

◆ 특집 ◆ 직선 · 회전모터 구동 이송 · 회전체 연구 XIV

# 회전축 부하를 고려한 BLDC 모터의 열적 특성에 관한 실험 및 수치 해석적 연구

## Thermal Characteristics of 600 W Brushless DC Motor under Axial Loading Condition

권화빈<sup>1</sup>, 이원식<sup>2</sup>, 김규탁<sup>3</sup>, 박희성<sup>4,✉</sup>  
Hwabhin Kwon<sup>1</sup>, Won-Sik Lee<sup>2</sup>, Gyu-Tak Kim<sup>3</sup>, and Heesung Park<sup>4,✉</sup>

<sup>1</sup> 창원대학교 기계공학과 대학원 (Department of Mechanical Engineering, Changwon National University)

<sup>2</sup> 창원대학교 전기공학과 대학원 (Department of Electrical Engineering, Changwon National University)

<sup>3</sup> 창원대학교 전기전자제어공학부 (Department of Electrical and Electricity Control Engineering, Changwon National University)

<sup>4</sup> 창원대학교 기계공학부 (Department of Mechanical Engineering, Changwon National University)

✉ Corresponding author: heesungpark@changwon.ac.kr, Tel: +82-55-213-3609

Manuscript received: 2016.10.17. / Revised: 2016.11.9. / Accepted: 2016.11.14.

*A brushless direct current (BLDC) motor electronically performs rectification without brushes. It therefore does not have the typical mechanical friction contacts between the brushes and commutators. The BLDC motor has the advantages of high speed, low noise, and electronic noise reduction in addition to high durability and reliability. Therefore, it is mainly used in electric vehicles and electric equipment. However, iron loss and copper loss due to long-term use induce temperature increases in the motor, which reduces its performance and life. The temperatures of the stator and permanent magnet are predicted to be 62.3°C and 32.2°C, respectively. This study shows the enhanced temperature distribution in a 600 W BLDC motor using unsteady and three-dimensional (3D) numerical investigations validated with experimental data.*

KEYWORDS: BLDC motor (BLDC 모터), Heat transfer (열전달), Numerical simulation (수치 해석), Motor load test (모터 부하 시험)

### 기호설명

p = Pressure  
R = Electric resistance  
r = Radius  
T = Temperature  
t = Time  
u = Velocity vector

$\alpha$  = Resistance temperature coefficient  
 $\rho$  = Density  
 $w$  = Rotating speed

### 1. 서론

모터는 전류에 의해 발생하는 전자기장의 성질을 이용하여, 전기 에너지를 기계 회전 에너지로

변환하는 장비이다. 모터의 한 종류인 Brushless Direct Current (BLDC) 모터는 기계적 마찰부인 카본 브러시와 정류자가 없어 영구적 수명과 높은 에너지 효율의 특징을 가진다. 또한 소음 및 진동 특성이 우수하여 다양한 산업 분야에서 활용되고 있다.

모터는 에너지 변환 시 도체에 흐르는 전류에 의한 손실인 동손과 회전으로 인하여 철심 내의 자계가 변할 때 발생하는 손실인 철손이 발생한다.<sup>1</sup> 또한 회전축, 베어링 시스템 등의 기계적 마찰에 의한 기계손이 발생한다.<sup>2</sup> 모터에서 발생하는 손실은 열로 방출이 되며, 이는 모터의 온도상승과 직결된다. 손실에 의한 모터 내부의 온도 상승은 전자기적 효율과 회전속도 및 베어링의 윤활에 큰 영향을 미쳐 운전시와 정지시 모두 열적 노화를 유발하여 모터 성능에 악영향을 준다.<sup>2</sup> 모터 내부의 발열로 인한 영구 자석의 온도 상승은 영구 자석 고유의 성질을 잃게 한다.<sup>3</sup> 모터 내부의 전류 경로를 외부와 차단하기 위한 절연체는 발열에 영향을 받으며, 이는 모터의 수명과 직결된다. 아래 니우스 방정식에 따르면 권선부의 온도가 10도 상승함에 따라 절연체의 수명은 절반으로 감소한다.<sup>4</sup> 이러한 특성에 의하여 다양한 손실에 의한 모터의 온도 상승은 수명 및 성능과 직결되기 때문에 BLDC 모터의 온도를 예측하는 기술은 중요하게 다루어지고 있다. 기존의 모터의 열원 예측은 전자기 반응에만 의존하고 있기 때문에 모터 내부의 구조 및 유동 특성을 고려한 수치해석 기법이 각광받고 있다.

Cassat<sup>5</sup> 등은 철손에 의한 BLDC 모터의 열적 특성을 3차원 수치해석을 통하여 분석하였고, Fussell<sup>6</sup> 은 온도가 BLDC 모터의 토크 성능에 미치는 영향을 실험적으로 연구하였다. Liu<sup>7</sup> 등은 전자기 반응과 열적 특성을 연동하여 모터 내부의 온도와 영구자석의 관계를 연구하였다. Kim<sup>8</sup>은 BLDC 모터 내부의 온도분포를 수치해석적으로 연구하였고, Lee<sup>9</sup>은 모터 부하와 회전수에 따른 BLDC 모터의 온도분포를 연구하였다. 모터의 열적 특성에 관한 연구와 더불어 모터 내부의 온도 상승을 개선하기 위한 방법 또한 활발하게 연구되고 있다. Kang<sup>1</sup> 등은 로터에 냉각 팬을 접목하여 모터 내부의 냉각 성능 향상에 대한 수치해석을 연구하였고, Kim<sup>10</sup> 등은 모터의 내부 유동을 향상시킨 구조를 통한 냉각 성능 향상을 수치해석적으로 연구하였다. Moon 과 Lee<sup>11</sup>는 고속팬용 밀폐 구

Table 1 Specifications of BLDC motor

Specifications	BLDC Motor
Rotor type	Inner rotor
Rated torque	1.91 N·m
Rated current	17.5 A
Pole / Slot	8 / 12
Rotating speed	3000 rpm
Winding type	Concentrated winding
Br	1.3 T
Power	600 W

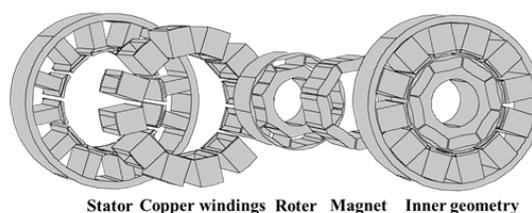


Fig. 1 Construction of the BLDC motor

조 형 BLDC 모터의 열 신뢰성을 수치해석적으로 분석하였다.

본 연구는 600 W BLDC 모터의 부하 실험을 통하여 3000 rpm을 유지하기 위한 시간에 따른 전류, 구리 권선의 온도와 영구 자석의 온도를 실험적으로 측정하고, 상승되는 전류에 의한 모터의 손실을 계산하였다. 실험 조건과 결과를 고려하여 정형화된 열-유동 수치해석과 더불어 회전체의 회전을 고려하여 BLDC 모터의 온도를 예측하였다. 본 연구의 실험적 방법과 수치해석적 기법을 이용하여 구리 권선, 스테이터, 로터 및 영구 자석의 온도 분포를 계산하였다.

## 2. 실험 및 해석 방법

본 논문은 BLDC 모터의 부하 실험을 진행하여 내부 구조의 온도 변화 및 전류 변화를 측정하였다. 측정된 온도와 전류를 이용하여 동손과 철손을 계산하였으며 계산된 손실값을 입력값으로 설정하여 과도 상태의 전산 열-유체 수치 해석을 통하여 검증하였다.

### 2.1 모터 부하 실험

본 논문에서 사용된 전동기는 600 W급 BLDC 모터이다. 3000 rpm 의 속도에서 1.91 N·m의 정격 토크와 17.5 A의 정격 전류를 출력한다. 모터의 상



Fig. 2 Experiment equipment for motor load test

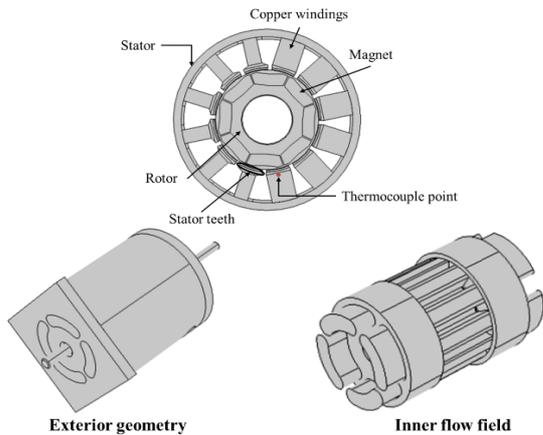


Fig. 3 Numerical domain of the BLDC motor

제한 제원과 형상은 Table 1과 Fig. 1에서 확인할 수 있다. BLDC 모터의 온도 분포를 확인하기 위해 다이나모 미터를 사용하여 부하를 인가하였다. 회전자의 경우 열전대를 설치할 수 없기 때문에 고정자 치 부분과 권선의 끝부분에 K-Type 열전대를 부착하였다. 추가적으로 오실로스코프, 모터 드라이버, 파워 서플라이로 실험 장비를 구성하였으며 전체적인 실험 장비의 구성은 Fig. 2를 통해 확인할 수 있다. 초기 온도를 26°C이며, 1분 단위로 20분 동안 온도를 측정하였다. 모터 내부의 회전자의 경우 온도를 측정하는 것에 어려움이 있으므로 전동기의 열 등가회로를 구성하여 계산하였다.

2.2 수치 해석 모델

BLDC 모터의 부하에 의한 온도 분포를 예측하기 위하여 3차원 과도 상태의 전산 열-유체 수치 해석을 진행하였다. 수치 해석 도메인은 Fig. 3과 설정하였다. 동손과 철손을 계산하여 온도에 대한 입력값으로 설정하였으며 기계손의 영향은

Table 2 Boundary conditions

Condition	Value
Flow condition	Natural convection
Rotor wall	Rotating wall [3000 rpm]
Convection heat transfer coefficient	$h = 55.5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , $T_{\text{external}} = 26 \text{ }^\circ\text{C}$
Initial temperature	26°C
Copper loss (Copper windings)	Experiment value
Iron loss (Stator)	Experiment value

Table 3 Thermal resistance at the thin layer

	Housing-stator	Winding-stator	Rotor-magnet
Case 1	0.0011	0	0
Case 2	0.0011	0.00057	1.15
Case 3	0.0011	10.5	0.1
Case 4	0.0011	10.5	0.25
Case 5	0.0011	10.5	5.0
Case 6	0.0011	20.0	15

Table 4 The method of numerical simulations

		Computational fluid dynamics [CFD]
Governing equation		3-Dimensional navier-stokes equation
Heat transfer	Conduction	Thermal conductivity (Material properties)
	Convection	Flow convection and external convection

고려하지 않았다. 회전자의 회전 속도를 반영하기 위하여 회전자를 3,000 rpm으로 회전하도록 설정하였다. 내부의 회전 유동을 반영하기 Table 2와 같이 유동 경계 조건을 설정하였다. 입구 조건을 기준으로 레이놀즈 수를 계산하여 층류 유동으로 가정하였다. 실험 조건과 수치 해석상의 초기 온도와 외부의 대류 조건을 일치하도록 하기 위하여 Table 2와 같은 경계 조건을 설정 하였다. 하우징-고정자, 권선-고정자 및 회전자-자석 간의 전기 절연체의 열저항을 6가지 변수로 선정하여 수치 해석을 진행하였으며, 열저항은 Table 3를 통하여 확인할 수 있다. 하우징-고정자 간의 열저항은 일반적인 재료의 물성치를 사용하여 일정한 값을 사용하였다. 권선-고정자간의 전기절연체에 의한 열저항은 Thin Layer로 가정하여 변수에 따른 수치해석을 진행하였으며, 로터-자석 간의 열저항은 접촉 물질인 본드를 Thin Layer로 가정하여 변수에 따른

Table 5 Material properties

Properties	Heat capacity [J/kg·K]	Thermal conductivity [W/m·K]	Density [kg/m <sup>3</sup> ]
Shaft and case (Aluminum)	900	209	2700
Iron core (50PN1300)	444	28/1.9 (Radial/Axial)	7850
Magnet (Ferrite magnet)	700	9	5000
Windings (Copper)	385	400	8700

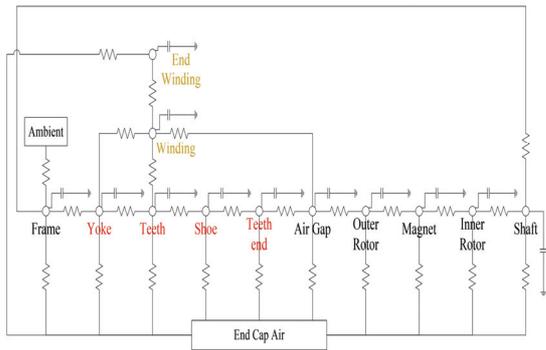


Fig. 4 Thermal equivalent circuit

수치해석을 진행하였다. Table 4와 같이 3차원 Navier-Stokes Equation을 통하여 계산하였으며 재질 특성을 고려한 전도 열전달과 유동 및 외부 대류에 의한 대류 열전달을 계산하였다. 실험에 사용된 BLDC 모터의 재료 특성을 상수로서 Table 5과 같이 설정하였으며 고정자와 회전자에 대한 축 방향과 반경 방향에 대한 값을 모두 고려하였다. 실험 결과와 비교하기 위하여 구리권선 끝의 동일한 위치에서 온도를 비교하였다. 수치 해석의 수렴도는 결과의 신뢰성에 영향을 준다. 수치해석의 격자는 사면체와 육면체를 사용하였으며 2,156,220 개로 구성하였다. 과도 상태의 수치해석 신뢰도를 높이기 위하여 0.001 초 간격으로 1200 초 동안 계산하였으며, 36개의 코어를 가진 2.3 GHz의 CPU를 사용하여 하나의 Case당 19 시간이 소모되었다.

모터의 온도를 계산하기 위하여 열 등가회로를 구성하였다. 전동기의 반경방향 부분을 하우징, 고정자 요크, 고정자 치, 권선, 권선 끝부, 공기, 회전자 외측, 영구자석, 회전자 내측, 샤프트와 엔트 캡 내부공기로 나누어 절점을 할당하였고 Fig. 4를 통하여 열 등가회로의 구성을 확인할 수 있다.

2.3 지배 방정식

내부에 회전 벽을 고려한 비압축성 유동장을 계산하기 위한 지배 방정식은 다음과 같은 Navier-Stokes 방정식과 연속 방정식이다.

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho(u \cdot \nabla)u = \nabla \cdot [-p + \mu(\nabla u + (\nabla u)^T)] + F \quad (1)$$

$$\nabla u = 0 \quad (2)$$

식(1)과 식(2)에서 u는 속도 벡터, t는 시간, ∇는 구배 연산자, p는 압력으로 정의된다.

회전자의 내벽의 회전에 관한 방정식은 다음과 같다.

$$u = u_w \quad (3)$$

$$u_w = \left( \frac{\partial x}{\partial t} \right) \quad (4)$$

$$dx = dx(r_{bp}, \omega, t) \quad (5)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = w \quad (6)$$

식(3)-(6)에서 uw는 회전 방향 속도 rbp는 반경 방향의 축, w는 회전속도로 정의된다.

모터 내-외부의 열전달을 계산하기 위한 지배 방정식은 식(7)과 같으며, 외부의 대류는 식(8)을 사용하여 계산하였다.

$$\rho C_p u \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q \quad (7)$$

$$-n \cdot (-k \nabla) = h \cdot (T_{ext} - T) \quad (8)$$

3상에서 전류가 흐를 때, 고정자 권선에서 발생하는 동손은 다음과 같다.

$$P_{cu} = 3I^2 R \quad (9)$$

식(9)에서 R은 권선의 저항이며 온도에 따라 선형적으로 증가한다. 이러한 수식을 고려하기 위하여 식(10)을 사용하였다.

$$R = R_0(1 + \alpha(t - T_0)) \quad (10)$$

식(10)에서 α는 저항 온도 계수이며, 이는 금속의 재질에 따라 다른 값을 가진다. 본 연구에서는

구리 권선의 저항 온도 계수인 0.004% /°C를 사용하였고, 초기 온도인 26°C에서의 저항 값인 0.0322 Ω을 사용하여 온도 상승에 따른 저항 변화를 고려하였다.

철손은 재질 자체의 자기이력 특성으로 인한 히스테리시스 손실분과 유도 전류에 의한 와전류 손실분으로 분류되고, 그 외에 이상 와전류 손실이 발생하게 되며 이는 주파수와 자속 밀도의 함수로 식(11)과 같이 정의하였다.

$$\frac{W_i}{f} = \frac{W_h + W_e + W_a}{f} = k_h B_m^n + k_e f B_m^2 + k_a f^{0.5} B_m^{1.5} \quad (11)$$

식(11)에서 kh는 히스테리시스 손실 계수, ke는 와전류 손실 계수, ka는 이상와 전류 손실 계수, n은 Steinmetz 상수이다. 본 논문에서 사용된 모델의 운전 주파수는 200 Hz이며 각각의 계수는 50PN1300의 단위 철손 정보와 보간법을 사용하였다. 다음과 같이 계산된 동손과 철손을 온도에 따른 입력값으로 변환 후 열원으로 입력하였다.

회전자의 영구 자석의 온도를 계산하기 위해 각각의 점에서의 온도를 산정하는 열평형 방정식을 다음과 같이 사용하였다.

$$C_i \frac{dT}{dt} = \frac{1}{R_{ji}} (T_j - T_i) + u_i \quad (12)$$

식(12)에서 Ci는 각 절점에서의 열용량, Ti, j는 절점의 온도, Rji는 절점 i와 j 사이의 열 저항이며, ui는 절점 i에서의 열 발생량을 의미한다. 식(12)를 식(13)의 형태로 표현하여 계산을 반복 진행 하였다.

$$T^{p+1} = \left( \frac{\Delta t}{C_i} \right) \cdot \left( \sum_j \frac{1}{R_{ji}} (T_j^p - T_i^p) + u_i \right) + T^p \quad (13)$$

### 3. 결과 및 토의

앞서 언급하였듯이 실험 결과를 바탕으로 모터의 손실을 계산하였다. 동손의 계산에 필요한 전류는 Fig. 5(a)와 같이 측정되었으며, 식(9)에 의하여 계산되었다. 철손 역시 측정된 온도 결과를 바탕으로 식(10)에 의하여 계산되었다. 계산된 철손과 동손은 Fig. 5(b)을 통해 확인할 수 있다. Fig. 6은 BLDC 모터의 권선 끝의 온도 상승을 시간에 따라 나타낸 것이다. 손실이 발생하는 구리 권선

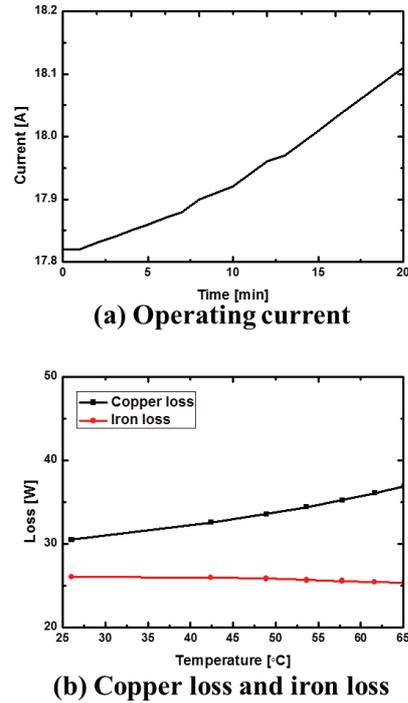


Fig. 5 (a) Operating current with time, (b) Loss with temperature

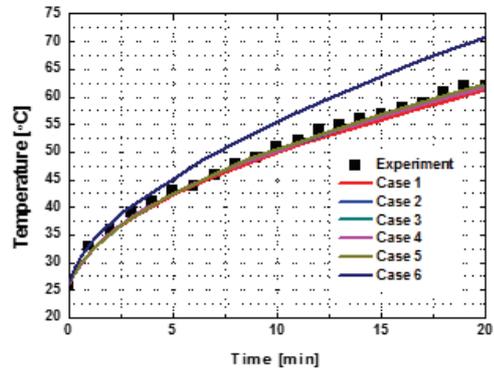


Fig. 6 Temperature at the end windings

과 고정자에서는 열저항이 10.5 K·m²/W 이하에서 실험에 의한 측정값과 수치 해석에 의한 계산값의 최대 편차가 2°C 이내인 것을 확인할 수 있다. 그 중 열저항이 10.5 K·m²/W인 Case 4가 가장 유사한 결과를 얻는 것으로 확인 되었다. 이는 회전체 내부의 열전달이 구리권선과 고정자에 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. Figs. 7과 8을 통해 Case 4에 대한 구리권선과 고정자의 온도 분포를

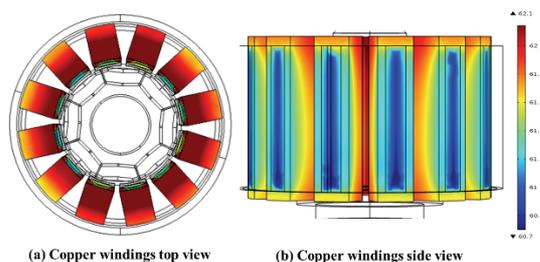


Fig. 7 Temperature distributions of the copper windings

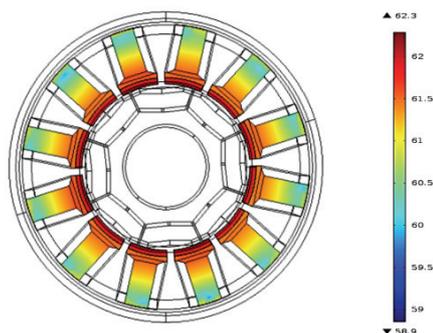


Fig. 8 Temperature distributions of the stator

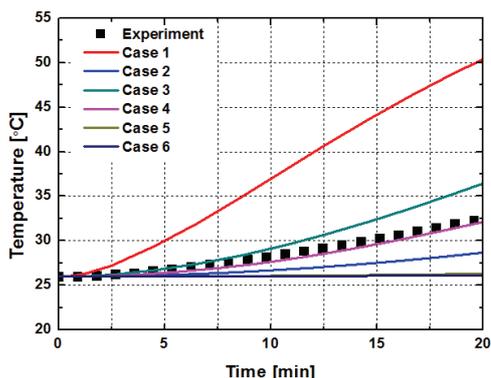


Fig. 9 Temperature at the permanent magnets

확인할 수 있다. 구리권선과 고정자가 접촉하는 Thin Layer 부분의 열저항에 의하여 접촉면의 온도가 1.4°C 낮은 것을 확인할 수 있다. 실험에서 써머커플이 부착된 권선의 끝부분이 구리 권선 영역에서 가장 높은 온도인 지점인 것을 확인할 수 있다. 고정자의 경우 치 부분에서 62.3°C로 가장 높은 온도가 계산된 것을 확인할 수 있으며 접촉 저항부에서 최대 2°C 낮음을 확인할 수 있다. 이를 통해 구리권선의 끝과 고정자의 치 부분의 온도 제어가 필요하다는 것을 확인할 수 있다.

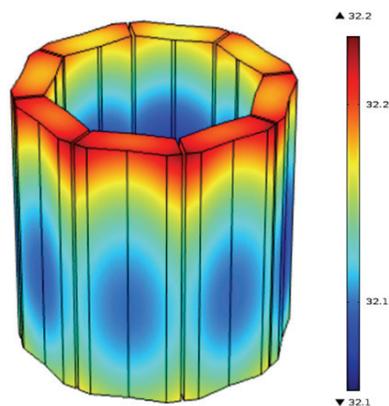


Fig. 10 Temperature distributions of the permanent magnets

Fig. 9을 통하여 영구 자석의 열 등가회로 계산 결과와 전산 열-유체 수치해석 결과를 확인할 수 있다. 회전자의 영역은 자체적으로 발열이 일어나지 않는 것으로 가정하였기 때문에 철손과 동손에 의한 발열이 전도와 대류의 방법으로 열전달 된 것이다. 이러한 특성으로 인해 회전자와 영구자석 간의 열 저항이 계산 결과에 영향을 미치게 된다. 영구자석은 열저항이 0.25 K·m<sup>2</sup>/W인 Case 4에서 유사한 것을 확인할 수 있다. Fig. 10을 통하여 Case 4에 대한 영구자석의 온도분포를 확인할 수 있다. 1,200 초에서 32.2°C까지 상승한 것을 확인할 수 있으며, 영구자석 내의 온도 편차는 0.1°C인 것을 확인할 수 있다. 영구자석을 접착하기 위하여 사용되는 에폭시의 경우 열저항이 0.2 K·m<sup>2</sup>/W이고 에폭시의 열적 특성에 관한 연구도 진행되고 있으므로,<sup>12</sup> 자석 주위에 사용되는 에폭시와 같은 접착제의 열저항이 높다면 영구자석의 온도증가를 억제하여 자석의 수명을 개선할 수 있다는 것을 확인할 수 있다.

#### 4. 결론

본 논문은 BLDC 모터의 실험과 그와 동일한 경계조건을 적용한 전산 열-유체 수치해석을 통하여 BLDC 모터 내부의 온도분포에 관한 연구를 진행하였다.

(1) 모터의 최대 출력 상태에서 부하 실험을 20분 간 진행하였고, 그 결과 구리 권선의 끝의 온도는 62.2°C로 확인 되었으며, 동손과 철손은 각각 36.8 W와 25.4 W로 측정되었다.

(2) 온도에 따른 동손과 철손을 고려하여 내부

접촉저항을 변수로 설정한 수치해석적 연구를 진행하였다. 하우징-고정자, 구리권선-고정자 와 로터-자석 간의 접촉 저항이 각각  $0.001106 \text{ K}\cdot\text{m}^2/\text{W}$ ,  $10.5 \text{ K}\cdot\text{m}^2/\text{W}$ 와  $0.25 \text{ K}\cdot\text{m}^2/\text{W}$ 일 때, 20분 후 구리권선과 영구자석의 최고 온도는  $62.1^\circ\text{C}$ 와  $32.2^\circ\text{C}$ 로 계산되었다.

(3) BLDC 모터 부하 실험과 전산 열-유체 수치해석에 의해 내부 열저항 및 온도 분포를 정확히 예측할 수 있다. 이러한 기법을 적용하면 향후 냉각성능이 우수한 모터의 설계 및 제작 특성에 관한 기초 연구로 활용될 것이다.

## 후 기

본 연구는 2016년도 정부(교육부)와 한국연구재단의 지역혁신인력양성사업에 의한 지원으로 수행된 연구 결과임. (No. 2015H1C1A1035824)

## REFERENCES

1. Kang, S.-J., Wang, S.-M., Shim, H.-K., and Lee, K.-S., "Thermal and Flow Analysis of Outer-Rotor Type BLDC Motor with Cooling Blades," Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers B, Vol. 31, No. 9, pp. 772-779, 2007.
2. Kim, M. S. and Lee, K. S. "Effects of Design Parameters on the Thermal Performance of a Brushless DC Motor," Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers B, Vol. 32, No. 2, pp. 141-148, 2008.
3. Ye, J. W., Son, M. G., Choe, M. H., Kim, D. H., Cho, Y. S., et al., "Study on Temperature and Vibration of BLDC Motor," The Korea Society for Power System Engineering, Vol. 18, No. 4, pp. 43-51, 2014.
4. Andreas, J., "Energy-Efficient Electric Motors: Selection and Applications," Marcel Dekker Inc, pp. 1982.
5. Cassat, A., Espanet, C., and Wavre, N., "BLDC Motor Stator and Rotor Iron Losses and Thermal Behavior Based on Lumped Schemes and 3-D FEM Analysis," IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 39, No. 5, pp. 1314-1322, 2003.
6. Fussell, B., "Thermal Effects on the Torque-Speed Performance of a Brushless DC Motor," Proc. of the Electrical Electronics Insulation Conference and Electrical Manufacturing, Coil Winding Conference, pp. 403-411, 1993.
7. Liu, Z., Howe, D., Mellor, P., and Jenkins, M., "Coupled Thermal and Electromagnetic Analysis of a Permanent Magnet Brushless DC Servo Motor," Proc. of the International Conference on Electrical Machines and Drives, pp. 631-635, 1993.
8. Kim, H. Y., Kim, Y. B., and Shin, P. S., "A Thermal Analysis of 10MW-BLDC Motor by FE Program," The Korean Institute of Electrical Engineers, pp. 52-54, 2011.
9. Lee, I., Ye, J., Lee, D., Hwang, P., and Shim, J., "Development of Heat Dissipation Measuring System for 1.2-Kw BLDC Motor," Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A, Vol. 37, No. 11, pp. 1423-1428, 2013.
10. Kim, M.-S., Lee, K.-S., and Um, S., "Numerical Investigation and Optimization of the Thermal Performance of a Brushless DC Motor," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, No. 5, pp. 1589-1599, 2009.
11. Moon, S. and Lee, J.-H., "Thermal Reliability Analysis of BLDC Motor in a High Speed Axial Fan by Numerical Method," Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 22, No. 3, pp. 130-138, 2010.
12. Fu, Y.-X., He, Z.-X., Mo, D.-C., and Lu, S.-S., "Thermal Conductivity Enhancement with Different Fillers for Epoxy Resin Adhesives," Applied Thermal Engineering, Vol. 66, No. 1, pp. 493-498, 2014.