

대수우도비 근사화에 따른 복조와 복호의 결합 성능

박성준*, 조명석*

Joint Performance of Demodulation and Decoding with Regard to Log-Likelihood Ratio Approximation

Sung-Joon Park*, Myung-Suk Jo*

요약

고차변조와 고효율 채널부호를 사용하는 통신시스템에서는 지수함수의 합 로그 연산을 수반하는 다량의 대수우도비 산출이 필수적이며 이의 근사화 기법에 따라 링크 성능이 좌우된다. 본 논문에서는 신규 근사화 기법을 복조기와 복호기에 결합하여 적용하고 복잡도를 분석하며 모의실험을 통해 도출한 결합 성능을 분석한다.

Key Words : High-Order Modulation, Quadrature Amplitude Modulation, Iterative Decoding, Log-Likelihood Ratio Approximation

ABSTRACT

In modern digital communication systems adapting high-order modulation and high performance channel code, log-likelihood ratios involving the repeated calculations of the logarithm of sum of exponential functions are necessary for demodulation and decoding. In this paper, the approximation methods called Min and MinC are applied to demodulation and decoding together and their complexity and joint performance are analyzed.

I. 서론

디지털 통신 시스템에서 높은 주파수 효율성과 전력 효율성을 확보하기 위한 방법으로 고차변조와 고성능 채널부호가 보편적으로 사용되고 있다. 일례로 4세대 이동통신에서 고차 직교진폭변조(quadrature amplitude modulation, QAM)와 터보부호를 적용하여 송신하면, 수신부의 복조기에서 기저대역 수신 심볼로부터 비트 단위의 대수우도비(bitwise log-likelihood ratio)들을 생성하고 복호기에서 이를 기반으로 반복 복호를 수행하여 송신 신호의 추정치를 획득한다.

한편, 비트 단위 대수우도비 생성에 있어서 최적 방법은 복잡도가 높기 때문에 근사화 기법이 사용되는데 대수우도비의 신뢰도를 유지하면서도 연산량을 감소시키는 근사화 기법이 최근 제안되었으며^[1], 터보복호의 연산량을 감소시키는 기법 또한 여러 논문에서 연구된 바 있다^[2-4]. 이에 본 논문에서는 [1]에서 제안된 근사화 기법을 터보 복호에도 결합하여 적용하고 성능 및 복잡도를 비교 분석하는 것을 목표로 한다.

II. 복조 및 복호의 대수우도비

2.1 복조기의 대수우도비

M진 QAM 방식에 의해 변조된 심볼 s 는 $m (= \log_2 M)$ 비트의 정보를 내포하고 있다. 이에 복조기에서는 수신 심볼 r 에 대해 각 비트 b_i , $i = 0, 1, \dots, m - 1$ 의 대수우도비 L_{b_i} 를 생성하게 되는데, 가산성 백색 가우시안 잡음 채널을 가정할 경우 각 비트의 대수우도비 L_{b_i} 는 다음과 같이 정의된다.

$$L_{b_i} = \ln \frac{\sum_{b_i=1} \exp\left\{-\frac{|r-s|^2}{2\sigma^2}\right\}}{\sum_{b_i=0} \exp\left\{-\frac{|r-s|^2}{2\sigma^2}\right\}} \quad (1)$$

여기서, σ^2 는 복소가우시안 확률변수의 분산으로 $N_0/2$ 이다.

식 (1)은 지수함수의 합 로그 연산(LSEF_n, log-sum of exponential functions)으로 구성되어 있음

※ 이 논문은 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(2014R1A2A2A01006205).

•* First and Corresponding Author : Dept. of Electronic Engineering, Gangneung-Wonju National University, psj@ieec.org, 종신회원

* Dept. of Electronic Engineering, Gangneung-Wonju National University, msjo@gwnu.ac.kr

논문번호 : KICS2016-10-293, Received October 6, 2016; Revised November 4, 2016; Accepted November 7, 2016

며 일반적으로 연산량 감소를 위해 다음의 Min 함수로 근사화된다.

$$\ln \sum_{j=1}^n \exp(-x_j) \approx -\text{Min}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

여기서, Min 함수는 인자들 중에서 최소의 값을 출력하는 함수이다. 한편, 상기 $LSEF_n$ 연산을 다음의 MinC 함수로 근사화할 경우 복조의 성능을 유지하면서도 연산량 증가를 최소화할 수 있다¹⁾.

$$\begin{aligned} \ln \sum_{j=1}^n \exp(-x_j) &\approx -\text{MinC}(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &= -y_1 + \ln(1 + \exp(y_1 - y_2)) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, y_1, y_2, \dots, y_n 은 x_1, x_2, \dots, x_n 의 올림차순 정렬을 의미하고, $\ln(1 + \exp(y_1 - y_2))$ 는 순람표를 활용하여 단순화할 수 있다.

2.2 복호기의 대수우도비

복조기에서 산출한 각 비트의 대수우도비 L_b 들은 복호기에 제공되어 복호에 직접적으로 활용된다. 즉, 터보 복호기의 경우 각 부분복호기에서 L_b 를 활용하여 정보비트의 연판정 값을 생성하고 이를 상호 전달하여 반복복호를 수행함으로써 획득하는 추정치의 신뢰도를 개선한다. 이 때 부분복호기에서 수행하는 MAP (maximum a posteriori) 계열 알고리즘은 순방향 상태 메트릭(α), 역방향 상태 메트릭(β), 대수우도비(A)를 순차적으로 계산하는데 이들은 다량의 $LSEF_n$ 연산을 포함하고 있어 연산량 감소를 위해 식 (2)의 Min 근사화 기법이 주로 활용된다.

III. 대수우도비 근사화 결합 기법

고차 직교진폭변조 복조시 MinC 근사화를 적용할 경우 Min 근사화 대비 복잡도를 크게 증가시키지 않으면서도 복조 성능은 개선시킨다는 선행 연구 결과와 복호기에서도 지수함수의 합 로그 연산이 반복 수행된다는 점에 기인하여 복조기와 복호기의 대수우도비 근사화 결합 기법에 대해 고찰한다. 즉, 본 논문에서는 다음과 같이 복조기와 복호기에서 각각 Min 또는 MinC 근사화 기법을 사용할 경우의 결합 특성을 고찰하고 최적 복호를 수행할 경우의 특성도 비교한다.

- 1) Min 복조, Min 복호 (Min-Min)
- 2) MinC 복조, Min 복호 (MinC-Min)
- 3) Min 복조, MinC 복호 (Min-MinC)
- 4) MinC 복조, MinC 복호 (MinC-MinC)
- 5) Min 복조, 최적 복호 (Min-Opt)
- 6) MinC 복조, 최적 복호 (MinC-Opt)

IV. 복잡도 분석

복호 복잡도를 비교하기 위해 $LSEF_n$, 즉, $\ln \sum_{j=1}^n \exp(-x_j)$ 의 Min 근사화, MinC 근사화, 최적 방법에 따른 연산량을 분석하여 표 1에 나타내었다. 여기서 최적 방법이란 Log-MAP 복호에 활용되는 Jacobian logarithm을 의미하고, LUT (lookup tabling)는 순람표를 검색하여 보정 값을 리턴하는 함수를 Comp는 두 개의 인자 중 작은 값을 리턴하는 함수를 의미한다. MinC 근사화시 Comp 횟수는 다소 증가하나 덧셈 및 뺄셈과 LUT 연산량은 Min과 유사한 수준을 유지하기 때문에 최적 방법 대비 낮은 복잡도를 가짐을 아래 분석 및 모의실험을 통해 확인할 수 있다.

다음으로 M 진 QAM과 프레임크기 K , 부호율 R 인 터보부호가 적용되어 전송된 한 프레임에 대해 복조 및 p 회 반복복호를 수행하여 복호할 때의 복잡도를 $LSEF_n$ 연산 횟수의 측면에서 분석하면 다음과 같다.

- 1) 복조: $(LSEF_{2^{m/2-1}}) \cdot \frac{2K}{R}$
- 2) 복호: (각 time index에서 α, β, A 도출을 위한 $LSEF$ 연산들) $\cdot 2Kp$

일반적으로 $1/R < p$ 를 만족하므로 상기에서 $2K/R < 2Kp$ 가 된다. 또한, 각 time index에서 α, β, A 도출을 위해 계산해야 하는 $LSEF$ 연산은 사용하는 부호기의 구조에 따라 상이하나 보통 수십 회를 상회하며 이는 복조에서의 $LSEF_{2^{m/2-1}}$ 1회 연산에 비해 그 복잡도가 매우 높다. 결론적으로 복조의 복잡

표 1. $LSEF_n$ 의 근사화에 따른 복잡도
Table 1. Complexity of approximated $LSEF_n$

	Add/Sub	LUT	Comp
Min	-	-	$q-1$
MinC	2	1	$2(q-2)+1$
Opt	$2(q-1)$	$q-1$	$q-1$

도는 복호의 복잡도와 비교할 때 무시할 정도로 낮음을 알 수 있다.

V. 모의실험 결과 및 분석

상기 기법들의 성능평가를 위해 모의실험을 수행하였다. 실험환경으로 QAM 변조와 터보부호^[5]를 고려하였고 가산성 백색잡음 가우시안 채널을 가정하였다. 터보부호의 프레임크기는 960과 4800을 사용하였고 부호율은 1/3로 고정하였다. 또한, 복호기에서 각 수신 프레임에 대해 8회 반복 복호를 수행하였다.

그림 1과 2는 각각 16진, 64진 QAM을 사용할 경우 신호대 잡음비에 따른 비트오율을 나타낸 그래프이다. 실험 결과에서 복조 근사화에 따른 영향만을 고찰하기 위해 복조 기법을 Min, MinC 또는 Opt로 고정하면, 모든 경우에서 MinC 복조를 수행함에 의해 Min 복조 대비 소량의 전력이득을 획득할 수 있음을

확인할 수 있다. 이는 복조의 정확성을 높일수록 수신 심볼이 지닌 정보량이 더욱 보존되기 때문이다. 다음으로 복조 기법을 고정하고 복호 근사화에 의한 영향을 살펴보면, 복호기에서 Min대신 MinC를 사용함에 의해 성능이 개선되고 MinC와 Opt는 거의 유사한 성능을 가짐을 확인할 수 있으며 변조지수가 높아짐에 따라 성능의 차이는 감소함을 확인할 수 있다. 또한, 결과에서 MinC-MinC는 Min-Opt보다 복잡도는 낮음에도 불구하고 성능은 오히려 우수함을 확인할 수 있는데, 이는 복조의 정확성을 높여 성능을 개선함과 동시에 최적과 유사한 성능을 가지면서도 복잡도가 낮은 MinC 복호를 사용하여 연산량을 저감시켰기 때문이다.

복조는 복호에 비해 연산량이 현저히 낮다는 상기 분석과 모의실험 결과들을 종합적으로 고려하면, 실제 시스템 구현시 복조는 MinC를 사용하고 복호는 변조지수 및 시스템 성능에 따라 Min 또는 MinC를 선택적으로 사용하는 것이 성능과 복잡도를 고려한 적합한 선택임을 추론할 수 있다.

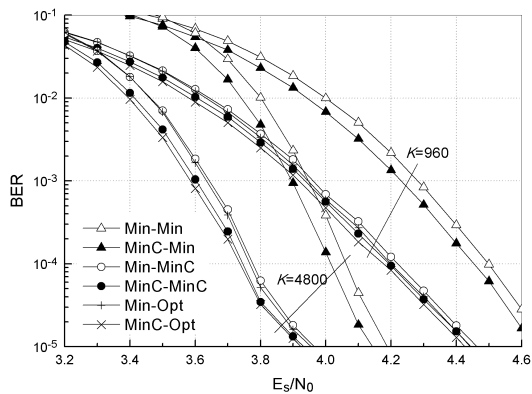


그림 1. 16-QAM에서의 비트오율
Fig. 1. Bit error rates in 16-ary QAM

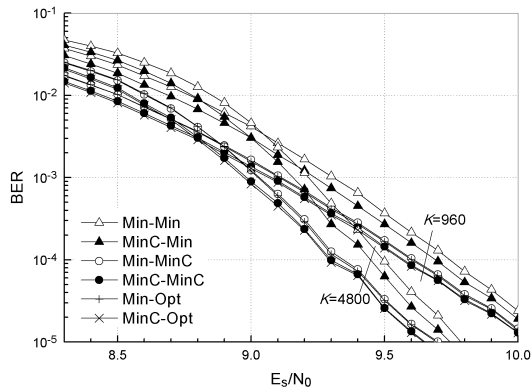


그림 2. 64-QAM에서의 비트오율
Fig. 2. Bit error rates in 64-ary QAM

References

- [1] S.-J. Park, "Bitwise log-likelihood ratios for quadrature amplitude modulations," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 19, no. 6, pp. 921-924, Jun. 2015.
- [2] P. Robertson, E. Villebrun, and P. Hoeher, "A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms in the log domain," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, pp. 1009-1013, Seattle, WA, USA, Jun. 1995.
- [3] D.-H. Kim and S.-Y. Hwang, "Design of an efficient turbo decoder by initial threshold setting," *J. KICS*, vol. 26, no. 5, pp. 582-591, May 2001.
- [4] S. Papaharalabos, P. T. Mathiopoulos, G. Masera, and M. Martina, "On optimal and near-optimal turbo decoding using generalized max operator," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 13, no. 7, pp. 522-524, Jul. 2009.
- [5] M. R. Soleymani, Y. Gao, and U. Vilaipornsawai, *Turbo Coding for Satellite and Wireless Communications*, Kluwer, 2002.