

Hybrid Optimization Method for the Reconstruction of Apodized Chirped Fiber Bragg Gratings

Jaesoon Youn and Kiegon Im[†]

Department of Physics, Chonnam National University, Gwangju 61186, Korea

(Received September 27, 2016; Revised manuscript November 8, 2016; Accepted November 10, 2016)

We have studied the hybrid method for reconstructing apodized chirped fiber Bragg gratings, using both an analytic estimation of grating parameters and an optimization algorithm. The Hilbert transform of the reflection spectrum was utilized to estimate grating parameters, and then the layer-peeling algorithm was used to obtain refined parameter values by the differential-evolution optimization process. Calculations for a fiber Bragg grating with wavelength chirp rate 2 nm/cm were obtained with an accuracy of 6×10^{-5} nm/cm for the chirp rate and 3×10^{-9} for the index modulation, with much improved calculation speed and high reliability.

Keywords: Apodization, Linear chirp, Fiber Bragg Grating Reconstruction, Differential Evolution Optimization
OCIS codes: (060.3735) Fiber Bragg gratings; (060.2340) Fiber optics components

무족화 첩 광섬유 격자 재구성을 위한 혼합 최적화 방법

윤재순 · 임기건[†]

전남대학교 물리학과
☎ 61186 광주광역시 북구 용봉로 77

(2016년 9월 27일 받음, 2016년 11월 8일 수정본 받음, 2016년 11월 10일 게재 확정)

광섬유 격자의 반사스펙트럼을 분석하여 무족화 첩 광섬유 격자를 재구성하는 혼합 최적화 방법을 제안한다. 반사 스펙트럼의 힐버트 변환을 사용하여 설계 변수들의 추정값을 결정하고 층분리 알고리즘을 활용한 차분진화 최적화를 통하여 격자의 설계 변수들을 최종 확정하였다. 특성 격자 주기 변화율 2 nm/cm인 무족화 첩 격자에 대한 계산 결과는 격자주기 변화율에 대해 6×10^{-5} nm/cm, 굴절률 변조에 대해 3×10^{-9} 의 정확도로 설계 변수를 재구성할 수 있었으며 종래의 최적화 방법에 비하여 신속성과 신뢰성을 개선할 수 있음을 확인하였다.

Keywords: 무족화, 선형 첩, 광섬유 격자 재구성, 차분진화 최적화
OCIS codes: (060.3735) Fiber Bragg gratings; (060.2340) Fiber optics components

I. 서 론

광섬유 격자(fiber Bragg grating)는 부식성이 없고 전자기적 소음에 영향을 받지 않으며 특성 파장에 의거한 자기 식별 기능을 갖추고 있어서 광통신과 광센서 분야에서 활용이 지속적으로 증가하는 추세이다. 광섬유 격자의 다양한 활용에 따라 새로운 격자를 설계하고 이미 제조된 격자를 평가하는데 광섬유 내의 굴절률 분포(refractive index profile)는 파악해야 할 필수적인 정보이다^[1]. 굴절률 분포를 실험적으로 알아내기 위하여 광섬유 격자에 부분적으로 열을 가하고 투

과된 광신호의 변화를 분석하거나 광섬유 격자에 횡방향으로 빛을 조사하고 산란광을 분석하는 연구가 보고된 바 있으나 측정장치의 구성이 복잡하고 분해능의 한계가 지적되었^[2].

광섬유 격자의 굴절률 분포를 반사 스펙트럼으로부터 재구성하는 가장 간단한 이론은 반사 스펙트럼과 굴절률 변조 사이의 푸리에 변환 관계를 이용하는 방법인데^[3], 반사율이 낮은 격자의 특성을 예측하는 데는 유용하지만 반사율이 높은 격자에 대해서는 오차가 크다. Gel'fand-Levitan-Marchenko (GLM) 역산란 이론(inverse scattering theory)은 유리 함수

[†]E-mail: kgim@chonnam.ac.kr

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online.

(rational function) 형태의 반사 스펙트럼에 대하여 정확한 해석적 해를 도출하지만 실제적인 활용이 어렵다^[4]. 보다 안정적으로 알려진 층분리 알고리즘(Layer Peeling Algorithm: LPA)은 펄스 형태의 입력 신호에 대한 광섬유 격자의 반사 신호 또는 임펄스 반응(impulse response)에 근거하는 역산란 이론이며 더욱 유용하다고 알려져 있지만, GLM과 마찬가지로 복소수 반사 스펙트럼의 절대값 뿐 아니라 정확한 위상 스펙트럼을 필요로 한다^[5].

광 스펙트럼 분석기(optical spectrum analyzer: OSA)로 측정하는 스펙트럼은 위상 스펙트럼을 보여주지 않는다. 따라서, Hilbert 변환을 사용하여 출력 스펙트럼(power spectrum)에서 위상을 구하든지^[5] 또는 간섭계를 사용하여 해당 광섬유 격자의 위상 스펙트럼을 직접 측정해야 한다^[6,7]. 실험적으로 직접 위상을 측정하는 방법은 OFDR(optical frequency domain reflectometry) 또는 OCDR(optical coherence domain reflectometry)과 같은 간섭 장치가 필요하다. 이 방법들은 기본적으로 마이켈슨 간섭계로서 동작하며 OFDR 경우에는 가변 파장의 높은 결맞음 광원을 사용하고 OCDR 방법의 활용에는 낮은 결맞음 광원을 사용하며 간섭계의 한 팔의 길이를 가변하여 스펙트럼을 측정한다. 어느 경우에도 간섭계의 측정결과는 환경 요인에 민감하기 때문에 장치 구성이 정교해야 하는 문제점이 있다.

실제적인 광섬유 격자의 경우에 OSA로 측정한 출력 스펙트럼에서 Hilbert 변환을 통해 계산되는 위상 스펙트럼은 최소 위상(minimum phase)이다. 균일한 격자(uniform grating)의 경우는 주어진 스펙트럼에 대응하는 굴절률 변조의 값이 유일하고 최소 위상을 갖지만, 칩 광섬유 격자의 경우에는 동일한 출력 스펙트럼에 대하여 굴절률 변조의 배열이 달라지면 위상 스펙트럼이 달라지는 혼합 위상(mixed phase)의 문제점이 있다.

최적화 알고리즘(optimization algorithm)은 칩 격자와 같이 굴절률 변조가 균일하지 않은 일반적인 광섬유 격자의 굴절률 분포 재구성에 유용하게 사용될 수 있다. 종래의 방법과 비교하여 최적화 알고리즘은 목적함수(objective function)와 무게함수(weighting function)의 적절한 설계를 통하여 격자의 최종 설계에 대한 실제적인 요구를 반영할 수 있는 장점이 있다. 광섬유 격자를 이론적으로 합성하는 최적화 방법으로 genetic algorithm과 simulated annealing algorithm이 보고되었으나^[9,10], 변수가 많아지면 정확도가 낮아지고 계산시간이 길어져서 효율성이 떨어지는 단점이 지적된다. 문제점을 개선하기 위하여 adaptive simulated annealing^[11], Nelder-Mead simplex^[12], PSO, Tabu search^[13], Quasi-Newton^[14] 등과 같은 다양한 알고리즘이 제안되었으며 이들의 장점을 혼용한 복합(hybrid) 알고리즘^[15]을 사용한 연구들이 진행되고 있다.

일반적으로, 다양한 최적화 알고리즘을 통해 효율성과 수렴성을 개선하여도 대상변수 값에 대한 제한범위가 주어지지 않으면 계산 결과가 국소적 최소값(local minimum)에 수렴할 가능성이 항상 존재한다. 최적화 방법이 안정된 수렴성과 높은 정확도 그리고 신속한 계산을 하기 위해서 광섬유

격자의 설계 변수의 초기값과 범위를 정확하게 설정하는 것이 필요하다.

이 연구에서는 광섬유 격자의 설계 변수를 근사적으로 계산하는 방법을 제안하고 추정값들을 초기 추정 범위로 사용하여 차분진화(differential evolution) 알고리즘에 근거한 최적화 계산을 시행하였다. 광신호의 분산 보상 또는 스펙트럼 평탄화 소자로 자주 활용되고 선형적 격자주기 변화의 굴절률 분포를 갖는 무족화 칩(apodized and chirped) 광섬유 격자를 목표 격자(target grating)로 하여 결합 모드 방정식(coupled mode equation: CME)을 사용하여 반사 스펙트럼을 계산하고 출력 스펙트럼을 결정하였다. Hilbert 변환의 유효한 계산 방법으로 Wiener-Lee 변환을 사용하여 반사 스펙트럼의 최소위상을 계산하고 선형 칩 격자의 파장범위를 추정하였다. 계산된 최소위상으로부터 푸리에 변환을 사용하여 단위 반사율에 대한 임펄스 반응을 계산하고 그 결과에 기초하여 목표 격자의 길이를 추정하였다. 추정된 칩 격자 변수에 기초하여 LPA를 사용하여 위상 스펙트럼을 도출하고 굴절률 분포에 대한 추정값을 계산하였다. 마지막으로 차분진화 최적화 알고리즘을 사용하여 추정된 변수값을 초기값으로 하여 목표 스펙트럼에 최적화된 격자 변수들을 결정하였고 목표 격자의 설계 변수 값과 비교하였다.

II 장에서 격자 재구성을 위한 결합모드 방정식과 최적화 방법에 대하여 소개하였고, III 장에서는 최소위상을 이용하여 선형 칩 무족화 광섬유 격자의 매개변수의 범위를 설정하는 방법에 대하여 설명하였다. IV장에서는 설계 변수의 추정과 최적화 계산 결과를 논의하였다.

II. 이 론

2.1. 결합모드 방정식과 전달행렬 이론

굴절률 변조의 크기와 주기가 일정한 균일격자의 반사 스펙트럼에 대한 결합모드 방정식의 해석적인 해는 반사율이 높은 경우에도 스펙트럼의 측정결과와 잘 일치한다. 반사율이 낮은 균일격자의 반사 스펙트럼과 격자의 굴절률 분포 사이에는 푸리에 변환 관계가 성립하는 것이 알려져 있다.

단일 광섬유 격자의 일반적인 형태는 굴절률 변조의 크기와 주기가 균일하지 않은 무족화 칩 격자이다. 칩 광섬유 격자(chirped fiber Bragg grating, CFBG)는 격자 주기의 분포에 대응하는 넓은 대역폭의 반사스펙트럼을 가지며 광섬유 증폭기의 이득보상 평탄화 소자 및 광신호 지연보상 등에 활용된다. CFBG가 갖는 스펙트럼 잔물결(ripple)과 군지연 잔물결(group delay ripple, GDR)을 줄이기 위해 무족화(apodization)가 활용된다^[17].

광섬유 격자를 반사 스펙트럼으로부터 역으로 설계한다는 것은 광섬유를 따라 종방향으로 격자의 굴절률 분포를 결정한다는 의미이다. 구체적으로, 무족화 칩 광섬유 격자의 굴절률 분포 $n(z)$ 는 격자 내 위치 z 에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$n(z) = n_0 + \Delta n_{dc}(z) + \Delta n_{ac}(z) \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda_0} z + \theta(z)\right) \quad (1)$$

식 (1)에서 n_0 는 광섬유의 유효굴절률, Δn_{dc} 는 “dc” 굴절률 변조, Δn_{ac} 는 “ac” 굴절률 변조를 각각 나타낸다. Λ_0 는 $z=0$ 에서 격자 주기이며, $\theta(z)$ 는 격자의 비주기적 위상 또는 칩(chirp)에 의한 위상이다. 길이 L 인 선형 칩 광섬유 격자의 국소 격자 주기 $\Lambda(z)$ 는

$$\Lambda(z) = \Lambda_0 + \alpha z \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{\Lambda(L) - \Lambda_0}{L} \quad (3)$$

과 같이 표현할 수 있으며, α 는 선형 칩 계수(linear chirp rate)이다.

광섬유 격자 내의 굴절률 변화는 진행하는 전자기파에 섭동(perturbation)을 일으킨다. 단일 모드의 경우, 주파수 ω 로 빠르게 변화하는 위상 $\exp(-i\omega t)$ 과 전파상수 β 로 진행되는 위상 $\exp(\pm i\beta z)$ 을 소거한 장의 세기를 $+z$ 방향으로 진행하는 모드 $u(z)$ 와 반대방향으로 진행하는 모드 $v(z)$ 의 결합으로 나타내면 다음의 결합모드 방정식이 성립한다^[1].

$$\frac{\partial u(z, \delta)}{\partial z} = +i\delta u + q(z)v \quad (4a)$$

$$\frac{\partial v(z, \delta)}{\partial z} = -i\delta v + q^*(z)u \quad (4b)$$

윗 식에서 $q(z)$ 는 결합계수(coupling coefficient), δ 는 비정합 파수(detuning wavenumber)이다.

$$q(z) = i \frac{\pi \Delta n_{ac}(z)}{\lambda_B} \exp\left[i\left(\theta(z) - \frac{4\pi\eta}{\lambda_B} \int_0^z \Delta n_{dc}(z') dz'\right)\right] \quad (5)$$

$$\delta = 2\pi n_0 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_B}\right) \quad (6)$$

$$\lambda_B = 2n_0 \Lambda_0 \quad (7)$$

결합계수의 크기는 Δn_{ac} 에 비례하고 위상의 두 항 중에서 $\theta(z)$ 는 격자 주기의 기준값 Λ_0 에서 국소 격자 주기가 벗어남으로 인한 위상 변화 그리고 적분항은 Δn_{dc} 에 의한 유효 주

기의 변화를 의미한다.

반사계수(reflection coefficient)의 실제적 계산에는 전달행렬 방법이 유용하다. 이 방법에서 길이 L 인 전체 광섬유 격자는 간격이 $\Delta z=L/N$ 인 N 개의 격자로 나누고, 충분히 큰 N 을 선택하여 균일한 각 격자에 대한 식 (3)의 결합 모드 방정식의 해를 적용한다. j -번째 균일격자에 대한 전달행렬은 다음과 같이 표현된다^[1].

$$\begin{bmatrix} u_{j+1} \\ v_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \Delta z) + i \frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma \Delta z) \\ \frac{q}{\gamma} \sinh(\gamma \Delta z) \\ \frac{q}{\gamma} \sinh(\gamma \Delta z) \\ \cosh(\gamma \Delta z) - i \frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma \Delta z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_j \\ v_j \end{bmatrix} = \mathbf{T}_j \begin{bmatrix} u_j \\ v_j \end{bmatrix} \quad (8)$$

이 식에서 $q = q_j = q(j\Delta z)$ 이며, $\gamma^2 = |q|^2 - \delta^2$ 이다. 따라서, 광섬유 격자의 양 끝에서 장의 세기는

$$\begin{bmatrix} u(L) \\ v(L) \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} u(0) \\ v(0) \end{bmatrix} \quad (9)$$

와 같이 표현할 수 있는데, 여기서

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_N \cdot \mathbf{T}_{N-1} \cdots \mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

이며, 반사계수는 경계조건을 적용하여 얻을 수 있는 다음의 식을 이용하여 계산할 수 있다.

$$r(\delta) = -\frac{T_{21}}{T_{22}} \quad (11)$$

2.2. 이산 층분리 알고리즘에 의한 굴절률 변조 계산

층분리 알고리즘(LPA)은 역산란(inverse-scattering) 범주에 속하는 이론이며 광섬유 격자에서 반사된 초기 임펄스 반응은 인과율(causality)에 따라 격자의 첫 반사층과 연계되고 격자 내부의 다른 반사층과는 연계되지 않는다는 사실에 근거한다. 주어진 반사 스펙트럼에 해당하는 초기 임펄스 반응에서 첫 반사층의 결합계수를 계산하고 전파행렬을 이용하여 다음 반사층으로 이동하고 계산을 반복하여 전체 반사층의 결합계수를 계산할 수 있다^[5].

이산 층분리 알고리즘(Discrete layer peeling algorithm, DLPA)

은 복소 반사계수에서 굴절률 변조 분포를 계산하여 광섬유 격자를 이론적으로 재구성하는 신속하고 안정된 방법이다. 식 (8)의 전달행렬 \mathbf{T}_j 는 균일한 소격자의 반사율을 나타내는 반사행렬 과 소격자 사이의 파의 이동을 나타내는 전파행렬의 곱으로 나타낼 수 있다^[1].

$$\mathbf{T}_{\rho_j} = \left(1 - |\rho_j|^2\right)^{-1/2} \begin{bmatrix} 1 & -\rho_j^* \\ -\rho_j & 1 \end{bmatrix} \quad (12a)$$

$$\mathbf{T}_{\Delta z} = \begin{bmatrix} \exp(i\delta\Delta z) & 0 \\ 0 & \exp(-i\delta\Delta z) \end{bmatrix} \quad (12b)$$

여기서 ρ_j 는 이산화된 반사계수이다.

$$\rho_j = -\tanh\left(|q_j|\Delta z\right) \frac{q_j^*}{|q_j|} \quad (13)$$

또한 ρ_j 는 이산화된 반사 스펙트럼의 0차 푸리에 계수이므로 다음과 같은 표현을 갖는다^[18].

$$\rho_j = \frac{\Delta z}{\pi} \int_{-\pi/2\Delta z}^{\pi/2\Delta z} r_j(\delta) d\delta \quad (14)$$

또한, 식 (12)의 전파행렬을 이용하면 격자층의 반사 스펙트럼에 관한 다음의 회귀공식(recursion formula)을 얻을 수 있다.

$$r_{j+1}(\delta) = \frac{r_j(\delta) - \rho_j}{1 - \rho_j^* r_j(\delta)} \cdot e^{-i2\delta\Delta z} \quad (15)$$

식 (5)와 식 (13)에서 격자 내의 각 위치에서 굴절률 변조 값에 대한 다음의 표현을 얻을 수 있다.

$$\Delta n_{ac}(z_j) = \frac{\lambda_B}{\pi} \operatorname{arctanh}\left(|\rho_j|\right) \quad (16)$$

$$\Delta n_{dc}(z_j) = \frac{\lambda_B}{4\pi} \frac{\arg[\rho_j] - \arg[\rho_{j-1}]}{\Delta z} \quad (17)$$

식 (14) ~ (17)의 식을 반복하여 격자층에 차례로 적용하면 광섬유 격자 전체의 굴절률 변조를 계산할 수 있다.

굴절률 변조의 위치에 따른 무족화 함수는 대체로 가우시안 형태를 많이 사용되므로 식 (16)과 식 (17)을 이용하여 얻은 굴절률 변조의 계산 결과를 다음의 함수로 근사하는 것이

유용하다.

$$\Delta n(z) = \Delta n_{\max} \exp\left\{-\left(\frac{2(z-L/2)}{s \cdot L}\right)^n\right\} \quad (18)$$

이 식에서 Δn_{\max} , s , n 은 각각 굴절률 변조의 최대값, 무족화 계수, 가우시안 차수를 의미한다. 계산 결과를 함수 형태로 근사하면 광섬유 격자의 설계변수의 수를 줄일 수 있는 장점이 있다.

III. 계산 및 분석

3.1. 설계변수 추정

일반적으로 4차 가우시안 함수가 스펙트럼 잔물결(ripple)이 작아 칩 격자의 무족화 형태로 많이 사용되고 있다. 4차 가우시안 무족화 계수 0.7, 최대 굴절률 변조 1.0×10^{-4} , 격자주기 변화율 2 nm/cm, 길이 1 cm의 값을 격자 변수로 선택하고 2.1절에서 소개한 전달행렬 방법을 사용하여 그림 1과 같이 최대 반사율이 25%인 무족화 칩 격자의 반사 스펙트럼을 얻었다. 격자의 칩 파장범위는 2~3 nm 정도이며, 반사 스펙트럼의 Hilbert 변환을 분석하면 목표 격자의 주기를 보다 정확하게 추정할 수 있다.

무족화 또는 칩 광섬유 격자의 반사스펙트럼의 위상은 최대위상과 최소위상이 혼합되어 있으며 균일한 격자처럼 대칭적인 격자구조를 갖는 경우에만 최소위상을 갖는다. 그러나 어느 경우에도 Hilbert 변환을 이용하면 반사 스펙트럼으로부터 최소위상을 계산할 수 있으며 최소위상 스펙트럼을 분석하면 격자의 길이와 주기에 대한 정보를 구할 수 있다.

$$\phi_{\min}(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[P.V. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln|r(\omega')|}{\omega - \omega'} d\omega' \right] \quad (19)$$

식 (19)에서 P.V. 은 Cauchy의 주요값(principal value)을 의

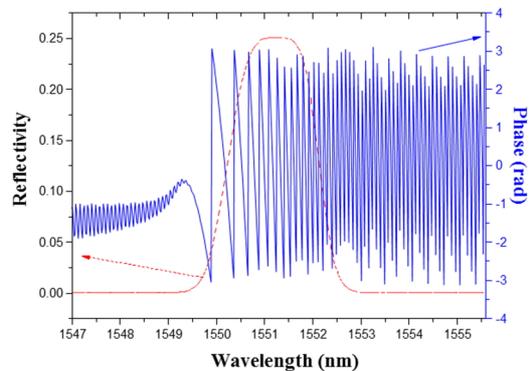


Fig. 1. Reflectance spectrum of the target grating. Reflectivity (dotted line) and wrapped phase (solid line).

미한다. 최소위상을 수치적분으로 계산할 때는 식 (19)의 표현에서 실수부와 허수부를 분리하여 계산하는 Wiener-Lee 변환을 이용하는 것이 간편하다^[6]. 이 연구에서 사용한 계산을 요약하면 다음과 같다.

$$i\phi_{\min}(\omega) = F^{-1} \left\{ u_+(t) \cdot F \left\{ \ln |r(\omega)| \right\} \right\} - \ln |r(\omega)| \quad (20a)$$

$$u_+(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t = 0 \\ 2, & t > 0 \end{cases} \quad (20b)$$

식 (20)에서 $u_+(t)$ 는 인과율(causality)을 적용하기 위한 계단 함수(step function)이며 푸리에 변환 및 역변환의 결과로 원래의 함수값을 얻기 위해 Heaviside step function 에 2를 곱하여 정의하였다. 그림 2는 서로 다른 무족화에 대한 최소 위상 계산 결과를 보여준다. 그림 2(a)는 무족화 되지 않은 칩격자, 그림 2(b)와 (c)는 각각 2차 및 4차 가우시안 형태의 무족화를 갖는 격자에 대한 계산을 나타낸다. 무족화를 적용한 경우 격자주기에 대응하는 브래그 파장 영역 $\Delta\lambda$ 에서 최소위상의 변화는 잔물결(ripple) 형태의 변화가 감소된 형태이다. 최소위상의 최대치와 최소치를 이용하여 격자주기에 대응하는 브래그파장 범위를 추정하였다. 추정결과 $\Delta\lambda$ 는 2.84 nm로 실제범위 2.89 nm보다 0.05 nm의 오차를 갖는 결과를 얻을 수 있었다.

칩 격자의 반사 스펙트럼은 설계 파장 영역인 브래그 파장의 최대값과 최소값에서 반사율의 변화가 크고 최소위상은 극대값을 갖게 된다. 따라서 최소위상의 최대점과 최소점을 사용하여 격자주기 변화에 대응하는 파장영역 또는 설계 파장의 최소값과 최대값을 추정할 수 있다.

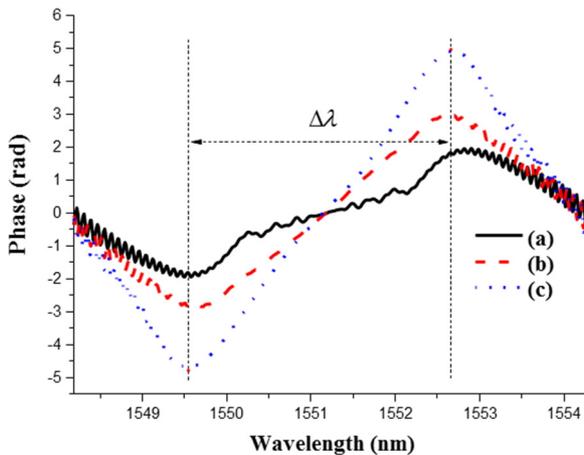


Fig. 2. Minimum phase of grating that calculated from its target reflectance spectrum. (a), a simple chirp grating. (b), the 2nd order Gaussian apodized chirp grating. (c), the 4th order Gaussian apodized chirp grating.

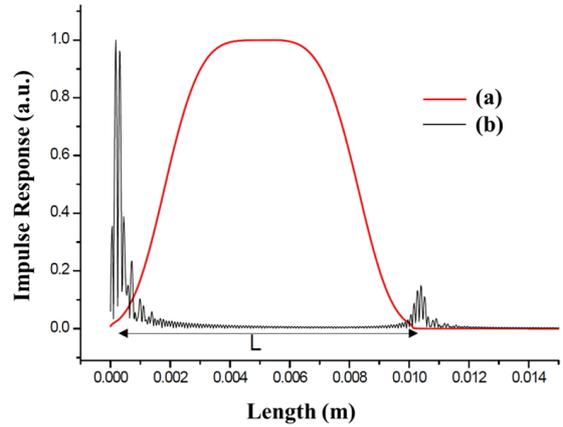


Fig. 3. (a) Modulation index profile and (b) Impulse response of apodized chirp grating corresponding to the minimum phase of the target spectrum.

반사 스펙트럼의 임펄스 응답을 위치의 함수로 표현하면 광섬유 격자의 길이와 무족화 함수에 대한 정보를 얻을 수 있다^[6]. 그러나, 무족화 격자의 임펄스 응답 함수는 격자의 경계를 분명하게 보여주지 않으며 격자의 길이를 추정하기 어렵다. 한편, 최소위상의 지수함수 $\exp(i\phi_{\min})$ 에 대한 푸리에 변환은 반사율의 크기가 파장에 무관하게 1 인 반사 스펙트럼의 임펄스 응답과 같다. 따라서 격자의 경계에서 위상의 급격한 변화가 보다 분명하게 드러난다. 대상 격자의 길이에 따른 굴절률 변조 분포의 모습이 그림 3(a)에, 최소위상에 대응하는 임펄스 응답이 그림 3(b)에 각각 나타나 있다.

그림 3(b)의 임펄스 반응에 나타난 두 번째 피크의 위치에서 무족화 칩 광섬유 격자의 길이를 1.05 cm 로 추정할 수 있고 브래그 파장 범위의 추정값 $\Delta\lambda=2.84$ nm 과 함께 식 (3)에 대입하여 격자주기 변화율 $\alpha=1.96$ nm/cm 를 얻었다. $n_0 = 1.449$, 브래그 파장 $\lambda_B = 1549.53$ nm 이므로 식 (7)에서 격자주기의 최소값 $\Lambda_0 = 0.53469$ μm 을 또한 결정할 수 있다.

결합계수에 대한 식 (5)에서 Δn_{ac} 의 분산에 의한 반사파의 파장에 따른 위상변화를 일차적 근사로 무시한다면 반사 스펙트럼의 위상 추정에 대하여 다음의 식을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\phi(\delta) \cong -\frac{2\pi}{\Lambda_0^2} \int_0^z [\Lambda(z') - \Lambda_0] dz' \quad (21)$$

윗 식에서 δ 는 위치 z' 에서 격자의 국소 브래그 파장에 대응하는 비정합 파수이다. 선형 칩격자의 경우, 식 (21)은 대략 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi(z) \cong -\pi\alpha \left(\frac{z}{\Lambda_0} \right)^2 \quad (22)$$

이다.

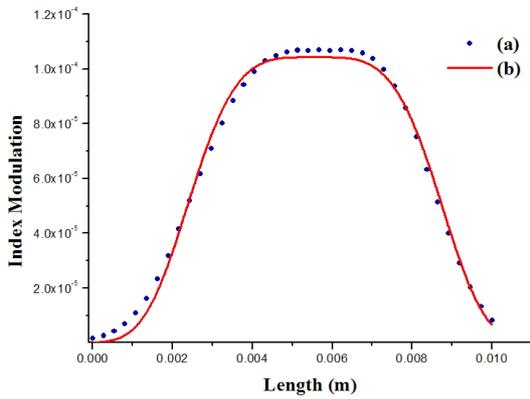


Fig. 4. (a) Calculated index modulation and (b) 4th Gaussian fitted result.

그림 4의 곡선 (a)는 추정 위상을 식 (14)에 적용하고 DLPA 방법을 굴절률 변조를 계산한 결과이며 곡선 (b)는 식 (18)을 이용하여 4차 가우시안 함수로 근사한 결과이다. 최대 굴절률 변조값으로 1.021×10^{-4} 와 무축화 계수 $s=0.698$ 을 얻었다. 일반적으로 Δn_{dc} 의 크기와 분포는 Δn_{ac} 와 비슷한 값을 가지므로 최적화를 위한 초기값을 동일하게 추정하였다.

3.2. 차분진화 최적화

차분진화 최적화 알고리즘은 구조와 연산이 간단하고 적은 수의 제어 인자로 과정을 조절하며 수렴 속도가 비교적 빠른 것으로 알려져 있으며 국소 최소값으로 수렴하는 것을 억제하는 장점이 있다^[19]. 일반적으로 초기 변수값은 추정 범위 내에서 임의적(random)으로 선택한다. r -번째 변수의 초기값을 $x_{r,0}$ 로 표시하면

$$x_{r,0} = l_r + \varepsilon_r (u_r - l_r) \quad (23)$$

와 같이 결정된다. l_r , u_r 은 변수 x_r 의 추정 최소값과 최대값, ε_r 은 0과 1 사이의 무작위 숫자이다. 새로운 변수 벡터는 임의적으로 선택된 두 개의 매개변수 벡터의 차이에 가중치 g 를 곱하고 이전 단계에서 가장 작은 적합도를 갖는 변수 벡터를 더하여 생성한다^[20].

$$x_{r,n+1} = x_{r,n}^{best} + g \cdot \Delta x_{r,n} \quad (24)$$

적합도(fitness) F 는 계산된 반사 스펙트럼과 목표 스펙트럼과의 차이의 제곱이며 이산화된 파장 λ_i 의 모든 항에 대한 급수가 된다.

$$F_{fitness} = \sum_{i=1}^n \left(\left| \tilde{r}_{calc}(\lambda_i) - \tilde{r}_{target}(\lambda_i) \right|^2 \right) \quad (25)$$

개선된 최적화 알고리즘을 사용해도 변수의 추정 범위가 넓으면 수렴성이 낮아진다. 변수 추정범위를 좁히거나 초기 값을 추정하여 사용하면 수렴의 속도와 정확도를 개선할 수 있다. 무축화 칩 격자에 대하여, III 절에서 추정된 격자 변수 중 최적화를 시행할 변수로서 격자의 길이 L , 굴절률 변조의 최대값 Δn_{max} , 무축화 변수 s , 및 칩 계수 α 의 4개로 설정하였다.

그림 2의 임펄스 반응의 두 번째 피크의 반치폭은 대략 2 mm 이므로 격자의 길이 L 에 대한 추정 범위를 0.9~1.1 cm 와 같이 설정하였고, 관련하여 굴절률 변조는 $(0.945\sim 1.155) \times 10^{-4}$, 무축화 계수는 0.63~0.74, 격자주기 변화율의 범위는 1.9~2.1로 결정하였다.

그림 5에서 추정 탐색 범위(estimated search range)를 사용한 최적화 계산 (곡선 a) 과 5배 확장된 보다 일반적인 탐색 범위(conventional search range)에서 최적화 계산을 시행한 결과 (곡선 b)를 비교하였다. 적합도가 1.0×10^{-3} 이하의 값에 도달하기까지 최적화를 시행하도록 제한조건을 주었을 때 추정 범위를 사용한 경우 45회 최적화 계산을 반복하였지만 보다 일반적인 5배 넓은 범위를 사용한 경우는 138회에 도달하였다. 또한, 일반적 범위에서 반복 시행을 하면 변수 범위 내에서 임의로 선택되는 초기조건에 따라 그림 5 곡선 (c)와 같이 국소최소값으로 수렴하는 경우가 존재하였다. 따라서, 추정 범위를 좁힐 수 있다면 수렴결과에 대한 신뢰성을 높일 수 있음 확인하였다.

그림 6 ~ 그림 9는 추정 범위와 일반적인 범위에서 격자 길이, 무축화 계수, 굴절률 변조, 격자주기 변화율에 대한 수렴성을 비교하였다. 그림 6과 그림 7의 곡선 (c)에서와 같이 격자 길이와 무축화 계수에 대한 계산 결과는 정규화된(normalized) 값 1에 수렴되지 않는 경우가 존재하지만 그림 8 과 그림 9에서 곡선 (c)로 예시하였듯이 굴절률 변조와 격자주기 변화율은 일반적인 탐색 범위 내에서 초기 조건을 선택하면 어느 경우어나 목표 값에 수렴함을 확인할 수 있었다.

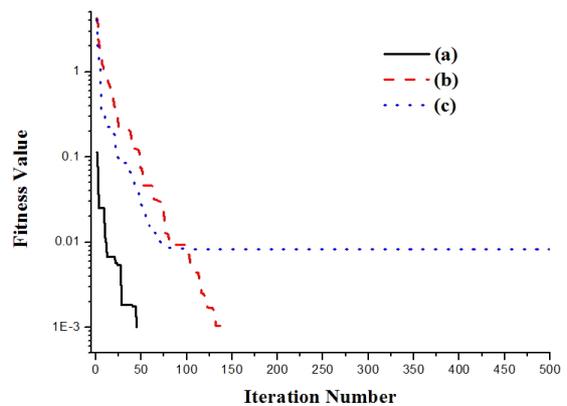


Fig. 5. Convergence of calculated fitness value (a) for an estimated search range, (b) for a wide conventional search range and (c) for a non-converged case in a wide conventional search range.

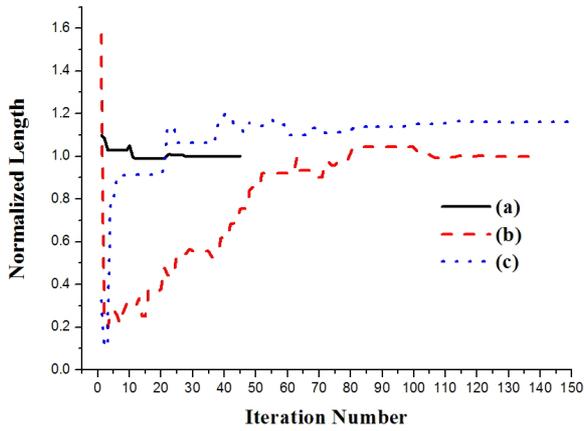


Fig. 6. Convergence of calculated grating length (a) for an estimated search range, (b) for a wide conventional search range and (c) for a non-converged case in a wide conventional search range.

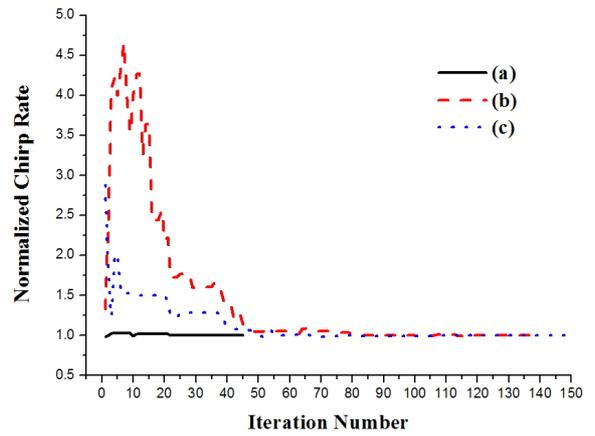


Fig. 9. Convergence of calculated chirp rate (a) for an estimated search range, (b) for a wide conventional search range and (c) for a non-converged case in a wide conventional search range.

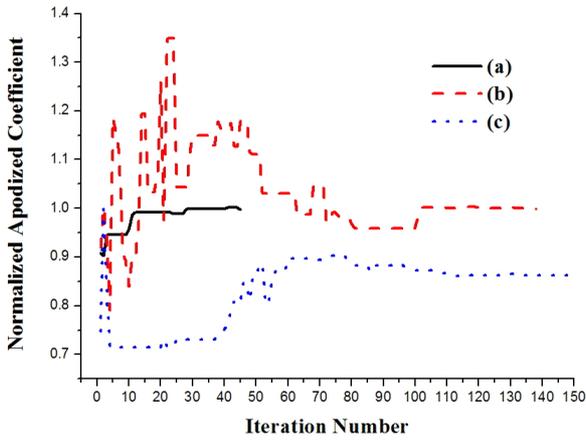


Fig. 7. Convergence of calculated apodized coefficient (a) for an estimated search range, (b) for a wide conventional search range and (c) for a non-converged case in a wide conventional search range.

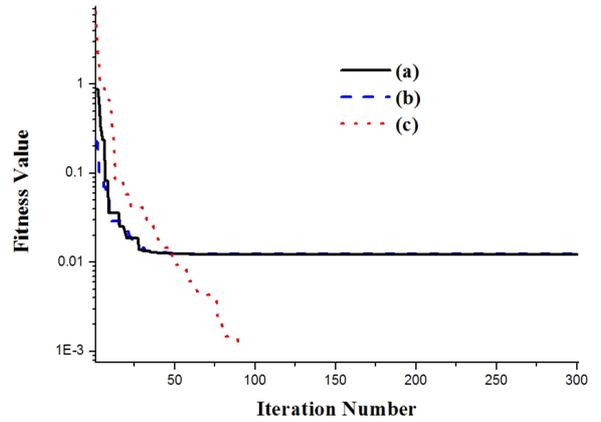


Fig. 10. Convergence of fitness value if the optimal values for grating length L (a) or apodization coefficient s (b) was searched in a wide conventional search range, while other parameters were searched in an estimated search range, and reversely if both L and s were changed in an estimated search range and other parameters were bounded in a wide conventional search range (c).

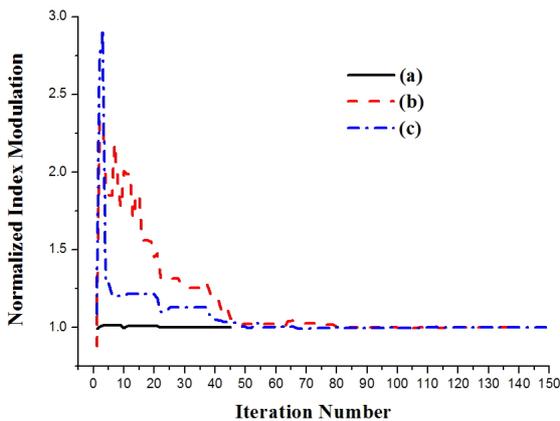


Fig. 8. Convergence of calculated index modulation (a) for an estimated search range, (b) for a wide conventional search range and (c) for a non-converged case in a wide conventional search range.

격자의 길이 L 과 무족화 계수 s 의 탐색 범위에 따른 수렴성을 확인하기 위한 계산을 수행하였다. 그림 10의 곡선 (a)는 L 에 대하여, 곡선 (b)는 무족화 계수 s 에 대하여 일반적인 탐색 범위를 사용하고 나머지 변수들은 추정 범위를 사용하여 최적화를 수행하였을 경우, 최적화 결과는 국소최소값으로 수렴하는 것을 알 수 있다. 반면에 L 과 s 를 추정 범위로 제한하고 나머지 변수를 일반적인 범위에서 최적화를 시행한 그림 10(c)는 전역최소값으로 수렴하는 것을 보여준다. 따라서 수렴성을 개선하기 위해서는 격자 길이와 무족화 계수의 탐색범위를 가능한 좁게 설정할 필요가 있다.

위에서 언급된 추정범위와 계산결과가 Table 1에 요약되어 있다.

Table 1. The optimized grating parameters calculated using the differential evolution algorithm

Grating parameter	True value	Estimated Search Range		Conventional Search Range		
		Range	Result	Range	Result	Failed Case
Length (cm)	1.0	0.9~1.1	1.00206	0.1~5.5	1.00149	1.16223
Apodization Coefficient	0.7	0.63~0.74	0.69856	0.5~1.0	0.69924	0.60369
Chirp Rate (nm/cm)	2.0	1.9~2.1	2.00006	0.1~10.5	1.99919	1.99577
Index Modulation ($\times 10^{-4}$)	1.0	0.945~1.155	1.00000	0.01~5.775	0.99973	0.99886
Fitness Value ($\times 10^{-3}$)	-	-	0.98939	-	0.81093	8.31835
Iteration Number	-	-	45	-	138	1000

IV. 결 론

최적화 알고리즘은 정교함과 안정된 환경이 필요한 간섭계 없이 반사 스펙트럼만을 사용하여 광섬유 격자의 매개변수를 추정할 수 있기 때문에 광섬유 격자 센서와 격자의 품질 검사에 이용할 수 있다. 이러한 장점을 극대화하기 위해서는 신속하고 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 있는 최적화 방법이 필요하다. 따라서 스펙트럼 특성을 반영하여 매개변수의 값을 추정하는 포괄적인 방법을 제안하였다. 이 방법을 통하여 격자 길이에 대해 2 mm, 무족화 계수에 대해 0.11, 굴절을 변조에 대해 0.2×10^{-4} , 격자주기 변화율에 대해 0.2 nm/cm 오차범위에서 광섬유 격자의 매개변수 값을 추정하였고 차분진화 알고리즘을 이용하여 각 매개변수 값을 결정하였다. 탐색범위에 따른 최적화 결과를 비교하여 제안한 방법을 통한 추정범위를 사용할 경우 계산속도와 수렴결과에 대한 신뢰성이 향상됨을 확인하였다. 또한, 무족화 칩 광섬유 격자의 매개변수 중 격자주기 변화율과 굴절을 변조에 비해 길이와 무족화 계수는 적합도 함수에 덜 민감한 변수임을 확인하였다. 범위설정을 이용한 최적화 방법을 통해 길이에 대하여 2×10^{-3} cm, 무족화 계수에 대해 1.44×10^{-3} , 격자주기 변화율에 대해 6×10^{-5} nm/cm, 굴절을 변조에 대해 3×10^{-9} 오차로 무족화 칩 광섬유 격자를 재구성하였다. 제안된 설계변수 추정 방법은 여과기 또는 분산보상 광격자를 포함한 다양한 광섬유 격자의 설계 및 제작에 활용할 수 있을 것으로 기대한다.

References

1. J. Skaar and O. H. Waagaard, "Design and characterization of finite-length fiber gratings," *IEEE J. of Quantum. Electron.*, **39**, 1238-1249 (2003).
2. O. H. Waagaard, "Spatial characterization of strong fiber Bragg gratings using thermal chirp and optical-frequency-domain reflectometry," *J. of Lightwave Technol.*, **23**, 909-914 (2005).
3. H. Kogelnik, "Filter response of nonuniform almost-periodic structures," *Bell Sys. Tech. J.*, **55**, 109-126 (1976).
4. G. H. Song and S. Y. Shin, "Design of corrugated waveguide filters by the Gel'fand-Levitan-Marchenko inverse-scattering method," *J. Opt. Soc. Amer.* **A2**, 1905-1915 (1985).

5. R. Feced, M. N. Zervas, and M. A. Muriel, "An efficient inverse scattering algorithm for the design of nonuniform fiber Bragg gratings," *IEEE J. Quantum Electron.*, **35**, 1105-1115 (1999).
6. A. Carballar and M. A. Muriel, "Phase reconstruction from reflectivity in fiber Bragg gratings," *J. of Lightwave Technol.*, **15**, 1314-1322 (1997).
7. X. Chapeleau, D. Leduc, C. Lupi, F. L. Gejo, M. Douay, R. Le Ny, and C. Boisrobert, "Local characterization of fiber-Bragg gratings through combined use of low-coherence interferometry and a layer-peeling algorithm," *Appl. Opt.*, **45**, 728-735 (2006).
8. D. Leduc, X. Chapeleau, C. Lupi, F. L. Gejo, M. Douay, R. Le Ny, and C. Boisrobert, "Experimental synthesis of fibre Bragg gratings index profiles: comparison of two inverse scattering algorithms," *Meas. Sci. Technol.*, **18**, 12-18 (2007).
9. J. Skaar and K. M. Risvik, "A genetic algorithm for the inverse problem in synthesis of fiber gratings," *J. Lightwave Technol.*, **16**, 1928-1932 (1998).
10. P. Dong, J. Azana, and A. G. Kirk, "Synthesis of fiber Bragg grating parameters from reflectivity by means of a simulated annealing algorithm," *Opt. Commun.*, **228**, 303-308 (2003).
11. C. Z. Shi, N. Zeng, M. Zhang, Y. B. Liao and S. R. Lai, "Non-minimum phase reconstruction from amplitude data in fiber Bragg gratings using an adaptive simulated annealing algorithm," *Optics & Laser Technol.*, **36**, 259-264 (2004).
12. F. Lhomme, C. Caucheteur, K. Chah, M. Blondel, and P. Megret, "Synthesis of fiber Bragg grating parameters from experimental reflectivity: a simplex approach and its application to the determination of temperature-dependent properties," *Appl. Opt.*, **44**, 493-497 (2005).
13. S. Baskar, R. T. Zheng, A. Alphones, N. Q. Ngo, and P. N. Suganthan, "Particle swarm optimization for the design of low-dispersion fiber Bragg gratings," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **17**, 615-617 (2005).
14. R. T. Zheng, N. Q. Ngo, P. Shum, S. C. Tjin, and L. N. Binh, "A staged continuous tabu search algorithm for the global optimization and its applications to the design of fiber Bragg gratings," *Comp. Optim. Appl.*, **30**, 319-335 (2005).
15. R. T. Zheng, N. Q. Ngo, L. N. Binh, S. C. Tjin, and P. Shum, "Optimization technique for simple reconstruction of the index modulation profile of symmetric fiber Bragg

- gratings from their reflective spectrum,” *Opt. Engineering*, **45**, 014403 (2006).
16. N. Q. Ngo, R. T. Zheng, J. H. Ng, S. C. Tjin, and L. N. Binh, “Optimization of fiber Bragg gratings using a hybrid optimization algorithm,” *J. of Lightwave Technol.*, **25**, 799-802 (2007).
 17. D. Pastor, J. Capmany, D. Ortega, V. Tatay, and J. Marti, “Design of apodized linearly chirped fiber gratings for dispersion,” *J. of Lightwave Technol.*, **14**, 2581-2588 (1996).
 18. J. Skaar, L. Wang, and T. Erdogan, “On the synthesis of fiber Bragg gratings by layer peeling,” *IEEE J. of Quantum. Electron.*, **37**, 165-173 (2001).
 19. Z. Huang, C. Wang, and M. Ma, “A robust archived differential evolution algorithm for global optimization problems,” *J. of Computers*, **4**, 160-167 (2009).
 20. R. Storn and K. Price, “Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces,” *J. of Global Optimization*, **11**, 341-359 (1997).