

# 공차 수준 자가 조정 능력을 갖춘 가능해 판별 절차

이미림<sup>†</sup>

## Feasibility Determination Procedure with Automatic Control of Tolerance Level

Mi Lim Lee<sup>†</sup>

### ABSTRACT

We consider the problem of determining a set of feasible systems when a performance measure in a stochastic constraint needs to be evaluated via simulation. We develop a new procedure that controls tolerance level automatically by using a pair of existing feasibility determination procedures iteratively. When compared to the exiting procedure, the new procedure provides significantly better performance in accuracy and stability, while not depending on the given tolerance level.

**Keywords** : *Simulation, Stochastic constraint, Feasibility determination procedure, Tolerance Level*

### 요약

본 연구에서는 여러 시스템들 중 특정 확률적 제약식을 만족시킬 수 있는 시스템들을 시물레이션을 통해 판별해내는 새로운 방법론을 제안한다. 한 쌍의 알고리즘을 반복 수행하며 스스로 공차 수준을 조정해 가는 이 방법론은 사용자가 임의로 정하는 공차 수준에 따라 그 판별 성과가 크게 좌우되는 기존의 방법론과는 달리 공차 수준에 영향을 받지 않으면서도 가능 시스템 집합을 정확하게 찾아낼 확률을 일정 수준 이상으로 보장하는 안정적 성과를 제공한다.

**주요어**: 시물레이션, 확률적 제약식, 가능해 판별 절차, 공차 수준

## 1. 서론

Ranking and Selection (R&S) 절차는 유한한 개수의 시스템들 중 가장 나은 시스템을 고르기 위한 방법으로써 많은 학자들에 의해 꾸준히 연구되어 왔다. 시물레이

션에서의 R&S 절차는 시물레이션 된 유한한 개수의 시스템 중 주요 성과 지표의 기댓값이 가장 좋은 시스템을 (일정한 통계적 오류 확률 보장 아래) 골라내는 방법으로, 최근에는 여기에 확률적 제약식에 대한 고려를 더해, 주어진 제약식을 만족 시키면서도 주요 성과 지표의 기댓값이 최소/최대인 시스템을 판별해 내는 문제가 화두로 떠오르고 있다. 이 R&S 절차는 크게 완전히 순차적인 무관심 영역(FSIZ: fully sequential indifference zone)를 활용한 것(Kim and Nelson, 2006)과 최적 계산 예산 할당(optimal computing budget allocation)를 이용한 것(Chen et al., 2012)으로 나눌 수 있는데, Batur and Kim(2010)은 FSIZ틀 안에서 확률적 제약식을 만족 (혹은 거의 만족시키는) 시스템들을 찾아내는 가능해 판별 방법론을 제안한 바 있다. 이는 이후 Andradóttir and

이 논문은 2016학년도 홍익대학교 학술연구진흥비와 2016년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임. (No. NRF-2015R1C1A2A01054115)

**Received**: 4 November 2016, **Revised**: 20 November 2016, **Accepted**: 20 November 2016

**† Corresponding Author**: Mi Lim Lee

E-mail: mllee@hongik.ac.kr

College of Business Administration, Hongik University, Seoul, Korea

- [1] **Setting:** Determine initial sample size  $n_0 \geq 2$ , tolerance level  $\epsilon > 0$ , and confidence level  $0 < 1 - \alpha < 1$ . Find  $\eta > 0$  that satisfies  $g(\eta) = 1 - (1 - \alpha)^{1/k}$ .
- [2] **Initialization:** Set  $M = \{1, 2, \dots, k\}$ ,  $F = \emptyset$ ,  $r = n_0$ , and  $h^2 = 2c\eta(n_0 - 1)$ . For each  $i \in M$ , observe  $n_0$  samples (i.e.  $Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{in_0}$ ), and calculate the sample variance  $S_i^2$ .
- [3] **Feasibility Determination:** If any system  $i \in M$  satisfies  $\sum_{j=1}^r (Y_{ij} - q) \leq -R(r; \epsilon, h^2, S_i^2)$ , move the system  $i$  from  $M$  to  $F$ ; else if the system  $i$  satisfies  $\sum_{j=1}^r (Y_{ij} - q) \geq R(r; \epsilon, h^2, S_i^2)$ , remove  $i$  from  $M$ .
- [4] **Termination Condition:** If  $M = \emptyset$ , terminate the procedure with the current  $F$ . If  $M \neq \emptyset$ , observe one more sample  $Y_{i(r+1)}$  for  $i \in M$ , set  $r = r + 1$ , and return to the step [3].

Fig. 1. Algorithm statement of FDP

Kim(2010)에 의해 확률적 제약식 아래에서의 최적 시스템을 정확히 판별할 확률을 통계적으로 보장할 수 있도록 확장 적용되었다. (Healey et al. 2013, 2014, 2015)

Andradóttir and Kim(2010)이 제시한 가능해 판별 절차는 시뮬레이션 최적화 알고리즘과 결합시켜 여러 실용적인 문제를 풀어낼 수 있는 유용한 방법론이지만(Tsai and Fu, 2014a, 2014b), 사용자가 설정하는 일정 공차 수준 내에서는 사실상 불가능한 해라 할지라도 가능해로 허용한다는 단점이 있다. 일반적인 시뮬레이션 최적화 문제에서 주로 제약식의 경계에서 최적해가 도출된다는 점을 고려하면, 가능해와 거의 가능한 (그러나 사실은 불가능한) 해를 분별해 내지 못한다는 것이 최적해를 찾는 데 있어 얼마나 아쉬운 일인지 알 수 있다. 또한, 의료 관련 문제와 같이 사람의 생명과 직결되는 문제의 경우, 작은 공차의 허용이 치명적인 결과를 유발할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 Andradóttir and Kim(2010)이 제안한 가능해 판별 절차로부터 영감을 얻어, Andradóttir and Kim(2010)의 가능해 판별절차를 하부 알고리즘으로 이용하면서 허용된 공차 수준을 문제에 맞게 자가 조정

하는 새로운 가능해 판별 절차를 제안하고자 한다. 이 새로운 가능해 판별 절차는 적절한 공차 수준을 스스로 설정하여 그 절차 수행 결과 집합이 (거의 가능한 해가 아닌) 가능해만으로 구성될 수 있도록 함으로써, 기존의 알고리즘보다 우수한 가능해 판별 능력을 확보하는 것을 목표로 한다.

본 논문의 2장에서는 제안할 방법론의 이론적 배경이 되는 문제 개요 및 기존의 선행 연구에 대해 설명하고, 3장에서는 본격적인 제시 방법론을 소개한다. 이어서, 시뮬레이션 실험 결과 분석과 결론이 각각 4장과 5장으로 구성된다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 문제 개요

본 연구에서는 그 성과 척도가 시뮬레이션으로 얻어질 수 있는  $k$  개의 시스템을 고려한다.  $\Theta = 1, 2, \dots, k$ 는 모든 시스템의 집합이며,  $Y_{ij}$ 는  $i = 1, 2, \dots, k$  시스템에서의  $j$ 번째 시뮬레이션 관측 결과를 의미한다.  $Y_{ij}$ 는 모든  $i$ 와  $j$ 에서 서로 독립이며 동일한 분포를 따르는 것 (I.I.D.)으로 가정한다. 어떤 시스템  $i$ 에 대해서,  $y_i$ 는  $Y_{ij}$ 의 기댓값인  $E[Y_{ij}]$ 를 의미하며,  $\sigma_i^2$ 는  $Y_{ij}$ 의 분산인  $Var[Y_{ij}]$ 을 의미한다. 문제의 목적은, 특정 경계 값  $q$ 가 주어졌을 때,  $y_i \leq q$ 라는 확률적 제약을 만족 시키는 가능해 집합  $\Gamma \equiv \{i \in \Theta \mid y_i \leq q\}$ 을 판별해 내는 것이다.

덧붙여서, 본 연구에서는 1)  $Y_{ij}$ 는 모든  $i$ 에 대해서 정규 분포를 따르며, 2)  $y_i = E[Y_{ij}] = q$ 인 시스템  $i$ 는 존재하지 않음을 가정한다.

### 2.2 기존의 가능해 판별 절차

이 장에서는 Andradóttir and Kim(2010)이 제안한 기존의 가능해 판별 절차(이하, FDP로 통칭)를 간략히 소개한다.

FDP에서는 임의의 양수  $r$ , 실수  $v, w, z$ (단,  $v \neq 0$ ), 양의 실수  $\eta$ 에 대해 함수

$$R(r; v, w, z) = \max\left\{0, \frac{wz}{2cv} - \frac{v}{2c}r\right\} \quad (1)$$

과

$$g(\eta) = \sum_{\ell=1}^c (-1)^{\ell+1} \left\{ 1 - \frac{1}{2} I(\ell=c) \right\} \times \left\{ 1 + \frac{2\eta(2c-\ell)\ell}{2} \right\}^{-(n_0-1)/2} \quad (2)$$

를 활용하고 있다. 함수  $g$ 에서  $I(\cdot)$ 는 지시함수이며,  $n_0$ 는 각 시스템으로부터 추출되는 초기 표본 크기를 의미한다. 또한,  $c$ 는 사용자가 정하는 임의의 양수이나 식 (2)의 간편한 계산을 위해 보통  $c = 1$ 이 추천된다. 자세한 FDP의 실행 절차는 Figure 1을 참고하라.

Andradóttir and Kim(2010)는 임의의 공차수준  $\epsilon$ 를 받아들여, 사실 상 다음의 두 집합의 합집합을 가능해 집합으로써 허용하고 있으며,

$$D \equiv \{i \in \Theta \mid y_i \leq q - \epsilon\},$$

$$A \equiv \{i \in \Theta \mid q - \epsilon \leq y_i \leq q + \epsilon\},$$

이에 따라 FDP의 결과 집합  $F$ 가 다음의 조건을 만족함을 보장하였다.

$$P\{D \subset F \subset (D \cup A)\} \geq 1 - \alpha \quad (3)$$

이 때,  $D$ 는 주어진 확률적 제약식  $y_i \leq q$ 를 여유있게 만족시키는 시스템만을 포함하며,  $A$ 는 사실상  $y_i \leq q$ 를 만족시키지 않는 시스템을 포함할 수 있음에 유의하라. 즉, FDP 수행 시, 실제로는  $y_i \leq q$  제약을 만족시키는 데도  $F$ 에는 포함되지 않은 시스템이 있을 수도 있고,  $y_i \leq q$  제약을 만족시키지 못하는 (즉, 불가능한) 시스템이  $F$ 에 포함되는 경우도 있을 수 있다는 단점이 있다. 또한, FDP에서는 공차수준  $\epsilon$ 의 설정을 사용자의 판단에 맡기고 있어, 사용자의 지식수준 및 문제의 성격에 따라 그 가능해 판별 능력이 크게 좌우되기도 한다.

### 3. 제시 방법론

본 장에서는 2.2장의 마지막에 언급된 FDP의 단점을 극복할 수 있는 새로운 가능해 판별절차인 Revised-FDP (이하, RFDP)를 제시한다.

RFDP는 한 쌍의 FDP를 하부 알고리즘으로써 반복 수행하여, 공차수준을 문제특성에 따라 적절히 자가 조정해 나가면서도  $D \cup A$ 가 아닌  $I$  판별 확률을 일정 수준 이상으로 보장하는 절차로, 그 자세한 알고리즘은 다음의 3.1장에서 따로 기술한다.

#### 3.1 Revised-FDP

RFDP에서는 공차를 조정해 나가는 과정에서 두 개의

FDP(즉, FDP1과 FDP2)를 반복 수행하여 그 결과 집합인  $F_1$ 과  $F_2$ 를 얻어내고,  $F_1$ 과  $F_2$ 에 포함된 시스템들이 같을 때에만 그 시스템들을 최종적인 가능 시스템으로 규정한다. 달리 말하자면, 하위 알고리즘인 FDP1과 FDP2가 같은 결과를 도출할 때에만 그 결과를 가능 시스템의 집합으로 최종 인정하고 RFDP를 종료하는 것이다.

RFDP 알고리즘의 설명을 위해 이 FDP1과 FDP2에서 공통으로 허용하는 공차수준을  $\epsilon_\tau$ 라고 정의하자.

RFDP에서 활용하는 FDP1은 사실상  $y_i \leq q$  가 아닌,  $y_i \leq q - \epsilon_\tau$  제약을 만족하는 시스템 집합을 찾기 위한 FDP로써 설계되었다. 즉, FDP1은 고려 제약식의 경계값인  $q - \epsilon_\tau$ 를 기준으로  $\pm \epsilon_\tau$ 의 공차를 허용하고 있으며, 아래와 같이

$$A_D \equiv \{i \in \Theta \mid q - 2\epsilon_\tau \leq y_i \leq q\}$$

를 정의하면, FDP1의 결과집합  $F_1$ 은 다음의 확률을 일정수준 이상으로 보장하는 절차임을 알 수 있다.

$$P\{D \subset F_1 \subset (D \cup A_D)\}$$

반면에, FDP2는 사실상  $y_i \leq q + \epsilon_\tau$  제약을 만족하는 시스템 집합을 찾기 위해 설정된 FDP 알고리즘으로, 고려 제약의 경계값인  $q + \epsilon_\tau$ 를 기준으로  $\pm \epsilon_\tau$ 의 공차를 허용하고 있다. 따라서 아래와 같이

$$A_U \equiv \{i \in \Theta \mid q \leq y_i \leq q + 2\epsilon_\tau\}$$

를 정의하면, FDP2의 결과집합  $F_2$ 은 다음의 확률을 일정수준 이상으로 보장하는 절차임을 알 수 있다.

$$P\{(D \cup A_D) \subset F_2 \subset (D \cup A_D \cup A_U)\}$$

FDP1과 FDP2의 관계 이해를 위해 Figure 2를 참고하라.

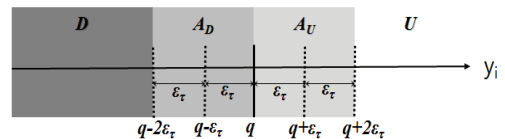


Fig. 2. Relationship between FDP1 and FDP2

위와 같이 설계된 FDP1과 FDP2를 기반으로 한 RFDP의 전체 알고리즘은 Figure 3과 같이 정리될 수 있다. Figure 3에서, [1]과 [2]단계는 FDP1과 FDP2의 반복 수행을 위한 준비 단계들이다. [2]단계에서는 FDP1과 FDP2의 실행을 위한 기호의 분리 설정을 위해 1과 2의 아래첨자가 추가되었음을 밝혀둔다. (기호 자체의 의미는

- [1] **Preparation:** Set RFD iteration counter  $\tau = 1$ . Determine tolerance reduction ratio  $0 < \zeta < 1$ , initial sample size  $n_0 \geq 2$ , tolerance level  $\epsilon_\tau > 0$ , and confidence level  $0 < 1 - \alpha < 1$ . Find  $\eta > 0$  that satisfies  $g(\eta) = 1 - (1 - \alpha)^{1/2k}$ .
- [2] **Initialization:** Set  $M_1 = M_2 = \{1, 2, \dots, k\}$ ,  $F_1 = F_2 = \emptyset$ , and  $h_1^2 = h_2^2 = 2c\eta(n_0 - 1)$ . For all  $i \in \{1, 2, \dots, k\}$ , set  $r_{1i} = r_{2i} = n_0$ . For each system  $i \in M_1$ , observe  $n_0$  samples,  $Y_{1i1}, Y_{1i2}, \dots, Y_{1in_0}$ , and calculate the sample variance  $S_{1i}^2$ . Similarly, For each system  $i \in M_2$ , observe  $n_0$  samples,  $Y_{2i1}, Y_{2i2}, \dots, Y_{2in_0}$ , and calculate the sample variance  $S_{2i}^2$ .
- [3] **FDP1:** If any system  $i \in M_1$  satisfies  $\sum_{j=1}^{r_{1i}} (Y_{1ij} - (q - \epsilon_\tau)) \leq -R(r_{1i}; \epsilon_\tau, h_1^2, S_{1i}^2)$ , move the system  $i$  from  $M_1$  to  $F_1$ ; else if the system  $i$  satisfies  $\sum_{j=1}^{r_{1i}} (Y_{1ij} - (q - \epsilon_\tau)) > R(r_{1i}; \epsilon_\tau, h_1^2, S_{1i}^2)$ , remove  $i$  from  $M_1$ .
- [4] **Termination Condition of FDP1:** If  $M_1 = \emptyset$ , go to the step [5]. If  $M_1 \neq \emptyset$ , observe one more sample  $Y_{1i(r_{1i}+1)}$  for each  $i \in M_1$ , set  $r_{1i} = r_{1i} + 1$ , and return to the step [3].
- [5] **FDP2:** If any system  $i \in M_2$  satisfies  $\sum_{j=1}^{r_{2i}} (Y_{2ij} - (q - \epsilon_\tau)) \leq -R(r_{2i}; \epsilon_\tau, h_2^2, S_{2i}^2)$ , move the system  $i$  from  $M_2$  to  $F_2$ ; else if the system  $i$  satisfies  $\sum_{j=1}^{r_{2i}} (Y_{2ij} - (q - \epsilon_\tau)) > R(r_{2i}; \epsilon_\tau, h_2^2, S_{2i}^2)$ , remove  $i$  from  $M_2$ .
- [6] **Termination Condition of FDP2:** If  $M_2 = \emptyset$ , go to the step [7]. If  $M_2 \neq \emptyset$ , observe one more sample  $Y_{2i(r_{2i}+1)}$  for each  $i \in M_2$ , set  $r_{2i} = r_{2i} + 1$ , and return to the step [5].
- [7] **Termination Condition of RFD:** If  $F_1 = F_2$ , terminate the procedure with  $RF = F_1$ . If  $F_1 \neq F_2$ , set  $\epsilon_{\tau+1} = \zeta \epsilon_\tau$ ,  $\tau = \tau + 1$ ,  $M_1 = M_2 = \{1, 2, \dots, k\}$ , and  $F_1 = F_2 = \emptyset$ , and return to the step [3].

Fig. 3. Algorithm statement of RFD

Figure 1의 그것들과 같다.) [3]과 [4]단계는 FDP1의 실행을, [5]와 [6]단계는 FDP2의 실행을 위한 단계들로 해석될 수 있다. [7]단계는, FDP1과 FDP2의 결과 집합인  $F_1$ 과  $F_2$ 가 서로 같다면 이를 RFD에서 판별된 최종 가능해 집합으로써 출력하고, FDP1과 FDP2의 결과 집합이 같지 않다면 공차수준을 더 작게 조정후 다시 한번 FDP1과 FDP2를 수행할 것을 명하고 있다.

또한, Figure 3에서 기술된 RFD로부터 최종 도출되는 결과집합인  $RF$ 는 다음을 만족시킨다.

$$P\{RF = \Gamma\} \geq 1 - \alpha \quad (4)$$

(위의 식 (4)에 대한 자세한 증명은 부록(appendix)을 참고하라.) 따라서, 식 (3)과 식 (4)를 비교하면, FDP와는 달리 RFD는 그 결과 집합인  $RF$ 가 정확히 가능해 집합  $\Gamma$  과 일치할 확률을  $1 - \alpha$  이상으로 보장함을 알 수 있으며, 이는 RFD의 가능해 집합 판별능력이 기존의 FDP보다 뛰어난을 의미한다.

## 4. 실험 결과 및 분석

본 장에서는 FDP와 RFD의 성능을 비교하기 위한 다양한 실험을 진행하고 그 결과를 분석한다.

### 4.1 실험 설정

실험을 위해 우리는 임의로 제약식의 경제값인  $q = 0$  으로 설정하고, 다음과 같은  $y_i$ 를 가지는  $k = 18$  개의 시스템을 가정하였다.

$$y_i = \begin{cases} -\delta & i = 1, \dots, 6 \\ -\delta + 2\delta \left( \frac{i-6}{6+1} \right) & i = 7, \dots, 12 \\ \delta & i = 13, \dots, 18 \end{cases} \quad (5)$$

즉, 총 18개의 시스템 중, 첫 6개의 시스템은 제약을 여유있게 만족시키는 시스템들이며, 마지막 6개의 시스템은 제약을 완전히 만족시키지 못하는 시스템들이다. 나머지인 중간의 6개의 시스템들은  $-\delta$ 와  $\delta$  사이에서 균

**Table 1.** The simulation results for each scenario

Procedure	Setting	Performance	Con.	Dec.	Inc.
FDP	$\epsilon = \delta$	Ratio	0.377	0.380	0.366
		Avg.Obs.	2,005	871	5,710
	$\epsilon = 0.5\delta$	Ratio	0.669	0.676	0.671
		Avg.Obs.	5,348	2,205	15,357
	$\epsilon = 0.01\delta$	Ratio	1.000	1.000	1.000
		Avg.Obs.	452,499	157,918	1,310,000
RFDP	$\zeta = 0.1$	Ratio	1.000	1.000	1.000
		Avg.Obs.	207,892	80,979	602,394
	$\zeta = 0.5$	Ratio	1.000	1.000	1.000
		Avg.Obs.	127,201	49,441	368,125
	$\zeta = 0.9$	Ratio	1.000	1.000	1.000
		Avg.Obs.	92,732	35,843	268,700
	$\zeta = 0.99$	Ratio	0.999	1.000	1.000
		Avg.Obs.	88,747	34,681	258,834

일하게 떨어져 분포하는  $y_i$  값을 가지도록 설정하였으며, 총 18개의 시스템들 중 실제로  $y_i \leq 0$  제약을 만족하는 시스템은 첫 9개의 시스템이다. 따라서, 실제 가능해 집합은  $\Gamma = \{1, 2, \dots, 9\}$ 으로 정의되며, 이 가능해 집합을 정확히 판별하여 찾아내는 것이 FDP와 RFDP의 목표라 할 수 있다.

$Y_{ij}$ 의 분산인  $\sigma_i^2$ 에 대해서는 상수형, 감소형, 증가형의 세 종류 상황을 고려하였다. 상수형의 경우, 모든 시스템  $i$ 에서 관측값의 분산이 일정하도록  $\sigma_i^2 = 1$ 을 적용하였다. 감소형의 경우, 모든 시스템  $i$ 에 대해  $\sigma_i^2 = 1 + (i - 1)\delta$ , 즉, 시스템 번호가 커질수록 그 관측값의 분산이 작아지도록 설정하였다. 증가형의 경우, 모든 시스템  $i$ 에 대해  $\sigma_i^2 = 1 / (1 + (i - 1)\delta)$ , 즉, 시스템 번호가 커질수록 그 관측값의 분산이 커지도록 설정하였다.

기존의 가능해 판별 방법론인 FDP를 실행하기 위해서는 공차수준을 사용자가 지정하여야 하나, 어떠한 공차수준이 적절한 공차수준인지는 알 수가 없으므로 성과 비교를 위해 임의로 세 가지 공차수준  $\epsilon = \delta, 0.5\delta, 0.01\delta$ 을 고려하여 실험을 진행하였다.

RFDP에서 FDP1과 FDP2를 실행을 위한 공통 초기

공차수준은  $\epsilon_1 = \delta/2$ 로 설정하였고, 진행단계에 따라 공차수준을 자가 조절해 나가기 위한 공차감소율로는 네 가지 값  $\zeta = 0.1, 0.5, 0.9, 0.99$ 를 고려하였다.

FDP와 RFDP 모두 95% 신뢰수준을 목표로 하였으며, Andradóttir and Kim(2010)이 FDP를 위한 실험에서 설정하였던 바와 같이  $n_0 = 20$ ,  $\delta = 1/\sqrt{n_0}$ 가 설정되었다.

시뮬레이션 실험은 각 실험상황 하에서 총 10000번씩 반복되었고, 이 10000번의 실험 중에서 정확히  $\Gamma$ 이 결과 집합으로 도출된 비율(판별율)과 결과집합을 얻기 위해 관측해야만 하였던 총 관측값들의 평균 개수(평균관측수)를 성과 척도로써 도출하였다. 즉, 판별율은 가능해 집합 판별 정확도를 비교하기 위한 척도이며, 평균관측수는 판별 효율(평균관측수 대비 판별율)을 비교하기 위한 보조 자료로 볼 수 있다.

#### 4.2 실험 결과 및 분석

4.1장의 실험 설정에 따른 실험 결과는 Table 1에 정리되어있다. Table 1에서 Con.은 상수형, Dec.는 감소형, Inc.는 증가형 분산이 설정된 문제임을 의미하며, Ratio는 판별율, Avg.obs.는 평균관측수를 뜻한다.

Table 1의 결과를 보면, FDP의 경우, 허용 공차 수준

이 작아질수록 평균적으로 더 많은 관측이 요구되며, 주어지는 공차수준에 따라 그 판별율 성과도 현저히 달라지는 것을 확인할 수 있다.  $\epsilon = \delta$ 로 허용 공차 수준이 상대적으로 큰 경우에는 요구되는 평균관측수가 적은 반면 판별율이 저하되고,  $\epsilon = 0.01\delta$ 로 허용 공차 수준이 작은 경우에는 판별율이 향상되는 대신 결과가 도출될 때까지 요구되는 평균관측수가 크게 증가한다. 따라서, 실질적으로 FDP의 판별 성능은 사용자가 문제에 맞는 적절한 공차 수준을 설정할 수 있는가에 좌우된다고 볼 수 있다.

반면, 공차 수준을 자가 조정해 나가는 RFDP의 경우, 식 (4)에서 보장한 바와 같이, 초기 공차 수준  $\epsilon_1$ 이나 공차 감소율에 상관없이 어떤 문제 상황 아래에서든 안정적으로 높은 판별율을 제공한다. 사용자가 정하는 공차감소율은 판별율이 아닌 평균관측수와 관계된 값으로, 고려된 모든 문제 상황에서 작은 공차 감소율을 사용할수록 더 많은 평균관측수가 요구됨을 알 수 있다. 이는, 허용 공차 수준이 빠르게 감소할수록 (즉, 공차감소율  $\zeta$  값이 작을수록) FDP1과 FDP2에서 요구되는 추정 정확도가 급격히 높아지고, 이 정확도를 만족시키기 위해 필요 이상의 많은 관측을 실시하기 때문인 것으로 분석된다. 따라서 본 연구에서는, 필요 이상의 관측이 이루어지는 것을 막고 판별효율을 높이기 위해 가급적 큰 공차감소율의 사용을 추천하는 바이다.

## 5. 결론 및 향후 연구 과제

본 연구에서는 여러 시스템들 중 특정 확률적 제약식을 만족시키는 것이 가능한 시스템들을 시뮬레이션을 통해 판별해내는 새로운 방법론 RFDP를 소개하였다.

기존에 존재하던 판별 방법론인 FDP는 정확한 가능 시스템 집합 ( $I$ ) 도출 확률을 보장하지 못하였으나, 본 연구에서 제안된 RFDP 방법론은 그 확률을 일정 수준 이상으로 보장한다. 또한, FDP는 사용자가 임의로 정하는 값인 공차수준에 따라 그 판별 성과가 크게 좌우되는 반면, 한 쌍의 FDP를 반복 수행함으로써 공차수준을 자가 조정해 나가는 RFDP는 사용자가 설정하는 공차 수준에 영향을 받지 않는 안정적인 판별 능력을 제공한다.

여러 가지 상황 아래에서의 실험을 통해, 판별 정확성과 사용자의 편의 면에서 RFDP가 FDP보다 더 나은 성능을 보임을 확인하였다. 다만, FDP1과 FDP2의 반복 수행에 따른 구조적 문제로 인해 RFDP 실행 시 상당히 많

은 평균관측수가 요구될 수 있으므로 향후 판별효율을 향상을 위한 후속 연구가 진행될 수 있겠다. 이 판별 효율의 제고는, 구조적 개선뿐 아니라, 문제에 따른 초기 공차 수준  $\epsilon_1$  및 공차 감소율  $\zeta$ 의 최적조합 탐색 등을 통해 이루어 질 수 있을 것으로 보인다.

## References

- Andradóttir, S. and S.-H. Kim (2010) "Fully sequential procedures for comparing constrained systems via simulation", *Naval Research Logistics*, 59, 403-421.
- Batur, D. and S.-H., Kim (2010) "Finding feasible systems in the presence of constraints on multiple performance measures", *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 20(13), 1-26.
- Chen, H.-C., C.-H. Chen, and E. Yücesan (2012) "Approximation simulation budget allocation for selecting the best design in the presence of stochastic constraints", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57, 2940-2945.
- Healey, M.C., S. Andradóttir, and S.-H. Kim (2013) "Efficient comparison of constrained systems using dormancy", *European Journal of Operations Research*, 224, 340-352.
- Healey, M.C., S. Andradóttir, and S.-H. Kim (2014) "Selection procedures for simulations with multiple constraints under independent and correlated sampling", *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 24(3), 1-25.
- Healey, M.C., S. Andradóttir, and S.-H. Kim (2015) "A minimal switching procedure for constrained ranking and selection under independent or common random numbers", *IIE Transactions*, 47, 1170-1184.
- Kim, S.-H. and B.L. Nelson (2006) "Selecting the best system", *Handbooks in Operations Research and Management Science: Simulation*, Elsevier Science, Oxford, U.K., 501-534.
- Tsai, S.C. and S.Y. Fu (2014a) "Genetic-algorithm-based simulation optimization considering a single stochastic constraint", *European Journal Operations*

*Research*, 236(1), 113-125.

Tsai, S.C. and S.Y. Fu (2014b) "A simulation-based decision support system for a multi-echelon inventory problem with service level constraints", *Computers and Operations Research*, 53, 118-127.

## Appendix

본 부록에서는 본문의 식 (4)를 증명한다.

FDP의 공차수준은 사용자가 임의로 정하는 것이므로, 일반성을 잃지 않는 선에서 RFDP의 이해 편의를 위해 FDP1과 FDP2의 실행을 위한 공통 공차 수준  $\epsilon_r$ 를 2.2장의 기존 공차수준의 절반인  $e_r = \epsilon/2$ 으로 설정하자.

Figure 3의 RFDP 알고리즘의 [1]단계에서 우리는  $g(\eta) = 1 - (1 - \alpha)^{1/2k}$ 임을 설정하였으므로, Andradóttir와 Kim(2010)의 보조정리 1을 이용하면  $F_1$ 에 대해 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} & P\{D \subset F_1 \subset (D \cup A_D)\} \\ & \geq \prod_{i=1}^k \{1 - (1 - (1 - \alpha)^{1/2k})\} \\ & = (1 - \alpha)^{1/2} \end{aligned}$$

비슷하게,  $F_2$ 에 대해서는 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} & P\{(D \cup A_D) \subset F_2 \subset (D \cup A_D \cup A_U)\} \\ & \geq \prod_{i=1}^k \{1 - (1 - (1 - \alpha)^{1/2k})\} \\ & = (1 - \alpha)^{1/2} \end{aligned}$$

RFDP에서 FDP1과 FDP2는 독립적으로 운영되므로,

$$\begin{aligned} & P\{D \subset F_1 \subset (D \cup A_D)\} \\ & \quad \times P\{(D \cup A_D) \subset F_2 \subset (D \cup A_D \cup A_U)\} \\ & = P\left\{ \begin{array}{l} D \subset F_1 \subset (D \cup A_D) \\ \quad \quad \quad \subset F_2 \subset (D \cup A_D \cup A_U) \end{array} \right\} \\ & \geq 1 - \alpha \end{aligned}$$

여기에서,  $(D \cup A_D)$ 는 가능해 집합인  $\Gamma$ 와 같으며, RFDP는 ' $RF = F_1 = F_2$ '조건 성립 시에 종료되므로,

$$\begin{aligned} & P\{D \subset F_1 \subset \Gamma \subset F_2 \subset (D \cup A_D \cup A_U)\} \\ & = P\{F_1 = \Gamma = F_2\} \\ & = P\{RF = \Gamma\} \\ & \geq 1 - \alpha \end{aligned}$$

■



이 미 림 (mllee@hongik.ac.kr)

2004 한국과학기술원(KAIST) 산업시스템공학 학사

2006 한국과학기술원(KAIST) 산업시스템공학 석사

2013 Georgia Institute of Technology Industrial and Systems Engineering 박사

2015~ 현재 홍익대학교 경영대학 조교수

관심분야 : Quality Management, Simulation, Applied Statistics