

# $NCV-|v_1\rangle$ 라이브러리의 새로운 쌍대 구조와 응용

박동영\* · 정연만\*\*

For new Duality Structure and its Application in the  $NCV-|v_1\rangle$  Library

Dong-Young Park\* · Yeon-Man Jeong\*\*

## 요약

본 논문은  $NCV-|v_1\rangle$  라이브러리의 새로운 쌍대 구조의 특성과 그 응용에 대한 연구이다. 상태벡터가 고유 벡터인 임의의  $n$ 개 qudit 상의 모든 유니터리 연산은 1개와 2개의  $NCV-|v_1\rangle$  라이브러리들의 합성으로 표현할 수 있다. 본 연구는 입력 상태벡터가 PP로 제한적인 Barenco의  $n$ 비트  $U(2n)$  연산자를 전역 극성의 입력 상태벡터로 확장 실현하는 것이다. 이와 같이 보강된 확장 실현은 유니터리 연산자의 제어게이트 합성 시에  $NCV-|v_1\rangle$  과 이의 쌍대인  $NCV^\dagger-|v_1\rangle$  라이브러리 모두를 사용할 경우에 이들이 대칭적 쌍대 성질을 갖고 있어 모든 극성의 상태벡터 입력에 대해 AND 지배적 종속 합성이 가능하기 때문이다.

## ABSTRACT

The characteristic and application of a new duality structure in the  $NCV-|v_1\rangle$  library is studied in this paper. All unitary operations on arbitrarily many qudit's  $n$  can be expressed as composition of one- and two-qudit  $NCV-|v_1\rangle$  libraries if their state vectors are eigenvectors. This research provides an extended realization from Barenco's many bits  $n$  operator  $U(2n)$  which is applicable to only all positive polarity statevectors to whole polarity ones. At the control gate synthesis of a unitary operator, such an enhanced expansion is possible due to their symmetric duality property in the case of using both  $NCV-|v_1\rangle$  and  $NCV^\dagger-|v_1\rangle$  libraries which make the AND predominantly dependent cascade synthesis possible.

## 키워드

Qudit, Eigenvector, Unitary 2x2 Gate,  $NCV-|v_1\rangle$  Library,  $NCV^\dagger-|v_1\rangle$  Library

양자 수, 고유 벡터, 유니터리 2x2 게이트, 엔씨브이-켓 브이원 라이브러리, 엔씨브이플러스-켓 브이원 라이브러리

## 1. 서론

양자계산은 부정(NOT)과 항등(I, identity) 연산을 기본 연산으로 사용하므로 양자논리 회로에 사용되는

게이트들은 종속(cascade) 연결 시에 유니터리 (unitary) 연산 성질을 만족하도록 가역적으로 설계되어야 한다. 고전적인 비가역적 게이트들은 1980년 Toffoli가 제안한 범용 게이트의 출현으로 가역적 실

\* 강릉원주대학교 정보통신공학과(kouksundo@gwnu.ac.kr)

\*\* 교신저자: 강릉원주대학교 정보통신공학과

• 접수일: 2016. 01. 15

• 수정완료일: 2016. 02. 13

• 게재확정일: 2016. 02. 24

• Received: Jan. 15, 2016, Revised: Feb. 13, 2016, Accepted: Feb. 24, 2016

• Corresponding Author: Yeon-Man Jeong

Dept. of Information and Communication Technology, Gangneung-Wonju National University

Email: ymjeong@gwnu.ac.kr

현이 가능해짐에 따라 양자논리 함수 실현을 위한 다양한 함수 임베딩(embedding) 방법과 회로 실현 방법들이 제안되어 왔다[1-3]. 비가역 게이트의 직접적 사상(mapping)에 의한 실현 방법[4-6]과 양자 논리 회로의 수학적 동작 서술을 목적으로 개발된 제어함수를 산술 역(arithmetic power) 함수로 표현하는 함수 임베딩 방법[7]도 제안되었다. 특히 최근에는  $NCV-|v_1\rangle$  라이브러리로 불리는 새로운 종류의 라이브러리가 등록되어 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[8-11].  $NCV-|v_1\rangle$  라이브러리의 물리적 실현은 연구 중에 있어 현재는 논리적 해석과 수학적 모델링에 머물고 있지만  $NCV-|v_1\rangle$  라이브러리는 제어게이트의 종속 연결로 AND 논리를 실현할 경우에 여타 라이브러리에 비해  $2n+1$ 이라는 상대적 저비용 실현이 가능한 이점 때문에 장래가 촉망받는 라이브러리이다. 그 동안  $NCV-|v_1\rangle$  라이브러리를 이용한 양자논리의 실현은 주로 PP(Positive Polarity)RM형의 MCT(Multiple Controll Toffoli) 게이트 실현 수준에서 연구되어 오다가[8-11], 2016년 초에 PP(Positive Polarity), NP(Negative Polarity) 및 MP(Mixed Polarity) 등 모든 극성의 양자 상태 벡터에 대해 MCT 게이트를 실현할 수 있는  $NCV-|v_1\rangle$  라이브러리의 대칭적 쌍대 구조가 발견되었다[12]. 본 연구의 목적은  $NCV-|v_1\rangle$  라이브러리의 대칭적 쌍대 구조라는 선행 연구[12]를 토대로  $NCV$  라이브러리에 의해 PP상태벡터 입력 시에 unitary  $2 \times 2$  게이트를 실현한 Barenco 모델[8]을  $NCV-|v_1\rangle$  라이브러리와 PP, NP 및 MP의 모든 극성의 양자 상태벡터로 확장 실현하는 것이다.

본 논문의 구성은 II장에서 Barenco 모델을 분석하고 논문 서술에 필요한 기본적 수학 지식을 서술하였다. III장은 Barenco 모델의 라이브러리를  $NCV-|v_1\rangle$  라이브러리 확장하기 위한 기술적 문제를 고찰하고 모든 극성의 상태벡터 제어입력에 대해 unitary  $2 \times 2$  행렬을 제어할 수 있는 유니버설(universal)  $2^n \times 2^n$  게이트를 행렬로 실현하였다. IV장에서는 유니버설  $2^n \times 2^n$  게이트를 선행 연구[12] 결과를 이용해  $NCU-|v_1\rangle$  라이브러리로 실현하였다.

## II. Barenco 모델

n 비트 유니터리 연산  $U(2^n)$ 을 수행하기 위한 Barenco 모델은 유니터리  $2 \times 2$  게이트의 제어게이트를 위해 1 큐비트(qubit, quantum bit) 게이트와 2 비트 exclusive-or 게이트를 사용해 식(1)과 같은 유니터리 연산을 실행한다. 식(1)에서  $\forall x_k \in \{0, 1\}$   $k=1, \dots, n$ 에 대해  $x_k$ 와  $y$ 는 각각 제어입력과 표적입력 변수로서 n개 큐비트 상태벡터를  $|x_1 \dots x_n y\rangle$ 로 표기하였으며, 유니터리  $U = \begin{pmatrix} u_{00} & u_{01} \\ u_{10} & u_{11} \end{pmatrix}$ 에 대한  $2^{n+1}$  차원의 n개 큐비트의 종속 연산을 AND 연산자( $\wedge$ )을 사용해  $\wedge_n(U)$ 로 표기하였다[8].

$$\wedge_n(U)(|x_1 \dots x_n y\rangle) = \begin{cases} u_{y0}|x_1 \dots x_n 0\rangle + u_{y1}|x_1 \dots x_n 1\rangle & \text{if } \bigwedge_{k=1}^n x_k = 1 \\ |x_1 \dots x_n y\rangle & \text{if } \bigwedge_{k=1}^n x_k = 0 \end{cases} \quad (1)$$

단  $\wedge_n(U) = U \cdot \bigwedge_{k=1}^n x_k$ 는 부울(boolean) 변수  $\{x_k\}$ 의 종속(cascade) AND을 내므로 식(1)에 대한 Barenco 모델의 입출력 상태벡터의 사상은 식(2)과 같다.

$$|x_1 \dots x_n y\rangle \xrightarrow{\wedge_n(U)} |x_1 \dots x_n (\bigwedge_{k=1}^n x_k) \oplus y\rangle \quad (2)$$

$\wedge_n(U)$ 에 대응하는  $2^{(n+1)} \times 2^{(n+1)}$  차원 행렬에 대한 기저상태 배열은 식(3)과 같다.

$$\wedge_n(U) = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & u_{00} & u_{01} \\ & & & & u_{10} & u_{11} \end{pmatrix} \quad (3)$$

식(3)에서  $U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 인 경우가  $n+1$  입력 MCT 게이트이다. 일반적  $U$ 에 대한  $\wedge_n(U)$ 는 입력  $|x_1 \dots x_n y\rangle$ 일 때  $\bigwedge_{k=1}^n x_k = 1$ 의 필요충분조건을 만족하는  $y$ 에 대해  $U$ 를 적용하는 Toffoli 게이트의 일반화로 간주될 수 있다.

### III. NCV- $|v_1\rangle$ 라이브러리 확장 모델

NCV- 및 NCV- $|v_1\rangle$  라이브러리는 NOT,  $V, V^\dagger$  과 같이 종속 연결 시에 부정과 항등의 유니터리 연산이 가능한 게이트 군(family)이다.

#### 3.1 NCV- $|v_1\rangle$ 라이브러리

NCV-와 NCV- $|v_1\rangle$  라이브러리는 제어 선을 갖는 경우의 동작 조건이 각각 1과  $v_1$ 인 점에서 차별화 되며,  $V$ 게이트는 NOT의 제곱근 게이트로서  $V^\dagger$ 는  $V$ 의 수반(adjoint)이다.

$$NOT = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$V = \frac{1+i}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$V^\dagger = V^{-1} = \frac{1-i}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$v_0 = \frac{1+i}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$v_1 = \frac{1+i}{2} \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

표 1은 1개 큐비트 NCV 라이브러리들의 기본 양자 연산표이다.

표 1. NCV 라이브러리의 양자 연산

Table 1. Quantum operations of NCV libraries

$x$	NOT( $x$ )	$V(x)$	$V^\dagger(x)$
$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ v_0\rangle$	$ v_1\rangle$
$ v_0\rangle$	$ v_1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ v_1\rangle$	$ v_0\rangle$
$ v_1\rangle$	$ v_0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$

NCV- $|v_1\rangle$  라이브러리는 제어입력 qudit의 상태벡터에 따라 표적출력의 얽힘 상태가 결정된다. 예를 들어  $|x_1\rangle = |v_0\rangle$  및  $|y\rangle = |0\rangle$  같이 제어입력 상태벡터는 중첩이고 표적입력 상태벡터는 기저상태인 경우에 식(9)에서 밑줄 친 표적출력의 상태벡터는  $|0\rangle$  과  $|1\rangle$ 의 얽힘 상태에 있어 측정을 하기 않고는 어떤 상태가 출력될지 예측할 수가 없다.

$$|(\frac{1+i}{2}(|0\rangle - i|1\rangle), |0\rangle) \xrightarrow{\wedge_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} \frac{1+i}{2} (|0,0\rangle - i|1,1\rangle) \quad (9)$$

이와 같은 얽힘 상태를 방지하는 방법은 NCV- $|v_1\rangle$  라이브러리로 구성되는 제어게이트 외부에서의 제어입출력 상태벡터에는 qudit의 4가지 상태 중에서 얽힘이 발생하지 않는  $\{0,1\}$ 의 큐비트 상태 벡터만을 사용하고, 제어게이트  $v \in \{V, V^\dagger\}$  을 포함한 유니터리 연산자의 내부에서는 항등과 NOT의 유니터리 연산으로 쓰레기 qudit을 제거할 수 있으므로  $|0\rangle, |v_0\rangle, |1\rangle, |v_1\rangle$  4개 상태벡터를 갖는 본래의 qudit을 사용하는 방법이다.

#### 3.2 고유벡터 사상

$\forall x \in \{0,1\}$ , 큐비트 상태벡터  $|x_1 \dots x_n y\rangle$ 의 고유벡터(eigenvector) 사상은 식(10)의 십진수 변환에 의해 고유벡터  $e_j$ 에 식(11)과 같이 일대일 사상할 수 있다.  $j = d+1$  일 때 식(12)의  $w_i$ 은 고유벡터 행렬이다.

$$d := x_1 2^n + x_2 2^{n-1} + \dots + x_n 2 + y \quad (10)$$

$$|d\rangle := |x_1 \dots x_n y\rangle \rightarrow e_{d+1} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} w_i &= A_{i,1}e_1 + A_{i,2}e_2 + \dots + A_{i,j}e_j + \dots + A_{i,2^n}e_{2^n} \\ &= \sum_{\forall i,j=1}^{2^n} A_{i,j}e_j \end{aligned} \quad (12)$$

단,  $A_{i,j} = 0$  if  $i \neq j \forall i,j \in \{1,2,\dots,2^n\}$ ,  
 $A_{i,j} = 1$  if  $i = j$ .

$w_i$ 은 식(13)의 대각행렬(diagonal matrix)이다.

$$w_i = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_{2^n} \end{pmatrix} \quad (13)$$

예로써 n=3인 3개 큐비트의 8 가지 상태벡터는 식(14)과 같이 고유벡터들에 일대일로 사상할 수 있다.

$$|000\rangle := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |001\rangle := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, |111\rangle := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

### 3.3 $NCV-|v_1\rangle$ 라이브러리에 의한 $\wedge_n(U)$ 확장

식(3)에서  $|x_1 \dots x_n\rangle = |1 \dots 1\rangle$  의 PP 상태로 제한된 큐비트 상태입력 벡터만을 적용할 수 있었던 Barenco 모델의 유니터리 연산  $\wedge_n(U)$  은 식(11)과 식(14)과 같이  $|0 \dots 00\rangle$  (NP),  $|0 \dots 01\rangle \sim |1 \dots 10\rangle$  (MP), 그리고  $|1 \dots 11\rangle$  (PP) 등과 같이 전역 상태벡터에 사상된 고유벡터 행렬 쌍을 대각행렬로 갖는 유니터리  $2 \times 2$  행렬  $u_{|x_1 \dots x_n\rangle}$  과  $u_{|x_1 \dots x_n\rangle}$  에 미포함된 고유벡터 행렬들의 합 행렬에 의해 식(15)과 같이 확장될 수 있다.

$$U_{|x_1 \dots x_n\rangle}(2^n) = \sum_{x_1 \dots x_n = 0 \dots 0}^{1 \dots 1} u_{|x_1 \dots x_n\rangle}(2^n) \quad (15)$$

$$= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p A_{i,j} e_j$$

$$+ \begin{pmatrix} u_{00} u_{01} & 0 \\ u_{10} u_{11} & A_{p+1,p+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{p+1} \\ e_{p+2} \end{pmatrix}$$

$$+ \sum_{i=p+3}^{2^n} \sum_{j=p+3}^{2^n} A_{i,j} e_j$$

$$\text{단, } p := x_1 2^n + x_2 2^{n-1} + \dots + x_n 2 \quad ,$$

$$\forall i, j \quad A_{i,j} = 0 \quad \text{if } i \neq j \text{ or } i, j < p \text{ or } i, j > 2^n \quad ,$$

$$A_{i,j} = 1 \quad \text{if } i = j \quad .$$

식(15)에서  $n=3$ 인 경우의  $U_{|x_1 x_2\rangle}(2^3)$  게이트는 다음의 식(16)~식(19)과 같다.

$$u_{|00\rangle}(2^3) = \sum_{i=1}^0 \sum_{j=1}^0 A_{i,j} e_j \quad (16)$$

$$+ \begin{pmatrix} u_{00} u_{01} & 0 \\ u_{10} u_{11} & A_{2,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} + \sum_{i=3}^8 \sum_{j=3}^8 A_{i,j} e_j$$

$$= \begin{pmatrix} A_{1,1} u_{00} & A_{2,2} u_{01} \\ A_{1,1} u_{10} & A_{2,2} u_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} + A_{3,3} e_3 + A_{4,4} e_4 + \dots + A_{8,8} e_8$$

$$u_{|01\rangle}(2^3) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 A_{i,j} e_j \quad (17)$$

$$+ \begin{pmatrix} u_{00} u_{01} & 0 \\ u_{10} u_{11} & A_{4,4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_3 \\ e_4 \end{pmatrix} + \sum_{i=5}^8 \sum_{j=5}^8 A_{i,j} e_j$$

$$= A_{1,1} e_1 + A_{2,2} e_2 + \begin{pmatrix} A_{3,3} u_{00} & A_{4,4} u_{01} \\ A_{3,3} u_{10} & A_{4,4} u_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_3 \\ e_4 \end{pmatrix} + \dots + A_{8,8} e_8$$

$$u_{|10\rangle}(2^3) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 A_{i,j} e_j \quad (18)$$

$$+ \begin{pmatrix} u_{00} u_{01} & 0 \\ u_{10} u_{11} & A_{6,6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_5 \\ e_6 \end{pmatrix} + \sum_{i=7}^8 \sum_{j=7}^8 A_{i,j} e_j$$

$$= A_{1,1} e_1 + \dots + A_{4,4} e_4 + \begin{pmatrix} A_{5,5} u_{00} & A_{6,6} u_{01} \\ A_{5,5} u_{10} & A_{6,6} u_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_5 \\ e_6 \end{pmatrix} + A_{8,8} e_8$$

$$u_{|11\rangle}(2^3) = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 A_{i,j} e_j \quad (19)$$

$$+ \begin{pmatrix} u_{00} u_{01} & 0 \\ u_{10} u_{11} & A_{8,8} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_7 \\ e_8 \end{pmatrix} + \sum_{i=9}^8 \sum_{j=9}^8 A_{i,j} e_j$$

$$= A_{1,1} e_1 + \dots + A_{6,6} e_6 + \begin{pmatrix} A_{7,7} u_{00} & A_{8,8} u_{01} \\ A_{7,7} u_{10} & A_{8,8} u_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_7 \\ e_8 \end{pmatrix}$$

그림1(a)~그림1(d)은 각각 식(16)~식(19)에 대응하는 유니터리 게이트들로서 그림1(d)은  $u_{|11\rangle} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  경우의 3개 큐비트 MCT 게이트이다.

$$\begin{pmatrix} u_{00} & u_{01} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u_{10} & u_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 && 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (a) \quad u_{|00\rangle}(2^3)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_{00} & u_{01} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_{10} & u_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (b) \quad u_{|01\rangle}(2^3)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (c) \quad u_{|10\rangle}(2^3)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (d) \quad u_{|11\rangle}(2^3)$$

그림 1. 유니버설 유니터리 게이트  $u_{|x_1 x_2\rangle}(2^3)$

Fig. 1 Universal unitary gate  $u_{|x_1 x_2\rangle}(2^3)$

## IV. 유니버설 유니터리 게이트의 실현

그림1의 3개 qudit 유니터리 게이트  $u_{|x_1 x_2\rangle}(2^3)$  는  $NCV-|v_1\rangle$  과  $NCV^\dagger-|v_1\rangle$  라이브러리의 대칭적 쌍대 특성을 갖고 있어 NP, MP, PP의 전역 상태벡터 입력에 최적화된 구조를 갖는 선행 연구[12]의 제안

모델인  $NCU-|v_1\rangle$  라이브러리의 유니터리  $2 \times 2$  게이트를  $U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에서  $U = \begin{pmatrix} u_{00} & u_{01} \\ u_{10} & u_{11} \end{pmatrix}$ 로 직접적 대체함으로써 그림 2와 같이 실현될 수 있다.

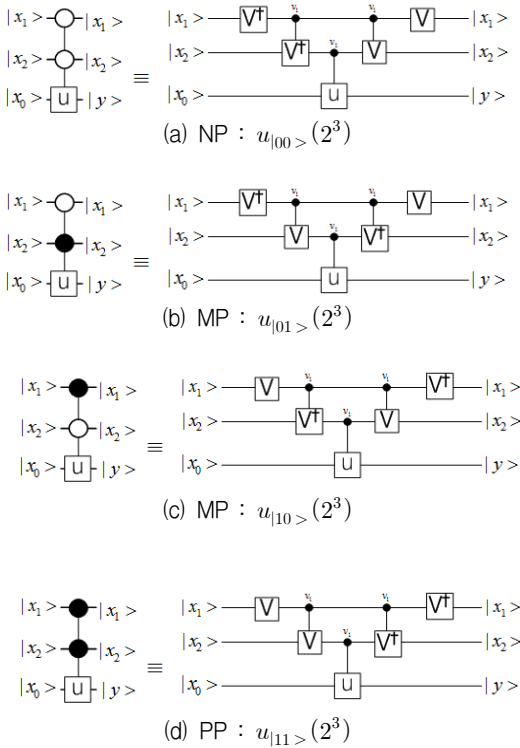


그림 2. 유니버설 유니터리 게이트 실현  $U_{|x_1x_2\rangle} > (2^3)$

Fig. 2 Realization of universal unitary gate  $U_{|x_1x_2\rangle} > (2^3)$

그림 2의 유니버설 유니터리 게이트는  $2n+1$ 의 최소 게이트 비용으로  $n$ 개 qudit 경우로 확장가능하며 표 2와 같이 다양한 양자논리 게이트를 실현할 수 있다.

### V. 결 론

본 논문은 큐비트 상태벡터입력이 PP로 제한적인 경우에만 유니터리  $2 \times 2$  게이트를 실행할 수 있는 Barenco의  $n$  큐비트  $U(2^n)$  연산자를 NP, MP, PP의 전역 상태벡터 입력에서도 유니터리  $2 \times 2$  게이트를 실행할 수 있는 유니버설 유니터리 게이트

$U_{|x_1 \dots x_n\rangle} > (2^n)$ 로 확장 실현하였다. 본 논문의 연구 결과는 선행 연구[12]와 더불어 최적화된 구조를 갖는  $NCU-|v_1\rangle$  라이브러리의 대칭적 쌍대 구조 특성을 행렬 모델에 의해 추가적으로 밝힘으로써 NP, MP, PP의 전역 상태벡터 입력에 대해 유니버설 유니터리 게이트로 확장 실현할 수 있었다. 본 연구는 자연의 대칭적 쌍대 특성이  $NCU-|v_1\rangle$  라이브러리에도 적용될 수 있음을 밝힌 사례로서 저비용 양자논리 회로의 설계와 실현에 기여할 수 있을 것으로 기대한다.

표 2. 쌍대 구조의  $NCU-|v_1\rangle$  라이브러리로 실현된 유니버설 유니터리 게이트의 응용

Table 2. Application of universal unitary gates realized in duality structure of  $NCU-|v_1\rangle$  library

polarity type	gate		input		
	logic function	unitary $u$ gate	$ x_e\rangle$	target $v$	
PP	AND	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	1	$V$	0
	NAND		1	$V$	1
NP	OR		0	$V^\dagger$	1
	NOR		0	$V^\dagger$	0
MP	AND		0,1	$V$	0
	NAND		0,1	$V^\dagger$	1
all types	universal	$\begin{pmatrix} u_{00} & u_{01} \\ u_{10} & u_{11} \end{pmatrix}$	ditto		

### References

- [1] D. Maslov and G. Dueck, "Reversible Cascades with Minimal Garbage," *IEEE Trans. CAD*, vol. 23, no. 11, 2004, pp. 1497-1509.
- [2] R. Wille and R. Dreschler, "BDD-based Synthesis of Reversible Logic Circuits for Larger Functions," *Proc. DAC*, San Francisco, USA, July, 2009, pp. 270-275.
- [3] D. Miller, R. Wille, and G. Dueck, "Synthesizing Reversible Circuits for Irreversible Functions," *12th Euromicro Conf. on Digital System Design/ Architectures, Methods and Tools*, Patras, Greece, August 2009, pp. 749-756.

- [4] Z. Zilic, K. Radecka, and A. Khazamiphur, "Reversible circuit, technology mapping from non-reversible specifications," *Proc. Design Automation and Test in Europe*, Nice, France April 2007, pp. 558-563.
- [5] S. Sultana and K. Radecka, "Rev-Map: A Direct Gateway from Classical Irreversible Network to Reversible Network," *IEEE 42th Int. Symp. on Multiple-Valued Logic*, Victoria, Canada, May 2011, pp. 147-152.
- [6] D. Park and Y. Jeong, "A New Functional Synthesis Method for Macro Quantum Circuits Realized in Affine-Controlled NCV-Gates," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 9, no. 4, 2014, pp. 447-454.
- [7] D. Park and Y. Jeong, "Gate Cost Reduction Policy for Direct Irreversible-to-Reversible Mapping Method without Reversible Embedding," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 9, no. 11, 2014, pp. 1233-1240.
- [8] A. Barenco, C. Bennett, R. Cleve, D. DiVincenzo, N. Margolus, P. Shor, T. Sleator, J. Smolin, and T. Weinfurter, "Elementary reversible circuits using a new class of quantum gates," *The American Physical Society*, vol. 52, 1995, pp. 3457-3467.
- [9] D. Miller and Z. Sasanian, "Recent Developments on Mapping Reversible Circuits to Quantum Gate Libraries," *Int. Symp. on Electronic System Design(ISED)*, Kolkata, India, December 2012, pp. 17-22.
- [10] Z. Sasanian, R. Wille, and D. Miller, "Realizing reversible circuits using a new class of quantum gates," in *Design Automation Conf.*, San Francisco, USA, June 2012, pp. 36-41.
- [11] A. Abhari, R. Wille, and R. Drechsler, "An examination of the NCV- $|v_1\rangle$  quantum library based on minimal circuits," In *Proc. the IEEE 45th Int. Symp. on Multiple-Valued Logic*, Waterloo, Canada, May 2015, pp. 42-47.
- [12] D. Park and Y. Jeong, "Realizing Mixed-Polarity MCT gates using NCV- $|v_1\rangle$  Library," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 11, no. 1, 2016, pp. 29-36.

저자 소개



**박동영(Dong-Young Park)**

1980년 인하대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1985년 인하대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

1995년 인하대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)

2014년 강릉원주대학교 정보통신공학과 교수

※ 관심분야 : 다치논리 회로, 양자정보통신, 가역 회로 설계



**정연만(Yeon-Man Jeong)**

1983년 숭실대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1985년 숭실대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

1991년 숭실대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)

2014년 강릉원주대학교 정보통신공학과 교수

※ 관심분야 : 통신신호처리, 무선통신시스템, RF IC 설계