

# 단계적 상관 행렬 추정에 따른 ESPRIT 기반 엠 추정 알고리즘

심재남\*, 박홍석\*, 김동현\*\*, 김동구<sup>o</sup>

## DoA Estimating Algorithm Based on ESPRIT by Stepwise Estimating Correlation Matrix

Jae-Nam Shim\*, Hongseok Park\*, Donghyun Kim\*\*, Dong Ku Kim<sup>o</sup>

### 요약

항공기의 이동속도의 증가로 인해 위치 측위의 중요성이 더욱 부각되고 있다. 이러한 요구는 GPS의 등장으로 충족되었으나 이는 트래픽 재밍 등 위성으로부터의 신호 수신에 어려운 경우에는 측위가 불가능하게 된다. 이러한 경우 통신용 링크가 측위에 추가적으로 사용된다면 상대적인 위치를 추정하여 위치를 추정할 수 있다. 통신용 링크를 이용한 측위는 추가적인 장치 없이 신호 처리만으로 위치를 추정할 수 있는데 대표적으로 ESPRIT이 존재하며 이는 수신 신호의 상관 행렬을 기반으로 한다. 이론적으로 상관 행렬의 추정에는 평균 연산이 필요하나 이는 실제 상황에서 많은 수의 샘플이 필요해 충분한 샘플이 주어지지 않은 경우 오류가 발생할 수 있다. 이에 적은 수의 샘플에서의 상관 행렬의 오류 행렬을 정의하고 추정하여 순차적으로 제거하는 알고리즘을 제시한다. 제안하는 알고리즘은 송신기가 밀집되어 있는 경우 기존의 알고리즘에 비해 우수한 성능을 보인다.

**Key Words** : DoA, ESPRIT, Estimation, Location, GPS jamming

### ABSTRACT

By increased moving speed of aircraft, estimating location of itself becomes more important than ever. This requirement is satisfied by appearance of GPS, however it is useless when signal reception from satellite is not good enough by interruption, for example, traffic jamming. Applying link for communication to additional positioning system is capable of providing relative position of aircraft. Estimating location with link for communication is done without additional equipment but with signal processing based on correlation of received signal. ESPRIT is one of the representative algorithm among them. Estimating correlation matrix is possible to have error since it includes average operation needs enough number of samples not impractical. Therefore we propose algorithm that defines, estimates and removes error matrix of correlation. Proposing algorithm shows better performance than previous one when transmitters are close.

\* 본 연구는 국방과학연구소 'T4급 고정밀 영상정보용 데이터링크 개발' 시험개발과제(912431301)의 지원으로 수행되었습니다.

• First Author : School of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University, jaenam@yonsei.ac.kr, 학생회원

<sup>o</sup> Corresponding Author : School of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University, dkkim@yonsei.ac.kr, 종신회원

\* School of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University, phs0127@yonsei.ac.kr, 학생회원

\*\* Agency for Defense Development, The 2nd R&D Institute, dh-kim@add.re.kr

논문번호 : KICS201-07-172, Received July 31, 2016; Revised September 29, 2016; Accepted November 18, 2016

## I. 서 론

비행체의 운항에 있어 위치의 추정에는 예로부터 가장 중요한 이슈 중 하나이다. 위치 추정에 대한 중요성은 항공IT뿐 아니라 다방면에서 재조명되고 있다. 무선 이동통신 분야에는 4세대 통신을 넘어 5세대 통신에 대한 논의가 활발해짐에 따라 위치 추정 정확도가 재조명 받고 있다. 5G Forum에서 제시하는 11가지의 KPI(핵심 성과지표)중 위치 추정의 정확도는 cm 단위를 목표로 하고 있으며<sup>[2]</sup>, 5G-PPP에서 제시하는 위치 추정의 정확도 또한 자율주행 자동차를 고려하여 위치 추정의 높은 정확도를 요구하고 있다.<sup>[3]</sup> 현대의 항공기는 위치의 측위에 GPS(Global Positioning System), IRS(Inertial Reference Systems)를 사용한다. 이는 각각 위성으로부터 신호를 수신하여 비행체의 절대적인 위치를 추정하는 방법과 관성을 이용하여 경로를 추적하는 방법이다. 이러한 기기로부터 얻은 정보는 FMC(Flight Management Computer)에서 처리하여 위치를 추정한다. 이 중 GPS는 미터(m) 단위의 오차를 제공하는 정확한 위치 추정 기법이지만 위성으로부터의 신호 수신에 불가한 경우 온전히 위치 추정에 대한 능력을 상실하게 된다.

GPS에 간섭 혹은 방해받을 수 있는 요인으로는 자연적인 요소로는 태양플레어, 지자기폭풍 등이 있고 인공적인 요소로는 GPS 제밍(jamming), 인공위성과의 송수신 경로 차단 등이 있다. 이러한 GPS 수신 장애에 대처하기 위한 방법으로는 수신된 신호의 오염 여부를 확인하는 RAIM(Receiver Autonomous Integrity Monitoring)이나 미 공군이 사용하는 SAASM(Selective Availability Anti-Spoofing Module)<sup>[1]</sup>와 같이 암호화된 GPS의 사용으로 수신 감도를 높이는 방법이다. 하지만 이는 수신에 방해가 생긴 경우 위치 추정에 대한 어려움이 있거나 많은 비용이 드는 것이 사실이다. 통신용 링크의 다중 안테나를 활용하는 측위 기법은 신호 처리를 통해 추정하기에 GPS 이용이 불가한 상황에서 저 비용으로 측위가 가능할 것이다. 이에 본 논문에서는 GPS를 이용하지 않는 상대 측위법의 기본이 되는 통신용 링크를 이용하는 DoA 추정에 대한 알고리즘을 제시하고자 한다.

다중 안테나의 위치 추정은 크게 거리와 방향의 추정으로 나뉜다. 거리는 ToA(Time of Arrival), TDoA(Time Difference of Arrival)을 통해, 즉 기본적으로 신호의 송신으로부터 수신까지 걸리는 시간을 추정해 역으로 거리를 추산하며 방향은 신호를 수신하는 각도, 즉 DoA(Direction of Arrival)을 통해 추정

한다. DoA 추정 알고리즘에는 여러 종류가 있으나 그 중 가장 높은 정확도를 달성하는 알고리즘은 신호 공간에서의 추정이다. 신호 공간이란 수신 신호의 고유값 분해를 통해 얻은 고유 벡터가 스캔(span)하는 공간으로 이러한 신호 공간과 잡음에 대한 고유 벡터와의 직교성을 이용하여 추정한다.

이동통신에서는 송수신기 간의 LOS(Line of Sight) 경로가 보장되지 않기에 ToA 혹은 TDoA를 주로 사용하는 것이 일반적이지만 보장된 경우에는 DoA의 추정이 더 높은 정확도를 제시한다. 공대지 혹은 지대공 채널은 대부분의 경우 LOS(Line of Sight) 환경이고 산란체가 없거나 매우 적으며 측위의 주체가 비행체, 건물, 차량 등으로 그 크기가 크며 추정하고자 하는 거리가 매우 멀다. 따라서 다중 안테나의 개수와 충분한 안테나 간 간격이 보장되고 기반 측위 기법들의 가정인 평면형 전파(Planar Wave)의 모델링이 합당하다. 따라서 본 논문에서는 DoA 추정에 집중한다.

대표적인 DoA 추정 방법으로는 R. O. Schmidt가 제안한 MUSIC(Multiple Signal Classification)<sup>[4]</sup>과 A. Paulraj가 제안한 ESPRIT(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique)<sup>[5]</sup>이 있다. 두 알고리즘 모두 고유값 분해를 기반으로 추정하는 공통점을 지닌다. MUSIC 알고리즘은 공간 스펙트럼(spatial spectrum)을 양자화(quantization)하는 단위에 따라 성능의 차이가 생기며 동시에 복잡도가 증가해 높은 연산량을 보이지만 양자화 단위가 충분한 경우 CRLB(Cramer-Rao Lower Bound)에 가장 근접한 최적의 성능을 보인다. ESPRIT은 그에 반해 추정 각도를 바로 산출해내는 방법이기 때문에 복잡도가 낮고 빠른 추정이 가능하지만 MUSIC의 정확도에 비해 낮고 추정할 수 있는 수신기의 개수가 절반인 단점이 있다. 두 알고리즘 모두 수신 신호의 상관 행렬을 사용하기에 시간 축에서 충분한 샘플 수가 필요하며 따라서 빠른 추정이 불가능하다. 이에 상관 행렬의 근사화하여 추정을 하고, 시간에 따라서 이를 갱신해가며 성능을 향상 시키는 알고리즘을 제안한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되었다. II장에서 제안하는 알고리즘이 고려하는 시스템 모델을 소개하였다. 기존 연구의 DoA 추정 방식은 III장에 나타내었고, 제안하는 추정 알고리즘 방식은 IV에 기술하였다. 시뮬레이션을 이용해 V장에서 성능 비교가 이루어졌고 VI장에서 요약을 하며 마친다.

## II. 시스템 모델

고려하는 시스템 모델은 다음과 같다. 수신기는 등간격 선형 배열(Uniform Linear Array)이며 송신기로부터 충분히 멀리 떨어져 수신 신호의 평면형 전파 모델을 가정한다. LOS 채널에 AWGN(Additive White Gaussian Noise)의 잡음을 가정한다. 산란체가 없는 상황이기에 도플러 스프레드(Doppler Spread)가 아닌 도플러 쉬프트(Doppler Shift)  $f_d \left( f_d = \frac{\Delta v}{c} f_c = \frac{\cos \theta}{c} f_c v \right)$ 만 발생한다고 가정한다. 이는 가간섭성 시간(coherent time)에 영향을 주지 않고 캐리어 주파수에 변화만 준 효과를 발휘한다. 여기서  $v$ 는 비행체의 절대속도,  $c$ 는 빛의 속도,  $f_c$ 는 송수신 캐리어 주파수이다. 수신 각도에 따라 안테나별로 등간격의 경로차에 따른 등간격 시간 지연값을 가진다. 신호의 수신 각도가  $\theta$ , 수신 안테나 개수가  $N$ 일 때 그림 1과 같이 표현된다. 수신 안테나의 지연값을  $\tau$ , 송신 신호를  $s(t)$ 로 나타내면 잡음을 제외한 수신 신호  $r(t)$ 는 아래와 같다.

$$r(t) = e^{j2\pi(f_c + f_d)(t - \tau)} s(t) \quad (1)$$

이를 기저대역 신호로 바꿔  $t = T(T = 1/f_c)$ 의 샘플링을 거친 신호는 아래와 같다.

$$\tilde{r}(t) = e^{j2\pi f_d T - j2\pi(f_c + f_d)\tau} s(t) \quad (2)$$

$i$ 번째 수신 안테나의 지연된 위상 변화(phase shift)는  $\Delta_i = (i-1)dsin\theta/c$ 이고 따라서 첫 번째 송신 신호  $s_1(t)$ 에 대한  $i$ 번째 수신 안테나의 신호는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} x_i(t) &= e^{j2\pi f_d T - j2\pi(f_c + f_d)\Delta_i} s_1(t) \\ &= e^{j2\pi \left( \frac{f_c v}{c} T \cos \theta - \frac{f_c (i-1)d}{c} \sin \theta \right)} s_1(t) \\ &= e^{j2\pi \frac{f_c}{c} (v T \cos \theta - (i-1)d \sin \theta)} s_1(t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$v T \cos \theta - (i-1)d \sin \theta \gg \frac{1}{c} v (i-1)d \sin \theta \cos \theta$$

이므로 아래와 같이 근사화 한다.

$$x_i(t) \approx e^{j2\pi \frac{f_c}{c} (v T \cos \theta - (i-1)d \sin \theta)} s_1(t) \quad (4)$$

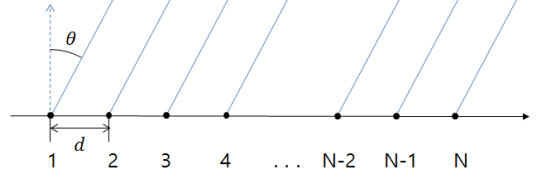


그림 1. 평면형 전파를 수신하는 등간격 선형 배열 모델  
Fig. 1. Uniform Linear Array with Planar Wave Model

이를 벡터로 표현하면,

$$\begin{aligned} \vec{x}(t) &= \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \vdots \\ x_N(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{j2\pi \frac{f_c v T}{c} \cos \theta} \\ e^{j2\pi \frac{f_c}{c} (v T \cos \theta - d \sin \theta)} \\ e^{j2\pi \frac{f_c}{c} (v T \cos \theta - 2d \sin \theta)} \\ \vdots \\ e^{j2\pi \frac{f_c}{c} (v T \cos \theta - (N-1)d \sin \theta)} \end{bmatrix} s(t) \\ &= e^{j2\pi \frac{v}{c} \cos \theta} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi f_c \frac{d}{c} \sin \theta} \\ e^{-j2\pi f_c \frac{2d}{c} \sin \theta} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi f_c \frac{(N-1)d}{c} \sin \theta} \end{bmatrix} s(t) \\ &= e^{j2\pi \frac{v}{c} \cos \theta} \vec{a}(\theta) s(t) \end{aligned} \quad (5)$$

$L$ 개의 송신단으로부터 수신 Array가 신호를 받는다면 아래와 같이 표현한다.

$$\vec{x}(t) = \mathbb{A} \cdot \vec{s}(t) + \vec{n}(t) \quad (6)$$

여기서  $\vec{x}(t)$ 는  $(N \times 1)$ 의 수신 신호 벡터,  $\vec{s}(t)$ , ( $\vec{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_L(t)]^T$ )는  $(L \times 1)$ 의 송신 신호 벡터,  $\vec{n}(t)$ 는  $(N \times 1)$ 의 잡음 벡터를,  $\mathbb{A} = \left[ e^{j2\pi \frac{v}{c} \cos \theta_1} \vec{a}(\theta_1), \dots, e^{j2\pi \frac{v}{c} \cos \theta_L} \vec{a}(\theta_L) \right]$ 는  $(N \times L)$ 의 각도 행렬을 나타낸다.

## III. 기존 DoA 추정 방식

MUSIC 알고리즘은 CRLB에 가장 근접하는 알고

리듬으로 수신 신호의 고유값 분해를 통해 얻은 송신 신호에 해당하는 고유 벡터와 잡음에 해당하는 고유 벡터 간의 직교하는 성질을 이용하여 공간 스펙트럼 상에서 DoA를 추정하는 방식이다. MUSIC 알고리즘은 최적의 성능을 보이며 동시에 가장 높은 복잡도를 보인다.  $N$ 개의 수신 안테나로 최대  $N$ 개의 수신기를 동시에 추정 가능하다. ESPRIT은 서로 다른 위치에 있는, 회전되지 않은 동일한 구성의 수신기를 이용한다. 두 개의 동일하지만 서로 다른 위치에 존재하는 수신기를 더블릿(doublet)이라 하며 서로 다른 위치에 대한 정보는 이미 사전에 알고 있다고 가정한다.  $2N$ 개의 수신 안테나를 사용할 경우 최대  $N$ 개의 송신기가 추정 가능하다. 즉 MUSIC에 비해서 추정할 수 있는 송신기의 개수가 절반이다.

고려하는 ESPRIT의 추정 방식은 더블릿으로부터 수신한 신호들의 관계를 이용한다.  $N$ 개의 안테나를 가진 두 더블릿의 수신 신호를 각각  $\vec{x}, \vec{y}$ , 서로 다른 위치에 따른 이동 행렬을  $\vec{\Pi}$ 라 하면 각도 행렬을 이용해 수신 신호  $\vec{z}(t)$ 를 아래와 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \vec{z}(t) &= \begin{bmatrix} \vec{x}(t) \\ \vec{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{A}s(t) \\ \vec{A}\vec{\Pi}s(t) \end{bmatrix} + \vec{n}_z(t) \\ &= \begin{bmatrix} \vec{A} \\ \vec{A}\vec{\Pi} \end{bmatrix} s(t) + \vec{n}_z(t) \end{aligned} \quad (7)$$

이 때  $\vec{A} = \begin{bmatrix} \vec{A} \\ \vec{A}\vec{\Pi} \end{bmatrix}$ ,  $\vec{n}_z(t) = \begin{bmatrix} n_x(t) \\ n_y(t) \end{bmatrix}$ , 로, 각각 더블릿의 각도 행렬, 더블릿의 잡음 벡터를 나타낸다. (7)의 수신 신호  $\vec{z}(t)$ 의 상관행렬  $\mathbb{R}_z = E\{\vec{z}(t)\vec{z}^H(t)\}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbb{R}_z = \vec{A}\mathbb{R}_s\vec{A}^H + \sigma_0^2\mathbb{I} \quad (8)$$

여기서  $\mathbb{R}_s$ 는 송신 신호의 상관행렬,  $\sigma_0^2$ 는 잡음의 전력이다.  $\mathbb{R}_z$ 의 고유값 분해는 아래와 같이 표현한다.

$$\mathbb{R}_z = \mathbb{Q}\mathbb{E}\mathbb{Q}^{-1}, \text{ where } \mathbb{E} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (9)$$

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L$ 는 송신 신호에 대한 고유값이고,

$\lambda_{L+1}, \dots, \lambda_{2N}$ 는 잡음 신호에 대한 고유값이다. 고유벡터  $\mathbb{Q} = [\vec{q}_1 \vec{q}_2 \dots \vec{q}_{2N}]$ 는 송신 신호에 대한 벡터  $\mathbb{Q}_s = [\vec{q}_1 \vec{q}_2 \dots \vec{q}_L]$ 와  $\mathbb{Q}_n = [\vec{q}_{L+1} \vec{q}_{L+2} \dots \vec{q}_{2N}]$ 로 이루어진다. 송신 신호의 고유벡터와 각도행렬은 동일한 공간을 스팬하기에 다음과 같은 비특이행렬

표 1. ESPRIT 기반 순시적인 상관 행렬의 오류 추정 및 제거를 통해 제안하는 알고리즘  
Table 1. Proposing algorithm with stepwise estimation and correction of error of correlation matrix based on ESPRIT

초기화 단계
상관 행렬 $\mathbb{R}_0$ 가 양의 준정부호 행렬이 될 때까지의 시간 $P$
$\mathbb{R}_0 = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^P \vec{x}(k) \cdot \vec{x}(k)^H$
$\mathbb{R}_0$ 를 입력으로 ESPRIT 이용한 $\theta$ 추정 $\{\hat{\theta}_1^0, \hat{\theta}_2^0, \dots, \hat{\theta}_L^0\}$
$m$ 번째 단계
$\hat{\mathbb{A}}_{m-1}(\hat{\theta}^{m-1}) \leftarrow \left[ e^{j2\pi \frac{v}{c} \cos \theta_1^{m-1}} a(\theta_1^{m-1}), \dots, e^{j2\pi \frac{v}{c} \cos \theta_L^{m-1}} a(\theta_L^{m-1}) \right]$ 이전 단계에서 추정된 $\theta$ 를 이용해 각도 행렬 및 도플러 쉬프트 갱신
$\hat{s}(t)_{(\hat{\theta}^{m-1})} = \left[ \hat{\mathbb{A}}(\hat{\theta}^{m-1})^H \hat{\mathbb{A}}(\hat{\theta}^{m-1}) \right]^{-1} \hat{\mathbb{A}}(\hat{\theta}^{m-1})^H \vec{x}(t)$ $\hat{n}(t)_{(\hat{\theta}^{m-1})} = \vec{x}(t) - \hat{\mathbb{A}}(\hat{\theta}^{m-1}) \hat{s}(t)_{(\hat{\theta}^{m-1})}$
각도 행렬과 수신 신호를 이용해 $m$ 번째 단계 내 시간에 대한 신호, 잡음 벡터 갱신
$\mathbb{U}_m(k)_{(\hat{\theta}^{m-1})} \leftarrow \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbb{A}}_{m-1}(\hat{\theta}^{m-1}) \hat{s}_m(k)_{(\hat{\theta}^{m-1})} \hat{n}_m^H(k)_{(\hat{\theta}^{m-1})}$ 단계 내 시간에 대한 상관 행렬의 오류 행렬 계산
$\mathbb{R}_m \leftarrow \frac{1}{2} \left[ \mathbb{R}_{m-1} + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \begin{bmatrix} \vec{x}(k) \vec{x}^H(k) \\ -\mathbb{U}_m(k)_{(\hat{\theta}^{m-1})} \\ -\mathbb{U}_m^H(k)_{(\hat{\theta}^{m-1})} \end{bmatrix} \right]$ 상관 행렬 갱신
$\mathbb{R}_m$ 을 입력으로 ESPRIT 이용한 $\theta$ 추정 $\{\hat{\theta}_1^m, \hat{\theta}_2^m, \dots, \hat{\theta}_L^m\}$ . 단, $\mathbb{R}_m$ 이 양의 준정부호 행렬이 아니라면 $\{\hat{\theta}_1^m, \hat{\theta}_2^m, \dots, \hat{\theta}_L^m\} \leftarrow \{\theta_1^{m-1}, \theta_2^{m-1}, \dots, \theta_L^{m-1}\}$
$\hat{\mathbb{A}}_m(\hat{\theta}^m) \leftarrow \left[ e^{j2\pi \frac{v}{c} \cos \theta_1^m} a(\theta_1^m), \dots, e^{j2\pi \frac{v}{c} \cos \theta_L^m} a(\theta_L^m) \right]$

(nonsingular)  $\mathbb{T}$ 가 존재한다.

$$\mathbb{Q}_s = \overline{\mathbb{A}}\mathbb{T} \quad (10)$$

(10)을 두 더블릿에 대한 신호로 아래와 같이 분해 가능하다.

$$\mathbb{Q}_s = \begin{bmatrix} \mathbb{Q}_x \\ \mathbb{Q}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbb{A}}\mathbb{T} \\ \mathbb{A}\Phi\mathbb{T} \end{bmatrix} \quad (11)$$

(11)에서  $\vec{\Phi} = \begin{bmatrix} e^{j\phi_1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\phi_n} \end{bmatrix}$ 는 더블릿의 위치에 따

른 지연값 행렬이다.  $\phi_n$ 은 두 더블릿의  $n$ 번째 안테나 간 거리에 따른 지연값으로 그 정보는 사전에 알려져 있다.  $\mathbb{Q}_x$ 와  $\mathbb{Q}_y$ 는 같은 공간을 스패하므로  $\mathbb{Q}_s$ 와 마찬가지로 랭크(rank)는  $L$ 이고  $[\mathbb{Q}_x \ \mathbb{Q}_y]$ 의 영공간(null-space)를 스패하는 아래와 같은 행렬이 존재한다.

$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} \mathbb{P}_x \\ \mathbb{P}_y \end{bmatrix} \quad (12)$$

(11)와 (12)를 이용하여 아래의 관계식을 도출할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbb{Q}_x & \mathbb{Q}_y \end{bmatrix} \mathbb{P} = \mathbb{Q}_x \mathbb{P}_x + \mathbb{Q}_y \mathbb{P}_y = \overline{\mathbb{A}}\mathbb{T}\mathbb{P}_x + \mathbb{A}\Phi\mathbb{T}\mathbb{P}_y = \vec{0} \quad (13)$$

아래와 같은  $\mathbb{B}$  행렬을 정의한다.

$$\mathbb{Q}_x \mathbb{B} = \mathbb{Q}_y, \quad \mathbb{B} = \mathbb{Q}_x^\dagger \mathbb{Q}_y \quad (14)$$

여기서  $\mathbb{Q}_x^\dagger$ 는  $\mathbb{Q}_x$ 의 수도-역행렬(pseudo-inverse)을 의미한다. (13)과 (14)로부터 아래 식이 성립한다.

$$\vec{\Phi} = \mathbb{T}\mathbb{B}\mathbb{T}^{-1} \quad (15)$$

즉,  $\vec{\Phi}$ 와  $\mathbb{B}$ 는 유사행렬(similar matrix)이므로 동일한 고유값을 가지며 그 고유값이  $\vec{\Phi}$ 이 된다. 결과적으로  $\mathbb{B} = \mathbb{Q}_x^\dagger \mathbb{Q}_y$ 의 고유값 분해를 통해 DoA를 추정한다. 알고리즘의 성능에 대해서는 많은 분석이 있었으나 닫힌 꼴(close form)로 표현한 성능은 많지 않다. [6]에서는 TLS(Total Least Square) ESPRIT의, [7]에서는 LS(Least Square) ESPRIT의 성능을 각각 닫힌

꼴로 근사화하여 분석하였다. 또한 많은 알고리즘의 변형이 제시되었으며 ESPRIT을 다중 경로들의 지연 시간 추정에 적용하여 성능을 향상시킨 알고리즘이 [8]에 소개되었다. [9]에서는 헬기의 로터 회전에 따른 성능 저하를 개선하는 추정 방법을 제안하였으며, [10]에서 주파수와 위상이 같은 송신 신호에 공간 완화(spatial smoothing)를 도입한 알고리즘이 소개되었다.

#### IV. 제안하는 DoA 추정 모델

수신단의 상관 행렬은 아래와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \mathbb{R}_x &= E\{\vec{x}(t) \cdot \vec{x}(t)^H\} \\ &= \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{x}(k) \cdot \vec{x}(k)^H \\ &= \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbb{A}\vec{s}(k) \cdot \vec{s}(k)^H \mathbb{A}^H \\ &\quad + \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{n}(k) \cdot \vec{n}(k)^H \\ &= \mathbb{A}\mathbb{R}_s\mathbb{A}^H + \sigma_0^2\mathbb{I} \end{aligned} \quad (16)$$

실제 환경에서는 샘플 수가 제한되어 있기 때문에  $\vec{x}(t) \cdot \vec{x}(t)^H$ 의 평균을 아래와 같이  $K$ 개의 샘플을 이용하여 추정한다.

$$\widehat{\mathbb{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{x}(k) \cdot \vec{x}(k)^H \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbb{R}}_x &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{x}(k) \cdot \vec{x}(k)^H \\ &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \begin{bmatrix} \{\mathbb{A}\vec{s}(k) + \vec{n}(k)\} \\ \{\mathbb{A}\vec{s}(k) + \vec{n}(k)\}^H \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbb{A}\vec{s}(k) \cdot \vec{s}(k)^H \mathbb{A}^H \\ &\quad + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{n}(k) \cdot \vec{n}(k)^H \\ &\quad + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbb{A}\vec{s}(k) \cdot \vec{n}(k)^H \\ &\quad + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{n}(k) \cdot \vec{s}(k)^H \mathbb{A}^H \end{aligned} \quad (18)$$

(18)에서 뒤의 두 항은 샘플 수가 충분히 많은 경우 0으로 수렴한다. 하지만 유한한 샘플 수에서의 추정이기에 그 값이 존재하게 되고 이를 상관 행렬의 추정 오류  $\mathbb{U}$ 라 정의한다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U} = & \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{A}} \vec{s}(k) \cdot \vec{n}(k)^H \\
 & + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{n}(k) \cdot \vec{s}(k)^H \hat{\mathbf{A}}^H
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

위의 오류 행렬을 구하기 위해서는 신호와 잡음 벡터를 알고 있어야 한다. 제안하는 알고리즘은 추정된  $\theta$ 를 기반으로 이를 역으로 추정하여 제거한다.  $\vec{x}(t) = \hat{\mathbf{A}} \cdot \vec{s}(t) + \vec{n}(t)$ 에 선형 추정기 중 상관 행렬이 필요하지 않은 추정기인 LS(Least Square) 추정기를 이용하여 추정된 각도 행렬  $\hat{\mathbf{A}}$ 로 나타낸  $\vec{s}(t)$ 과  $\vec{n}(t)$ 은 (20)과 같다. 상관 행렬이 주어진 경우, 즉 수신 신호 대 잡음 비를 사전에 알고 있는 경우는 MMSE(Minimum Mean Squared Error) 추정기를 이용하여 (21)과 같이 추정한다.

$$\begin{aligned}
 \widehat{\vec{s}}_{LS}(t) &= [\hat{\mathbf{A}}^H \hat{\mathbf{A}}]^{-1} \hat{\mathbf{A}}^H \vec{x}(t) \\
 \widehat{\vec{n}}(t) &= \vec{x}(t) - \hat{\mathbf{A}} \widehat{\vec{s}}(t)
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
 \widehat{\vec{s}}_{MMSE}(t) &= \hat{\mathbf{A}}^H \left[ \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{A}}^H + \frac{1}{SNR} \mathbf{I} \right]^{-1} \vec{x}(t) \\
 \widehat{\vec{n}}(t) &= \vec{x}(t) - \hat{\mathbf{A}} \widehat{\vec{s}}(t)
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

이 때 MMSE 추정기를 이용해 추정한  $\widehat{\vec{s}}(t)$ 의 추정 오류 분산은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 & E \left\{ \left( \vec{s}(t) - \widehat{\vec{s}}_{MMSE}(t) \right)^2 \right\} \\
 &= \sigma_s^2 \left[ \mathbf{I} - \hat{\mathbf{A}}^T \left( \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{A}}^T + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_s^2} \mathbf{I} \right)^{-1} \hat{\mathbf{A}} \right]
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

제안하는 알고리즘은 매 시간 슬롯에서 상관 행렬  $\mathbf{R}$ 을 업데이트 해나가며 ESPRIT 알고리즘으로  $\theta$ 를 추정한다. 추정된  $\theta$ 를 바탕으로 신호와 잡음 벡터  $\vec{s}(t)$ ,  $\vec{n}(t)$ 를 복원, 오류 행렬  $\mathbf{U}$ 를 구한다. 또한  $\hat{f}_d$ 를 복원하여 도플러의 효과를 배제해 나가며 추정한다. 기존 ESPRIT의 경우 상관 행렬이 충분한 시간에 주어져야 성능을 보장할 수 있었다면, 제안하는 알고리즘은 이를 매 시간 정확도를 높여가며 추정한다. 다만 ESPRIT의 경우 입력으로 필요한 행렬이 양의 준정부호 행렬(positive semidefinite)이어야 한다는 전제 조건이 있기에 이를 초기화 단계로 책정하였다. 추정 알고리즘은 아래 표로 나타내었다. 매 단계는 시간 슬롯을 의미한다.

### V. 시뮬레이션 및 성능 분석

시뮬레이션 환경은 다음과 같다. 2개의 송신기가 동일 대역에 신호를 송신하며 수신기는 10개의 수신 안테나를 가진다. 채널은 LOS환경에서 평면형 전파를 가정하고 AWGN 잡음만이 존재한다. 비행체 간의 위치 추정에 주로 사용되는 X밴드 사용을 가정하여 캐리어 주파수는 10Ghz이고 민항기의 순항 속도인 800km/h로 이동하여 도플러 쉬프트 효과가 발생한다. 송신기는 16APSK로 신호를 전송하며 수신 신호들 간의 상관 계수는 0이며 송신 각도는 변하지 않는다. 수신기는 수신 신호의 상관 행렬이 양의 준정부호 행렬이 되는 시간까지 추정하지 않고 수신 신호를 모은다. 알고리즘의 추정에는 MMSE를 사용하였다. 비교하는 알고리즘은 모두 TLS-ESPRIT을 기준으로 하였다.

그림 2는 1번 송신기가 0도의 수신 각도를 유지하고 2번 송신기가  $-\pi/2$ 부터  $\pi/2$ 까지 이동하는 경우의 라디안(radian)의 수신 각도의 RMSE(Root Mean Squared Error)를 나타낸 것으로, 각각 K번째 단계가 지난 후의 성능을 나타낸다. K값은 사용하는 시간 축의 샘플 수를 의미한다. K=1인 경우, 즉 알고리즘이 한 번 수행된 경우 대부분의 구간에 대해서 유사한 성능을 보이나, 2번 송신기가 0도 근방에서 송신을 할 경우 RMSE 관점에서 약 0.05 라디안의 성능 이득을 보인다. K=10인 경우, 즉 시간이 충분히 흐른 경우에는 제안하는 알고리즘이 평균적으로 약 0.02 라디안의 성능 열세를 보인다. 이는 제안하는 알고리즘의 특성상 충분한 샘플 수에 대해서도 오류 행렬을 추정하기에 생기는 오류라 볼 수 있다. 다만 마찬가지로 2번 송신기가 0도 근방에서 송신을 할 경우 여전히 약

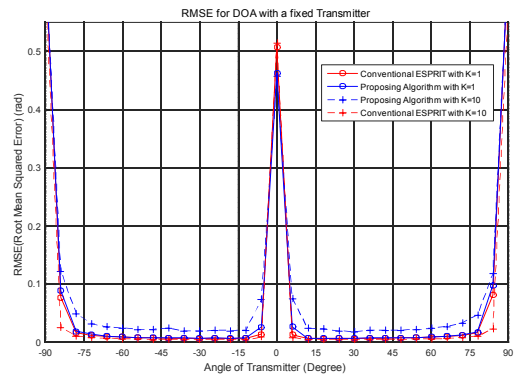


그림 2. 0°에 고정된 한 개의 송신기 환경에서 10개의 수신 안테나, 2개의 송신기, K번째 단계에서의 RMSE  
Fig. 2. RMSE for 10 receiver antennas, 2 transmitters, K-th step with a fixed transmitter of 0°

0.05 라디안의 성능 이득을 보인다. 이는 각도로 환원했을 때 약 3°의 성능 이득이다. 제안하는 알고리즘은 시간 샘플의 수에 상관없이 송신기의 위치가 각도상에서 유사한 경우 기존의 ESPRIT의 알고리즘에 비해 우수한 성능을 보인다. 송수신기가 비행체와 지상체 혹은 비행체와 비행체이므로 거리가 굉장히 멀리 떨어져 있으므로 통상적으로 이를 극복하기 위해 매우 좁은 폭의 빔포밍(beamforming)을 수행한다. 상대적으로 좁은 빔 폭에 대하여 제안하는 알고리즘의 성능 이득은 유효하다고 볼 수 있다.

그림 3은 두 개의 수신기가  $-\pi/2$ 부터  $\pi/2$  사이의 각도로 송신하는 경우이다. 그림 2에서 확인한 송신기간의 각도가 유사한 경우를 나타내기 위해 송신기의 각도를 정규 분포로 모델링 하였다. 이는 송신기가 목적지 근방에 위치하고 수신기의 안테나와 직교하는 경우를 가정하고 있다. 알고리즘은 모두 3번의 스텝을 거쳤다. 각각 정규 분포의 표준 편차  $\sigma$ 가  $\sqrt{180/(1000\pi)} \approx 0.24^\circ$  인 경우,  $\sqrt{180/(3000\pi)} \approx 0.14^\circ$ 와  $\sqrt{180/(5000\pi)} \approx 0.11^\circ$  인 경우에 대해서 RMSE를 나타내고 있다. 첫 번째 경우 수신 SNR이 2dB 이하인 경우 제안하는 알고리즘이, 그 이상에서는 기존 알고리즘이 각각 우수한 성능을 보이며, 후자의 경우 낮은 SNR에서 제안하는 알고리즘이 우수한 성능을 보인다. 이는 그림 2에서 보인 결과로 설명이 가능하다. 송신기의 송신 각도가 모여있는 경우 제안하는 알고리즘이 기존의 ESPRIT에 비해 우수한 성능을 보인다.

제안 알고리즘의 제한적인 환경에서의 성능 이득은

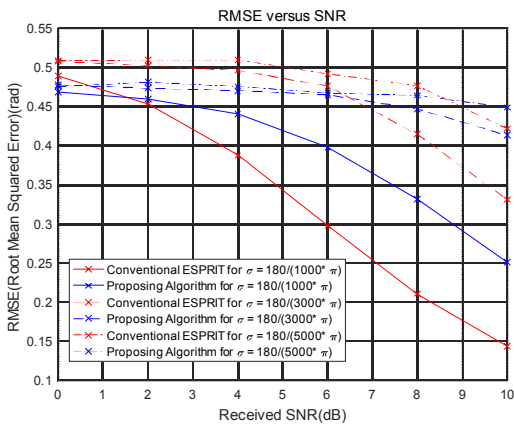


그림 3. 송신기의 각도가 정규분포를 따를 때 각각의 표준 편차값에 대한 수신 SNR 대비 알고리즘의 성능  
Fig. 3. RMSE versus received SNR performance of proposing algorithm with normal distributed angle of transmitter

수신 상관 행렬의 랭크에서 기인한다. 서로 다른 두 송신신호의 각도가 유사한 경우 수신 상관 행렬의 랭크는 낮아지게 되며 극단적으로 같은 경우 단일 송신기에서 수신한 경우와 같아진다. 제안하는 알고리즘이 수신 상관 행렬의 오류를 추정하여 제거하는 것이기에 수신 상관 행렬의 오류가 클수록 좋은 성능을 보인다. 즉, 수신 샘플 수가 적은 경우와 각도의 유사성이 존재할 경우이다. 그림 3은 이러한 환경 하에 작성되어 표준분포가 작은 경우 선행 알고리즘에 비해 좋은 성능을 보인다.

## VI. 요약 및 결론

본 논문에서는 GPS 재밍 등으로 비행체의 위치 추정이 어려운 경우 통신용 링크를 사용하여 DoA를 추정함으로써 비행체 간 상대적인 위치를 추정하는 알고리즘을 제안하였다. 레이더가 아닌 통신용 링크를 이용한 추정에는 ToA보다 DoA가 정확도가 높고 또한 빔포밍을 기반으로 추정하는 것보다 신호 공간에서 추정하는 것이 최적의 성능을 보이기에 본 논문에서는 수신 신호 공간에서의 DoA 추정에 집중하였다. 제안하는 알고리즘은 기존의 잘 알려진 ESPRIT을 기반으로 하고 있으며 상관 행렬의 정확한 추정에 필요한 샘플이 부족한 경우 오류 행렬을 LS 혹은 MMSE로 추정하여 오류 값을 순서적으로 제거해 나간다. 충분한 시간이 흐른 뒤에는 제안하는 알고리즘에 비해 원 알고리즘이 우수한 성능을 보이지만 송신기의 DoA가 유사한 경우 제안하는 알고리즘이 우수한 성능을 보인다.

향후 연구 방향으로는 수학적 분석과 수신 오류 행렬의 잔여 분산값에 대한 수식의 도출이 있다. 제안하는 알고리즘의 경우 LS 혹은 MMSE로 추정된 오류 행렬을 원 행렬에서 제해 고유값분해 하는 것이기에 도출된 고유값 벡터의 분산에 대한 분석이 가능하다면 알고리즘의 성능에 대한 수식을 도출하여 수학적 성능 분석이 가능하다.

## References

- [1] J. M. Wilson, *Military GPS User Equipment (MGUE)*(2015), Retrieved July, 30, 2016, from <http://www.gps.gov/multimedia/presentations/2015/04/partnership/wilson.pdf>
- [2] 5G Forum, *5G Vision, Requirements, and Enabling Technologies*(2016), Retrieved July, 3

0, 2016, from <http://kani.or.kr/5g/whitepaper/5G%20Vision,%20Requirements,%20and%20Enabling%20Technologies.pdf>

[3] 5G PPP, *5G Automotive Vision*(2015), Retrieved July, 30, 2016, from <https://5g-ppp.eu/wp-content/uploads/2014/02/5G-PPP-White-Paper-on-Automotive-Vertical-Sectors.pdf>

[4] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Ant. and Propaga.*, vol. ap-34, no. 3, pp. 276-280, Mar. 1986.

[5] A. Paulraj, R. Roy, and T. Kailath, "Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques-ESPRIT," in *MILCOM 1986*, pp. 41.6.1-41.6.5, Monterey, CA, USA, Oct. 1986.

[6] B. Ottersten, M. Viberg, and T. Kailath, "Performance analysis of the total least squares ESPRIT algorithm," *IEEE Trans. Sign. Process.*, vol. 39, no. 5, pp. 1122-1135, May 1991.

[7] N. Yuen and B. Friedlander, "Asymptotic performance analysis of ESPRIT, higher order ESPRIT, and virtual ESPRIT algorithms," *IEEE Trans. Sign. Process.*, vol. 44, no. 10, pp. 2537-2550, Oct. 1996.

[8] J.-H. Shin, H.-R. Park, and E. Chang, "An ESPRIT-Based super-resolution time delay estimation algorithm for real-time locating systems," *J. KICS*, vol. 38A, no. 04, pp. 310-317, Apr. 2013.

[9] S. Yun, J. Oh, J. O Kim, S. Choi, and J. M. Ahn, "Averaging methods for enhancing the performance of DOA estimation under the rotor effect," *J. KICS*, vol. 37C, no. 12, pp. 1245-1255, Dec. 2012.

[10] C. Jung and J. Kim, "Performance analysis of modified ESPRIT algorithm," *J. KICS*, vol. 26, no. 3B, pp. 259-265, Mar. 2001.

심재남 (Jae-Nam Shim)



2012년 2월 : 연세대학교 전기전자공학과 졸업  
 2012년 3월~현재 : 연세대학교 전기전자공학과 석박사통합과정  
 <관심분야> Femto-Caching, DoA 추정, 캐싱, 5세대 이동통신 시스템

박홍석 (Hongseok Park)



2015년 2월 : 숭실대학교 정보통신전자공학부 공학사  
 2015년 3월~현재 : 연세대학교 전기전자공학부 석박사통합과정  
 <관심분야> 전자공학, 통신공학

김동현 (Donghyun Kim)



2009년 2월 : 연세대학교 전기전자공학부 공학사  
 2011년 2월 : 연세대학교 전기전자공학부 공학석사  
 2011년 6월~현재 : 국방과학연구소 연구원  
 <관심분야> 무선통신, 군통신,

데이터링크

김동구 (Dong Ku Kim)



1983년 2월 : 한국항공대학교 통신공학과 졸업  
 1985년 : U.S.C. Dept. of Electrical Engineering 석사  
 1992년 : U.S.C. Dept. of Electrical Engineering 박사  
 1994년~현재 : 연세대학교 공과대학 전기전자공학과 정교수

<관심분야> 5세대 이동통신, 5G V2X, 측위 기술, 압축센싱, 5세대 MIMO 기술