

화염묘사함수 모델링 결과를 이용한 한계 진폭 예측

김지환^a · 김진아^a · 김대식^{a,*}

Limit Cycle Amplitude Prediction Using Results of Flame Describing Function Modeling

Jihwan Kim^a · Jinah Kim^a · Daesik Kim^{a,*}

^aDepartment of Mechanical and Automotive Engineering, Gangneung-Wonju National University, Korea

*Corresponding author. E-mail: dkim@gwnu.ac.kr

ABSTRACT

It is required to predict a limit cycle amplitude controlled by system's nonlinear behavior as well as an eigen-frequency and initial growth rate of instabilities under the linear motions, in order to fully understand combustion instabilities in a lean premixed gas turbine combustor. Special focus of the current work is placed on the limit cycle amplitude prediction using flame describing function(FDF) where the ratio of a heat release fluctuation to a given flow perturbation is expressed as a function of frequency and amplitude. In this study, the CFD modeling work based on RANS is carried out to obtain FDF, which makes that the nonlinear thermo-acoustic model is successfully developed for predicting the limit cycle amplitude of the combustion instability.

초 록

희박 예혼합 가스터빈의 연소 불안정 현상을 이해하기 위해서는, 선형 과정에 의하여 얻어지는 고유 주파수 및 초기 성장률뿐만 아니라, 연소기 비선형 특성에 의존하는 한계진폭의 예측이 필요하다. 특히 현재의 연구에서는 비선형 거동에 의한 한계 진폭을 예측하기 위해서 유동 섭동과 열발생의 비율이 주 파수와 속도 진폭을 정의할 수 있는 화염묘사함수를 적용하였다. 본 연구에서는 화염묘사함수를 얻기 위하여 CFD 기법이 적용되었으며, 이를 통하여 비선형 열음향 해석으로부터 불안정 한계 진폭을 예측할 수 있었다.

Key Words: Combustion Instability(연소불안정), Thermoacoustic Analysis(열음향 해석), Flame Transfer Function(화염전달함수), Flame Describing Function(화염묘사함수)

Received 6 June 2016 / Revised 9 November 2016 / Accepted 15 November 2016

Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers

pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548

[이 논문은 한국추진공학회 2016년도 춘계학술대회(2016. 5. 25-27, 제주 사인빌리조트) 발표논문을 심사하여 수정·보완한 것임.]

1. 서 론

희박 예혼합 연소 방식은 희박 가연 한계(lean

blow out)로 운전되기 때문에 연소실 내부의 화염은 당량비, 공기 및 연료의 작은 외부 유동 교란에도 쉽게 반응하게 된다. 이것은 열발생을 섭동으로 이어지고, 열발생율의 섭동은 시스템내의 압력 진동을 초래하게 된다. 이는 다시 상류의 노즐 및 연료 공기 혼합기로 피드백되어 혼합기의 속도 및 당량비와 같은 열역학적 상태량의 진폭을 가진시게 되고, 이러한 현상을 연소불안정(combustion instability)이라고 한다[1,2]. 연소불안정 현상이 지속될 경우 시스템 내부의 부품과 시스템 전체의 손상을 야기할 수 있다. 따라서, 희박 예혼합 연소기의 운영에 있어서 연소불안정이 발생하는 주파수 및 조건과 한계 진폭의 완전한 이해가 필수적이다.

희박 예혼합 연소기의 연소 불안정 해석을 위해 널리 사용되고 있는 방법 중 열음향 해석 모델(thermoacoustic analysis model, TA model)은 실제 연소 시스템을 간소화 하고, 상대적으로 영향이 작은 인자들을 단순화하여 열음향 특성을 예측하는 해석 기법이다.

이전의 연구 결과에 따르면 TA 모델의 정확도에 가장 큰 영향을 미치는 인자는 화염으로부터 발생하는 열발생율을 정의하는 방법에 있고, 이를 위하여 가장 보편적으로 사용되는 방법이 화염전달함수(flame transfer function)를 구하는 것이다[1-12]. 예혼합 화염에 대하여 화염전달함수는 연소실 내부의 화염을 관심 주파수 및 진폭의 속도 섭동 성분에 노출시킨 후 열발생율의 진동 특성을 얻음으로써 정의될 수 있다.

연소 불안정 현상을 예측하기 위해서는 실제 예혼합 연소기 시스템에서 입구의 주파수와 속

도섭동 진폭의 변화에 따른 연소 불안정이 발생하는 주파수와 현상이 발생하는 조건, 그리고 한계 진폭이 예측되어야 한다. 불안정 주파수와 현상이 발생하는 조건은 선형 동적 특성에 의존하기 때문에 시스템 선형 해석으로 예측이 용이하지만 한계 진폭은 비선형 동적 특성에 의존하여 기존의 주파수만의 함수인 화염 전달 함수를 통한 연소 불안정을 예측하는 방법으로 예측하기에는 어려움이 있다[4-9].

이러한 이유로 선형 시스템 해석 모델을 비선형 해석으로 확장하기 위해 열음향 관계식에서 주파수만의 함수인 화염 전달 함수가 아닌, 주파수와 속도 섭동의 진폭(u'/u_{mean})의 함수로 표현이 가능한 화염묘사함수(flame describing function)로 정의되어야 한다[4-6].

현재의 연구에서는 화염묘사함수를 CFD를 통하여 구현하고, 이를 열음향 모델에 반영하여 비선형 예측 기법을 소개하고, 이를 통하여 얻어진 한계 진폭의 예측 결과를 실제 연소기를 활용한 실험 결과와 비교하였다.

2. 열음향 해석 모델

2.1 선형 열음향 관계식

본 논문에서 사용된 열음향 해석 모델은 Fig. 1에서 나타난 것과 같이 연소 시스템을 노즐과 화염 및 연소기로 크게 3가지 요소로 간소화한 네트워크 모델(network model)이다. 시스템 내의 음향파와 속도와 압력 사이의 관계에 대한 지배 방정식은 다음과 같이 정의되었다.

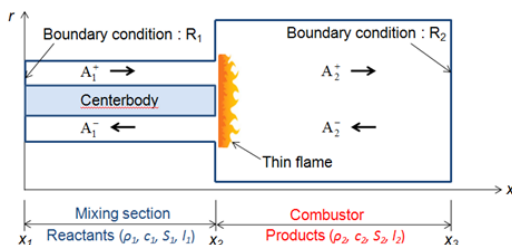


Fig. 1 Simplified model combustor for thermoacoustic analysis[4].

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\gamma p_0} \frac{\partial p'}{\partial t} + \frac{1}{S} \frac{\partial (S u')}{\partial x} = \frac{\gamma - 1}{\gamma p_0} Q_T' \quad (2)$$

이 식에서 $S = S(x)$ 는 덕트 단면적, Q_T' 은 비정상 열발생율을 나타내고, u' 은 비정상 속도, p' 은 비정상 압력, γ 는 비열비를 의미한다. 화염

의 길이가 연소기 길이보다 무한히 짧다고 가정하고, Eqs. 1과 2를 x 방향으로 x_2^- 부터 x_2^+ 까지 적분하고 한계값을 취한 얇은 화염에 대한 음향 조건(acoustic jump condition)은 다음과 같다.

$$p'(x_2^+) = p'(x_2^-) \quad (3)$$

$$S(x_2^+)u'(x_2^+) - S(x_2^-)u'(x_2^-) = \frac{\gamma-1}{\gamma p_0} \dot{Q}_T' \quad (4)$$

Eqs. 3과 4를 음향학적 진동 형태의 함수로 변환하여 노즐과 연소기의 압력과 속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p_1' = A_1^+(t - \tau_1) + A_1^-(t + \tau_1) \quad (5)$$

$$u_1' = \frac{1}{\rho_1 c_1} [A_1^+(t - \tau_1) - A_1^-(t + \tau_1)] \quad (6)$$

$$p_2' = A_2^+(t) + A_2^-(t) \quad (7)$$

$$u_2' = \frac{1}{\rho_2 c_2} [A_2^+(t) - A_2^-(t)] \quad (8)$$

Eq. 4의 열발생율 진동값은 $\dot{Q}_T' = \hat{Q}e^{-j\omega\tau}$ 의 조화 형태의 항으로 표현될 수 있고, 전체적인 열음향 모델에 대한 추가적인 이론과 사용된 수식은 선행 연구[3-5]에서 자세히 소개되어 있다.

열발생율 섭동항을 제시하기 위하여 가장 많이 사용되고 있는 방법은 $n-\tau$ 모델을 이용한 화염 전달 함수를 구하여 열발생율의 섭동을 정의하는 것이다[1,4-9].

$$FTF(\omega) = \frac{\hat{Q}/\bar{Q}}{\hat{u}/\bar{u}} = n(\omega)e^{j\omega\tau} \quad (9)$$

Eq. 9를 Eqs. 1~8에 반영하여 열음향 관계식을 풀게 되면 각진동수 ω 의 실수부와 허수부를 얻을 수 있게 된다. 해석된 각진동수의 실수부는 고유주파수를 결정하고, 허수부는 초기 압력 섭동의 성장률을 결정하게 된다. 만약 압력 섭동

성장률이 양의 값을 가지게 될 경우, 시스템은 불안정해지고, 음의 값을 가지게 될 경우, 연소가 안정적으로 이루어진다[1,4-9].

2.2 화염 묘사 함수

상기하였듯이, 비선형 연소불안정 해석을 위해서는 주파수만의 열응답 모델인 화염 전달 함수가 아닌, 진폭의 변화에 대한 정보를 포함하는 화염 묘사 함수가 정의되어야 한다.

화염 묘사 함수는 Eq. 10과 같이 정의되고[5,6], 이를 통하여 비선형 동특성의 한계 진폭에 대한 결과를 예측할 수 있게 된다.

$$FDF(\omega, u'/u_{mean}) = \frac{\hat{Q}/\bar{Q}}{\hat{u}/\bar{u}} = n(\omega, u'/u_{mean})e^{-j\phi(\omega, u'/u_{mean})} \quad (10)$$

3. 연구 방법

3.1 해석 대상 연소기

음향 모델의 개발과 검증을 위하여 Kim 등[7]의 연구에서 사용된 연소기와 화염 전달 함수 및 자발 불안정 결과가 사용되었다. Fig. 2는 실제로 사용되는 예혼합 연소기의 개략도이며 이것을 토대로 연소기를 모델링하여 해석을 진행하였다. Fig. 2는 노즐 및 연소기의 주요 크기를 나타내고 있고, 예혼합기는 완전히 초킹(choking)되어 노즐로 유입되고, 스월러(swirler)를 거쳐 덤프(dump) 연소기로 연결되는 구조를 가지고 있다.

3.2 해석 방법 및 조건

본 연구에서 화염 전달 함수와 화염 묘사 함수의 모델링을 위하여 상용 CFD 해석 코드인 Fluent 16.1을 사용하였다. Fig. 3은 CFD 해석에 사용된 연소기의 형상으로서 약 430만개의 격자로 형성하였다. 여기서 얻어진 열응답 모델을 이용하여 2절에서 소개된 열음향 관계식에 대입하여 연소 불안정 현상이 발생하는 주파수와 조건 그리고 한계 진폭에 대한 해석을 진행하였고, 코

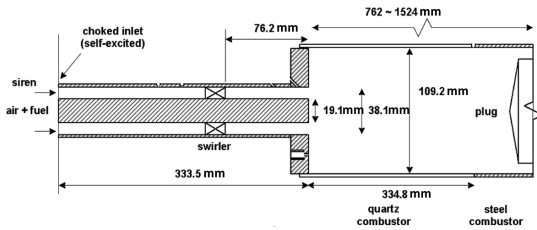


Fig. 2 Schematic of the model combustor, Dimensions in millimeters.

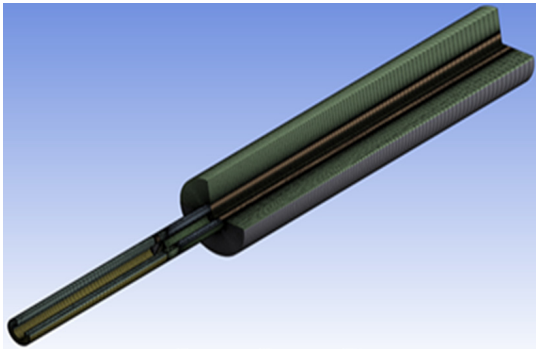


Fig. 3 Mesh of the model combustor.

드는 Matlab을 이용하여 프로그램 되었다.

모델링 결과의 검증을 위하여 동일 속도와 당량비에서 서로 다른 두가지 연료 조성이 선택되었으며, 주요 해석 조건은 Table 1과 같다.

해석의 주요 조건은 참고문헌 상[7,8]에서 주요 실험 조건과 동일하게 진행하였으며, 연소실 압력은 1atm, 연료온도는 200°C이었다. CFD 해석에 사용된 연소 모델은 FR/ED (finite-rate/eddy-dissipation) 모델을 사용하였고, 난류 모델은 Realizable k-epsilon과 Enhanced Wall Treatment 모델을 사용하였다. 그리고 열전달 조건은 복사 열전달을 적용하기 위하여 DO (discrete ordinates)를 선정하였다[10].

비선형 동특성의 한계 진폭을 예측하기 위해서 입구의 주파수를 100-300 Hz까지 변화해가며 열발생율의 이득값(gain)과 위상차(phase)를 측정하였다. 또한 속도 섭동 진폭(u'/u_{mean})을 5-35%의 범위에서 변화하여 주파수뿐만 아니라 속도 섭동 변화에 따른 열발생율의 변화에 대한 해석을 진행하였다.

Table 1. Selected conditions for model validation.

Condition		Flame H00	Flame H45
Mixture velocity(m/s)		60	
Equivalence ratio		0.6	
Fuel composition(%)	CH_4	100	55
	H_2	0	45
Speed of sound(m/s)		817.3	859
Gas density at nozzle(kg/m^3)		0.7238	0.7006
Gas density at combustor(kg/m^3)		0.1888	0.1695
Specific heat ratio		1.261	1.251

4. 해석 결과

4.1 화염 전달 함수 및 화염 묘사 함수 모델링

CFD를 이용한 화염전달함수 모델링 전단계로서, 현재의 노즐/연소기와 유동 조건에서 비화염장과 연소장 해석 결과 및 정상/비정상 상태에서 화염의 형상 모델링에 대한 주요 결과는 저자들의 이전 연구 결과[9]에 자세하게 소개되어 있다.

Figs. 4와 5는 Table 1에서 제시된 조건 중, "Flame H00"에 대하여 주어진 속도 섭동 진폭을 $u'/u_{mean}=10\%$ 로 고정한 상태에서 섭동 주파수에 따른 화염전달함수의 이득값과 위상차의 모델링 결과를 실험값과 비교한 결과이다.

Fig. 5의 위상차 모델링 결과에서는 실험값과 거의 유사하게 거동을 예측하는 것으로 나타났으나, Fig. 4의 이득값 예측 결과는, 정량적으로는 실험값 대비 최고 20% 수준의 오차가 있었으나, 200~250 Hz 사이에서 최대값을 갖고, 이보다 낮은 저주파수와 고주파수에서는 이득이 감소하는 정성적인 경향은 일치하는 것으로 나타났다.

Figs. 6-8은 CFD를 통하여 주파수와 속도 섭동 진폭에 따른 화염의 동특성(즉, 화염묘사함수) 모델링 결과를 나타낸 것이다. 특히 Figs. 6

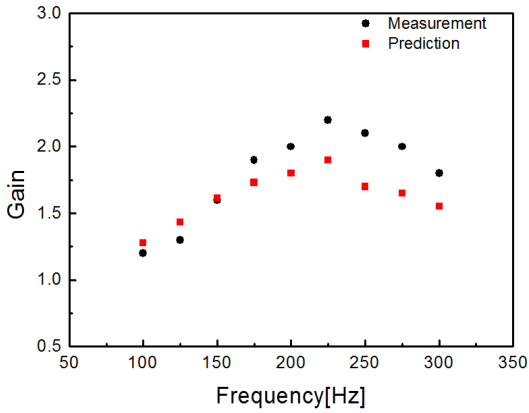


Fig. 4 Comparison of calculated gain for flame transfer function with measured data(H00).

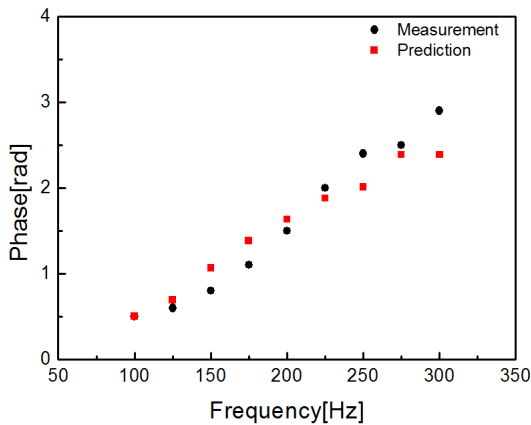


Fig. 5 Comparison of calculated phase for flame transfer function with measured data(H00).

과 7은 화염 H00와 H45 조건에서 이득값을 속도 진폭과 주파수의 함수로 나타낸 것이고, Fig. 8은 H00 연료 조건에서 위상차 결과를 도시한 것이다. Fig. 6의 결과에서 보이듯이, 이득값은 주파수뿐만 아니라, 속도 진폭의 영향 또한 크게 받는 것을 알 수 있다. 특히, 화염의 동특성이 주어진 속도 섭동에 대하여 선형 관계에 있다면, 이득값은 속도 진폭에 관계없이 고정된 주파수에서 일정한 값을 가지게 된다. 그러나, 그림에서 볼 수 있듯이 주어진 주파수에서 속도 진폭의 증가와 함께 이득값의 비선형적인 거동(증가 또는 감소)을 확인할 수 있다. 반면, Fig. 8의

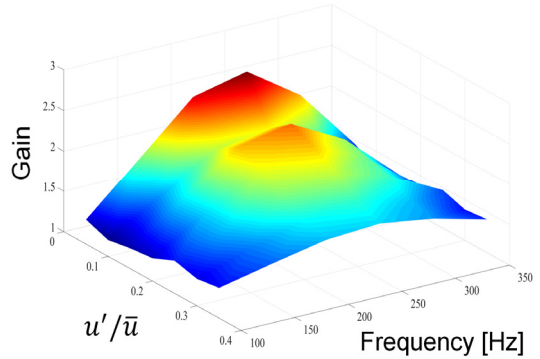


Fig. 6 Gain of flame describing function as a function of forcing amplitude as well as frequency(H00).

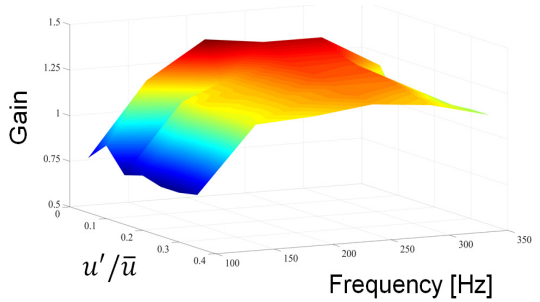


Fig. 7 Gain of flame describing function as a function of forcing amplitude as well as frequency(H45).

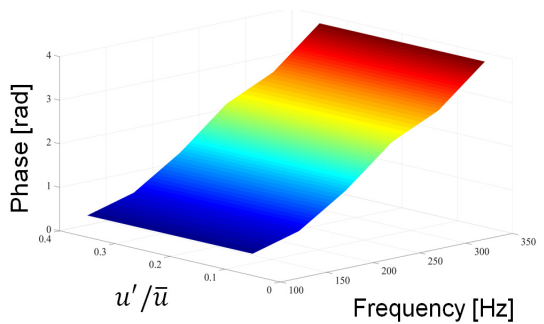


Fig. 8 Phase of flame describing function as a function of forcing amplitude as well as frequency(H00).

염료사함수의 위상차 모델링 결과에서 보이듯이 속도 섭동 진폭이 위상차에 미치는 영향은 주파수 영향 대비 거의 미미한 것으로 나타났다. 이는 Noiray 등[6]의 기존 화염염료사함수 결과들과

일치하는 경향이다.

4.2 선형 및 비선형 열음향 모델링 결과

Fig. 9는 2.1절에서 소개된 화염전달함수를 통한 선형 열음향 해석 방법을 통하여, 불안정 압력과의 성장률(growth rate) 예측 결과를 도시한 것이다. 여기에서 성장률이 0보다 큰 양의 값은 연소불안정이 발생하는 조건을 의미하고, 0보다 작은 음의 성장률은 안정한 조건을 의미한다[3, 4]. 결과의 검증을 위하여 참고문헌[7,8]의 실험 결과가 사용되었고, 문헌에서는 본 해석 조건인 “Flame H00”의 유량 및 운전 조건에서 연소기 길이를 0.8~2.0 m로 변화시킨 결과, 1.3~1.45 m에서 연소불안정이 발생하였고, 다른 연소기 길이에서는 안정한 것으로 예측되었다. 본 연구에서 선형 열음향 해석 결과 역시, 첫번째 조화 성분의 길이 방향 불안정(1L)이 1.2~1.6 m 연소기 길이 구간에서 발생하였고, 특히 1.4 m에서 가장 높은 성장률이 예측되었는데, 이는 실험 결과상에서 가장 높은 압력 진폭이 예측된 구간(1.42 m)과 거의 일치하였다.

Fig. 10은 Fig. 9와 동일한 조건에서 한계 진폭을 예측하기 위하여, 화염묘사함수를 통하여 비선형 열음향 해석 결과를 도시한 것이다. 이 때, 연소기 길이는 가장 불안정 성장률이 높게 예측되었던 1.4 m로 고정하였다. 그림에서 보이듯이, 속도 섭동의 진폭 증가에 따라 초기 불안정했던 성장률 (즉, 양의 성장률)이 감소하기 시작하여, $u'/u_{mean}=0.393$ 에서 성장률이 0인 지점을 통과하게 된다. Noiray 등[6]은 이 지점에서 불안정과의 진폭은 더 이상 성장하지 않고, 포화 (saturation) 상태에 이르게 되고, 이때의 섭동 진폭을 한계 진폭이라고 정의하였다. 이러한 해석으로부터, Eq. 11을 이용하여 연소불안정의 한계 진폭을 예측할 수 있다[2].

$$\frac{p'}{p_{mean}} = \gamma M \frac{u'}{u_{mean}} \quad (11)$$

본 해석 조건에서 계산된 불안정 압력 진폭 (p'/p_{mean})은 1.34%로 예측된 압력 진폭(1.72%)을

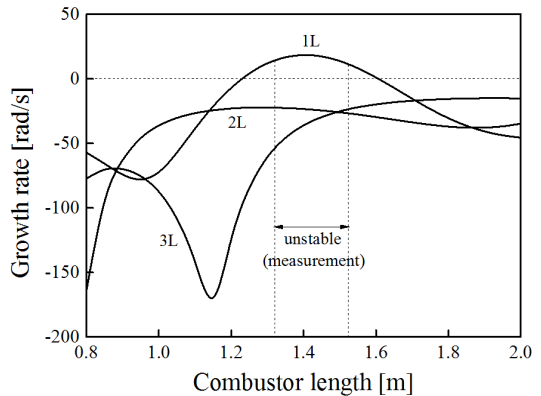


Fig. 9 Growth rate as a function of combustor length(H00).

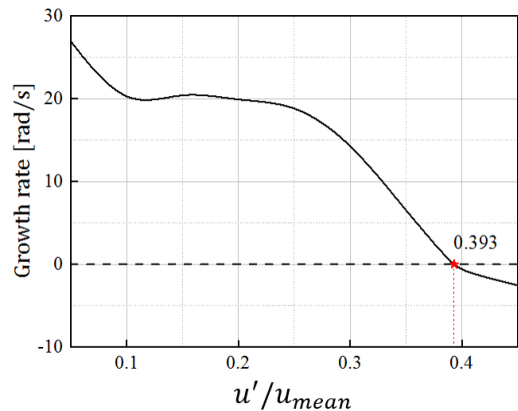


Fig. 10 Amplitude of velocity perturbation at limit cycle(for combustor length of 1.4 m, H00).

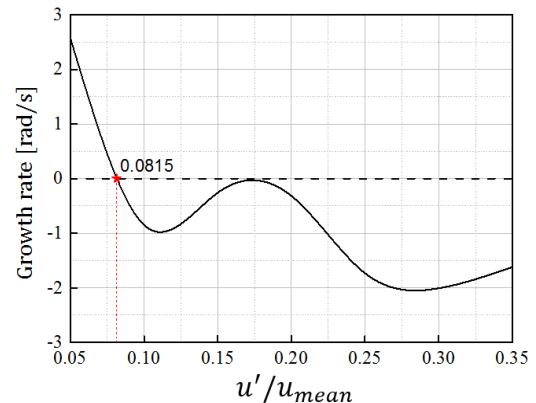


Fig. 11 Amplitude of velocity perturbation at limit cycle(for combustor length of 1.0 m, H45).

약 23% 정도 과소 예측하는 것으로 나타났다.

Fig. 11은 동일한 방법을 “Flame H45”인 경우에 적용하여 한계 진폭을 예측한 결과이다. 단 이 조건에서는 실험상에서 가장 불안정 압력 진폭이 크게 예측된 1.0 m의 연소기 길이에서 해석하였다. 그림에서 보이듯이 불안정이 포화 상태에 이르게 되는 속도 섭동의 값은 0.0815로 나타났다으며, 이로부터 계산된 압력 진폭은 0.26%로 실제 예측된 한계 진폭 0.21% 대비 24% 정도 과대 예측하였다.

기존의 선형 열음향 모델링 연구로부터, 예측 오차의 원인들로는 1) 화염전달함수의 열분포 [1,4,11], 2) 음향 경계 조건에서의 부정확성[5,12] 등이 발표된 적이 있다. 또한, 본 연구에서의 비선형 한계 진폭 예측에 있어서 모델링 정확도는 상기한 예상 원인들과 더불어 Figs. 4-8에서 설명된 화염전달(묘사)함수의 CFD 모델링으로부터 기인한 오차의 영향 또한 포함되어 있을 것으로 판단된다. 향후 연구에서는 CFD로부터 기인한 연소 동특성 모델링으로부터 기인한 오차를 줄이기 위하여 현재의 RANS 기반의 모델링이 아닌, LES(large eddy simulations) 해석이 진행 중에 있고, 이를 통한 세부 분석이 소개될 예정이다.

5. 결론 및 향후 계획

본 연구에서는 화염묘사함수의 모델링 결과와 1D 열음향 네트워크 모델을 사용하여 연소불안정 한계 진폭을 예측하는 기법을 소개하고, 이를 예측된 값과 비교하여 모델링 기법을 검증하였다. 한계 진폭 예측을 위해서는 기존의 유동 교란에 대한 열응답이 주파수만의 함수로 표현되는 화염전달함수가 아닌, 주파수와 속도 섭동 진폭의 형태로 정의되는 화염묘사함수에 대한 정보가 필요하다. 이를 위하여, CFD를 통한 화염묘사함수를 모델링하였으며, 이 결과로부터 한계 진폭을 예측하는데 성공하였다. 그러나, 계산된 조건에서 예측 결과는 실험값 대비 25% 수준의 오차가 발생하였다. 향후 연구에서는 본 논문에서 언급된 예상되는 오차의 원인에 대한 세부

분석과 이를 개선하기 위한 연구가 진행될 계획이다.

후 기

이 논문은 강릉원주대학교 전일제대학원생장학금 지원 및 2015년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(NRF-2015R1D1A1A01058410)의 결과임.

References

1. Kim, D., “Introduction to Thermoacoustic Models for Combustion Instability Prediction Using Flame Transfer Function,” *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 15, No. 6, pp. 98-106, 2011.
2. Pyo, Y., Kim, J. and Kim, D., “Time Lag Analysis Using Phase of Flame Transfer Function,” *Journal of ILASS-Korea*, Vol.21, No. 2, pp. 104-110, 2016.
3. Wolf, P., Balakrishnam, R., Staffelbach, G., Gicquel, L. and Poinso, T., “Using LES to Study Reacting Flows and Instabilities in Annular Combustion Chambers,” *Journal of the Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 88, No. 1-2, pp. 191-206, 2012.
4. Kim, D., “Linear Stability Analysis in a Gas Turbine Combustor Using Thermoacoustic Models,” *Journal of the Korean Society of Combustion*, Vol. 17, No. 2, pp.17-23, 2012.
5. Kim, D. and Kim, K., “Thermoacoustic analysis model for combustion instability prediction - Part 2 : Nonlinear instability analysis,” *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 16, No. 6, pp.41-47, 2012.
6. Noiray, N., Durox, D., Schuller, T. and

- Candel, S., "A unified framework for nonlinear combustion instability analysis based on the flame describing function," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 615, pp. 139-167, 2008.
7. Kim, K., Lee, J., Lee, H., Quay, B. and Santavicca, D., "Characterization of forced flame response of swirl-stabilized turbulent lean premixed flames in a gas turbine combustor," *Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, Vol. 132, pp.041502.1-041502.8, 2010.
8. Kim, K., Lee, J., Quay, B. and Santavicca, D., "Spatially distributed flame transfer functions for predicting combustion dynamics in lean premixed gas turbine combustors," *Combustion and Flame*, Vol. 157, No. 9, pp. 1718-1730, 2010.
9. Kim, J., Kim, J., Lee, J. and Kim D., "Effects of Fuel Composition on Flame Transfer Function in Lean Premixed Combustor," *Journal of ILASS-Korea*, Vol. 20, No. 3, pp. 135-140, 2015.
10. ANSYS Fluent 16.1 Users Guide, ANSYS inc., 2015.
11. Kim, D., Lee, J., Quay, B., Santavicca, D., Kim, K. and Srinivassan, S., "Effect of Flame Structure on the Flame Transfer Function in a Premixed Gas Turbine Combustor," *Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, Vol. 132, No. 2, 021502, 2010.
12. Krebs, W., Flohr, P., Prade, B. and Hoffmann, S., "Thermoacoustic Stability Chart for High-intensity Gas Turbine Combustion Systems," *Combustion Science and Technology*, Vol. 174, No. 7, pp. 99-128, 2002.