

수중글라이더의 최적선형화 모델기반 강인제어기 설계

Optimal Linearization-Based Robust Controller Design for Underwater Glider

문지현* · 이호재*

(Ji Hyun Moon · Ho Jae Lee)

Abstract - This paper addresses a robust controller design technique for a nonlinear underwater glider with disturbances. We consider the buoyancy and pitching moment as control inputs, which generate additional nonlinearity on the plant dynamics. To deal with the nonlinearity, we utilize the optimal linearization technique. The conditions for the optimal linearization and the controller design are formulated in terms of matrix inequalities. The effectiveness of the proposed method is demonstrated through a simulation.

Key Words : Underwater glider, Optimal linearization, Linear matrix inequality, Robust control

1. 서론

과학기술의 급속한 발전에 기반한 산업화는 세계경제의 성장과 인류문명의 발달을 이끌었지만, 이와 동시에 막대한 에너지와 자원을 소비하였다. 육상자원이 점차 고갈되어 에너지의 공급이 수요를 충족하지 못하게 되자, 이를 대체할 수 있는 자원의 탐색 및 개발을 위한 기술이 나날이 증진되고 있다. 해양은 각종 지하 자원과 생물자원 등이 풍부하여 에너지 부족을 해결할 수 있을 것으로 기대한다. 그러나 인간이 직접 접근하기에는 위험요소가 많아, 원활한 해양탐사를 위해서 무인 수중운동체의 운용이 필요하다.

수중글라이더는 바다의 표층과 심층을 오가면서 원하는 지역으로 이동하도록 고안된 무인 해양탐사 로봇이다. 무인잠수정(autonomous underwater vehicle)은 프로펠러의 추진력으로 이동하지만, 수중글라이더는 해수의 유입-배출에 의한 부력조절과, 내부의 질량이동과 날개의 움직임에 의한 모멘트변화에 의한 추진력으로 이동한다. 즉, 별도의 추진체를 이용하지 않아 에너지 소모가 적어, 장시간, 장거리의 해양탐사에 적합하다.

수중글라이더의 동역학은 복잡한 비선형성을 포함한다. 이러한 비선형시스템을 선형제어기반으로 제어한다면 제어성능뿐 아니라 시스템의 안정도도 보장하지 못하는 경우가 많다[1]. 이와 같은 설계적 어려움에도 불구하고, 수중글라이더의 에너지효율 측면에서의 장점들은 활발한 연구결과가 도출되게 하였다[2-4]. 참고 문헌 [5]는 자세제어를 위하여 내부 이동질량의 선형운동을 포

함한 수중글라이더의 모델링을 연구하였으며, [6]은 수중글라이더를 구성하는 파라미터들을 연구하였다. [7, 8]에서는 특이섭동(singular perturbation) 기법을 이용하여, 수직면에서 동작하는 수중글라이더를 느린 동역학과 빠른 동역학으로 구분하고 제어기를 설계하였다. [9]에서는 수중글라이더의 제어기를 설계하기 위하여 피드백선형화 기법을 사용하였다. 하지만 동역학이 부분적으로만 선형화되고 여기서 발생하는 근사화오차때문에 전역안정도가 보장되지 않는다. [10, 11]에서는 전역안정도를 보장하기 위해 수중글라이더의 전체동역학을 선형화하여 제어기를 설계했지만, 선형화를 위한 출력변수의 설정이 현실적이지 않다는 단점이 있다.

본 논문은 외란을 고려한 비선형 수중글라이더를 위한 최적선형화(optimal linearization)기반 제어기 설계기법을 제안한다. 최적선형화 기법이란 임의의 동작점에서 비선형시스템의 동특성을 최대로 보장하는 선형모델을 제공하는 기법이다 [12]. 먼저 수중글라이더의 동역학을 모델링하고, 모델방정식을 단순화하기 위해 몇 가지 가정을 도입한다. 최적선형화 기법을 이용하여 수중글라이더의 선형모델을 도출하고 이를 기반으로 제어기를 설계한다. 비선형모델의 최적선형화 및 제어기 설계조건은 선형행렬부등식(linear matrix inequality)으로 유도되며, 모의실험을 통해 제안한 기법의 효용성을 확인한다.

2. 수중글라이더의 모델

본 논문에서 다루는 수중글라이더 모델은 [8]에서 뉴턴역학으로 유도된 비선형모델이다. 수중글라이더는 그림 1에 보이듯이 고정된 날개(wing)와 꼬리날개(tail)를 갖는 타원형의 강체(rigid body)로 구성되며, 다음과 같이 수직면(vertical plane)에서의 운동만을 가정한다.

* Corresponding Author : Dept. of Electronic Engineering, Inha University, Incheon, Korea
E-mail: mylchi@inha.ac.kr

* Dept. of Electronic Engineering, Inha University, Incheon, Korea

Received : August 2, 2016; Accepted : November 10, 2016

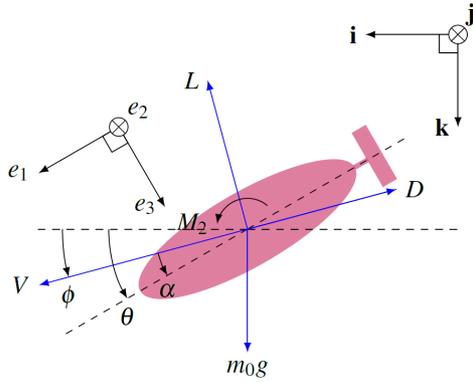


그림 1 수중글라이더
Fig. 1 Underwater glider

가정 1: 수중글라이더의 동체(body)는 수직면을 기준으로 좌우 대칭(symmetric)이고 질량은 균일하게 분포(uniformly distributed) 되어 있으며, 수평(horizontal) 방향에서의 외란(disturbance)에는 영향받지 않는다.

수중글라이더의 운동방정식을 유도하기 위해 지구고정좌표계 $\{i, j, k\} \in \mathbb{R}^3$ 와 동체기준좌표계 $e_i \in \mathbb{R}^3, i \in \mathcal{J} := \{1, 2, 3\}$ 를 도입하며, 동체기준좌표계의 원점은 동체의 무게중심(center of gravity)에 위치한다. 벡터들 e_i 는 각각 동체의 머리방향, 지면(paper)의 아래방향, 동체의 수직 아래방향의 단위벡터이며 오른손 법칙을 따른다. 위의 두 좌표계를 기준으로 $\phi \in \mathbb{R}$ 는 경로각, $\theta \in \mathbb{R}$ 는 피치각, $\alpha \in \mathbb{R}$ 는 받음각을 나타낸다. 여기서 ϕ 와 θ 는 i 축에 대하여 각각 경로방향과의 각도 그리고 e_1 축과의 각도를 나타내며, $\alpha := \theta - \phi$ 이다.

가정 2: 수중글라이더는 주변 유체의 관성이 수중글라이더의 동역학에 미치는 영향이 거의 없을만큼 천천히 이동하며, 내부 이동질량체는 부력중심(center of buoyancy)에 고정되어 있다.

수중글라이더는 별도의 추진체 없이 내부 이동질량체 및 승강타와 부력조절장치를 통해 병진운동과 회전운동을 유도하여 선체의 하강과 상승을 반복함으로써 전진방향의 추진력을 얻는다. 이를 위해 본 논문에서는 부력 제어입력 u_1 을 도입하고, 가정 2를 고려하여 내부 이동질량체 대신 승강타(elevator)를 이용한 피칭 모멘트 제어입력 u_2 를 사용한다. 제어입력 u_2 에 의해 동체에 추가적으로 작용하는 힘은 결합계수(coupling factor) $\delta \in \mathbb{R}$ 를 이용하여 e_3 방향의 상호작용 힘 $\delta V^2 u_2$ 으로 고려한다. 양력(lift force)과 항력(drag force)은 유도된 추진력에 대한 유체력(hydrodynamic force)으로서 각각 $L \in \mathbb{R}_{>0}$ 과 $D \in \mathbb{R}_{>0}$ 로 나타내며, 경로방향에 대하여 수직 윗방향과 반대방향으로 작용한다. $V \in \mathbb{R}$ 는 경로방향의 속도(velocity), $M_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ 는 e_2 축에 대한 모멘트(moment)를 나타낸다.

부력조절장치 u_1 은 수중글라이더의 부피를 조절하여 $m_0 = m_g - m_w$

의 값을 제어할 수 있으며, 여기서 m_g 는 수중글라이더의 총 질량, m_w 는 수중글라이더의 부피와 동일한 물의 질량을 나타낸다. 가정 1과 2에 의해 수중글라이더의 무게중심과 부력중심이 일치하므로, 부력과 중력은 m_0 에 대하여 동일한 원점을 갖는 힘으로 고려할 수 있다 [13]. 이 때, 수중글라이더에 작용하는 유체력은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} D &= (\kappa_{D_0} + \kappa_D \alpha^2) V^2 \\ L &= (\kappa_{L_0} + \kappa_L \alpha) V^2 \\ M_2 &= (\kappa_{M_0} + \kappa_M \alpha + \kappa_q \Omega) V^2 \end{aligned}$$

여기서 κ_{D_0}, κ_D 는 항력계수(drag coefficient), κ_{L_0}, κ_L 는 양력계수(lift coefficient), κ_{M_0}, κ_M 는 피치모멘트(pitch moment)계수, κ_q 는 피칭감쇠(pitching damping)계수이며, Ω 는 e_2 축에 대한 각속도(angular velocity)이다.

가정 2에 의해 e_1 과 e_3 축의 부가질량(added mass)은 고려하지 않는다. 뉴턴 제2법칙과 운동량방정식(momentum equation)을 사용하면 수중글라이더의 동역학은 다음과 같이 영-평형점을 갖는 비선형 상태방정식으로 나타낼 수 있다 [8,11].

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1)$$

여기서 $x \in \mathbb{R}^5$ 는 상태변수, $u \in \mathbb{R}^2$ 는 제어입력이다. 상태변수를 세부적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1 &:= V - V_e, & x_2 &:= \phi - \phi_e, & x_3 &:= m_0 - m_{0e} \\ x_4 &:= \alpha - \alpha_e, & x_5 &:= \frac{\kappa_q}{\kappa_M} \Omega \end{aligned}$$

여기서 아래첨자 ‘e’는 각 변수에 대하여 평형점을 나타내기 위해 사용된다. 참고문헌 [8,13]에 의하면 각 상태변수의 평형점은 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$\begin{aligned} V_e &:= \left(\frac{|m_0 g|}{\sqrt{\kappa_{D_e}^2 + \kappa_{L_e}^2}} \right), & \phi_e &:= \arctan \left(-\frac{\kappa_{D_e}}{\kappa_{L_e}} \right) \\ m_{0e} &:= \pm \frac{\sqrt{\kappa_{D_e}^2 + \kappa_{L_e}^2} V_e^2}{g}, & \alpha_e &:= -\frac{\kappa_{M_0}}{\kappa_M}, & \Omega_e &:= 0 \end{aligned}$$

여기서 g 는 중력가속도이고 $\kappa_{D_e} := \kappa_{D_0} + \kappa_D \alpha_e^2, \kappa_{L_e} := \kappa_{L_0} + \kappa_L \alpha_e$ 이며, m_{0e} 는 항상 ϕ_e 와 반대의 부호를 갖는다. 제어입력을 다음과 같이 설정하자.

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \tilde{u}_2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 - u_{2e} \end{bmatrix}$$

여기서

$$u_{2e} := \frac{\kappa_{M_0}}{\kappa_M} + \alpha_e$$

이다. 위 제어입력을 이용하면 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \\ g_{31} & g_{32} \\ g_{41} & g_{42} \\ g_{51} & g_{52} \end{bmatrix}$$

여기서

$$\begin{aligned} f_1 &:= -\frac{1}{m}((x_3 + m_{0e})g \sin(x_2 + \phi_e) + D \\ &\quad - \delta u_{2e}(x_1 + V_e)^2 \sin(x_4 + \alpha_e)) \\ f_2 &:= \frac{1}{m(x_1 + V_e)}(-x_3 + m_{0e})g \cos(x_2 + \phi_e) + L \\ &\quad + \delta u_{2e}(x_1 + V_e)^2 \cos(x_4 + \alpha_e) \\ f_3 &:= 0 \\ f_4 &:= \frac{\kappa_M}{\kappa_q} x_5 - f_2 \\ f_5 &:= \frac{\kappa_q}{J}(x_4 + x_5)(x_1 + V_e)^2 \\ g_{11} &= g_{21} = g_{41} = g_{51} = g_{32} := 0 \\ g_{31} &:= 1 \\ g_{12} &:= \frac{1}{m} \delta (x_1 + V_e)^2 \sin(x_4 + \alpha_e) \\ g_{22} &:= \frac{1}{m} \delta (x_1 + V_e) \cos(x_4 + \alpha_e) \\ g_{42} &:= -g_{22} \\ g_{52} &:= -\frac{\kappa_q}{J}(x_1 + V_e)^2 \end{aligned}$$

이며, J 는 e_2 축에 대한 관성모멘트(moment of inertia)를 의미한다.

3. 수중글라이더의 최적선형화 모델기반 제어기 설계

3.1 최적선형화 기법

수중글라이더 동역학 (1)의 동작점(operating point)이 $x_{op} \in \mathbb{R}^5$ 로 주어진다고 가정하자. 동작점 x_{op} 에 대하여 수중글라이더의 비선형시스템을 최적으로 묘사(describing)하는 선형시스템을 찾기 위해, 적절한 차원을 갖는 선형시스템의 행렬쌍(matrix pair) (A, B) 가 u 에 대하여 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} f(x) + g(x)u &\approx Ax + Bu \\ f(x_{op}) + g(x_{op})u &= Ax_{op} + Bu \end{aligned}$$

여기서 u 는 임의로 설계할 수 있는 값이므로, $B = g(x_{op})$ 로 설정할 수 있다. 따라서 위 조건은 다음의 방정식

$$f(x) = Ax + \tilde{\varepsilon} \quad (2)$$

$$f(x_{op}) = Ax_{op} \quad (3)$$

을 만족하는 모델링오차 $\tilde{\varepsilon} \in \mathbb{R}^n$ 를 최소화시키는 문제로 단순화할

수 있다. 식 (2)의 $f(x)$ 는 x_{op} 에서 테일러급수 전개에 의하여 다음과 같이 근사화 가능하다.

$$f(x) = f(x_{op}) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_{op}} (x - x_{op}) + \mathcal{O}((x - x_{op})^2) \quad (4)$$

여기서 $\mathcal{O}(\cdot)$ 는 고차항(high-order term)을 의미한다. 식 (2)를 이용하면, (4)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x_{op}) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_{op}} (x - x_{op}) + \mathcal{O}((x - x_{op})^2) = Ax + \tilde{\varepsilon}$$

식 (3)을 위 식에 대입한 후 정리하면 다음과 같다.

$$\left(\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_{op}} - A \right) (x - x_{op}) = \varepsilon \quad (5)$$

여기서 $\varepsilon = \tilde{\varepsilon} - \mathcal{O}((x - x_{op})^2)$ 은 총 모델링 오차이다. 따라서, (3)을 만족하면서 $\|\partial f / \partial x|_{x_{op}} - A\|_2$ 를 최소화할 수 있는 A 를 찾을 수 있다면 ε 을 최소화 할 수 있으며, x_{op} 에 대하여 (1)에 근사한 선형 모델을 얻을 수 있다. 이 문제는 볼록(convex)최적화문제이므로 선형행렬부등식 기법을 이용하거나 [12], 라그랑지승수(lagrange multiplier) 기법을 사용하여 최적해를 구할 수 있다 [14].

3.2 최적선형화 모델기반 강인제어기 설계

외란을 고려한 다음 형태의 수중글라이더의 동역학 (1)을 고려하자.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + d(x)w \quad (6)$$

여기서 $d(x) \in \mathbb{R}^n$ 는 x 로 구성된 비선형함수이며, $w \in \mathbb{R}^m$ 는 \mathcal{L}_2 -공간에 속하는 외란이다.

적절한 크기의 샘플링 주기 $T \in \mathbb{R}_{>0}$ 에 대하여 동작점의 집합을 다음과 같이 정의하자.

$$\Lambda_T := \{x(kT) : k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}\}$$

본 절의 목적은 (6)에 대하여 다음 형태의 최적선형화 모델을 구하고

$$\dot{x} = A_k x + B_k u + D_k w \quad (7)$$

w 에 강인한 제어기를 설계하는 것이다. 시간구간 $[kT, kT + T)$ 에서 (7)을 점근적으로 안정화하기 위한 다음 형태의 제어기를 도입하면

$$u = K_k x \quad (8)$$

폐루프 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x} = (A_k + B_k K_k)x + D_k w \quad (9)$$

3.1절의 최적선형화 기법을 통해 (6)의 $d(x)$ 에서 $x_k \in \Lambda_k$ 에 대하여 다음의 두 조건

$$\begin{aligned} d(x) &\approx \bar{D}_k x \\ d(x_k) &= \bar{D}_k x_k \end{aligned}$$

을 만족하는 행렬 $\bar{D}_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 를 찾을 수 있다. 따라서 (9)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\dot{x} = (A_k + B_k K_k)x + (\bar{D}_k x_k)w \quad (10)$$

식 (10)에 대한 \mathcal{H}_∞ 제어는 다음 정의를 따른다.

정의 1([15]): 임의의 상수 $\gamma \in \mathbb{R}_{>0}$ 에 대하여 다음을 만족한다면 시스템 (7)은 외란 w 에 대한 상태변수 x 의 \mathcal{H}_∞ 제어성능을 만족한다.

- (C1) $w = 0$ 에 대하여 시스템 (7)은 점근적으로 안정하다.
- (C2) $\|x\|_{\mathcal{L}_2} < \gamma \|w\|_{\mathcal{L}_2}$

정리 1: 주어진 $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\} \in \mathbb{R}_{>0}$ 에 대하여, 다음의 선형행렬 부등식을 만족하는 행렬들 $X_k = X_k^T > 0$, A_k , \bar{D}_k , M_k 와 상수 $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ 가 존재한다면, (7)로 표현되는 최적선형화 모델을 얻을 수 있으며 제어기 (8)은 페루프시스템 (10)의 점근적 안정성과 \mathcal{H}_∞ 성능을 보장한다.

MP 1: *Minimize* $\alpha_1 + \alpha_2$ subject to A_k, X_k, M_k

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1 I & * \\ \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_k} - A_k & -\alpha_1 I \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

$$f(x_k) = A_k x_k \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha_2 I & * \\ \frac{\partial d}{\partial x} \Big|_{x_k} - \bar{D}_k & -\alpha_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

$$d(x_k) = \bar{D}_k x_k \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} -x_{k-1}^T (X_k^{-1} - \sigma_3 T I) x_{k-1} & * \\ x_k & -X_k \end{bmatrix} \preceq 0 \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He} \{ A_k X_k + B_k M_k \} & * & * \\ x_k^T \bar{D}_k^T & -\gamma^2 I & * \\ X_k & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

$$\sigma_2^{-1} I \preceq X_k \preceq \sigma_1^{-1} I \quad (17)$$

$$X_k \preceq \sigma_3^{-1} T^{-1} I \quad (18)$$

여기서 시점 kT 에서 사용되는 양한정 행렬 X_{k-1} 은 $k \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$ 인 경우 시점 $kT - T$ 의 동작점의 MP 1을 이용하여 결정되며, $k = 0$ 인 경우 최적선형화 조건인 (11), (12)만을 사용한다.

증명: 시스템 (6)의 $f(x)$ 와 집합 Λ_T 에 대하여, (5)에서 제시한 모델링오차 ε 를 최소화시키는 문제는 (12)와 다음의 부등식

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_k} - A_k \right)^T * < \alpha^2 I \quad (19)$$

이 만족하도록 α 를 최소화하는 문제와 동치이다. 식 (19)에 대하여 슈어여수법(Schur complement)을 사용하면 (11)이 유도된다. 식 (13)과 (14) 또한 위와 동일한 방법으로 유도가 가능하다. 최적선형화 모델의 안정도를 보장하기 위해, (16), (17)과 다음의 부등식

$$\frac{V_1(x_k) - V_1(x_{k-1})}{T} < -\sigma_3 \|x_{k-1}\|^2$$

을 만족하는 리아푸노프(Lyapunov) 함수 $V(x) = x^T X_k^{-1} x$ 를 도입하자. 위 식은 다음과 같이 전개되며

$$x_k^T X_k^{-1} x_k - x_{k-1}^T X_{k-1}^{-1} x_{k-1} + \sigma_3 T \|x_{k-1}\|^2 < 0$$

(15)와 동치이다. 식 (18)은 (15)의 가해성(feasibility)을 보장하는 조건이다.

다음으로 정의 1의 (C2)를 만족하는 설계조건을 구하기 위해 다음 형태의 해밀턴-자코비-벨만(Hamilton-Jacobi-Bellman) 부등식을 도입하자.

$$\|x\|^2 - \gamma^2 \|w\|^2 + \dot{V} < 0 \quad (20)$$

식 (20)을 적분하면 다음의 동치관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \|x\|^2 d\tau - \gamma^2 \int_0^\infty \|w\|^2 d\tau &< V(x(0)) - V(x(\infty)) \\ &\leq V(x(0)) = 0 \end{aligned}$$

이는 (C2) \Leftrightarrow (20)를 의미한다. 슈어여수법을 사용하여 (20)을 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \text{He} \{ X_k^{-1} (A_k + B_k K_k) \} & * & * \\ x_k^T \bar{D}_k^T X_k^{-1} & -\gamma^2 I & * \\ I & 0 & -I \end{bmatrix} < 0$$

여기서 $\text{diag}\{X_k, I, I\}$ 에 의한 쾨그루언스 변환(congruence transformation) 후 변수치환 $M_k = K_k X_k$ 을 하면 (16)이 유도된다. 이는 또한 (7)의 점근적 안정도를 보장하므로 정의 1의 (C1)을 만족한다.

참고 1: MP 1의 (16)은 A_k 와 X_k 가 변수이므로 양선형행렬부등식(bilinear matrix inequality)이다. 이는 비볼록(nonconvex) 문제이므로 일반적으로 해를 구하기 어렵다. 따라서 본 논문에서는 먼저 A_k 를 고정한 후 X_k , M_k 를 구하고, 얻어진 X_k 를 고정한 후 다시 A_k 와 M_k 를 구하는 방식의 반복적인 선형행렬부등식을 구성하여 MP 1의 최적화 문제를 푼다.

4. 모의실험

이 절에서는 외란을 고려한 수증글라이더 (6)에 대하여 모의실험을 진행한다. 수증글라이더의 파라미터는 참고문헌 [8]의 것을

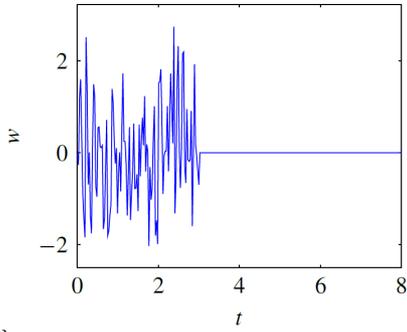


그림 2 외란
Fig. 2 Disturbance

차용한다.

$$\begin{aligned}
 g &= 9.8 \text{ m/s}^2, & m &= 28 \text{ kg}, & m_{0c} &= 1.46 \text{ kg} \\
 J &= 0.1 \text{ kg m}^2, & \kappa_{L_0} &= 0 \text{ kg/m}, & \kappa_L &= 300 \text{ kg/m} \\
 \kappa_q &= -5 \text{ Nms}, & \kappa_{D_0} &= 10 \text{ kg/m}, & \kappa_D &= 100 \text{ kg/m} \\
 \kappa_{M_0} &= 1 \text{ Nm}, & \kappa_M &= -40 \text{ Nm}, & \delta &= 0.3 \\
 V_e &= 1 \text{ m/s}, & \phi_e &= 0.7854 \text{ rad} \\
 \alpha_e &= -0.0337 \text{ rad}, & \Omega_e &= 0 \text{ rad/s}.
 \end{aligned}$$

식 (6)에서 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 (1)과 동일하며, 외란 w 는 그림 2와 같이 시간구간 $t \in [0, 3)$ 에서 불규칙하게 발생하는 백색 잡음(white noise)이다. 외란항의 $d(x)$ 는 다음과 같이 가정한다.

$$d(x) := [2\sin(x_2) \quad x_4 \quad x_3 \quad 0 \quad x_1^2]^T$$

정리 1을 기반으로 위 비선형모델에 대한 최적선형화 모델을 구하고, 이 선형모델의 안정도를 보장하는 제어를 설계하기 위해 다음 형태의 평가함수(cost function)

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

를 최소화하는 선형최적제어 기법을 사용한다. 여기서 가중치행렬 Q 와 R 은 다음과 같이 설정한다.

$$Q = \text{diag}\{0.4, 0.1, 1, 0.1, 1\}, \quad R = \text{diag}\{0.3, 1\}$$

이를 정리 1에 적용하기 위해, MP 1의 (16)을 다음의 조건으로 대체한다.

$$\begin{bmatrix}
 \text{He} \{A_k X_k + B_k X_k\} & * & * & * \\
 x_k^T \bar{D}_k^T & -\gamma^2 I & * & * \\
 X_k & 0 & -Q^{-1} & * \\
 M_k & 0 & 0 & -R^{-1}
 \end{bmatrix} \prec 0$$

여기서 $\gamma = 1.9$ 로 선정하였다. 초기값은 다음과 같다.

$$(V, \phi, m_0, \alpha, \Omega)(0) = (2, -1.0472, 1.5500, 0.0087, 0.0187)$$

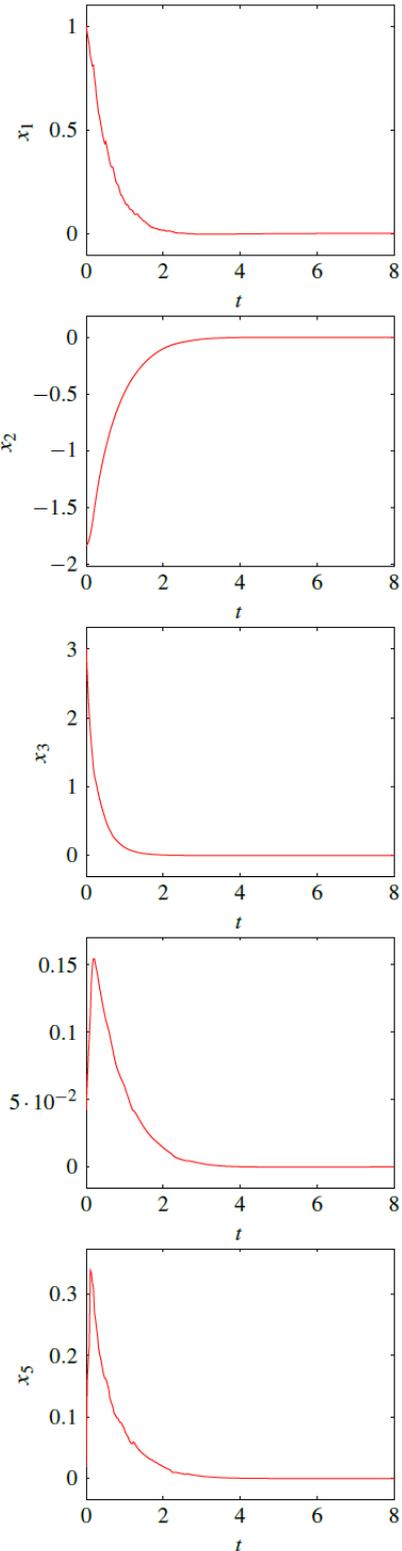


그림 3 수중글라이더 상태변수들의 시간응답
Fig. 3 Time responses for the states of the underwater glider

$T = 0.1$ s인 경우, (6)의 상태변수들의 시간응답을 그림 3에 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이, (8)에 의한 (6)의 상태변수들이 외란에도 불구하고 영-평형점으로 수렴하는 모습을 확인할 수 있다. 그림 4에서는 제어된 페루프 시스템이 주어진 γ 에 대하여 \mathcal{H}_∞ 성능을 만족하고 있음을 알 수 있다.

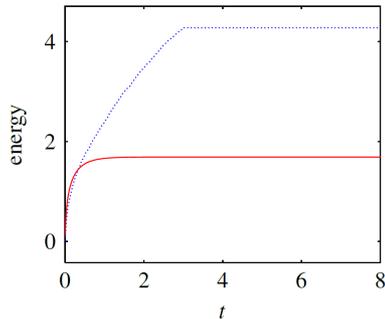


그림 4 에너지의 시간응답 (적색-실선: 상태변수, 청색-점선: 외란)

Fig. 4 Time responses of the energy (red: states, blue-dotted: disturbance)

5. 결 론

본 논문은 외란을 포함한 수중글라이더의 비선형모델을 대상으로 최적선형화 기법을 도입하여 임의의 동작점에서 선형 모델을 획득하였으며, 이를 기반으로 \mathcal{H}_∞ 성능을 만족하는 제어를 설계하였다. 이를 위해 수중글라이더의 모델링 과정에 대하여 논의하였으며, 이에 대한 영-평형점 비선형모델을 도출하였다. 모의 실험을 통해 최적선형화 모델기반 제어가 비선형모델에서도 제어 목적을 잘 달성할 수 있음을 보여 제안한 기법의 효과를 입증하였다.

감사의 글

이 논문은 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No.NRF-2014R1A2A2A01005664)

References

[1] J.-J. E. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991, vol. 199, no. 1.
 [2] P. Bhatta, "Nonlinear stability and control of gliding vehicles," Ph.D. dissertation, Princeton University, 2006.
 [3] F. Zhang, "Modeling, design and control of gliding

robotic fish," Ph.D. dissertation, Michigan State University, 2014.
 [4] C. C. Eriksen, T. J. Osse, R. D. Light, T. Wen, T. W. Lehman, P. L. Sabin, J. W. Ballard, and A. M. Chiodi, "Seaglider: A long-range autonomous underwater vehicle for oceanographic research," IEEE J. Ocean. Eng., vol. 26, no. 4, pp. 424-36, 2001.
 [5] N. E. Leonard and J. G. Graver, "Model-based feedback control of autonomous underwater gliders," IEEE J. Ocean. Eng., vol. 26, no. 4, pp. 633-645, 2001.
 [6] J. G. Graver, R. Bachmayer, and N. E. Leonard, "Underwater glider model parameter identification," in 13th International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology, 2003.
 [7] P. Bhatta and N. E. Leonard, "A lyapunov function for vehicles with lift and drag: Stability of gliding," in Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control, 2004, pp. 4101-106.
 [8] P. Bhatta and N. E. Leonard, "Nonlinear gliding stability and control for vehicles with hydrodynamic forcing," Automatica, vol. 44, pp. 1240-250, 2008.
 [9] P. Bhatta and N. E. Leonard, "Stabilization and coordination of underwater gliders," in Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, 2002, pp. 2081-2086.
 [10] S. C. Jee, H. J. Lee, M. H. Kim, and J. H. Moon, "Stabilization of underwater glider by buoyancy and moment control: Feedback linearization approach," Journal of Ocean Engineering and Technology (in Korean), vol. 28, no. 6, pp. 546-551, 2014.
 [11] J. H. Moon, S. C. Jee, and H. J. Lee, "Output-feedback control of underwater gliders by buoyancy and pitching moment control: Feedback linearization approach," Int. J. Control Autom. Syst., vol. 14, no. 1, pp. 255-62, 2016.
 [12] H. J. Lee, L. S. Shieh, and D. W. Kim, "Digital control of nonlinear systems: optimal linearisation-based digital redesign approach," IET Contrl Theory Appl., vol. 2, no. 4, pp. 337-51, 2008.
 [13] F. Zhang, X. Tan, and H. K. Khalil, "Passivitybased controller design for stablization of underwater gliders," American Control Conference (ACC), pp. 5408-413, 2012.
 [14] S.-M. Guo, L. S. Shieh, G. Chen, and C.-F. Lin, "Effective chaotic orbit tracker: A prediction-based digital redesign approach," IEEE Trans. Circuits Syst., vol. 47, no. 11, pp. 1557-570, 2000.
 [15] Z. Wang, B. Huang, and H. Unbehauen, "Robust H_∞ observer design of linear time-delay systems with parametric uncertainty," Syst. Control Lett., vol. 42, no. 4, pp. 303-12, 2001.

저 자 소 개



문 지 현 (Ji Hyun Moon)

2012년 인하대 전자공학과 졸업. 2014년 동 대학원 석사. 2014년~현재 동 대학원 박사. 관심분야는 퍼지제어, 디지털 재설계, 다개체 시스템



이 호 재 (Ho Jae Lee)

1998년 연세대 전기공학과 졸업. 2000년 동 대학원 석사. 2004년 동 대학원 박사. 2005년 University of Houston, Houston, Tx, USA 방문조교수. 2006년~현재 인하대학교 전자공학과 부교수. 관심분야는 비선형 샘플치 제어, 편대비행 제어, 디지털 재설계