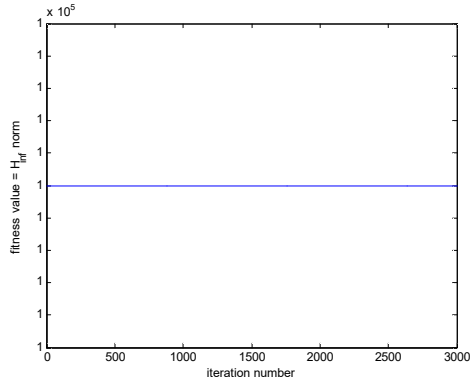

Fig 7. Variation of H_∞ norm using PSO-FIW ($D_{21} \neq 0$)

한편, D_{21}이 영행렬이 아닐 때와 영행렬일 때 PSO-FIW 알고리즘을 이용한 제어이득 행렬의 원소값들의 추이는 각각 Fig 8, 9와 같으며, 이를 확대하여 각각 Fig 10, 11에서 나타내었다.

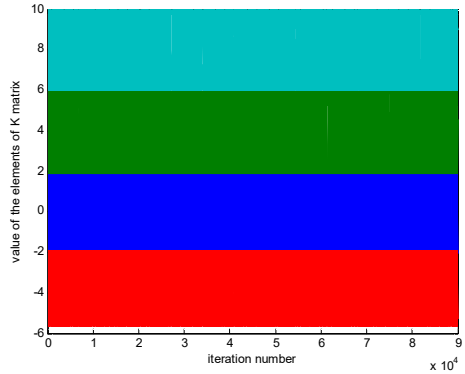

Fig 8. Variation of Gain Matrix elements using PSO-FIW ($D_{21} \neq 0$)

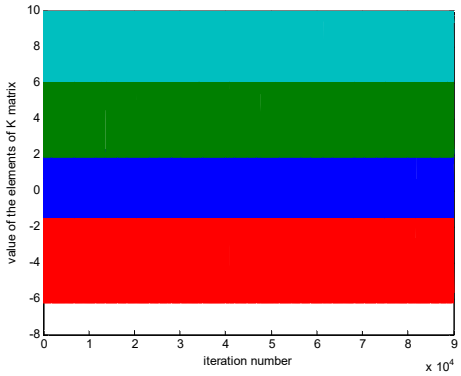

Fig 9. Variation of Gain Matrix elements using PSO-FIW (D_{21} = 0)

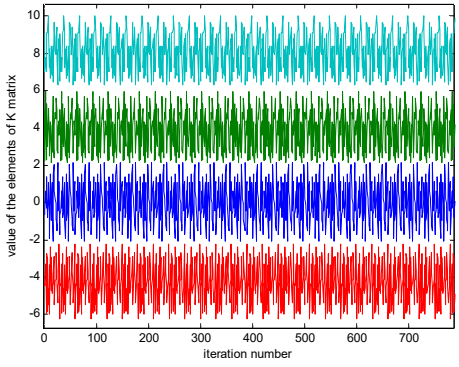

Fig 10. Variation of Gain Matrix elements using PSO-FIW ($D_{21} \neq 0$) (partial enlargement)

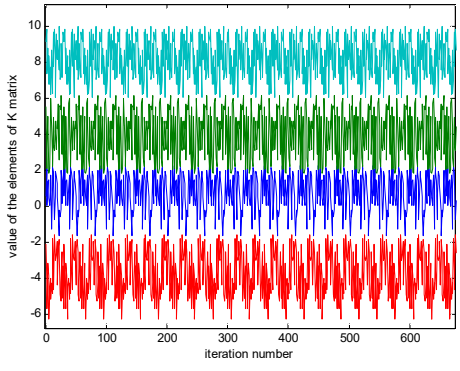

Fig 11. Variation of Gain Matrix elements using PSO-FIW (D_{21} = 0) (partial enlargement)

Ⅴ. 결 론

본 논문에서 수직이착륙기의 종축 제어기 설계문제로 증명된 향상된 입자군집최적화 알고리즘(PSO-SAPARB 알고리즘)의 성능은 향후 차세대 교통수단 중 하나인 지상과 공중을 자유로이 다니는 PAV의 제어에 보다 더 안정적인 방법론으로 사용될 수 있을 것으로 예상된다.

이와 더불어 현재 가장 대중적인 위치확인 방법인 GPS와 같은 위성항법시스템의 보급 확대는 PAV와 같은 운송수단에 필수 요소가 될 것이며, 무결성(integrity), 정확성(accuracy), 가용성(availability), 연속성(continuity)이 보장된 성능으로 제공되는 위성기반 보강항법시스템인 SBAS(Satellite Based Augmentation System) 시스템의 활용으로 보다 더 안전한 제어와 운항이 가능할 것이다.

특히, 한국형 SBAS 시스템인 KASS(Korea Augmentation Satellite System)의 경우 2014년 사업이 착수되었으며, 2022년 10월부터 항공용 서비스(Safety of Life service)인 APV-I급 서비스가 제공될 예정이다. 이 APV-I급 서비스는 수평 정확도 16m, 수직 정확도 20m, 최저접근고도 75m, 무결성 $1-2\times10^{-7}$(per approach), 경보시간 10초, 가용성 0.99~0.99999의 사양[22]을 만족하는 서비스로 특히, 항공기나 PAV와 같은 새로운 운송수단에 사용될 수 있으며, 현재 사용하는 일반 GPS 정보보다 수 미터 내외의 정확도를 갖는 정보를 제공하여 드론(Drone)과 같은 무인기 등에 활용될 수 있다. 또한, 본 논문에서 소개하는 외란에 강인한 제어를 위한 PSO-SAPARB 알고리즘과 KASS 시스템의 항공용 서비스를 결합한다면, 정밀·정확한 제어를 통해 착륙 시 사고를 줄여 항공기와 승객의 안전을 도모하고 공항시설의 피해를 줄일 수 있는 것은 물론이거니와 항공기간의 이격거리를 더 조밀하게 설계할 수 있을 것이다. 이로 인해, 항공기 연료절감을 통해 환경적인 측면에서도 탄소 배출을 줄일 수 있어 녹색항공 구현에도 이바지 할 것이다.

후 기

본 연구는 국토교통부 항공안전기술개발사업의 지원(과제번호 : 16ATRP-A087579-03)에 의해 수행되었음

Reference

1) Fairuz I. Romli, Mohd Saffuan Yaakob, "Personal air vehicle (PAVE) application in Malaysia", Proc. of the IEEE International Conference on the Advanced Logistics and Transport(ICALT), May 2014, pp. 59~64.
2) Faizan Rehmatullah, Jonathan Kelly, "Vision-Based Collision Avoidance for Personal Aerial Vehicles Using Dynamic Potential Fields", Proc. of the IEEE International Conference on Computer and Robot Vision(CRV), June 2015, pp. 297~304.
3) R. Aalmoes, Y. S. Cheung, E. Sunil, J. M. Hoekstra, F. Bussink, "A conceptual third party risk model for personal and unmanned aerial vehicles", Proc. of the IEEE International Conference on the Unmanned Aircraft Systems(ICUAS), June 2015, pp. 1301~1309.
4) R. Eberhart and J. Kennedy, “A new optimizer using particle swarm theory,” Proc. of 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science, Oct. 1995, pp.39～43.
5] J. Kennedy and R. Eberhart, “Particle swarm optimization”, Proc. of IEEE International Conf. on Neural Networks, vol. 4, Nov./Dec. 1995, pp. 1942~1948.
6) B. Yang, Y. Chen, and Z. Zhao, “Survey on applications of particle swarm optimization in electric power systems”, Proc. of IEEE International Conf. on Control and Automation, May 2007, pp. 481~486.
7) S. H. Park, H. T. Kim, and K. T. Kim, “Improved autofocusing of stepped-fequency ISAR images using new form of particle swarm optimisation”, IET Journals & Magazines on Electronics Letters, vol. 45, no. 20, Sep. 2009, pp.1053~1055.
8] Mohamed A. Awadallah, Bala Venkatesh, “Bacterial Foraging Algorithm Guided by Particle Swarm Optimization for Parameter Identification of Photovoltaic Modules“, Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering, vol. 39, issue 2, May 2016, pp.150~157.
9) A. P. Engelbrecht, Fundamentals of Computational Swarm Intelligence, John Wiley & Sons Ltd., Chippenhan, Wiltshire, England, 2005.
10) M. Clerc and J. Kennedy, “The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space,” IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 6, no. 1, Feb. 2002, pp. 58~73.
11) Y. Zheng, L.-H. Ma, L . Zhang, and J. Qian, “On the convergence analysis and parameter selection in particle swarm optimization,” Proc. of IEEE International Conf. on Machine Learning and Cybernetics, vol. 3, Nov. 2003, pp.1802~1807.
12] T. Peram, K. Veeramachaneni, and C. K. Mohan, “Fitness-distance-ratio based particle swarm optimization,” Proc. of the IEEE Swarm Intelligence Symposium, Apr. 2003, pp.174~181.
13) Helwig Sabine, Branke Juergen, Mostaghim Sanaz, "Experimental Analysis of Bound Handling Techniques in Particle Swarm Optimization", IEEE Transaction on Evolutionary Computation, vol. 17, no. 2, Apr. 2013, pp.259~271.
14] Iwasaki T., "The Dual Iteration for Fixed-Order Control", IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 44, no. 4, Apr. 1999, pp.783~788.
15) Blondel Vincent, Tsitsiklis John N., "NP-hardness of Some Linear Control Design Problems", SIAM Journal on Control and Optimizatoin, Signal and Systems, vol. 35, issue 6, Nov. 1997, pp.2118~2127.
16] Tran Dinh Quoc, Michiels Wim, Gros Sebastien and Diehl Moritz, "An Inner Convex Approximation Algorithm for BMI Optimization Optimization and Applications in Control", Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, Dec. 2012, pp.3576~3581.

17) Fujumori Atsushi, "Optimization of Static Output Feedback Using Substitutive LMI Formulation", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 49, no. 6, June, 2004, pp.995~999.
18) He Yong, Wang Qing-Guo, "An Improved ILMI Method for Static Output Feedback Control with Application to Multivariable PID Control", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 51, no. 10, Oct. 2006, pp.1678~1683.
19] Keel L. H., Bhattacharyya S. P., Howze J. W., "Robust Control with Structured Perturbations", Proceedings of the 26th IEEE Conference on Decision and Control, vol. 26, Dec. 1987, pp.2064~2069.
20] ByungSeok Lee, Joon Hwa Lee, Moon-Beom Heo, “On the Comparison of Particle Swarm Optimization Algorithm Performance using Beta Probability Distribution”, Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, vol. 20, issue 8, August 2014, pp.854～867.
21) ByungSeok Lee, “A study on the Advanced Algorithm for Particle Swarm Optimization and Its Application to Bilinear Matrix Inequality Problems”, Doctorate Thesis in University Of Seoul, February 2015, pp.56~89.
22) International Civil Aviation Organization (ICAO), “Aeronautical Telecommunications : Volume I Radio Navigation Aids“, 6th edition, July 2006, p. 3-70.