

이진 섭동과 에프터버너 LDPC 복호기의 동등성

이 현 재*, 백 은 총*, 김 상 호^o

Equivalence of Binary Perturbation and Afterburner LDPC Decoder

Hyunjae Lee*, Eun Chong Baek*,
Sang-Hyo Kim^o

요 약

본 논문은 짧은 길이의 LDPC 부호의 복호 성능을 위해 제안된 이진 섭동 복호기와 에프터버너 복호기가 동등함을 증명하였다.

Key Words : Low-density parity check codes, maximal length sequence, binary noise

ABSTRACT

In this letter, we prove equivalence of the Binary perturbation and Afterburner LDPC decoder that are proposed for improving the decoding performance in short length LDPC codes.

I. 서 론

저밀도 패리티 검사(low density parity check; LDPC) 부호는 샤논 한계(Shannon limit)에 근접하는 우수한 성능의 부호로 통신, 네트워크, 방송 등 다양한 분야에서 활용되고 있다. LDPC 부호의 복호는 합곱 알고리즘(sum-product algorithm; SPA), 최소합(min-sum algorithm; MSA) 알고리즘과 같은 메시지 반복 전송(message passing) 기법을 이용하여 수행한다. 하지만 짧은 길이 LDPC 부호의 경우 메시지 반복 전송 기법으로 복호를 수행하게 되면 테너 그래프 내

짧은 길이의 사이클로 인하여 복호 성능 결과가 좋지 않다¹⁾.

짧은 길이 LDPC 부호의 복호 성능을 개선하기 위하여 섭동, SMS(saturated min-sum), 에프터버너와 같은 LDPC 복호기들이 제안되었다²⁻⁴⁾. 섭동 복호기는 LDPC 부호와 순환 중복 검사(Cyclic redundancy check, CRC) 부호를 연결하여 사용하며, LDPC 부호의 복호 실패 시 가우시안 잡음을 이용해 복호 시작점을 변경해가며 유효한 부호어를 탐색한다²⁾. 이진 섭동 복호기는 가우시안 잡음 대신 이진 잡음을 사용하여 섭동 복호기보다 복잡도를 낮춘 복호기이다³⁾.

SMS 복호기는 채널로부터 수신 받은 신호에서 신뢰도가 낮은 비트에 최대 또는 최소 크기의 LLR (Log likelihood ratio) 값을 대입하여 유효한 부호어를 탐색한다. 유효한 부호어가 다수인 경우 유클리드 거리를 비교하여 최소 거리의 부호어를 선정한다. 하지만 SMS 복호기는 LDPC 부호의 복호 횟수가 큰 단점이 있으며, 이를 개선한 것이 에프터버너 복호기이다. 수신 신호에 MSA 복호기로 먼저 복호를 수행해서 복호 성공 여부에 따라 SMS 복호기의 동작을 결정한다⁴⁾.

본 논문에서는 M-시퀀스를 이용한 이진 섭동 복호기의 잡음 패턴 및 크기를 변경한 특수한 경우에 에프터버너 복호기와 동등함을 증명한다.

II. 매개변수화 LDPC 부호 복호기

2.1 이진 섭동 복호기

이진 섭동 복호기는 이진 잡음을 이용하여 복호 성능을 향상시키며, 잡음 생성 요소들을 변수로 갖는 매개변수화 된 LDPC 복호기이다. LDPC 부호와 CRC 부호가 연결된 부호를 사용하며, CRC 부호는 LDPC 부호의 미발견 오류를 탐지하는 역할을 한다. LDPC 부호의 복호는 SPA와 MSA 알고리즘 모두 적용 가능하지만 SPA만 적용하는 것을 가정한다.

수신 신호 $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ 는 LLR 벡터로 섭동 동작은 y 가 SPA 복호 실패 또는 CRC 검사 시 오류가 발견되면 수행한다. 우선, 이진 잡음을 더할 L 개의 비트를 선정한다. 비트를 선정하는 방식은 임의 선택, 최소 신뢰도 비교 등 다양한 방법을 적용할 수 있다. 선정된 L 개의 비트 $P = (y_{P1}, y_{P2}, \dots, y_{PL})$ 에 특정 난수 생성

* 본 연구는 방위사업청 및 국방과학연구소의 재원에 의해 설립된 신호정보 특화연구센터 사업의 지원을 받아 수행되었음.

• First Author : College of Information and Communication Engineering, Sungkyunkwan University, dlguswo77@skku.edu, 학생회원

◦ Corresponding Author : College of Information and Communication Engineering, Sungkyunkwan University, iamshkim@skku.edu, 종신회원

* College of Information and Communication Engineering, Sungkyunkwan University, bec90@skku.edu, 학생회원

논문번호 : KICS2016-11-344, Received November 8, 2016; Revised November 28, 2016; Accepted November 28, 2016

알고리즘 1: 이진 선택 복호기

```

입력: 채널을 통해 전달된 LLR 벡터  $\mathbf{y}$ ,
       $L$ 개의 선택 비트
출력: 복호된 부호어  $\hat{c}$ 
1: LDPC 복호, CRC 검사 수행
2:   if LDPC 복호, CRC 검사 성공 then
3:     반복 수행 중단 goto 11
4:   else
5:     for  $k=1, \dots, I_{max}$  do
6:        $L$ 개 선택 비트 선정
7:       이진 잡음 생성( $n^k$ ) 후
8:       수신 신호  $\mathbf{y}$ 에 추가
9:       if LDPC 복호, CRC 검사 성공 then
10:        반복 수행 중단 goto 11
11:      end if
12:    end for
13:  end if
14: 부호어  $\hat{c}$  출력
    
```

성기 또는 M -시퀀스를 이용하여 $\{\pm\sigma^2\}$ 의 이진 잡음 $n^k = \{n_1^k, n_2^k, \dots, n_L^k\}$, $k = 1, \dots, I_{max}$ 을 생성한다. M -시퀀스는 원시 다항식에 따라 2^M-1 주기의 시퀀스 $\mathbf{m}_{(q=M)}$ 가 생성되고, 크기가 t 인 슬라이딩 윈도우를 이용해서 시퀀스로부터 이진 패턴 $m_q(i)$, $i = 1, \dots, 2^M-1$ 을 얻을 수 있다. M 과 슬라이딩 윈도우의 크기가 같은 경우 스펙 특성에 따라 모든 성분이 0인 패턴을 제외한 크기가 M 인 2^M-1 개의 이진 패턴을 추출 할 수 있다. 따라서 M -시퀀스에서 L 을 M 과 t 에 대입하면, $n^k = \{\mathbf{m}_{(q=M)}(1), \mathbf{m}_{(q=M)}(2), \dots, \mathbf{m}_{(q=M)}(2^M-1)\}$ 이 만들어지고, 패턴에 따라 이진 잡음을 생성하게 된다. 패턴의 성분이 1인 경우에는 선택 비트의 LLR 부호와 반대로, 0인 경우 선택비트의 LLR 부호와 동일한 부호로 크기는 σ^2 인 이진 잡음을 추가한다.

$$y_i^k = \begin{cases} y_i + n_i^k & i \in P \\ y_i & others \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

이진 잡음의 크기는 σ^2 는 최대 ∞ 까지 설정할 수 있다. 이진 잡음이 더해진 신호에 다시 복호를 수행하며, 유효한 부호어를 탐색 할 때까지 선택 과정은 최대 2^M-1 번 반복한다.

이진 선택 복호기는 이진 잡음의 개수(L), 잡음 크기(σ^2), 시퀀스 생성 방법(\mathbf{m}_q), 최대 선택 반복횟수(I_{max})등의 요소를 변수로 갖는 $Bpert(L, \sigma^2, \mathbf{m}_q, I_{max})$ 를 정의 할 수 있으며, 생성 방법에서 $q = 0$ 이면 난수 발생기를 통해 시퀀스 생성을 의미한다. 예를 들어

$Bpert(8, \infty, \mathbf{m}_{(q=8)}, 2^8-1)$ 는 8개의 비트에 M -시퀀스를 통해 주기가 2^8-1 시퀀스를 만든 후 크기가 $\{\pm\infty\}$ 이진 잡음을 생성하며, 최대 2^8-1 번까지 선택 과정을 반복하는 이진 선택 복호기이다.

2.2 에프터버너 복호기

에프터버너는 S 개의 비트에 최대 또는 최소 값의 LLR를 대입하고 MSA 복호를 수행하여 짧은 길이의 LDPC 부호의 복호 성능을 향상시키는 복호기이다. 또한 이진 선택 복호기와 같이 에프터버너 복호기도 비트의 개수(S)를 변수로 갖는 매개변수화 된 복호기 $Af(S)$ 로 정의 할 수 있다. LDPC 에 CRC 부호를 연결된 부호를 적용할 수 있으며, SPA 복호에서도 MSA 복호와 같이 성능 이득이 발생한다.

에프터버너 복호기는 SMS 복호기와 다르게 수신 신호에 대한 LDPC 복호 및 CRC 검사를 먼저 수행하여, 복호 실패 또는 오류 발견 시 수신 신호에서 최대 ($= +\infty$) 또는 최소 ($= -\infty$) LLR을 대입하게 된다. 최대, 최소 LLR은 $|y_i|$ 작은 값의 신뢰도가 낮은 S 개의 비트 $\mathbf{B} = y_{B1}, y_{B2}, \dots, y_{BS}$ 를 선정한다. 선정된 S 개의 비트에 최대, 최소 LLR을 대입하기 위한 서로 다른 2^S 개의 이진 패턴 $\lambda^k = (\lambda_1^k, \dots, \lambda_S^k)$, $k = 1, \dots, 2^S$ 을 생성한다. 예를 들어 $Af(2)$ 인 경우 $\lambda^1 = \{0,0\}$, $\lambda^2 = \{0,1\}$, $\lambda^3 = \{1,0\}$, $\lambda^4 = \{1,1\}$ 의 이진 패턴이 생성된다. 패턴의 성분이 0인 경우 LLR에 $+\infty$, 1인 경우 $-\infty$ 을 대입하여 최대 또는 최소 2^S 개의 LLR 벡터들에 복호를 수행하여 유효한 부호어를 찾는다. 만약 찾아진 부호어가 두 개 이상인 경우 각 부호어의 유클리드 거리를 비교하여 최소 거리를 부호어를 선정한다.

2.3 이진 선택과 에프터버너 복호기의 동등성

M -시퀀스로 구현된 이진 선택 복호기에서 이진 잡음 패턴 및 크기를 변경하면 에프터버너 복호기와 동등해 진다. M -시퀀스의 경우 스펙 특성에 의해 M 과 슬라이딩 윈도우 크기가 같으면 모든 성분이 0으로 이루어진 패턴을 제외한 서로 다른 2^M-1 개의 패턴을 얻을 수 있다. 따라서 M -시퀀스를 이용해 이진 잡음 패턴 생성 시 모든 성분이 0으로 구성된 이진 패턴 추가하도록 변경한다. 또한 이진 잡음을 더할 L 개의 비트는 신뢰도가 낮은 비트로 선택한다. 두 복호기는 모두 CRC가 연결된 부호 및 SPA 복호 사용을 가정한다.

Proposition 1: 이진 잡음 생성 변수가 $L = S$, $\sigma^2 = \infty$, $q = S$, $I_{max} = 2^S$ 이면, $Bpert(L, \sigma^2, \mathbf{m}_q, I_{max})$ 와 $Af(S)$ 가 동등하다.

증명 이진 섭동 복호기는 가정에 따라 M-시퀀스에 의해 모든 성분이 0인 패턴을 포함한 길이가 S인 서로 다른 2^S 개의 이진 패턴을 얻을 수 있고, 이를 이용하여 $\{\pm\infty\}$ 로 이루어진 $n^k, k = 1, \dots, 2^S$ 가 생성된다. 수신 신호에 n^k 가 더해진 LLR 벡터는 에프터버너 복호기에서 S개의 비트에 $\pm\infty$ LLR을 대입한 LLR 벡터와 동일하게 된다. 따라서 이진 섭동 복호기가 $I_{\max}(=2^S)$ 까지 섭동 과정을 수행 할 경우 유효한 부호어를 탐색하기 위해 이진 섭동과 에프터버너 복호기 모두 같은 2^S 개의 LLR 벡터들에 대한 복호를 수행하게 된다. □

그림 1은 두 복호기의 AWGN 채널에서의 FER 성능을 비교한 결과이다. 부호 길이 256, 부호율 0.5의 LDPC 부호^[5]에 CRC 8bit, SPA 복호 반복횟수 50번, $S, L \in \{4, 6, 8, 10\}$, LLR 최대, 최소 값 및 σ^2 의 크기는 ∞ 의 구현이 불가능하므로 30으로 적용한다. 이진 잡음의 패턴은 원시 다항식 $x^4+x+1 (L = 4)$, $x^6+x+1 (L = 6)$, $x^8+x^4+x^3+x^2+1 (L = 8)$, $x^{10}+x^3+1 (L = 10)$ 을 이용하여 생성하고 0으로 이루어진 이진 패턴을 추가한다. 두 복호기의 FER 성능은 S와 L 값에 상관없이 일치하며, 이를 통해 실험적으로도 동등함을 확인하였다.

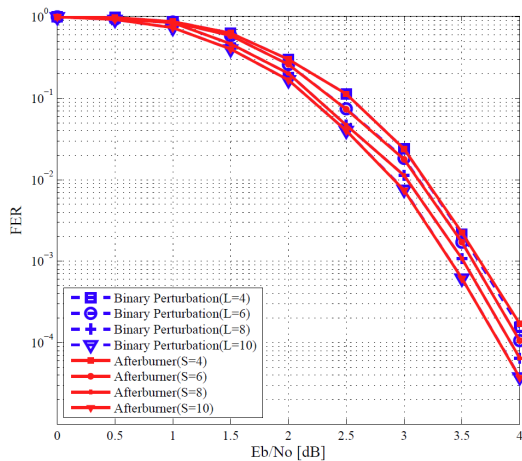


그림 1. 이진 섭동과 에프터버너 성능 비교
Fig. 1. Binary perturbation and Afterburner performance comparison

III. 결론

본 논문에서는 m 시퀀스를 이용하여 구현된 이진 섭동 LDPC 복호기의 특수한 경우가 에프터 버너 LDPC 복호기와 동일해 질 수 있음을 보였다. 따라서 에프터버너 복호기는 일반적인 섭동 LDPC 복호의 특수한 경우로 간주될 수 있다. 추후 연구로 성능 관점에서 일반/이진 섭동 LDPC 복호기가 어떻게 최적화하고, 에프터 버너 복호기와의 성능을 비교해볼 수 있다.

References

- [1] S. C. Myung, K. J. Jeon, B. H. Ko, S. R. Lee and K. S. Kim, "Tanner graph based low complexity cycle search algorithm for design of block LDPC codes," *J. KICS*, vol. 39, no. 8, pp 637-642, Aug. 2014.
- [2] D. Xiao, J. Lu, C. Lin and B. Jiao, "A perturbation method for decoding of LDPC concatenated with CRC," in *Proc. IEEE WCNC 2007*, pp. 667-671, Hongkong, China, Sept. 2007.
- [3] E. C. Back, H. Lee, and S. H. Kim, "Decoding LDPC codes with binary perturbation," in *Proc. KICS ICTC 2016*, pp. 694-696, Jeju, Korea, Oct. 2016.
- [4] S. Scholl, P. Schläfer, and N. Wehn, "Saturated min-sum decoding: An 'afterburner' for LDPC decoder hardware," in *Proc. IEEE DATE*, pp. 1219-1224, Dresden, Germany, Mar. 2016.
- [5] *Short Block Length LDPC Codes for TC Synchronization and Channel Coding*, CCSDS 231.1-O-1, Apr. 2015.