

# 이동로봇의 기구학 외란 보상을 위한 출력 궤환 제어

## Output Feedback Tracking Control of Wheeled Mobile Robots with Kinematic Disturbances

좌 동 경\*  
 (Dongkyoung Chwa)

**Abstract** - In this paper, we propose an output feedback tracking control method for the wheeled mobile robots with kinematic disturbances. The kinematic disturbances should be compensated to avoid the performance degradation. Also, the unavailable velocity of the mobile robot should be estimated. These should be estimated together by designing the nonlinear observer. Based on these estimates, the output feedback controller can be designed. The stability of the mobile robot control systems using the proposed method is rigorously analyzed and the simulation results are also provided to validate the proposed method.

**Key Words** : Adaptive output feedback tracking control, Wheeled mobile robots, Disturbances.

### 1. 서 론

이동로봇의 제어에 관해 연구가 활발히 진행되어 왔으며 [1]-[5]. 이 중에서 동역학 불확실성을 보상하기 위하여 적응, 강인 제어기법에 기반한 연구 결과들이 진행되어 왔다 [4]-[5]. 이상의 연구들은 기구학이 이상적이라고 가정하였으나, 고속으로 회전을 할 경우에는 기구학의 외란이 발생할 수 있으므로 이에 관한 연구가 필요하다 [6]-[7].

반면에 [7]의 결과를 비롯하여 위에 언급된 연구들은 이동로봇의 속도 정보를 알고 있는 경우를 다루고 있는데, 실제 상황에서는 이동로봇이 속도 센서를 구비하지 않은 경우 이를 추정하여야 한다. 따라서 속도 추정치에 기반한 출력 궤환 제어기 설계 역시 필요하다. 대부분의 이동로봇의 출력 궤환 제어는 동역학에 기반하여 설계되어 왔는데 [8]-[9], 기구학 외란의 보상 및 속도 추정을 동시에 고려하려면 보다 간단한 형태의 기법에 관한 연구가 필요하다. 이를 위해 기구학 외란 모델에 기반하여 기구학 외란 및 속도 정보를 추정할 수 있는 추정기를 본 논문에서 제안한다. 제안된 기법의 검증은 위해 전체 이동로봇 시스템의 안정성 해석뿐만 아니라 기구학 외란 및 속도 추정에 의한 추종 성능 결과를 모의실험을 통해 제시한다.

### 2. 이동로봇의 기구학 외란 및 속도 추정기

본 절에서는 이동로봇의 기구학 외란을 고려하여 속도 추정기

를 설계한다. 이 결과를 통해 출력 궤환 제어기를 설계할 수 있다. 기구학 외란 모델은 다음과 같다 [7].

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_c \cos \theta_c + \delta_v(v_c, \omega_c) \cos \theta_c + \delta_w(v_c, \omega_c) \sin \theta_c \\ v_c \sin \theta_c + \delta_v(v_c, \omega_c) \sin \theta_c - \delta_w(v_c, \omega_c) \cos \theta_c \\ \omega_c \end{bmatrix}. \quad (1)$$

여기서  $x_c, y_c$ 는 위치 변수,  $\theta_c$ 는 자세각,  $v_c$ 는 전진속도,  $\omega_c$ 는 회전속도,  $\delta_v(v_c, \omega_c)$ 와  $\delta_w(v_c, \omega_c)$ 는 기구학 외란으로써 추종 성능을 저하시키는 요인이다. 따라서 속도 추정기의 설계 시에 속도 및 기구학 외란을 동시에 추정하는 것이 필요하다.

변수  $p := [x_c, y_c, \theta_c]^T$ 에 대해 (1)을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\dot{p} = \bar{g}. \quad (2)$$

여기서  $\bar{g} = \bar{\Omega}z$ ,  $\bar{\Omega}$ 와  $z$ 는 다음과 같다.

$$\bar{\Omega} = \begin{bmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c & 0 \\ \sin \theta_c & -\cos \theta_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$z^T = [v_c + \delta_v, \delta_w, \omega_c]. \quad (4)$$

여기서 양의 상수  $\bar{c}_1, \bar{c}_2$ 에 대해  $\|\bar{g}(\cdot)\| \leq \bar{c}_1$ ,  $\|\dot{\bar{g}}(\cdot)\| \leq \bar{c}_2$ 를 가정할 수 있으므로  $\hat{p}$ 은

$$\hat{p} = \hat{g} \quad (5)$$

로부터 얻을 수 있고,  $\hat{g}$ 은

\* Corresponding Author : Dept. of Electrical and Computer Engineering, Ajou University, Korea  
 E-mail : dkchwa@ajou.ac.kr

Received : November 9, 2016; Accepted : November 14, 2016

$$\dot{\hat{g}} = -(k_s + \alpha)\hat{g} + \gamma \text{sgn}(e) + \alpha k_s e \quad (6)$$

으로 부터 얻을 수 있다. 이때 제안된 속도 추정기 (5), (6)의 성능은 다음과 같이 정리될 수 있다.

**정리 1 (기구학 외란 하의 속도 및 기구학 외란 추정):** 외란을 포함한 기구학(1)에 대해 속도 추정기 (5), (6)의 설계변수  $\gamma_i$ 가

$$\gamma_i \geq \bar{\zeta}_i + \frac{1}{\alpha_i} \bar{\zeta}_i \quad (7)$$

을  $i = 1, 2, 3$ 에 대해 만족하면,  $\tilde{\hat{g}} := (\bar{g} - \hat{g})$ ,  $\dot{\tilde{z}}$ ,  $\ddot{\tilde{z}}$  ( $:= \bar{z} - \hat{z} = [\tilde{v}_c, -\tilde{\delta}_w, \tilde{\omega}_c]$ , 여기서  $\tilde{z}^T := [\hat{v}_c, \hat{\delta}_w, \hat{\omega}_c]$ 은  $\bar{z}$ 의 추정치이고  $\hat{v}_c$ 은  $v_c + \delta_v$ 의 추정치),  $\ddot{\tilde{z}}$ 가 모두 유계이다. 특히  $\ddot{\tilde{z}}$ 는 0으로 수렴하고, 속도 추정치  $\hat{z}$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$\hat{z} = \bar{\Omega} \hat{g} \quad (8)$$

**증명:** 추정기의 성능은 [10]에서처럼  $\hat{g}$ 가  $\bar{g}$ 로 점근적으로 수렴함을 확인할 수 있으므로 이를 바탕으로  $\hat{z}$  역시 식 (8)과 같이 얻어짐을 쉽게 알 수 있다. (증명끝)

**부연 1:** 모의실험을 통해 정리 1에서의 추정기의 성능을 바탕으로 한 이동로봇의 출력제어 결과가 만족스러움을 확인할 수 있으나 식 (7)의 제한조건은 이동로봇의 속도가 유한함을 사전에 의미하는 것이다. 이는 해결해야 할 문제로서 이러한 한계를 해결하는 비선형 추정기 설계 문제는 필요하며 5장 결론에서도 언급하였듯이 추후 연구로 진행할 만한 가치를 지닌다.

### 3. 기구학 외란하의 출력 궤환 추종 제어

본 절에서는 앞 절에서 구성한 추정기를 바탕으로 이동로봇의 상태궤환 추종제어기[7]를 재설계한다. 기준궤적은 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ \dot{y}_d \\ \dot{\theta}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_d \cos \theta_d \\ v_d \sin \theta_d \\ \omega_d \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 아래첨자  $d$ 는 원하는 값을 의미한다. 출력 궤환 추종 제어기 설계를 위해 추정치  $\hat{v}_c$ 와  $\hat{\omega}_c$ 를  $v_c + \delta_v$  및  $\omega_c$  대신에 사용하고, 추종오차를  $x_e = x_c - x_d$ ,  $y_e = y_c - y_d$ ,  $\theta_e = \theta_c - \theta_d$ 를 정의하면 아래 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x}_c + k_p \tanh(x_e/k_p) = \hat{v}_c \cos(\theta_c) - X + \tilde{v}_c \cos(\theta_c) \\ \dot{y}_c + k_p \tanh(y_e/k_p) = \hat{v}_c \sin(\theta_c) - Y + \tilde{v}_c \sin(\theta_c) \end{cases} \quad (10)$$

여기서  $X = \dot{x}_d - k_p \tanh(x_e/k_p) - \bar{k}_p x_e - |\hat{\delta}_w| \tanh(x_e/\epsilon)$ ,  $Y = \dot{y}_d - k_p \tanh(y_e/k_p) - \bar{k}_p y_e - |\hat{\delta}_w| \tanh(y_e/\epsilon)$ 이고,  $k_p > 0$ 는 추종 성능을 결정하는 변수이다. 위치 추종을 위해  $\hat{v}_c$ 가  $\hat{v}_c \cos(\theta_c) = X$ ,  $\hat{v}_c \sin(\theta_c) = Y$ 를 만족해야 하므로 유사 전진속도 값은  $v_{pseudo} = \cos(\theta_c)X + \sin(\theta_c)Y = \cos(\theta_c - \theta^*) \sqrt{X^2 + Y^2}$ 와 같이 얻을 수 있다. 여기서  $\theta^* = \text{atan2}(Y, X)$ 는  $[-\pi, \pi]$ 에서 값을 가지는 역탄젠트 함수  $\text{atan2}(y, x)$ 를 이용하여 얻은 값이고,  $\theta_{pseudo} = \theta^*$ 와  $\theta_{pseudo} = \theta^* + \pi$ 는 각각 전진속도 및 후진속도  $v_d$ 에 따라 얻어지는 유사 자세각에 해당한다.

동역학 식은 다음과 같이 주어진다 하자.

$$H(q)\dot{z} + F(q, z) = \tau \quad (11)$$

여기서  $q^T = [x_c, y_c, \theta_c]$ ,  $z^T = [v_c, \omega_c]$ 이고,  $H(q)$ 와  $F(q, z)$ 는 시스템 행렬이다[1]-[3], 토크제어입력  $\tau$ 를

$$\tau = F(q, \hat{z}) + H(q)u \quad (12)$$

와 같이 설정하면, (11)로부터  $\dot{z} = u + F(q, z) - F(q, \hat{z})$ 이고  $\hat{z}$ 가  $z$ 로 점근적으로 수렴함을 바탕으로 제어입력에 해당하는  $u$ 는

$$u = -A\hat{z} + z_c \quad (13)$$

와 같이 설계할 수 있다. 여기서

$z_c = [k_v v_{pseudo}, b \sin(\theta_c - \theta_{pseudo})]^T$ ,  $A = \text{diag}(k_v, a)$ ,  $a = 2\zeta k_\omega$ ,  $b = k_\omega^2$ 로서, 제어이득은  $0 < \zeta \leq 1$ ,  $k_v, k_\omega > 0$ 와 같이 설정하면

$$\begin{cases} \dot{v}_c = -k_v (\hat{v}_c - v_{pseudo}) \\ \dot{\theta}_c = \omega_c \\ \dot{\omega}_c = -a\hat{\omega}_c - b \sin(\theta_c - \theta_{pseudo}) \end{cases} \quad (14)$$

이 성립한다. 여기서  $a = 2\zeta k_\omega$ 와  $b = k_\omega^2$ 이며,  $0 < \zeta < 1$ ,  $k_v$ ,  $k_\omega$ 는 모두 양의 상수이다. 이때 전체 출력 궤환 제어 시스템의 추종오차는 최종적으로 [7]에서와 같이 최종 유계성을 만족한다.

### 4. 모의실험

본 절에서는 외란이 존재하는 이동로봇에 대해 제안된 기법을 사용한 결과를 제시한다. 기구학은 (1)과 같고, 기구학 외란은  $\delta_v = k_v^T \xi$ ,  $\delta_w = k_w^T \xi$ 와 같이 설정하였다. 여기서  $\xi = [\tanh(v_e), \tanh(\omega_e)]^T$ ,  $k_v = [1, 0.5]^T$ ,  $k_w = [0.1, 0.2]^T$ 이다. 모의실험에서는 동역학의 외란 역시 존재한다고 가정하여 (11) 대신 다음과 같이 외란이 존재한다고 가정하였다.

$$H(q)\dot{z} + F(q, z) + \tau_d = \tau. \quad (15)$$

여기서

$$\tau_d = H(q)\underline{f}(v_c, \omega_c, t), \quad \underline{f}(v_c, \omega_c, t) = [\underline{f}_1(v_c, \omega_c, t), \underline{f}_2(v_c, \omega_c, t)]^T$$

는 외란이다. 이때 토크입력 (12)에 의해 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= u + \underline{f}(v_c, \omega_c, t) + F(q, \dot{z}) - F(q, z) \\ &= u + f(v_c, \omega_c, t). \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $f = [200\cos(t) + 10\tanh(v_c), 200\sin(t) + 10\tanh(\omega_c)]^T (N)$ 와 같이 가정하였고, 이의 보상을 위해 [7]의 외란 추정기를 사용하였다. 속도 및 가속도 제한 역시  $v_{\max} = 15m/sec$ ,  $\omega_{\max} = 20rad/sec$ ,  $\dot{v}_{\max} = 10m/sec^2$ ,  $\dot{\omega}_{\max} = 20rad/sec^2$ 로 설정하였고, 추정기 (6)의 설계변수는  $k_s = 500 \cdot I_{3 \times 3}$ ,  $\alpha = 1000 \cdot I_{3 \times 3}$ ,  $\gamma = 0.1 \cdot I_{3 \times 3}$ , 추정기 (5)의 초기추정치  $\hat{p}(0)$ 는 실제초기치  $p(0)$ 로 둘 수 있으며,  $\hat{g}$ 의 초기치는  $\hat{g}(0) = [\hat{g}_1(0), \hat{g}_2(0), \hat{g}_3(0)]^T = [0, 0, 0]^T$ 으로 두었다. 식 (10)의  $X$ ,  $Y$ 의 설계변수는  $k_p = 10$ ,  $\bar{k}_p = 0.01$ ,  $\epsilon = 1$ 이고, 제어기 (14)의 설계변수는  $k_v = 100$ ,  $k_\omega = 30$ ,  $\zeta = 0.7$ 이다.

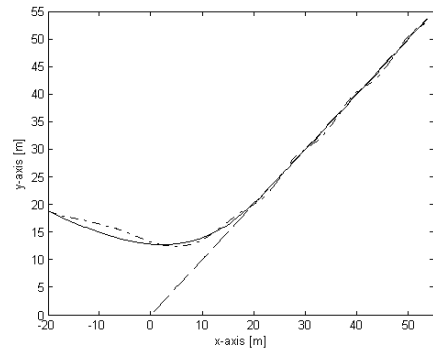
기준 궤적은 기준모델 (9)를 기반으로 설정하였으며 직선, 원, 사인파곡선 모두에 대해서도 만족스러운 성능을 보였는데 편의상

한 가지 궤적에 대한 결과만을 제시한다. 성능 비교를 위해 외란을 보상하는 제시된 방법과 외란 보상이 없는 결과를 비교한다. 그림 1을 보면 제시된 방법의 경우는 외란 및 속도 모두를 추정하여 성능 보상을 하고 있음을 알 수 있다.

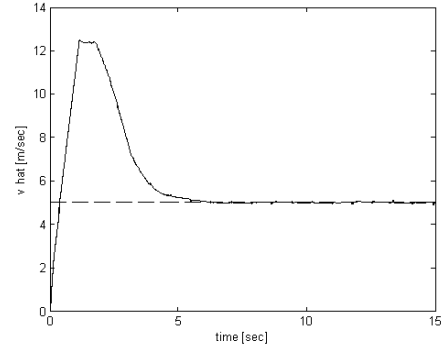
그림 1(a), 1(b)는 외란의 추종성능에 대한 영향을 충분히 보상할 수 있음을 보여주고 있고, 특히 위치추종 및 자세각 오차 역시 만족스러움을 알 수 있다. 자세각이 정확히 0이 안 되는 것은 기구학 외란 영향에 의한 것이다. 그림 1(c), 1(d)는 제안된 추정기의 추정 성능을 보여주는 것으로서 속도 및 외란이 포함된  $v_c + \delta_v$ 와  $\omega_c$ 의 추정치인  $\hat{v}_c$  및  $\hat{\omega}_c$ 의 결과를 비교할 때 두 값이 즉시 같아짐을 알 수 있다. 여기서 속도 및 추정치의 피크현상은 동역학 외란이 큰 값으로 설정되어 나타나는 현상이다. 이상의 결과로부터 제안된 이동로봇의 출력 궤환 추종 성능이 외란 및 속도, 가속도 제한하에서도 만족스러움을 알 수 있다.

### 5. 결 론

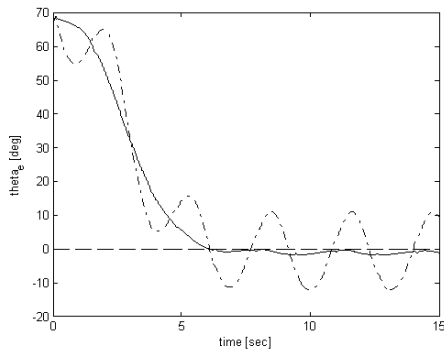
본 논문에서는 기구학 외란이 존재하는 이동로봇의 출력 궤환 제어 기법을 제시하였다. 기존의 동역학 기반 속도 추정기법과는 달리 기구학 및 동역학 모두에 외란이 존재하더라도 적용가능하



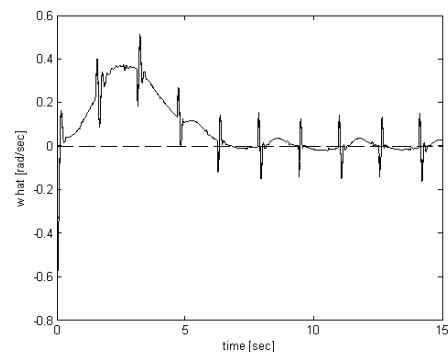
(a) x-y 궤적



(c) 속도 추정(파선:  $v_d$ , 실선:  $\hat{v}_c$ , 점선:  $v + \delta_v$ )



(b) 자세각 추종오차 ( $\theta_e$ )



(d) 속도 추정 (파선:  $\omega_d$ , 실선:  $\hat{\omega}$ , 점선:  $\omega$ )

그림 1 제안된 제어기의 추종 성능 ((a), (b): 파선: 기준, 실선: 제안된 제어기, 점선: 외란 보상이 없는 제어기.

Fig. 1 Performance of the proposed controller. (In (a), (b): dashed: reference, solid: proposed controller, dotted: nonadaptive controller without disturbance compensation.

다. 기존의 상태 궤환 추종 제어기법들은 속도 추정기법과 쉽게 결합하기 어려운데 반하여 제안된 추정기는 다양한 상태 궤환 제어기법과 결합이 가능하다는 점에서 장점이 크다고 할 수 있다. 모의실험의 결과를 통해서도 확인할 수 있듯이 상태변수의 시변 특성이 크더라도 추정 성능 및 이에 따른 추종 성능 역시 만족스럽게 유지됨을 알 수 있다. 이상의 결과들은 외란이 존재할 경우에도 유지된다는 점에서 볼 때 이동로봇이외에도 다양한 시스템에 적용을 시도해 볼 수 있을 것으로 기대된다. 천연하면 부언 1에서도 언급하였듯이 사용된 비선형 추정기의 한계가 있으므로 이를 극복하는 추정기 설계 역시 추후 연구로서 진행할 수 있을 것이다.

### 감사의 글

이 논문은 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(2014R1A2A1A11053153).

### References

[1] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki, and T. Noguchi, "A Stable Tracking Control Scheme for an Autonomous Mobile Robot," *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 384-389, Cincinnati, OH, 1990.

[2] C. Canudas de Wit and O. J. Sordalen, "Exponential Stabilization of Mobile Robot with Nonholonomic Constraints," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37, No. 11, pp. 1791-1797, Nov. 1992.

[3] D. Chwa, "Tracking Control of Differential-Drive Wheeled Mobile Robots using a Backstepping-like Feedback Linearization," *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, Part A*, Vol. 40, No. 6, pp. 1285- 1295, Nov. 2010.

[4] Z-. G. Hou, A-. M. Zou, L. Cheng, and M. Tan, "Adaptive Control of an Electrically Driven Nonholonomic Mobile Robot via Backstepping and Fuzzy Approach," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 17, No. 4, pp. 803-815, 2009.

[5] T. Das and I. N. Kar, "Design and Implementation of an Adaptive Fuzzy Logic-Based Controller for Wheeled Mobile Robots," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 14, No. 3, pp. 501-510, 2006.

[6] M. L. Corradini, T. Leo, and G. Orlando, "Robust Stabilization of a Mobile Robot Violating the Nonholonomic Constraint via Quasi-Sliding Modes," *Proceedings of the American Control Conference*, San

Diego, California, pp. 3935-3939, Jun. 1999.

[7] D. Chwa, "Fuzzy Adaptive Tracking Control of Wheeled Mobile Robots with State-Dependent Kinematic and Dynamic Disturbances," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 20, No. 3, pp. 587-593, Jun. 2012.

[8] S. S. Ge, Z. Wang, and T. H. Lee, "Adaptive stabilization of uncertain nonholonomic systems by state and output feedback," *Automatica*, vol. 39, no. 8, pp. 1451-1460, August 2003.

[9] B. S. Park, J. B. Park, and Y. H. Choi, "Adaptive Observer-based Trajectory Tracking Control of Nonholonomic Mobile Robots," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 9, no. 3, pp. 534-541, Jun. 2011.

[10] D. Chwa, A. Dani, and W. Dixon, "Range and Motion Estimation of a Monocular Camera using Static and Moving Objects," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 24, no. 4, pp. 1174-1518, Jul. 2016.

## 저 자 소 개



### 좌 동 경 (Dongkyoung Chwa)

1971년 12월 23일생. 1995년 서울대 제어계측공학과 졸업. 2001년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박). 2005년~현재 아주대 전자공학과 교수.

Tel : 031-219-1815

Fax : 031-212-9531

E-mail : dkchwa@ajou.ac.kr