

초등학교 수학 교과서에 나타나는 앎의 시점의 타당성 분석

강 태 석* · 강 원** · 임 다 원***

본 연구는 앎의 시점을 밝혀내기 위한 것이다. 앎의 시점이란 ‘모름’에서 ‘앎’으로 변화하는 인식의 과정에서 앎이 일어나는 시점을 의미한다. 인식의 과정을 파악하기 위해 초등학교 수학 교과서를 한 차시 단위로 하여 제시되는 질문을 분석하였다. 그 결과 교과서 속에서 앎의 시점을 판단할 수 있는 근거를 찾을 수 있었다. 첫째, 앎의 시점은 학습자가 ‘모를 것이다’라는 예상에서 ‘알 것이다’라는 기대로 바뀌게 되는 시점이다. 둘째, 교과서에서 학습자의 실질적 수행을 요구하는 질문에서 파악할 수 있다. 셋째, 차시의 수업 목표와 밀접하게 연결되어 있다. 넷째, 보조인식과 초점인식의 관계에서 초점 인식에 해당된다. 다섯째, 개인화/배경화에서 탈개인화/탈배경화로 변곡 되는 시점에 해당된다.

1. 서론

교사는 수업을 계획하거나 교수·학습 지도안을 작성할 때 ‘가장 핵심적인 질문이 무엇일까?’라는 문제의식을 가지게 된다. 이는 앎에 이르게 하려는 교사의 문제의식이다. 이러한 문제의식에도 앎의 여부를 판가름하는 것은 간단하지 않다. 고대 그리스 시대에 ‘무슨 지식이든지 다른 사람에게 가르쳐 주는 것은 불필요하거나 불가능하다’라는 소피스트의 궤변(이홍우, 2010: 432)이 있듯이 앎의 문제는 애매하고 모호하다. 교사가 질문을 할 때 학생은 알고 있을 것인가 판단하기 어렵고, 모르는 학생에게 어느 시점에 어느 정도의 도움을 주어야 할지를 판단하기도 어렵다. 인식론적으로 앎의 시점(point of knowing)을 파악하기란 쉬운 일이 아니다.

‘11자리 수인 25811141720을 기억하기’라는 문제가 있다. 이 문제의 해결 방법은 암기보다 규칙이나 관계의 인식이 효과적이라고 한다(Baroody, 2006: 25). 하지만 25811141720에서 일반적인 학생들이 스스로 규칙이나 관계를 찾는 것이 가능할 것인가에 대해서는 의심의 여지가 있다. 소피스트 궤변의 관점으로 본다면 이 수는 학생이 이미 알고 있기에 가르칠 필요가 없거나, 학생은 규칙과 관계를 찾지 못한다고 주장할 것이다. 그러나 교수학적 관점에서 학생이 규칙과 관계를 발견하지 못한다면 실마리를 제공하여 최대한 발견을 유도한다. 처음엔 ‘3’이란 실마리, 그 다음 실마리로 ‘3씩 증가’, ‘2-5-8-11...’과 같은 실마리를 준다. 이와 같이 단계적 실마리 제공은 앎에 이르기 위한 도약의 발판을 제공하는 것이고 점차 발판의 높이를 높이는 것이다. 인식론적으로 ‘모른다’와 ‘안다’ 사이에는 간극이 존

* 서울은정초등학교, mathkts@gmail.com (제1 저자)
** 서울교육대학교, wkang@snue.ac.kr (교신저자)
*** 서울교육대학교 대학원, saradw@naver.com

재하며 이 간극 사이에 도약의 발판을 만들어 간극을 메우려는 시도가 교수학적 과정이다. 인식론적 도약이 발생하는 앎의 시점은 교수학적 과정 속에 존재하기 마련이다.

가르치는 자나 배우는 자는 ‘알고 있는가 모르고 있는가? 알고 있는 지식과 새 지식은 어떻게 연결 지어야 하는가?’와 같은 인식론적 문제에 지속적으로 접하게 된다. 그리고 지식 형성의 가능성이 적어 보일 때 교수학적 실마리를 통해 이해를 돕게 된다. 이때, 교사는 모르고 있는 상태인지 알고 있는 상태인지의 판단에 따라 교수학적 시도를 달리한다. ‘모른다-안다’라는 간단한 인식론적 구조는 앎의 과정을 경험하는 사람이나 이를 돕는 사람에게 모두 중요하다. ‘이 질문에 대해 알고 있을까?’에 대하여 ‘예’라고 보는 것과 ‘아니오’라고 보는 것에 따라 질문의 방식과 내용은 달라질 수밖에 없다. 가르치는 자는 학습자의 ‘앎’의 여부를 판단하여 질문하게 된다. 학습자가 이해하도록 할 때는 ‘모른다’를 전제로, 이해한 것을 표현하게 할 때는 ‘안다’를 전제하게 된다. 모를 것이라는 전제로 가르칠 때와 알 것이라는 전제로 가르칠 때는 학습자의 앎의 과정이라는 시간의 흐름 속에 반드시 존재하게 된다. 논리적으로 두 질문 사이도 존재하게 되며 이것이 앎의 시점이다.

앎의 시점이 드러나는 대표적인 상황은 수업이나 교과서이다. 수업이나 교과서 모두 처음의 시작 부분에서는 가르치고자 하는 내용이나 방법에 대하여 ‘모른다’에서 출발하며, 수업이나 교과서가 끝나는 부분에서는 ‘안다’로 귀결될 것을 기대한다. 수업이나 교과서의 수많은 질문/지시에 대한 이해의 상황을 ‘모른다-안다’의 인식론적 구조로 판단해 볼 수 있는 것이다. 수업이나 교과서의 처음 질문/지시에서 학생들이 모르고 있을 것이라는 전제하에 질문/지시를 하고 수업이나 교과서가 끝나는 부분의 질문/지시에서

학생들이 알 것이라고 전제한다면, 처음과 끝의 사이에 있는 어느 한 질문/지시에서 변화가 생긴다. 어느 질문/지시 이전에는 학생이 모를 것이라는 전제 하에 질문/지시를 제시하고, 어느 질문/지시 이후에는 학생이 알고 있을 것이라는 전제 하에 질문/지시를 하는 것이다. 교사는 이러한 기대를 가지고 교수 활동을 하며 이와 같이 모름에서 앎으로 변화한 것이라고 보는 시점이 ‘앎의 시점’이다. 본 연구는 앎의 과정 중 인식론적 도약이 발생하는 ‘앎의 시점’이 존재할 것이라는 가정에 따라 앎의 시점 존재의 타당성을 분석해 보고자 한다.

본 연구는 초등학교 수학 교과서를 연구의 대상으로 하여 앎의 시점을 규명하고자 한다. 수업은 다수의 앎의 주체가 존재하고 개인적 능력 차이로 인한 인식론적 도약이 발생하는 시점이 매우 동적인 반면, 교과서는 학생들이 어떻게 사고하고 답하는지를 고려하여 진술되고는 있지만 이는 교과서 저자에 따른 가상의 학생을 대상으로 기술되기 때문에 정적이다. 따라서 앎의 시점의 존재 여부를 밝히는 처음의 시도로서 정적인 교과서를 연구의 대상으로 삼는 것은 적절하다. 또한, 초등학교 교과서는 중등 교과서에 비해 내용 중심적이 아니라 방법 중심이기 때문에 인식론적 변화를 민감하게 파악할 수 있다. 따라서 본 연구는 초등학교 수학 교과서에서 앎에 이르기 위해 제시되는 질문/지시를 대상으로 ‘앎의 시점’ 존재 여부를 검토해 보고자 한다.

II. 인식론적 모델

앎의 시점의 기본적인 개념을 정립하기 위해 두 가지 인식론적 모델을 도입하고자 한다. 첫째는 Polanyi(1962, 1967)가 제시한 보조인식(subsidiary awareness)과 초점인식(focal awareness)의 개념이

며, 둘째는 교수학적 변환론(didactic transposition theory)에서 언급되는 개인화/배경화(personalization/contextualization) 및 탈개인화/탈배경화(depersonalization/decontextualization)의 개념이다.

1. 보조인식과 초점인식

Polanyi(1967)의 주요한 지식에 대한 개념이 ‘암묵적 앎(tacit knowing 默知)’이다. 전통적 인식론에 따른 객관주의는 겉으로 드러난 명시적 지식에만 주목하였으나, Polanyi(1967: 4)는 그 지식의 이면에 숨겨져 있는 암묵적 지식에 주목하고 있다. ‘말할 수 있는 것 이상을 알 수 있다’고 말하며, 드러난 명시적 지식 이외에 언어로 표현될 수 없는 지식이 존재한다고 보았다.

전통적인 인식론에 따르면 아는 것과 하는 것을 구분하며 성격상 서로 다른 것으로 보는 이분법적 구조를 가지고 있다. 이와 유사한 구분을 Ryle(1949: 14-48)은 명제적 지식과 방법적 지식의 차이로 설명하고 있으나, Polanyi(1967, 1969)에게 있어서 이 두 가지 지식은 서로 분리되는 것이 아니다(엄태동, 1998: 270-271). 암묵적 차원에서 상존하고 있는 것이다. 드러나 보이는 명시적 지식과 분리되어 암묵적 지식이 존재하는 것이 아니라 상호의존적 관계에 있는 것이다. 또한 암묵적 지식을 설명하기 위해 보조인식과 초점인식의 두 종류의 인식으로 설명하고 있다.

보조인식은 암묵적 지식이면서 언어로 상술할 수 없는 인식이다. 보조인식을 언어적으로 상술하기 위한 노력이 주어지는 순간 보조인식은 초점인식이 되어 버린다. 그러나 초점인식의 과정에서 우리는 인식하지는 못하지만 수많은 보조인식들이 작용하여 초점인식을 가능하도록 한다. 망치로 못질을 할 때 손의 느낌을 고려하지 않지만 손의 느낌이라는 것이 없다면 망치질은 하지 못하게 될 것이고 손의 느낌이라는 것을 느

끼려고 하는 순간 이것은 초점인식이 되어 버려 망치질은 초점인식이 되지 못하게 된다. 피아노 연주도 마찬가지다. 피아노 연주를 하는 동안에 손가락의 움직임에 대한 인지는 없지만 연주되는 것과 같은 이치이다(Polanyi, 1962: 57-59).

보조인식과 초점인식의 관계는 단서와 부분의 보조인식은 전체의 초점인식으로 병합된다는 관점으로 볼 수 있다(Jha, 2002: 57). 그렇다고 하여 모든 보조인식의 합이 초점인식이라고는 할 수 없다. 보조인식의 대상에 대하여 초점을 두게 되면 초점인식에 의해 확인되고 언어로 표현되는데 이때 초점인식과의 관계 속에서 보조인식의 대상들은 원래에 가지고 있던 의미를 상실하게 된다. 예컨대 지식의 발견자가 이전에 지니고 있던 개념 체계나 이론들로부터 새로운 이론을 창출했을 때 형식논리로는 배울 수 없는 논리적 간극이 존재하며, 보조인식의 대상이 지녔던 의미가 아닌 것으로 초점인식이 된다(엄태동, 1998: 268-269). 이는 초점인식은 보조인식의 합 이상인다는 것을 의미한다. 또 다른 측면으로는 여러 가지 보조 인식에 의해 초점 인식이 이루어지게 되면 이 초점 인식은 다른 초점 인식의 보조 인식이 되기도 한다(남진영, 2008: 145). 이러한 과정이 연쇄적으로 일어나게 되면서 결국에는 지식의 성장이 이루어지는 셈이다.

2. 개인화/배경화 및 탈개인화/탈배경화

교수학적 변환론은 사용할 지식을 교육적 의도를 가진 지식의 변형을 통해 가르칠 지식으로 변환하는 것을 말한다. 개인화/배경화는 최초의 사고자가 자신의 개인적 배경 속에서 수학적인 무엇인가를 특정한 배경 속에서 개인적인 방법으로 이해하는 것을 의미한다. 이렇게 개인화/배경화된 지식은 표현 또는 전달되기 위해서 조직되고 형태가 주어져야 하는데 이때 최초의 사고

자는 그의 성공에 기여한 개인적 조건이나 실수와 같은 것을 숨겨야하는 상황이 발생된다. 이 과정이 탈개인화/탈배경화이다(Kang, 1990; 강완·김상미·박만구·백석운·오영렬, 2009: 222). 최초의 사고자와 학생의 인식론적 과정에 대해서 다음과 같이 말한다.

인간은 인식론적 투자와 거부의 순환 과정을 통해 지식을 형성해 간다. 각각의 순환에서 수학자는 그 주위 세계를 개인화, 배경화하고 난 후, 그 자신의 고유의 지식을 학문적 지식으로 탈개인화, 탈배경화한다. 교수학적 변환은 이미 형성된 지식의 사회적 배경과 가상적 학생의 개인적 배경 사이를 이어주려 지식을 변형시키는 노력이다. 대체로 수학의 학문적 지식이 교실에서 가르칠 지식으로 변환된다. 교과서 또는 교사에 의해 표현된 지식은 다시 학생 자신에 의해 변형되어야 한다. 즉, 학생에게서도 인식론적 투자와 거부의 순환 과정이 일어나는 것이다. 먼저, 이해하여 받아들인다는 의미에서, 학생은 교육자 특히 교사에 의해 변형되어진 지식을 개인화하고 배경화할 필요가 있다. 다음으로, 그가 이해한 것을 교사 앞에서 표현해야 한다는 의미에서, 그는 그 지식을 탈개인화, 탈배경화시켜야 한다(강완·김상미·박만구·백석운·오영렬, 2009: 226).

학생이 지식을 형성하는 과정이 개인화/배경화 및 탈개인화/탈배경화의 과정이지만, 이것은 교사의 일이 아니다. 교사의 주된 일은 학생들이 개인화/배경화 및 탈개인화/탈배경화를 할 수 있도록 가르칠 지식을 변환하는 것이다. 수학적 내용에 대해서 교수학적 의도에 따라 다양한 교수학적 방법을 적용하는 것이 가르칠 지식의 변환 과정이다. 특히 교과서는 가상적인 학생, 교사, 교실 등을 가정하고 학생들의 지식의 형성이 일어나도록 교수학적 변환을 하는데, 이것이 가개인화/가배경화(pseudo-personalization/pseudo-contextualization)의 과정 또는 결과이다(Kang,

1990).

영화와 같은 동영상은 정지 영상을 연속적으로 재생하여 움직이는 장면으로 연출한다. 감각적 경험을 동영상으로 비유하여 개념 분석의 아이디어로 활용하는 방식이 있다. 동영상 속에 포함된 두 개의 정지 영상 장면을 비교하여 ‘변화’를 판단하는 것이다(Glasersfeld, 1995: 76-88). 교수학적 변환론에서 개인화/배경화와 탈개인화/탈배경화는 동영상과 같은 일련의 과정이다. 앞의 과정을 파악하기 위해서는 ‘변화’라는 개념을 활용하기 때문에 개인화/배경화에서 탈개인화/탈배경화로 진행되는 과정에 대한 인식론적 분석 도구로 활용할 수 있다. 다른 측면으로 정지 영상 장면 하나만을 대상으로 분석하는 방식도 고려해 볼 수 있다. Polanyi의 초점인식과 보조인식은 정지된 순간에 대한 인식론적 분석의 도구가 된다. 질문이 제시되는 순간의 앞의 여부는 초점인식과 보조인식의 관점으로 구분해 볼 수 있게 한다.

3. 인식론적 모델의 적용

교과서는 가개인화/가배경화의 과정 또는 결과이다. 교수학적 의도에 따른 가상의 교육 사태를 전제로 하여 기술되기 때문에 어느 한 개인의 앞의 여부와는 관계없이 교과서 저자의 판단에 의해 교수 과정을 전개한다. 가개인화/가배경화는 학습자의 개인화/배경화 및 탈개인화/탈배경화를 균형 있게 조화시키는 과정이다. 이때의 학습자는 어느 특정 개인이 아니다. 교과서 저자가 설정해 놓은 가상의 학습자이다. 이 학습자의 앞의 여부는 교과서 저자에 의한 것이 된다.

가개인화/가배경화는 다양한 교수학적 장치로 구현되며 특별히 내용의 흐름이나 학습자의 인지과정을 파악할 수 있게 하는 대표적인 장치로 교과서의 질문/지시가 이용된다. 따라서 학습자

의 개인화/배경화 및 탈개인화/탈배경화의 과정을 파악하기 위해서는 교과서 질문/지시가 분석의 기본이 된다. 질문과 지시는 문장의 형태와 학습자에게 기대되는 반응의 형태가 다르지만, 교과서에서는 학습자의 인식 활동을 유도한다는 점에서 공통점은 같기 때문에 편의상 ‘질문’과 ‘지시’를 ‘질문’이라 통칭할 수 있겠다.

지식의 형성 과정에서 학습자 개인화/배경화의 발생 여부를 판단하는 근거는 질문에 답하는 학습자의 원천적인 수행에 근거할 수밖에 없다. 그렇지 않고는 학습자 스스로가 ‘나는 안다’라고 말할지라도 이를 확인을 할 수는 없으며, 앎에 대한 표현의 과정이 이루어져야 앎을 인정할 수 있게 된다. 개인화/배경화를 확인할 수 있는 학습자의 수행은 탈개인화/탈배경화의 과정이라고 할 수 있다. 그렇지만, 교과서 질문을 통해 시도되는 학습자의 행위 또는 수행으로 개인화/배경화와 탈개인화/탈배경화를 구분할 수는 없다. 예컨대, ‘~ 색칠하시오’, ‘~ 연결 큐브를 이어 보시오’ 와 같이 학습자의 수행을 요구하는 질문은 탈개인화/탈배경화의 과정에서도 나타날 수 있지만 개인화/배경화의 과정에서도 나타날 수 있기 때문이다. 탈개인화/탈배경화는 개념의 형성 즉 앎의 발생 여부에 따라 앎이 표현되는 것을 의미하는 것이지 학습자의 표현 행위만을 가지고 탈개인화/탈배경화로 볼 수는 없다.

개인화/배경화와 탈개인화/탈배경화가 동시에 이루어질 수는 있지만, 발생순서는 역으로 일어날 수 없다. 어떤 개념이 형성된다는 것은 개인화/배경화가 있음을 의미하며, 이러한 개념이 표현되는 과정은 탈개인화/탈배경화이기 때문에 논리적으로 순서가 바뀔 수는 없다. 다만, 교수학적 변환론에서 개인화/배경화와 탈개인화/탈배경화는 순환적 구조이므로 탈개인화/탈배경화 후에 개인화/배경화가 발생하는 것은 탈개인화/탈배경화된 지식이 확장 과정을 거치면서 개인화/배

경화가 발생할 경우에만 설명될 수 있다. 또한, 개인화/배경화와 탈개인화/탈배경화가 동시적으로 존재할 때는 지식의 확장을 시도하는 경우이다. 개인화/배경화의 과정으로 앎이 시작되면, 교수학적 장치를 변경하거나 추론을 통해 내용을 확장하거나 새로운 상황에 적용해 지식을 확장하는데 이 과정은 탈개인화/탈배경화의 과정이면서 동시에 개인화/배경화의 과정이 된다.

앎의 시점은 개인화/배경화의 과정 속에 존재한다. 앎이란 인식론적 도약이 발생하는 것으로 지식이 형성되어가는 개인화/배경화의 과정 속에 존재할 수밖에 없다. 그러나 학습자의 내면에서 구성되어지는 개인화/배경화는 눈으로 볼 수 없기 때문에 학습자의 지식 형성 과정을 추적하는 앎의 시점에 대한 파악도 눈으로 확인할 수 없다. 단지 대략적인 위치를 예상할 수 있을 뿐이다. 그렇지만 가르치는 자는 질문을 제시하며 앎을 유도하기 때문에 눈으로 확인이 가능한 개인화/배경화의 질문과 탈개인화/배경화의 질문에 근거하여 질문들 사이에서 앎의 시점을 대략적으로 추정할 수 있다. 결국, 앎의 시점은 시간적 흐름에서 어느 한 시점을 지정하기는 어렵지만 ‘모름을 전제한 질문’과 ‘앎을 전제한 질문’ 사이의 구간에서 존재하는 것으로 파악할 수 있다.

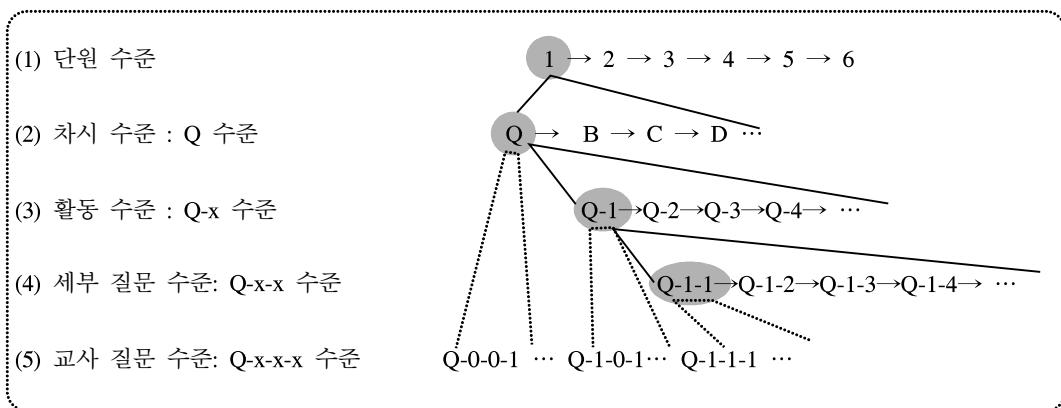
학습자 내면에서 구성되는 앎의 과정을 눈으로 볼 수 없다는 논리와 앎의 시점을 파악할 수 있다는 논리는 모순인 듯 보인다. 여기서 개인화/배경화 및 탈개인화/탈배경화의 주체가 되는 학습자의 측면과 가개인화/가배경화의 주체가 되는 가르치는 자의 측면을 구분하면 이 모순은 해결된다. 학습자의 측면이라면 내면에서 구성되는 지식의 형성 과정을 단계적으로 모두 구현해 낼 수 없기 때문에 앎의 시점을 파악할 수 없다는 주장은 가능하다. 그러나 가르치는 자의 가개인화/가배경화의 측면이라면 달라진다. 가개인화/가배경화의 과정에서 가르치는 자는 지식을 학습

의 질문부터 하위 수준의 질문으로 구분한 것이다. Q의 “36÷3을 계산할 수 있어요”는 최상위 수준의 질문이며 Q-1의 “국화꽃 36송이를 세 바구니에 ~”, Q-2의 “36÷3을 어떻게 계산하는지 그림으로 알아보시오” 및 Q-3, Q-4는 하위 수준의 질문이다. 같은 방식으로 Q-2가 상위 수준의 질문일 때 상대적으로 Q-2-1, Q-2-2, Q-2-3은 하위 수준의 질문이 된다. 상위 수준의 질문을 초점인식하면 하위 수준의 질문은 보조인식 된다. Q인 “36÷3을 계산할 수 있어요”를 초점인식하게 되면 12라는 답을 구하게 된다면, 이것은 초점인식 수준에서 계산이 가능한 상황이고 보조인식으로 그림이나 수 모형의 교수학적 방법으로 확인해볼 필요가 없다.

그러나 대부분의 교육 상황에서는 Q를 이해하지 못하기 때문에 Q의 보조인식에 해당되는 Q-1, Q-2, Q-3, Q-4를 언급하며 다루게 된다. 즉, Q의 보조인식의 대상이었던 Q-1, Q-2, Q-3, Q-4는 초점인식의 대상이 되는 것이다. 보조인식 되던 Q-2가 초점인식이 될 때, Q-2-1, Q-2-2, Q-2-3의 내용이 암묵적으로 보조인식되며 의미를 파악하게 된다. Q-2-1, Q-2-2, Q-2-3은 교과서에서는 가장 하위 수준의 질문이다. 이 수준의 질문도 수업에서 다루어지게 되면 초점인식이 될 수도 있는데, 이때 다른 수준의 질문들이 보조인식

되는 것이 필요하다. 교과서를 이용하여 수업을 하는 교사의 질문 수준이 교과서의 질문에 대한 보조인식으로 작용한다. 교과서의 질문 수준을 보조인식과 초점인식의 관계에 따라 도식화하면 [그림 II-2]와 같다.

교과서 내용은 단원, 차시, 활동, 활동의 세부 질문의 구조를 지니고 있다. 단원 수준의 내용은 교육과정 영역에 따른 내용 분류이기 때문에 이를 제외한 나머지 수준을 구분하면, 단원의 차시별 내용인 차시 수준은 Q 수준, 차시 내 활동 수준은 Q-x 수준, 활동의 세부 질문 수준은 Q-x-x 수준으로 구분할 수 있다. Q 수준을 초점인식으로 활용할 경우 Q-x 수준은 Q의 보조인식이 되며, Q-x는 Q-x-x의 초점인식이 된다. 같은 논리로 Q-x-x는 Q-x의 보조인식이다. 실제 수업에서는 Q 수준으로만 내용을 다루지 않고 Q-x, Q-x-x 수준으로 학습자를 사고하도록 유도하기 때문에 Q-x, Q-x-x도 초점인식의 역할을 수행한다. 또한 교과서라는 언어적 표현으로 명시화되기 때문에 Q-x-x를 초점인식으로 볼 수 있다. Q-x-x도 초점인식으로 다루어질 경우 보조인식이 필요하다. 이때 활용되는 보조인식은 Q-x-x-x 수준의 질문이며, 이것은 교과서에서는 제시되지 않고 수업 중 교사에 의한 질문 수준이다. 교과서에서 명시적으로 제시되는 Q-x-x 수준의 질문



[그림 II-2] 보조인식과 초점인식의 관계에 따른 교과서 질문의 수준 구분

들은 수업 중에 사용되는 Q-x-x-x 수준의 질문이라는 보조인식의 도움을 받게 되는 것이다. Q-x-x-x 수준의 질문도 수업 중에 초점인식으로 활용될 수 있으며, 이때 수업 중에서 또 다른 보조인식이 암묵적으로 작용하게 된다.

[그림 II-2]의 질문 수준의 관계를 살펴보면 가장 상위의 질문은 Q이다. 그리고 Q의 하위 수준의 질문은 Q-1, Q-2, Q-3과 같은 식으로 코드화한다. Q-1의 하위 질문은 Q-1-1, Q-1-2, Q-1-3과 같은 식으로 코드화한다. Q-x-x 수준의 질문이 수업 중 활용이 되면서 Q-x-x-x 수준의 질문이 등장할 수 있는데, Q-1-1의 하위 질문은 Q-1-1-1, Q-1-1-2, Q-1-1-3과 같이 코드화한다. Q 수준의 질문이 Q-0-0-1과 연결되거나, Q-1 수준의 질문이 Q-1-0-1과 연결되는 특이점을 볼 수도 있다. 이는 Q 수준의 질문이나 Q-x 수준의 질문도 수업의 상황에서는 다루어지고 언급될 수 있기 때문에 Q-x-x-x를 보조인식으로 활용된다. 따라서 Q 수준의 질문이 Q-x 또는 Q-x-x와 직접 연결되지 않고 Q-x-x-x와 연결되기 때문에 Q-0-0-x의 형태로 코드화된 것이다. 마찬가지로 Q-x 수준의 질문이 Q-x-x와 연결되지 않고 Q-x-x-x와 연결될 경우는 Q-x-0-x의 형태로 코드화된다. Q-x-x-x 수준의 질문은 수업 중의 질문을 고려한 수준이기 때문에 본 연구에는 등장하지 않으며 구조를 보여주기 위해 제시하였다. 또한 차시별 구분이 필

요하면 1, 2, 3차시를 A, B, C로 설정하겠지만, 주로 한 차시를 기준으로 분석하기에 'Q'를 머릿글자로 코드화하여도 무방하다.

III. 교과서에 나타나는 앎의 시점 분석

1. 앎의 시점의 일반적인 양상

가. Q-x 의 형식적 수준과 실질적 수준

질문 수준을 분류한 Q, Q-x, Q-x-x, Q-x-x-x의 수준 중에서 교과서에서 실질적으로 학습자의 응답이나 수행을 요구하는 수준은 Q-x와 Q-x-x이다. 일반적으로 Q-x는 Q-x-x를 포괄하여 Q-x를 시행하기 위해 다수의 Q-x-x가 제시된다. 예컨대 <표 III-1>은 2015년 발행한 초등수학 교과서 1-2의 200-201쪽을 압축한 것인데, 이 표에서 이런 관계를 보여준다. Q-2의 '규칙에 따라 숫자 카드에 수를 써넣으시오.'는 포괄적으로 질문을 제시하고, Q-2-1, Q-2-2, Q-2-3은 '2씩 커지는 규칙', '10씩 커지는 규칙', '5씩 작아지는 규칙'의 질문으로 실질적 수행을 요구한다. 그런데 교과서에는 Q-x가 Q-x-x를 포괄하지 않는 경우도 있다. Q-3이 그렇다. Q-3의 '내가 만든 규칙에 따라 숫자 카드에 수를 써넣으시오.'를 학습자가 직접

<표 III-1> 수학 1학년2학기 6단원 규칙 찾기 200-201쪽

쪽	내용 구분	질문	질문수준 코드	형식적 수준	실질적 수준
200	차시 제목	규칙을 만들어 수를 배열할 수 있어요.	Q	Q	Q
200	생각열기	단비와 함께 규칙을 만들어 숫자 카드 늘어놓기 놀이를 해 봅시다.	Q-1	Q-x	Q-x-x
200	활동1	규칙에 따라 숫자 카드에 수를 써넣으시오.	Q-2	Q-x	Q-x
200	세부질문1	2씩 커지는 규칙	Q-2-1	Q-x-x	Q-x-x
200	세부질문1	10씩 커지는 규칙	Q-2-2	Q-x-x	Q-x-x
200	세부질문1	5씩 작아지는 규칙	Q-2-3	Q-x-x	Q-x-x
200	활동2	내가 만든 규칙에 따라 숫자 카드에 수를 써넣으시오.	Q-3	Q-x	Q-x-x
200	세부질문2	내가 만든 규칙을 친구와 서로 말해 보시오.	Q-3-1	Q-x-x	Q-x-x
201	마무리	친구와 숫자를 적어서 규칙을 찾는 놀이를 해 보시오.	Q-4	Q-x	Q-x-x

수행하지 않는다면, Q-3-1의 내가 만든 규칙을 활용하여 친구와 말하기는 할 수 없다. Q-3은 실질적 수행이지 포괄하는 질문은 아니다. Q-3과 같이 형식적으로는 Q-x 수준의 질문이지만, 역할에서는 Q-x 수준이 아니고 Q-x-x 수준으로 역할하는 경우가 있다. <표 III-1>은 질문 수준을 코드화하고, 이에 따른 형식적 질문 수준과 실질적 질문 수준으로 구분한 것이다.

앞의 시점은 Q-x 수준에서 파악할 수도 있으나, Q-x-x 수준이 효과적이다. Q-x 수준으로 구분하는 경우, <생각열기>, <활동1>, <활동2>, <활동3>, <마무리>와 같이 ‘활동’ 많은 차시에서 ‘앞의 시점’의 선정이 관심이 될 수 있다. 그러나 <생각열기>, <활동1>, <마무리>와 같은 구조에서는 ‘활동’이 하나 밖에 없기 때문에 ‘앞의 시점’의 선정이 큰 의미가 없을 수 있다. 또, 앞의 상태가 변화하는 장면을 구체적으로 포착하는데 Q-x-x 수준으로 파악하는 것이 효과적이다. Q-x-x 수준이 교과서에서 가장 구체적인 질문이며 학생의 수행을 요구하기 때문에 학생의 인식을 가능하게 하여 Q-x보다 용이하다. 그리고 Q-x가 실질적으로 Q-x-x 수준의 역할을 하는 경우가 많기 때문에 학생의 인식 과정을 추적하기에

Q-x-x로 ‘앞의 시점’을 선정하는 것이 효과적이다. Q-x는 Q-x-x를 포함하고 있기 때문에 Q-x-x 수준으로 앞의 시점을 파악하면 자연스럽게 Q-x 수준에서 ‘앞의 시점’을 파악할 수 있다.

나. 앞의 시점 발생이 기대되는 부분

<표 III-2>는 2015년 발행한 초등 수학 교과서 4-1의 12-13쪽을 요약한 것인데, 이 차시는 ‘만’의 개념을 아는 것을 목표로 한다. 질문에서 ‘만, 10000’이 언급되거나 언급될 것으로 예상되는 부분은 Q-1, Q-2-3, Q-2-4, Q-3, Q-4-3, Q-5이다. 만일 어떤 학습자가 미리 ‘만, 10000’을 알고 있었다면, Q-1의 질문에 ‘만장’이라고 답할 것이다. 마찬가지로 Q-2-3에는 ‘만장 또는 10000장’, Q-2-4에는 ‘만, 10000’, Q-4-3에는 ‘만원’이라고 답할 것이다. 그렇지만, 어떤 학습자가 ‘만’을 모르는 상태라면, Q-1, Q-2-3, Q-2-4에서 ‘만’을 답할 수가 없을 것이다. 그리고 교사도 학습자가 답할 것이라고 기대하지 않는다. ‘만’에 보조인식을 위한 질문만 제공되었을 뿐 초점인식을 위한 질문은 Q-3에 이르러서야 비로소 제시되기 때문이다. Q-3 이전에 제시된 Q-1, Q-2-3, Q-2-4

<표 III-2> 수학 4학년1학기 1단원 큰 수 12-13쪽

쪽	내용 구분	질문	질문 수준	앞의 시점
12	차시 제목	만을 알 수 있어요	Q	
12	생각열기	신문 기사에 나타난 수를 어떻게 읽어야 할지 알아봅시다.	Q-1	
12	활동1	A4 용지의 수를 세어 보시오.	Q-2	
12	세부질문1	A4 용지 1000장이 들어 있는 상자가 8개일 때 A4 용지는 몇 장입니까?	Q2-1	
12	세부질문1	상자가 9개일 때 A4 용지는 몇 장입니까?	Q2-2	
12	세부질문1	상자가 10개일 때 A4 용지는 몇 장입니까?	Q2-3	
12	세부질문1	1000이 10이면 얼마라고 나타내면 좋을지 이야기해 보시오.	Q2-4	
12	정의	1000이 10이면 10000입니다. 이것을 10000 또는 1만이라 쓰고 만 또는 일만이라고 읽습니다.	Q-3	✓
13	활동2	책상 위의 돈이 얼마인지 알아보시오.	Q-4	
13	세부질문2	1000원짜리 지폐가 8장이면 □원입니다.	Q4-1	
13	세부질문2	1000원짜리 지폐가 9장이면 □원입니다.	Q4-2	
13	세부질문2	1000원짜리 지폐가 10장이면 □원입니다.	Q4-3	
13	마무리	□ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.	Q-5	

는 지식의 형성을 위한 단서만 제공되었을 뿐이지 지식을 형성하였다고 단언하지는 못한다. Q-2-4에서도 ‘~나타내면 좋을지~’라는 추측이나 가설 형태의 질문을 제시하는 것으로 보아 학습자가 알고 있음을 전제로 하지 않는다. Q-3이 제시된 이후에는 ‘만’을 사용하여 답할 것을 기대하고 있다. Q-3에서 ‘만’을 학습자에게 알려주었기 때문에 Q-4부터 제시되는 질문에는 학습자가 ‘만’을 알 것이라는 전제하여 다른 질문들이 제시된다. 따라서 ‘만’이 얹히 발생하는 얹의 시점은 Q-3이 되는 것이다.

위에서 선정된 Q-3 이외에 다른 질문에서도 ‘얹의 시점’이 될 수 있지 않느냐는 의문이 제기될 수 있다. 실제 수업에서는 여러 가지 얹의 상황은 가능하다. Q-3 이전에 Q, Q-1, Q-2에서 이미 얹에 이를 수 있다. Q의 차시 제목이 언급되는 순간 이미 학습자는 ‘만’을 알고 있을 수 있으며, Q-1의 그림 속 ‘10000장’과 연결 지을 때 알 수도 있고, Q-2 이하 질문을 통해 상자 8개는 8000장, 상자 9개는 9000장, 상자 10개는 ‘10’에 ‘000’을 붙여 ‘10000’이라고 알 수도 있다. 학습자에 따라 Q-3에서 얹이 일어나지 않고, Q-4-3의 돈의 관계를 통해 ‘10000’을 이해할 수도 있는 것이다. 학습자 이해의 가능성 관점에서 보면 얹의 발생 시기를 예단하기는 어렵다. 그러나 교과서는 실제의 수업에서의 학습자와는 다르다. 교과서는 교과서 저자에 의한 가개인화/가배경화의 과정으로 가상의 학습자를 대상으로 하였기 때문에 실제 상황의 모든 학습자를 전제로 하지 않는다. 어느 질문은 학습자가 모를 것이라는 전제로 질문을 제시하고, 어느 질문은 학습자가 알 것이라는 전제로 질문을 하게 된다. ‘모른다’는 전제의 질문에서 ‘안다’는 전제의 질문으로 바뀌는 얹의 시점은 존재하게 된다. 다른 한편으로 얹의 시점에 대한 판단은 교과서 저자나 교사에 의한 것이지만, 학습자의 이해를 근거로 한 인식론적 판단이므로 얹




의 시점은 학습자의 얹의 시점으로 볼 수 있다.

다. 수업 목표에 의한 얹의 시점의 설정

‘얹의 시점’에는 ‘무엇을 아느냐’에 대한 얹의 대상이 있어야 한다. 교과서 한 차시의 내용에서 얹의 대상이 될 수 있는 것은 여러 가지가 있을 수 있다. 수학적 상황, 수학적 과정도 그 대상이 될 수도 있다. 그렇지만 가장 우선시 되는 것은 수학적 내용이며 그것은 차시 수업 목표로 나타나 있다.

<표 III-3>은 2015년 발행한 초등 수학 교과서 1-2의 50-53쪽을 요약한 것인데, 차시 제목으로 대변되는 수업 목표의 영향 범위를 파악할 수 있는 예시이다. 이전 차시에서는 □, △, ○의 모양을 직관적으로 파악하고 이에 맞는 물건을 찾게 한다. 이어서 <표 III-3>의 차시에서는 물건을 이용하여 본뜨는 활동을 통해 내면화를 시도한다. Q-2의 본뜨기 활동을 위한 질문은 Q-2-1, Q-2-2, Q-2-3이다. 그렇다면 어느 질문을 얹의 시점으로 볼 것인가? 우선, Q-2-1, Q-2-2, Q-2-3을 모두를 지목할 수 없다. 얹의 시점은 Q-x-x 수준의 질문이 제시되는 시점으로 설정하기로 하였기 때문에 연속되는 세 질문을 하나로 볼 수는 없다. 가장 먼저 제시된 시점은 Q-2-1이기 때문에 이것을 얹의 시점으로 한다면, 문제가 발생한다. 차시 제목에 따르면 ‘여러 가지 모양’에 대한 이해가 필요한데, Q-2-1을 얹의 시점이라고 하게 되면 □에 대한 개념만 획득된 상태를 얹의 시점을 이루었다고 판단할 수밖에 없다. □, △, ○의 개념 모두를 ‘안다’라고 볼 수 있는 시점은 Q-2-3이므로, Q-2-3이 얹의 시점이 된다. 이와 같이 차시 제목, 즉 수업의 목표에 근거하여 얹의 시점은 달라질 수 있으며, 얹이 혼재되어 있는 경우 판단의 근거로 수업 목표가 활용된다.

<표 III-3> 수학 1학년2학기 2단원 여러 가지 모양 50-53쪽

쪽	내용 구분	질문	질문 수준	읽의 시점
50	차시 제목	여러 가지 모양을 알 수 있어요	Q	
50	생각열기	헨젤과 그레텔은 마술 상자를 열려고 해요. 여러 가지 물건을 사용하여 자물쇠에 그려진 모양을 완성해 봅시다.	Q-1	
51	활동1	여러 가지 물건의 본을 떠 보시오.	Q-2	
51	세부질문1	세 가지 물건 중 한 가지를 골라 종이 위에 대고 본을 떠 보시오. 	Q2-1	
52	세부질문1	남은 두 가지 물건 중 한 가지를 골라 종이 위에 대고 본을 떠 보시오. 	Q2-2	
52	세부질문1	남은 물건을 종이 위에 대고 본을 떠 보시오. 	Q2-3	✓
53	세부질문1	자물쇠에 그려진 모양을 완성하고, 알맞은 물건을 찾아 붙임 딱지를 붙여 보시오.	Q2-4	
53	활동2	친구들과 함께 □, △, ○ 모양을 만들어 보시오.	Q-3	
53	마무리	□, △, ○ 모양이 어떤 차이가 있는지 이야기해 보시오.	Q-4	

라. 개인화/배경화 및 탈개인화/탈배경화의 변곡 시점

지식은 개인화/배경화의 과정을 통해 형성되며 반드시 탈개인화/탈배경화의 과정을 거친다. 탈개인화/탈배경화의 과정을 거치지 않는다면 개인이 지식을 형성하였는지를 판단할 수 없게 된다. 수업에서는 답 쓰기, 말하기, 그리기 등의 다양한 방법을 통해 탈개인화/탈배경화의 과정이 진행된다. 탈개인화/탈배경화는 ‘안다’라는 것을 전제되어야지만 발생할 수 있는 것이다. 즉, 탈개인화/탈배경화의 과정이 일어나는 교과서의 질문은 지식 형성을 전제한다.

<표 III-3>을 통해 개인화/배경화에서 탈개인화/탈배경화로 변하는 시점을 파악할 수 있다. Q-2-1, Q-2-2, Q-2-3은 임의의 물건을 이용하여 본뜨는 활동을 하게한다. 본뜨는 활동을 통해 변의 존재 여부, 꼭짓점이 만들어지는 과정, 선분과 곡선의 차이 등을 경험하면서 □, △, ○를 인식해 간다. 이것은 개인화/배경화의 과정이다. Q-2-4는 ‘그려진 모양을 완성하고 알맞은 물건을 찾기’를 요구한다. 그려진 모양을 완성한다거나, □, △, ○ 형태의 그림을 붙임딱지에서 찾는 활

동을 하기 위해서는 □, △, ○에 대한 개념을 형성하고 있어야 한다. 이 개념이 표현될 때는 개인화/배경화의 과정에서 활용된 본뜨는 활동에서는 벗어난 상태가 된다. Q-2-4에 이르러서는 탈개인화/탈배경화가 이루어지고 있는 것이다. 개인화/배경화로서 Q-2-3까지의 과정을 통해 읽이 이루어지고, 탈개인화/탈배경화로서 Q-2-4에서는 읽을 발현하고 있는 장면이다. 앞선 절에서 Q-2-3은 수업 목표를 기준으로 읽의 시점이라 할 수 있었으며, 개인화/배경화 및 탈개인화/탈배경화의 변곡 시점을 기준으로도 읽의 시점으로 판단할 수 있다.

<표 III-3>에서 읽의 시점은 Q-2-3에 표시되어 있지만, Q-2-4도 될 수 있다는 의문을 제기할 수 있다. Q-2-3의 시점은 질문이 제시되는 순간이며, Q-2-4도 질문이 제시되는 순간이다. 실제적으로 질문이 제시된 이후 학생이 사고하며 알아가는 것이지 질문이 제시되는 순간에 일시적인 것은 아니다. 따라서 학습자의 읽이 발생하는 것은 Q-2-3과 Q-2-4의 순간이라기보다는 그 사이의 구간이다. 이 구간에는 Q-2-3에 대한 교사의 Q-x-x-x 수준의 질문 및 여러 가지 보조인식으로 채워질 것이며 학생들은 사고하게 된다. 학생의

지식 형성과정은 관찰할 수 없기 때문에 어느 순간이라고 지목하기 보다는 구간을 지목하는 것이 합리적이다. Q-2-3과 Q-2-4는 이 구간을 지시하기 위한 초점인식이 되며, Q-2-3은 수업 목표를 근거로 앎의 시점을 지시할 수 있는 역할을 한다. 또한 Q-2-4는 탈개인화/탈배경화의 시작 시점을 알게 하는 지시자의 역할을 한다.

2. 앎의 시점의 특별한 양상

가. 한 차시 두 번 이상의 앎의 시점이 등장하는 방식

차시는 시간의 개념으로 초등학교에서는 40분 분량의 내용을 한 차시로 규정한다. 교과서에서는 차시 제목 하나에 한 차시인 경우가 대부분이나, 경우에 따라서는 2차시 80분이 하나의 차시 제목으로 구성된다. 본 연구에서는 차시 제목에 따른 구분을 한 차시로 규정한다.

앎의 시점은 하나의 제목으로 된 한 차시에

한 번 나올 수도 있으며 여러 번 나올 수도 있다. 그 방식은 병렬적이거나 직렬적이다.

<표 III-4>는 2015년 발행한 초등 수학 교과서 3-1의 56-59쪽을 요약한 것인데, 병렬적으로 앎의 시점이 제시된 경우이다. <표 III-4>의 Q-5, Q-7, Q-9를 앎의 시점으로 판단할 수 있다. 선분, 직선, 반직선의 개념과 이름을 제시하며, 선분에 ‘늘이다’의 개념을 한 쪽, 양 쪽에 추가하여 반직선과 직선을 도입한다. 이것은 점진적 구조로 제시되고 있지만, 논리적 전개상 순서가 바뀌어도 상관이 없다. 또한 차시를 달리하여 제시되어도 무방한 내용이다. 실제 4차 교육과정에 따라 1987년도에 발행한 초등 수학 교과서에서는 선분과 직선이 다른 차시로 제시되어 있으며, 반직선과 직선의 순서가 바뀌어서 도입되고 있다(문교부, 1987: 92-98). 따라서 병렬적으로 제시된 앎의 시점은 독립적이며 어느 하나가 우선이 된다고 볼 수 없다.

<표 III-5>는 2015년 발행한 초등 수학 교과서 4-2의 12-15쪽을 요약한 것인데, 직렬적으로 앎

<표 III-4> 수학 3학년1학기 2단원 평면도형 56-59쪽

쪽	내용 구분	질문	질문 수준	앎의 시점
56	차시 제목	선분, 반직선, 직선을 알 수 있어요.	Q	
56	생각열기	민우와 지우는 열기구를 타고 다니면서 여러 가지 모양의 다리를 보게 되었어요. 어떤 선들이 보이는지 알아봅시다.	Q-1	
56	활동1	사진을 살펴보고 다리는 어떤 선들로 이루어져 있는지 이야기해 보세요.	Q-2	
57	활동2	기준을 정해 선을 두 가지로 분류하여 보세요.	Q-3	
57	세부질문2	선을 알맞게 분류하여 기호를 써 보세요.	Q3-1	
57	활동3	점 A 와 점 B 를 끈게 이어 보세요.	Q-4	
57	정의	두 점을 끈게 이은 선을 선분이라고 합니다. 점 A 와 점 B 를 이은 선분을 선분 AB 또는 선분 BA 이라고 합니다.	Q-5	✓
58	활동4	선분 AB 를 보고 다음을 생각해 보세요.	Q-6	
58	세부질문4	점 A 에서 점 B 를 지나 오른쪽으로 끝없이 늘인 끈은 선을 생각해 보세요.	Q6-1	
58	세부질문4	점 B 에서 점 A 를 지나 왼쪽으로 끝없이 늘인 끈은 선을 생각해 보세요.	Q6-2	
58	정의	한 점에서 한 쪽으로 끝없이 늘인 끈은 선을 반직선이라고 합니다. 점 A 에서 시작하여 점 B 를 지나는 반직선을 반직선 AB 이라고 합니다. 점 B 에서 시작하여 점 A 를 지나는 반직선을 반직선 BA 이라고 합니다.	Q-7	✓
59	활동5	선분 AB 를 양쪽으로 끝없이 늘인 끈은 선을 생각해 보세요.	Q-8	
59	정의	양쪽으로 끝없이 늘인 끈은 선을 직선이라고 합니다. 점 A 와 점 B 를 지나는 직선을 직선 AB 또는 직선 BA 이라고 합니다.	Q-9	✓
59	마무리	선분, 반직선, 직선을 찾고 다른 점을 이야기해 보세요.	Q-10	

의 시점이 제시된 경우이다. <표 III-5>의 Q-5, Q-7에서 앞의 시점을 찾을 수 있다. Q-5는 ‘0.01’이라는 소수 두 자리 수는 처음으로 제시되며, Q-7은 소수 두 자리 수의 읽기 방법이 처음으로 제시된다. 이때, Q-7은 Q-5에서 제시되는 ‘0.01’의 개념이 자연스러운 확장으로 보기 어렵다. 실제 학생들은 2.64를 ‘이점 육십사’로 오독하는 경우가 있으며, 소수의 자리 값을 명시적으로 등장하기 때문에 새로운 읽이 발생된다. Q-5와 Q-7은 각각 새로운 지식의 형성 과정이고 읽이의 시


점이 된다. 그러나 <표 III-4>에서 제시했던 Q-5, Q-7, Q-9와는 성격이 다르다. <표 III-5>의 Q-5가 전제되지 않고는 Q-7이 가능하지 않다. 따라서 <표 III-5>의 Q-5, Q-6, Q-7은 독립적이지 않고 종속적으로 연결되었기 때문에 직렬적인 읽이의 시점이라고 할 수 있다.

<표 III-6>은 2015년 발행한 초등 수학 교과서 4-2의 16-17쪽을 요약한 것인데, 앞의 시점이 한 번 있는 경우이다. <표 III-4>, <표 III-5>의 예를 보면 정의(definition)식으로 제시된 부분이 앞의

<표 III-5> 수학 4학년2학기 1단원 소수의 덧셈과 뺄셈 12-15쪽

쪽	내용 구분	질문	질문 수준	읽이의 시점
12	차시 제목	소수 두 자리 수를 알 수 있어요.	Q	
12	생각열기	마루가 떨어뜨린 각설탕 한 개에 파랑 개미가 모여들었습니다. 파랑 개미 100마리가 각설탕을 똑같이 나누어 가진다면 파랑 개미 한 마리가 가질 수 있는 각설탕의 크기는 얼마인지 알아보시오.	Q-1	
12	활동1	파랑 개미 100마리가 각설탕 한 개를 똑같이 나누는 모습을 생각해 보시오.	Q-2	
12	세부질문1	파랑 개미는 각설탕을 모두 몇 조각으로 나누었는지 알아보시오.	Q2-1	
12	세부질문1	파랑 개미가 나누어 가진 조각의 크기는 모두 같습니까?	Q2-2	
13	활동2	파랑 개미 한 마리가 가질 수 있는 각설탕의 크기를 수 모형으로 확인해 보시오.	Q-3	
13	세부질문2	??을 각설탕 한 개라고 할 때 파랑 개미 한 마리가 가질 수 있는 각설탕의 크기로 알맞은 수 모형을 찾아보시오.	Q3-1	
13	세부질문2	각설탕 한 개의 크기를 1이라고 할 때 파랑 개미 한 마리가 가질 수 있는 각설탕의 크기를 분수로 나타내어 보시오.	Q3-2	
13	세부질문2	파랑 개미 한 마리가 가질 수 있는 각설탕의 크기를 소수로 나타낼 수 있습니까?	Q3-3	
13	활동3	오른쪽 모눈종이 전체의 크기를 1이라고 할 때 모눈 한 칸의 크기를 분수와 소수로 나타내어 보시오.	Q-4	
13	세부질문3	모눈이 몇 칸 그려져 있습니까?	Q4-1	
13	세부질문3	모눈 한 칸의 크기를 분수로 나타내어 보시오.	Q4-2	
13	세부질문3	모눈 한 칸의 크기를 소수로 나타내어 보시오.	Q4-3	
13	정의	분수 1/100을 소수로 0.01이라 쓰고 영점 영일이라고 읽습니다.	Q-5	✓
14	활동4	마루가 떨어뜨린 각설탕 한 개의 무게는 2.64g입니다. 2.64에 대해 알아보시오.	Q-6	
14	세부질문4	2.64를 읽어 보시오.	Q6-1	
14	세부질문4	2.64g과 2g을 비교해 보시오.	Q6-2	
14	세부질문4	2.64g과 3g을 비교해 보시오.	Q6-3	
14	세부질문4	2.64만큼 모눈종이에 색칠하시오.	Q6-4	
14	정의	2.64는 이점 육사라고 읽습니다. 2.64에서 2는 일의자리 숫자이고 2를 나타냅니다. 6은 소수첫째자리숫자이고0.6을 나타냅니다. 4는 소수둘째자리숫자이고0.04를 나타냅니다.	Q-7	✓
15	활동5	두 수를 비교해 보시오.	Q-8	
15	세부질문5	수직선에 2와 2.0을 나타내어 보시오.	Q8-1	
15	세부질문5	수직선에 3.5와 3.50을 나타내어 보시오.	Q8-2	
15	정의	2와 2.0은 같은 수입니다. 소수는 필요한 경우 오른쪽 끝자리에 0을 붙여 나타낼 수 있습니다. 2.0은 이점영이라고 읽습니다.	Q-9	
15	마무리	소수 두 자리 수를 찾아보시오.	Q-10	

<표 III-6> 수학 4학년2학기 1단원 소수의 덧셈과 뺄셈 16-17쪽

쪽	내용 구분	질문	질문 수준	얇의 시점
16	차시 제목	소수 세 자리 수를 알 수 있어요.	Q	
16	생각열기	마음이 떨어뜨린 각설탕 한 개에 빨강 개미가 모여들었습니다. 빨강 개미 1000마리가 각설탕을 똑같이 나누어 가진다면 빨강 개미 한 마리가 가질 수 있는 각설탕의 크기는 얼마인지 알아보시다.	Q-1	
16	활동1	빨강 개미 1000마리가 각설탕 한 개를 똑같이 나누는 모습을 생각해 보시오.	Q-2	
16	세부질문1	빨강 개미는 각설탕을 모두 몇 조각으로 나누었는지 알아보시오.	Q2-1	
16	활동2	빨강 개미 한 마리가 가질 수 있는 각설탕의 크기를 수 모형으로 확인해보시오.	Q-3	
16	세부질문2	 을 각설탕 한 개라고 할 때 빨강 개미 한 마리가 가질 수 있는 각설탕의 크기로 알맞은 수 모형을 찾아보시오.	Q3-1	
16	세부질문2	각설탕 한 개의 크기를 1이라고 할 때 빨강 개미 한 마리가 가질 수 있는 각설탕의 크기를 분수로 나타내어 보시오.	Q3-2	
16	세부질문2	빨강 개미 한 마리가 가질 수 있는 각설탕의 크기를 소수로 나타낼 수 있습니까?	Q3-3	
17	정의	분수 $\frac{1}{1000}$ 을 소수로 0.001이라 쓰고 영점 영영일이라고 읽습니다.	Q-4	✓
17	활동3	개미들이 이동한 거리를 알아보시오.	Q-5	
17	정의	3.479는 삼점 사칠구라고 읽습니다.	Q-6	
17	마무리	문장을 완성하시오.	Q-7	

시점이 되고 있다. 이런 방식이라면 <표 III-6>에서도 Q-4와 Q-6으로 얇의 시점이 2회라고 예측할 것이다. 또한 <표 III-5>의 소수 두 자리 수의 내용 전개 방식과 <표 III-6>의 소수 세 자리 수의 전개 방식이 유사하기 때문에 이 예측은 합당하게 보인다. 그러나 <표 III-5>에 Q-5와 Q-7의 관계는 <표 III-6>에 Q-4와 Q-6의 관계는 다르다. <표 III-5>의 Q-5에서 ‘0.01’과 <표 III-6>의 Q-4에서 ‘0.001’은 처음 제시되고 있다는 점에서 얇의 시점이 발생하는 시점이라고 할 수 있지만, <표 III-6>의 Q-6은 처음 제시라고 보기는 어렵다. 이미, 2.64를 학습하면서, 2.64는 ‘이점 육십사’가 아니라 ‘이점 육사’라는 것을 배웠기에 3.479가 ‘삼점 사백칠십구’가 아니라는 것을 유추할 수 있다. 또한 ‘소수 셋째 자리’라는 명칭도 이미 학습한 ‘소수 첫째 자리, 소수 둘째 자리’를 통해 유추할 수 있다. <표 III-6>의 Q-5 질문에서는 이미 3.479를 읽거나 답을 할 수 있을 것을 기대하고 있다. 따라서 <표 III-6>의 Q-6은 얇의 시점에 해당되지 않으며, Q-4에서 발생된 얇의 시점이 ‘확장’되고 있는 장면으로 보아야 할 것이다.

나. 탈개인화/탈배경화를 통한 변곡 시점이 명확하게 드러나지 않은 경우

개인화/배경화와 탈개인화/탈배경화의 변곡 시점에서 ‘변곡’의 의미는 개인화/배경화에서 탈개인화/탈배경화로 진행되는 연속 과정에서 ‘바뀐다’라는 의미가 담겨있다. 이러한 변곡 시점이 명확하게 드러나지 않는 것은 개인화/배경화 이후에 탈개인화/탈배경화가 이어서 곧장 등장하지 않고, 개인화/배경화 이후에 또다시 개인화/배경화가 이루어지기 때문이다.

<표 III-7>은 2015년 발행한 초등 수학 교과서 5-1의 21-23쪽을 요약한 것인데, 얇의 시점에 해당되는 개인화/배경화 이후에 얇의 시점이 아닌 개인화/배경화가 발생하는 사례이다. 본 차시는 공배수와 최소공배수에 대한 이해를 목표로 한다. Q-1, Q-2, Q-2-x의 개인화/배경화 과정을 거쳐 Q-3에 이르러 얇의 시점에 도달하게 된다. 얇의 시점을 구분하는 일반적인 형태라면 Q-4부터는 공배수와 최소공배수의 이해에 대한 탈개인화/탈배경화의 과정이 등장해야 한다. 그렇지만,

Q-4 및 Q-4-x에 의하면 공배수와 최소공배수의 이해에 대하여 다른 접근을 시도하고 있다. Q-2 및 Q-2-x에서 등장하는 접근 방식과는 전혀 다른 방식으로 보여주고 있다. 그렇기 때문에 Q-4 및 Q-4-x는 탈개인화/탈배경화라기보다는 또 다른 개인화/배경화의 과정이다. 이것은 병렬적이거나 직렬적인 앎의 시점의 발생이 아니라, 지식의 확장으로 보아야 한다. 이와 같이 지식의 확장으로 받아들여지는 개인화/배경화 이후의 또 다른 개인화/배경화의 과정은 탈개인화/탈배경화의 과정을 뒤로 미루게 되는데, 이러한 경우에는 개인화/배경화와 탈개인화/탈배경화의 변곡 시점이 명확하게 드러나지 않는다.

다. 초점인식의 발현이 혼재되어 있는 경우

앎의 과정이 자연스럽게 발현되기 위해서는 보조인식과 초점인식을 위한 질문이 적절히 배치되고 명확하게 구분되어야 한다. 그러나 불명확함으로 인해 초점인식이 부각되지 않거나 초점인식으로 다루어야 할 질문을 보조인식으로 다루게 됨으로써 해당 차시의 앎의 시점을 명확하게 지목하기 어렵게 한다.

<표 III-8>은 2015년 발행한 초등 수학 교과서 5-1의 132-134쪽을 요약한 것인데, 이 차시는 초점인식으로 발현될 내용을 어느 것으로 할지 혼란을 야기하는 사례이다. 단위 도입의 일반적인

<표 III-7> 수학 5학년1학기 1단원 약수와 배수 21-23쪽

쪽	내용 구분	질문	질문 수준	앎의 시점
21	차시 제목	공배수와 최소공배수를 알 수 있어요.	Q	
21	생각열기	손녀는 4일마다, 손자는 6일마다 할아버지께서 하시는 한지 뜨는 일을 돕습니다. 손녀와 손자가 오늘 한지 뜨는 일을 함께 도왔다면 며칠 뒤에 다시 한지 뜨는 일을 돕게 되는지 알아보시다.	Q-1	
21	활동1	4와 6의 공통인 배수를 구하시오.	Q-2	
21	세부질문1	4와 6의 배수를 구하시오.	Q2-1	
21	세부질문1	공통인 배수를 모두 찾아 ○표 하시오.	Q2-2	
21	세부질문1	공통인 배수 중에서 가장 작은 수를 찾아 △표 하시오.	Q2-3	
21	세부질문1	손녀와 손자는 며칠 뒤에 다시 한지 뜨는 일을 돕게 됩니까?	Q2-4	
22	정의	두 수의 공통인 배수를 두 수의 공배수라고 합니다. 두 수의 공배수 중에서 가장 작은 수를 두 수의 최소공배수라고 합니다. 12, 24, 36, ...은 4와 6의 공배수입니다. 12는 4와 6의 최소공배수입니다.	Q-3	✓
22	활동2	12와 30을 각각 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 12와 30의 최소공배수를 구하시오.	Q-4	
22	세부질문2	12를 여러 수의 곱으로 나타내어 보시오.	Q4-1	
22	세부질문2	12를 가장 작은 수들의 곱으로 나타낸 곱셈식은 어느 것입니까?	Q4-2	
22	세부질문2	30을 여러 수의 곱으로 나타내어 보시오.	Q4-3	
22	세부질문2	30을 가장 작은 수들의 곱으로 나타낸 곱셈식은 어느 것입니까?	Q4-4	
22	세부질문2	$12=2*2*3$, $30=2*3*5$ 임을 이용하여 12와 30의 최소공배수를 구할 수 있습니다.	Q4-5	
23	활동3	12와 30의 공약수로 나누어 보면서 최소공배수를 구하시오.	Q-5	
23	세부질문3	12와 30의 공약수를 구하시오.	Q5-1	
23	세부질문3	12와 30의 공약수를 이용하여 12와 30의 최소공배수를 구할 수 있습니다.	Q5-2	
23	세부질문3	12와 30의 최소공배수를 어떻게 구하였는지 이야기해 보시오.	Q5-3	
23	활동4	6과 8의 공배수와 최소공배수의 관계를 알아보시오.	Q-6	
23	세부질문4	6과 8의 공배수를 구하시오.	Q6-1	
23	세부질문4	6과 8의 최소공배수를 구하고, 그 배수를 구하시오.	Q6-2	
23	세부질문4	6과 8의 공배수와 최소공배수는 어떤 관계가 있습니까?	Q6-3	
23	마무리	4와 5의 공배수 중에서 50보다 작은 수를 모두 구하시오.	Q-7	

<표 III-8> 수학 5학년1학기 5단원 다각형의 넓이 132-134쪽

쪽	내용 구분	질문	질문 수준	앞의 시점
132	차시 제목	단위넓이를 알 수 있어요.	Q	
132	생각열기	두 창문 중에서 더 넓은 창문을 장식하려고 합니다. 어느 창문이 더 넓은지 알아봅시다.	Q-1	
132	생각열기	투명 종이를 사용하여 창문의 넓이를 비교해 보시오.	Q-1-1	
132	생각열기	위와 같은 방법으로 비교할 때 불편한 점은 무엇입니까?	Q-1-2	
133	활동1	여러 가지 단위를 이용하여 창문의 넓이를 비교해 보시오.	Q-2	✓
133	세부질문1	여러 가지 단위를 이용하여 넓이를 비교할 때 불편한 점은 무엇입니까?	Q2-1	
133	활동2	누구나 사용하게 하려면 넓이의 단위를 어떤 모양과 크기로 정하면 좋을지 알아보시오.	Q-3	
134	정의	한 변이 1cm인 정사각형의 넓이를 1cm ² 라 쓰고 1 제곱센티미터라고 읽습니다.	Q-4	
134	세부질문2	우리 몸의 일부 또는 주변 물건 중에서 넓이가 약 1cm ² 가 되는 부분을 찾아보시오.	Q4-1	
134	마무리	넓이가 가장 넓은 도형을 찾아 기호를 쓰고 그 이유를 설명해 보시오.	Q-5	

과정은 ‘직접 비교’→‘간접비교’→‘임의 단위 비교’→‘표준 단위 비교’의 순서이다. 넓이 비교의 경우 단위넓이의 모양과 관련된 내용이 추가될 수 있다. 이러한 단위 도입의 일반적인 과정에서도 길이 비교의 가장 중요한 개념은 ‘단위를 통한 측정 활동’과 ‘표준 단위로써 1cm²의 제시’로 이것이 초점인식의 내용이다. 본 차시에서는 ‘직접 비교’는 제시되지 않고 Q-1과 Q-1-1에 걸쳐 ‘간접 비교’의 도입을 시도한다. Q-2는 임의 단위를 통한 비교로 단위 넓이를 이용한 측정의 내용을 다루고, Q-3은 표준 단위로 측정하는 내용을 다룬다. 교과서 저자나 수업하는 교사에 의해 이 두 내용을 앞의 시점으로 지정할 수 있다. 또는 두 내용 중 하나를 앞의 시점으로 초점인식 할 수도 있다. 그렇지만 본 차시의 내용 전개에 따르면 초점인식을 어느 부분으로 해야 할지 불명확하다.

Q-2는 임의의 단위로 측정하는 활동이지만 단위 넓이로 측정하는 활동을 초점인식 한다. 그러나 Q-2-1에서 여러 가지 단위의 불편함을 세부 질문으로 언급함으로써 단위 넓이로 측정하는 활동에 초점을 두기 보다는 임의 단위 활용의 부정확함을 초점하고 있음을 알 수 있다. 만일 단위 넓이로 측정하는 활동에 초점을 두었다면

‘단위 넓이의 몇 배입니까?’와 같은 질문을 제시했어야 했다. 또한 Q-3에서는 ‘누구나 사용하게 하려면 넓이의 단위를 어떤 모양과 크기로 정하면 좋을지 알아보시오.’라는 질문을 통해 암묵적으로 작은 정사각형을 이용하도록 유도한다. 이것은 단위 넓이로 측정하는 활동에 초점을 두기 보다는 1cm²라는 표준 단위로 이끌기 위한 의도적 제시이다. 이러한 이유로 인해 ‘단위를 통한 측정 활동’보다는 ‘표준 단위로써 1cm²의 제시’가 초점인식이 될 것이라는 추론을 할 수 있으며, Q-2와 Q-2-1은 초점인식이 아닐 것이라는 예상이 가능하다. 그렇다면 1cm²를 제시하고 있는 Q-4가 초점인식 할 수 있는 내용인지의 문제가 남는다. 단위 넓이로 측정하는 활동인 Q-2에 연결하여 1cm²로 측정하는 활동을 제시하지 않고, 단위 넓이의 모양과 크기의 특수한 형태로써만 1cm²를 제시하고 있다. 또, 탈개인화/탈배경화를 유도하는 Q-5도 1cm²를 활용하여 크기를 측정하여 비교하는 질문이 아니고, □의 수로 비교할 수 있는 질문을 제시한다. 세부질문으로 제시한 Q-4-1도 단위 넓이로 측정하는 활동에 초점을 맞추었다기보다는 양감에 대한 질문으로서 1cm²가 단위 넓이로 측정 활동에는 연결되지 않는다. 표준 단위 1cm²는 단위로서만 제시되었을 뿐

<표 III-9> 수학 5학년2학기 2단원 합동과 대칭 54-55쪽

쪽	내용 구분	질문	질문 수준	앞의 시점
54	차시 제목	합동인 삼각형을 그릴 수 있어요(2)	Q	
54	생각열기	보경이는 실철을 꾸미기 위하여 두 변이 각각 6cm와 4cm이고 그 사이에 있는 각이 30°인 삼각형을 여러 개 그리려고 합니다. 자와 각도기를 사용하여 이 삼각형을 그리는 방법을 알아봅시다.	Q-1	
54	활동1	두 변의 길이와 그 사이에 있는 각의 크기가 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 그리는 방법을 생각해 보시오.	Q-2	
54	세부질문1	길이가 4cm인 선분 AB 을 그리는 방법을 이야기해 보시오.	Q2-1	
54	세부질문1	크기가 30°인 각 $\angle A$ 를 그리는 방법을 이야기해 보시오.	Q2-2	
54	세부질문1	점 A 에서 6cm 떨어진 곳에 있는 점 B 를 찾는 방법을 이야기해 보시오.	Q2-3	
54	세부질문1	자와 각도기를 사용하여 삼각형 ABC 과 합동인 삼각형을 그리는 방법을 이야기해 보시오.	Q2-4	
55	활동2	<활동1>의 삼각형 ABC 과 합동인 삼각형을 그려보시오.	Q-3	
55	세부질문2	자와 각도기를 사용하여 삼각형 ABC 과 합동인 삼각형을 투명 종이에 그려 보시오.	Q3-1	✓
55	세부질문2	투명 종이에 그린 삼각형이 <활동1>의 삼각형 ABC 과 합동인지 확인해 보시오.	Q3-2	
55	마무리	자와 각도기를 사용하여 왼쪽 삼각형과 합동인 삼각형을 완성하시오.	Q-4	

측정 활동의 도구로 인식시키지는 않는다. 따라서 Q-4도 초점인식이 발현된 앞의 시점으로 보기는 어렵다. 본 차시의 초점인식의 내용으로 Q-2와 Q-4 중 Q-2가 우선한다고 보인다. 생각열기 Q-1과 마무리 Q-5의 연결성을 고려할 때, Q-2와 Q-4 중 어느 하나가 없다고 가정할 때 Q-2가 없다면 본 차시의 내용 전개는 가능하지 않기 때문이다.

위와 같은 현상은 앞의 시점이 발생할 것으로 기대하는 두 내용이 혼재되어 있으며, 몇몇의 질문이 초점인식을 위한 보조인식이 적절하게 배치되지 않았기 때문에 발생한 것이다.

라. 수업 목표 자체가 탈개인화/탈배경화를 요구할 경우

개인화/배경화의 과정에서 ‘무엇을 알았는가’의 대상은 앞서 수업 목표에 해당되는 내용이라 하였다. 수업 목표의 달성은 앞의 발생이며 이후에 탈개인화/탈배경화의 과정을 통해 앞이 다루어지거나 표현되는 과정이 진행된다. 이것이 일반적이다. 그런데, 개인화/배경화의 영역에 포함

되는 질문 중 수업 목표와 가장 강력하게 연결된 질문이 학습자의 실질적 수행을 포함하고 있는 경우, 이것을 개인화/배경화로 보아야 할지 탈개인화/탈배경화로 보아야 할지 모호한 상황이 발생한다. 일반적으로 탈개인화/탈배경화의 과정은 학습자의 앞의 발현으로 학습자의 수행을 근거로 판단하기 때문이다.

<표 III-9>는 2015년 발행한 초등 수학 교과서 5-2의 54-55쪽을 요약한 것인데, 수업의 목표 자체가 탈개인화/탈배경화의 과정을 포함하고 있다. 본 차시의 수업 목표는 ‘합동인 삼각형을 그리기’이다. 합동인 삼각형 그리는 방법을 인식에만 머무르지 않고 이를 구체적으로 수행하는 ‘그리기’를 포함한다. ‘그리기’를 수행하기 위해서는 그리는 방법의 인식이라는 내적 인식활동을 전제해야 하는 한편, 실제 그리게 되는 외적 표현활동이 있어야하기에 탈개인화/탈배경화의 과정이 목표에 포함되었다고 할 수 있다. Q-2-4의 ‘자와 각도기를 사용하여 삼각형 ABC 과 합동인 삼각형을 그리는 방법을 이야기해 보시오.’는 탈개인화/탈배경화의 전형적인 질문이다. 그런데, Q-2-4 이전의 질문 중 앞의 시점으로 볼

만한 질문이 있는가라는 점에는 회의적이다. Q-2, Q-2-1, Q-2-2, Q-2-3은 합동인 삼각형을 실재로 그리기를 요구하는 것이 아니라 그리지 않고 그리는 방법에 대해서 생각한 것을 말하도록 요구한다. ‘합동인 삼각형 그리기’라는 수업 목표의 수행은 이루어지지 않았다. 따라서 Q-2, Q-2-1, Q-2-2, Q-2-3에서 개인화/배경화가 이루어지고 Q-2-4에서 탈개인화/탈배경화가 이루어졌다고 할 수 없으며, Q-3-1의 질문에 이르러서야 수업 목표와 연결된 활동이 시행된다. Q-3-1이 수업 목표를 실질적으로 수행하게 하기 때문에 개인화/배경화하면서 얇이 발현되는 탈개인화/탈배경화의 과정이라 할 수 있다. 이와 같이 목표 자체가 탈개인화/탈배경화의 과정을 필요로 할 경우, 해당 질문은 개인화/배경화인 동시에 탈개인화/탈배경화의 과정이다. 얇의 시점의 이전에 제시되는 Q-2-1, Q-2-2, Q-2-3, Q-2-4와 같은 질문은

탈개인화/탈배경화 형태의 질문이라 하더라도 개인화/배경화의 과정으로 보아야 한다.

마. 동일한 내용이 반복되는 경우

어떤 개념 학습이나 원리 학습 이후에 곱셈의 활용, 넓이 구하기, 평균 구하기와 같은 내용을 다루는 차시는 문제 풀이 또는 문제 해결 활동의 내용을 중심으로 되어 있다. 이때, 내용으로는 같은 개념을 다루지만, 맥락, 문제 구조, 해결 방법 등의 확장을 통해 부분적으로 변화시키면서 다수의 활동으로 제시한다.

<표 III-10>은 2015년 발행한 초등 수학 교과서 5-2의 178-179쪽을 요약한 것인데, 평균의 의미에 대해 전 차시에 학습한 이후 평균 구하기를 주 활동 내용으로 하는 차시이다. 제시된 활동인 Q-2와 Q-2-x, Q-3과 Q-3-x, Q-4와 Q-4-x, 마

<표 III-10> 수학 5학년2학기 6단원 자료의 표현 178-179쪽

쪽	내용 구분	질문	질문 수준	얇의 시점
178	차시 제목	평균을 구할 수 있어요(1)	Q	
178	생각열기	소현이네 모듬은 한 사람이 10개씩 고리 던지기를 하였습니다. 소현이네 모듬이 기둥에 건 고리의 평균은 몇 개인지 알아보시다.	Q-1	
178	활동1	소현이네 모듬이 고리 던지기를 한 결과입니다. 소현이네 모듬이 기둥에 건 고리의 평균을 구하시오.	Q-2	
178	세부질문1	소현이네 모듬이 기둥에 건 고리는 모두 몇 개입니까?	Q2-1	
178	세부질문1	소현이네 모듬은 모두 몇 명입니까?	Q2-2	
178	세부질문1	소현이네 모듬이 기둥에 건 고리의 평균은 몇 개입니까?	Q2-3	✓
178	활동2	소현이네 모듬이 투호에서 넣은 화살을 나타낸 표입니다. 넣은 화살의 평균을 구하시오.	Q-3	
178	세부질문2	소현이네 모듬이 넣은 화살은 모두 몇 개입니까?	Q3-1	
178	세부질문2	넣은 화살이 합을 3으로 나누면 몇 개입니까?	Q3-2	
178	세부질문2	소현이네 모듬이 넣은 화살의 평균은 몇 개입니까?	Q3-3	
179	활동3	초록색 종이테이프는 24cm이고, 노란색 종이테이프는 18cm입니다. 두 종이 테이프 길이의 평균을 구하시오.	Q-4	
179	세부질문3	두 종이테이프를 겹치지 않게 이어 보시오. 전체 길이는 모두 몇 cm입니까?	Q4-1	
179	세부질문3	이어진 종이테이프를 반으로 접어 보시오.	Q4-2	
179	세부질문3	반으로 접은 곳은 몇 cm입니까?	Q4-3	
179	세부질문3	두 종이테이프 길이의 평균은 몇 cm입니까?	Q4-4	
179	마무리제시	희선이네 모듬과 정민이네 모듬이 단체 줄넘기를 한 결과를 나타낸 표입니다. 물음에 답하시오.	Q-5	
179	마무리	희선이네 모듬의 단체 줄넘기 평균은 몇 번입니까?	Q5-1	
179	마무리	정민이네 모듬의 단체 줄넘기 평균은 몇 번입니까?	Q5-2	

<표 III-11> 수학 6학년2학기 4단원 비율 그래프 104-105쪽

쪽	내용 구분	질문	질문 수준	읽의 시점
104	차시 제목	띠그래프를 알 수 있어요.	Q	
104	생각열기	민희는 울창한 숲이 주는 이로운 점에 대해 친구들이 어떤 생각을 가지고 있는지 조사하였습니다. 민희가 조사한 내용을 정리해 봅시다.	Q-1	
104	활동1	민희네 반 학생들이 생각하는 숲의 중요한 기능에 대해 다음과 같이 조사하였습니다. 물음에 답하시오.	Q-2	
104	세부질문1	조사한 내용을 보고 표로 나타내어 보시오.	Q2-1	
104	세부질문1	조사한 학생은 모두 몇 명입니까?	Q2-2	
104	세부질문1	기타에 넣을 수 있는 내용은 무엇입니까?	Q2-3	
104	세부질문1	숲의 중요한 기능별 학생 수의 비율을 한눈에 알아보려면 어떻게 해야 합니까?	Q2-4	
105	활동2	<활동1>에서 조사한 내용을 띠 모양의 그래프로 나타내어 보시오.	Q-3	
105	세부질문2	숲의 중요한 기능별 학생 수의 백분율을 구하여 표를 완성하시오.	Q3-1	
105	세부질문2	전체 학생 수에 대한 숲의 중요한 기능별 학생 수의 백분율을 띠 모양의 그래프로 나타내면 다음과 같습니다.	Q3-2	✓
105	세부질문2	띠 모양의 그래프는 표에 비해 어떤 점이 더 좋습니까?	Q3-3	
105	정의	전체에 대한 각 부분의 비율을 띠 모양으로 나타낸 그래프를 띠그래프라고 합니다.	Q-4	
105	마무리	띠그래프는 막대그래프와 비교하여 어떤 점이 편리한지 이야기해 보시오.	Q-5	

무리인 Q-5와 Q-5-x가 모두 평균 구하는 문제이다. 방법적으로 작은 차이는 있지만 평균을 구하는 기본적인 내용은 동일하기 때문에 같은 수준의 읽의 시점이 Q-2와 Q-2-x, Q-3과 Q-3-x, Q-4와 Q-4-x, Q-5와 Q-5-x를 다룰 때 발생한다. 이 경우는 동일한 내용이 반복된 경우이며, 읽의 시점이 2회 이상 반복한다고 볼 수 없다. Q-3, Q-4, Q-5는 Q-2에서 이미 경험한 내용을 알고 있는 상태에서 접근하기 때문에 읽의 시점은 최초 부분인 Q-2와 Q-2-x의 내용이 다루어질 때 발생한다. 특히 Q-2의 세부질문으로 제시되는 Q-2-3이 읽의 시점이 된다.

바. 용어를 정의하는 문장이 읽의 시점이 아닌 경우

개념 형성을 돕는 질문이 보조인식으로 작용하고 용어를 정의하는 부분이 초점인식으로 작용하면서, 일반적으로 용어를 정의하는 부분이 읽의 시점이 된다. 그런데, 용어를 정의하는 부분이 초점인식이 되지 못하고 보조인식의 역할

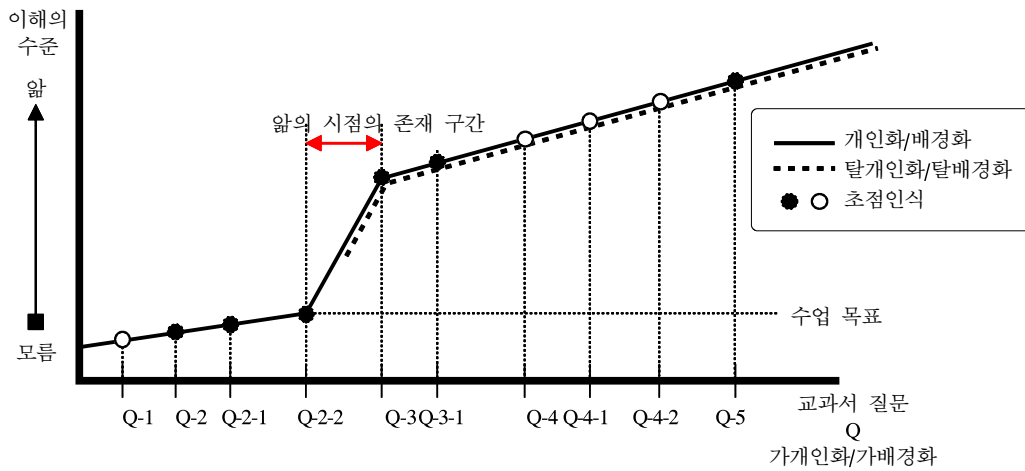
만을 갖게 되는 경우가 있다. 따라서 용어를 정의한 부분이 읽의 시점이 아닌 경우가 발생한다.

<표 III-11>은 2015년 발행한 초등 수학 교과서 6-2의 104-105쪽을 요약한 것인데, Q-4는 정의하는 문장이지만 읽의 시점이 아니다. Q-4에서 띠그래프라는 용어가 등장하고 있지만, 이미 Q-3과 Q-3-x에서 비율을 나타내는 그래프의 형태를 제시하며 띠그래프의 대한 개념을 가지게 하는 읽이 이루어지고 있다. 특히, Q-3-2에서 띠그래프의 형태를 직접 제시하므로 가장 강력하게 읽과 연결된 읽의 시점이 된다.

IV. 읽의 시점의 발생 모형

1. 읽의 시점의 발생 모형

사례 연구를 통해 읽의 시점 발생을 파악하기 위한 도식을 [그림 IV-1]과 같이 제시할 수 있다. 세로축은 이해의 수준을 나타내는 것으로 이해의 수준이 점진적 증가를 이룬다. 이것은 학습



[그림 IV-1] '앓의 시점'의 발생 모형

자 개개인의 이해의 수준은 아니다. 개인의 이해 라면 이해 수준이 상승하지 않은 상태를 유지할 수도 있고, 수업 이전에 수업 목표를 달성할 수도 있으며 수업 이후에 달성하지 못할 수도 있다. 도식에서 이해 수준의 점진적 증가는 교과서에 의한 여러 가지 경험으로 인해 이해가 성장할 수 있기 때문이다. 보조인식의 수준에서 여러 질문을 통해 다양한 경험을 하였다고 하더라도 초점인식 수준에서 그것이 드러나기 전까지는 이해를 확인할 수 없다. 다만 보조인식에서 요구하는 수준에 맞는 수행을 했을 뿐이다. 보조인식을 위한 질문들에 답을 한 것이 최소 수준의 이해의 향상이라고 말할 수 있기 때문에, 그래프에서 점진적 증가를 보여준다.

세로축에서 주목할 것은 앓의 시점이다. 이해의 수준이 급격한 도약이 보인다. 이는 점진적 이해 수준의 증가와는 질적으로 다른 부분이다. '안다'라는 것은 이전에는 '모른다'라고 가정하던 것을 '안다'라고 말할 수 있는 시점이다. 또한 해당 차시에서 가장 주요하게 가르치고자 하는 수업 목표를 이해하였을 경우 일어난다. 앓의 시점을 파악하기 위해서는 수업 목표를 가장 초점으로 가르치기 위한 질문이 된다.

가로축은 3가지 의미를 포함한다. 첫째, 한 차시의 내용에 해당되는 Q의 순서이다. 둘째, 표시된 지점들은 차시에 등장하는 질문의 순서에 해당된다. 셋째, 가개인화/가배경화의 과정이다.

꺾은선은 개인화/배경화(실선)와 탈개인화/탈배경화(점선)를 의미한다. 이 두 과정은 탈개인화/탈배경화의 발생 시점을 기준으로 동시에 발생이 가능하며 배타적 관계는 아니다. 모형에서 볼 수 있듯이 개인화/배경화는 탈개인화/탈배경화의 과정 중에도 일어나는 인식의 과정이다. 개인화/배경화 중 탈개인화/탈배경화의 등장은 질문과 이에 따른 학습자의 수행에 근거한다. 학습자의 수행은 개인화/배경화의 과정 중이거나 탈개인화/탈배경화의 과정 중에 나타날 수 있다. 학습자가 앓에 이르렀다고 볼 수 있는 수행이 이루어진다면 이것은 탈개인화/탈배경화이며, 앓에 이르지 못하였다고 판단되는 수행이 이루어진다면 이것은 개인화/배경화이다. 따라서 앓의 시점은 개인화/배경화와 탈개인화/탈배경화가 바뀌는 시점의 근처에서 포착할 수 있으며, 앓의 시점은 '모른다'와 '안다'를 구분 짓는 경계의 구간이 존재한다.

마지막으로 설명될 수 있는 것은 초점인식과 보조인식이다. 가로축 질문에 해당되는 꺾은선

위에 초점인식이 위치한다. 초점인식이 작동될 때를 살펴보면 모든 질문이 다루어질 때마다 질문에 초점인식 하게 된다. 앞의 시점은 초점인식 되지만 모든 초점인식이 앞의 시점이 되는 것은 아니다. 모든 질문은 초점인식 되지만 모든 질문이 앞의 시점이 되지 않기 때문이다. 다만 질문의 관계에서 초점인식이 유지되느냐 전환되느냐가 주요 문제가 된다. 도식에서 같은 모양(●●●)의 초점인식은 유지되는 것이며, 다른 모양(○)의 등장은 초점인식이 전환되는 예를 보여준다. 초점인식은 차시의 내용 전개에 따라 전환될 수도 있고 유지될 수도 있다. 앞의 근거가 되는 보조인식이 표시되지 않았는데, 보조인식은 초점인식과 초점인식 사이에 존재하는 모든 점이 보조인식으로 작용되는 시점이다. 또한 초점인식은 다른 초점인식의 보조인식이 될 수 있기에 초점인식이라 지목된 부분도 보조인식이 될 수 있다. 보조인식의 특성이 암묵적인 것으로 초점인식이 되는 순간 명시화되기 때문에 드러나지 않는 것이 보조인식의 특성에도 맞는다. 따라서 보조인식이 초점인식 사이의 연속되는 어느 지점에 존재한다고 보는 것이 타당하다.

위 모형은 ‘앞의 시점’의 존재 타당성을 분석하기 위한 기본적인 모형이며, 다양한 실례에 따라서 다른 형태의 그래프가 발생할 수 있다. 예컨대, 앞의 시점이 2회 이상 발생한다거나 탈개인화/탈배경화가 명확하게 드러나지 않는 것과 같은 경우이다.

2. 앞의 시점의 판단 근거

위 사례 분석과 모형 설정에 따른 앞의 시점을 찾아내기 위한 몇 가지 근거를 정할 수 있다.

<근거1> 학습자가 ‘모를 것이다’라는 예상에서 ‘알 것이다’라는 기대로 바뀌게 되는 시점이다. 이는 교과서 저자의 의도가 반영되는 질문에 근

거한다. 질문을 통하여 학습자가 어떻게 수행하는지를 보고 학습자의 상태를 파악하게 된다. 학습자에 대한 판단은 학습자의 수행 결과를 바탕으로 한 판단이 아니며, 학습자가 어떤 수행을 할 것이라는 가정에 근거한 판단이다.

<근거2> 앞의 시점은 Q-x-x 수준의 질문에서 파악한다. 교과서에 제시되는 질문 중 학습자의 응답이나 수행을 요구하는 수준은 Q-x와 Q-x-x 수준의 질문이지만, 실질적인 학습자의 수행이 이루어지는 수준은 Q-x-x 수준의 질문이다. Q-x는 다수의 Q-x-x를 포함한 경우가 많으므로, Q-x로 앞의 시점을 파악할 경우 질문 사이의 미묘한 인식론적 차이를 판단하기 어렵다. 따라서 Q-x-x 수준에서 앞의 시점을 찾는 것이 의미가 있다. Q-x 수준들 사이에 앞의 시점의 존재를 파악하고자 한다면 Q-x-x 수준의 ‘앞의 시점’을 포함한 Q-x 수준의 질문의 위치를 파악하면 된다.

<근거3> 앞의 시점을 파악하는 근거가 되는 질문은 초점인식이다. 모든 지식은 암묵적이거나 암묵적 인식에 뿌리를 두고 있다(Polanyi & Prosch, 1992). 그렇기 때문에 보조인식이 작용하는 구간에서 학습자의 앞이 발생한다. 그러나 보조인식은 암묵적이기에 언어로 상술될 수 없고, 따라서 앞의 시점을 지목하기 위해서는 초점인식으로 작용하는 질문에 근거할 수밖에 없다. 초점인식의 질문은 앞의 시점을 판단하는 데 지시자가 된다. 교과서의 모든 질문은 초점인식이 될 수 있기에 앞의 시점의 위치에 혼란을 야기할 수도 있다. 그러나 초점인식은 다른 보조인식의 함을 뛰어넘는 종합적인 이해나 통찰을 의미하므로, 초점인식은 보조인식과의 관계 속에서 그 의미를 찾을 수 있다. 또한, 초점인식이 유지되고 전환되는 판단을 통해 앞의 시점을 찾을 수 있게 하기 때문에 질문 중에 이러한 역할을 하는 초점인식이 앞의 시점이 되는 것이다. 이러한 전체로 교과서 하나의 질문이 보조인식이 될 수

도 있으며, 초점인식이 될 수 있다. 이를 인식론적 도구로 활용하여 교과서 질문의 수준을 Q, Q-x, Q-x-x, Q-x-x-x와 같이 구분할 수 있었다.

<근거4> 앎의 시점은 차시의 수업 목표와 밀접하게 연결된다. 교과서에 제시되는 질문은 모두 앎을 기대하며 제시되기 때문에 앎의 유도하는지의 여부로 판단하면 앎의 시점은 여러 곳이 될 수 있으며 관점에 따라서는 모든 질문을 앎의 시점이라고 할 수 있다. 이렇게 되면 앎의 시점을 통한 교과서 질문을 분석하는 의미가 상실된다. 따라서 학습 내용 중 가장 핵심인 내용을 찾아야 하며, 이와 강력하게 연결된 질문을 선택해야 한다. 이것이라고 기대하는 것이 수업 목표이므로 여러 질문 중 수업 목표와 가장 강력하게 연결된 질문을 찾아야 한다.

<근거5> 개인화/배경화와 탈개인화/탈배경화의 변곡 시점을 앎의 시점으로 판단한다. 개인화/배경화의 과정은 개념을 ‘형성되는’ 과정이며, 탈개인화/탈배경화의 과정은 ‘형성된’ 개념을 나타내는 과정이다. 조금 더 간단한 구조로 설명하면 이해와 표현의 과정이다. 이해의 과정인 개념을 가진다는 것은 앎에 도달하고자 하는 과정을 의미하며, 표현의 과정인 가지게 된 개념을 나타내는 것은 이미 앎에 도달한 것을 의미한다. 따라서 개인화/배경화에서 탈개인화/탈배경화로 바뀌는 시점이 앎의 시점이 된다.

V. 결론

본 연구는 초등학교 수학 교과서에 나타나는 앎의 시점의 양상을 파악하기 위한 것이다. 교과서에 제시된 질문 사이에서 ‘모름’에서 ‘앎’으로 인식적인 도약이 발생하는 부분이 앎의 시점이다. 앎의 시점을 인식론적으로 접근하기 위해, Polanyi(1962, 1967)의 보조인식과 초점인식, Kang

(1990)의 교수학적 변환론에서 제시한 개인화/배경화 및 탈개인화/탈배경화를 활용하였다. 한 차시에 제시된 질문을 보조인식과 초점인식의 관점으로 수준을 구분하였으며, 질문의 관계를 파악하는 방법으로 보조인식과 초점인식의 관계를 활용하였다. 또한, 앎에 이르는 과정과 앎의 상태를 구분하기 위한 도구로 개인화/배경화 및 탈개인화/탈배경화의 관점을 활용하여 앎의 시점을 파악할 수 있었다.

앎이란 개인의 인식 과정이므로 실제 현상으로 확인하는 방법은 학습자의 말하거나 쓴 것을 근거로 할 수 밖에 없다. 교과서에서는 실제적인 학습자의 표현을 볼 수는 없지만, 교과서에서 제시한 질문을 근거하면 학습자의 기본적인 수행을 파악할 수 있다. 즉 교과서 저자에 의한 개인화/가배경화는 학습자의 학습 상황을 가상하여 구성된 환경이므로 가상적인 학습자를 대상으로 한 앎의 과정을 설계하게 된다. 이러한 측면은 교과서에 숨겨져 있는 앎의 시점을 파악할 수 있게 하는 실마리가 된다. 따라서 앎의 시점은 실제적이기 보다는 논리적인 것이다. 그렇지만, 교과서는 실제로 활용 가능하기 때문에 수업의 설계에 있어서 앎의 시점은 실제적 적용도 가능할 것이다.

교과서 사례를 통하여 앎의 시점의 존재를 밝혀 보았으며, 이를 기초로 하여 앎의 시점에 대한 모형을 설정해 볼 수 있었다. 이를 근거로 앎의 시점을 판단하기 위한 근거는 다음과 같다.

첫째, 학습자가 ‘모를 것이다’라는 예상에서 ‘알 것이다’라는 기대로 바뀌게 되는 시점이다.

둘째, 앎의 시점은 학습자의 실질적 수행을 요구하는 질문인 Q-x-x 수준의 질문에서 파악할 수 있다.

셋째, 앎의 시점은 보조인식과 초점인식의 관계에서 초점인식에 해당되는 질문이다.

넷째, 앎의 시점은 차시의 수업 목표와 밀접하

게 연결된다.

다섯째, 개인화/배경화와 탈개인화/탈배경화의 변곡 시점을 앎의 시점으로 판단할 수 있다.

그밖에 교과서의 차시 구성의 다양성 때문에 전형적이지 않은 예외적인 앎의 시점의 형태가 등장하기도 한다.

본 연구는 인식론적 입장에서 ‘모름→앎’으로 이동되는 앎의 시점을 판단하며 이런 판단을 위한 근거를 밝히는 것이 최우선 과제였다. 밝혀진 근거를 기준으로 앎의 시점은 적용하면 교과서 질문/지시의 분석, 교과서 비교 분석, 교과서 진술의 개선 등을 위한 판단 근거를 제시할 수 있을 것이다. 더 나아가 수업에도 적용할 수 있다. 수업 중 교사의 질문 및 지시에 대하여 앎의 시점을 판단하면, 인식론적으로 학생들에게 가장 핵심이 되는 질문을 선별하는 데 유용할 것이다. 따라서 앎의 시점을 통한 교과서 분석틀을 설정하고 이를 근거로 교과서 질문 및 지시를 분석하거나 교과서의 비교 및 수업의 적용 방법 등의 연구가 추후 과제가 될 것이다.

참고문헌

- 강완 · 김상미 · 박만구 · 백석운 · 오영렬(2009). **초등수학교육론**. 서울: 경문사.
- 교육부(2015), **수학 1-2, 3-2, 4-1, 4-2, 5-1, 5-2, 6-2**. 서울: 천재교육.
- 남진영(2008). 플라니 인식론에 기초한 수학교육의 목적. **대한수학교육학회지, 수학교육연구** 18(1). 137-156.
- 문교부(1987). **산수 3-1**. 서울: 국정 교과서 주식회사.
- 엄태동(1998). **교육적 인식론 탐구**. 서울: 교육과학사.
- 이홍우(2010). **중보 교육과정탐구**. 서울: 박영사.
- Baroody, A. J. (2006). Why children have difficulties mastering the basic number facts and how to help them. *Teaching Children Mathematics*. August 22-31.
- Glaserfeld, E. V.(1995) *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. London · Washington, D.C.: The Falmer Press
- Jha. S. R. (2002). *Reconsidering Michael Polanyi's Philosophy*. University of Pittsburgh Press.
- Kang, W. (1990) *Didactic transposition of mathematical knowledge in textbooks*. Doctoral dissertation, University of Georgia.
- Polanyi, M. (1962). *Personal Knowledge: towards a post-critical philosophy*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Polanyi, M. (1967). *The tacit dimension*. New York: Anchor Books.
- Polanyi, M. (1969). *Knowing and being : essays by Michael Polanyi*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Polanyi, M., & Prosch, H. (1992). **지적 자유와 의미**. (김하자 · 정승교 공역). 서울: 범양사출판부. (원서출판 1977)
- Ryle, G. (1949). *The Concept of Mind*. New York : Routledge.

Analysis on the Validity of ‘Point of Knowing’ in Elementary Mathematics Textbook

Kang, Taeseok (Seoul Eunjung Elementary School)

Kang, Wan (Seoul National University of Education)

Lim, Dawon (Graduate School, Seoul National University of Education)

The purpose of the study is to identify the point of knowing. The point of knowing is the time, which indicates that ‘knowing’ occurs in the recognition process. To understand recognition process, the researchers analyzed the questions in units of lessons presented in elementary mathematics textbooks. The researchers analyzed the validity of the point of knowing and found out the basis of the point of knowing. The results are as follows. First, the point of knowing is time to expect to change from a learner’s ‘not-knowing’ to ‘knowing’. Second, the point of knowing can be identified with the questions on textbooks to ask students to do practical action. Third, the point of knowing is closely related to instructional objective in a class. Fourth, in relation to subsidiary awareness and focal awareness, the point of knowing corresponds to focal awareness. Fifth, the point of knowing is equivalent to the inflection point at which personalization/contextualization is changed into depersonalization/decontextualization.

* Key Words : point of knowing (앎의 시점), subsidiary awareness(보조인식), focal awareness(초점인식), personalization/contextualization(개인화/배경화), depersonalization/decontextualization(탈개인화/탈배경화), pseudo-personalization/pseudo-contextualization (가개인화/가배경화)

논문접수 : 2016. 10. 10

논문수정 : 2016. 11. 9

심사완료 : 2016. 11. 10