

◆ 특집 ◆ 직선 · 회전모터 구동 이송 · 회전체 연구 XII

롤투롤 와인딩 시스템에서 소재 특성을 고려한 반경 방향  
응력에 대한 연구

Study on the Radial Stress Considering Mechanical Characteristics of Substrate in  
Wound Rolls

김성용<sup>1</sup>, 이창우<sup>2,✉</sup>  
Seongyong Kim<sup>1</sup> and Changwoo Lee<sup>2,✉</sup>

1 창원대학교 기계설계공학과 (Department of Mechanical Design and Manufacturing, Changwon National University)

2 창원대학교 기계공학부 (School of Mechanical Engineering, Changwon National University)

✉ Corresponding author: leecw@changwon.ac.kr, Tel: +82-55-213-3618

Manuscript received: 2015.1.5. / Revised: 2015.1.26. / Accepted: 2015.1.26.

*Winding is one of the major processes in roll-to-roll systems. Taper tension profile in a winding determines the distribution of stress in the radial direction, i.e., the radial stress in the wound rolls. Maximum radial stress is major cause of material defect, and this study has been actively proceeded. Traditional models of radial stress model were focused on flexible and light substrate. In this study, we developed an advanced radial stress model including effects of both these parameters(weight and stiffness) on the radial stress. The accuracy of the developed model was verified through FEM(Finite Element Method) analysis. FEM result of maximum radial stress value corresponds to 99 % in comparison to result with the model. From this study, the material defects does not occur when the steel winding. And steel industry can be applied to improve the winding process.*

KEYWORDS: Stiffness (강성), Bending effect (굽힘 효과), Winding (권취), Radial stress (반경 응력), Roll-to-Roll systems (롤투롤 시스템)

기호설명

$\sigma_{rr}$  = radial stress

$\sigma_{\theta\theta}$  = stress of winding direction

$\sigma_b$  = bending stress

$\varepsilon$  = Strain

$g$  = gravity acceleration

$c$  = core radius

$\rho r$  = radius curvature

$V$  = volume

$E_c$  = core elastic modulus

$s_{ij}$  = compliance of material

$\bar{y}$  = distance ratio of the moment load point from the center of layer

$\bar{r}_c$  = radius ratio of core

$\bar{r}$  = radius ratio

1. 서론

롤투롤 (Roll-to-Roll) 연속 공정은 필름 기반의 생산 및 연속 인쇄에 적용되며, 초고속 대량 생산이 가능한 높은 생산성이 특징이다. 와인딩 (Winding) 은 롤투롤 연속 공정의 최종 단계로 작업 간 결합이 발생할 경우 적절한 보상이 어렵다. 감김롤 (Wound roll) 내부에 응력 분포의 불균일이 발생할 경우 롤은 품질에 악영향을 미치는 스타링 (Starring) 결함이 발생할 수 있다. 따라서 와인딩 시 반경응력 분포의 예측 및 최적화가 필수적이다.<sup>1-6</sup>

기존의 반경 응력에 대한 연구를 살펴보면 Altmann은 와인딩에 따른 미소범위의 롤 직경 변위와 직경 및 반경방향의 변형률의 관계를 고려하여 반경응력 모델을 유도하였으며,<sup>5</sup> Burns는 감김롤 내 잔류응력 및 폭방향 변형률과 응력을 고려한 모델을 개발 하였다.<sup>6,8</sup> 이전의 연구들은 필름 소재를 기반으로 한 반경 응력 모델로서 소재의 특성 상 소재가 유연하며, 무게가 가볍기 때문에 기존의 연구는 자중에 의한 효과 및 굽힘에 의한 변형은 고려되어 있지 않다.<sup>9</sup> 하지만 와인딩 하는 소재의 길이가 길어 질수록 소재의 무게는 무시할 수 없으며, 금속 소재의 경우 무게에 의한 효과 이외에 높은 강성으로 인한 굽힘에 의한 효과를 고려해야만 한다.

본 연구에서는 와인딩 롤 내부 반경 응력 예측을 위하여 소재의 무게와 굽힘 효과를 고려한 모델을 제안하며, 유한요소 법을 통하여 모델 적합성을 검증하였다.

2. 반경 응력 모델 유도

2.1 가정 및 특징

본 연구에서 수학 모델을 유도하기 위한 가정 및 특징은 다음과 같다.

- (1) 와인딩 구간에서 와인딩 방향 및 반경 방향 변형은 탄성한도 이내에서 발생한다.
- (2) 반경 방향에서 발생하는 소재 응력은 주응력이다.
- (3) 와인딩 소재 사이에 겹은 존재하지 않으며, 소재 간 슬립은 발생하지 않는다.
- (4) Z축에서 소재 변형률( $\epsilon_{zz}$ )은 z축에서 인가되는 응력( $\sigma_{zz}$ )에 의해서만 발생한다.
- (5) 와인딩 소재 간 경계 면에서 굽힘 응력 고려시, 반경방향으로 작용하는 최대 굽힘 응력만을 고려한다.

(6) 감김 롤 최 외부에서 반경방향 응력은 고려하지 않는다.

(7) 코어 최 외부에서 반경방향 응력( $\sigma_{rr}$ ) 및 변위( $\bar{u}$ )는 감김 롤에서 코어와 가장 인접한 부분의 반경방향 응력 및 변위와 동일하다.

2.2 수학적 모델

모델 설계 시, 실제 와인딩 롤 반경 및 반경 방향 변위 대신, 코어 반경에 대한 실제 변수의 비율을 이용하였다. 실제 변수 대신 코어 반경에 대한 변수 비율 이용 시, 샘플링 간격을 더 조밀하게 이용할 수 있다는 이점이 있으며 따라서, 모델을 이용한 응력 해석이 용이하다는 이점이 있다.

Fig. 1은 미소 영역에서 반경 방향 변위에 대한 그림으로, 와인딩에 의해 소재 변형 시 코어에서 첫 번째 층까지의 r방향 변위가  $u(r)|_{r=c}$  일 때, 코어에서 두 번째 층까지의 r방향 변위는 아래 식(1)과 같이 나타난다.

$$u(r)_{r=c+th} = (u(r)|_{r=c}) + \left( \frac{d}{dr}(u(r))dr \Big|_{r=c+th} \right) + \alpha \quad (1)$$

$u(r)$ 은 와인딩 방향 소재의 r 방향 변위, r은 와인딩 소재의 r방향 변수, c는 코어 반경, th는 소재 두께,  $\alpha$ 는 와인딩 소재 사이 틈을 나타내며, 여기서 가정 c에 따라  $\alpha=0$ 이므로 코어에서 두 번째 층까지의 r 방향 변위는 아래 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

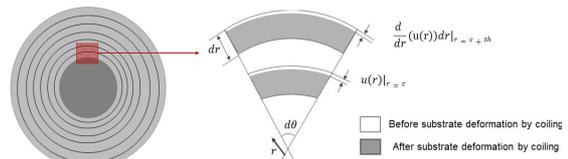


Fig. 1 Correlation between radial strain and displacement

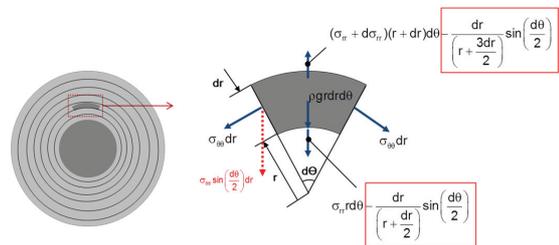


Fig. 2 Schematics of stress in wound roll

$$u(r)_{r=c+th} = (u(r)|_{r=c}) + \left( \frac{d}{dr}(u(r))dr \Big|_{r=c+th} \right) \quad (2)$$

감김롤의 미소 영역에서 발생하는  $r$  방향 응력은 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다.

와인딩 롤에서 발생하는 응력은 소재 인장 시 발생하는 와인딩 방향 응력의 반경방향으로 작용하는 응력 ( $\sigma_{\theta\theta}dr\sin(d\theta/2)$ ), 소재가 가하는 반경방향 응력( $\sigma_r$ ), 와인딩 소재 무게에 의한 중력( $\rho Vg$ )이 있으며, 중력에 의한 응력  $V$ 는  $r+dr/2 \approx r$ 이라는 가정 하에  $rdrd\theta$ 로 구할 수 있다.

Fig. 3은 와인딩 시 소재에 인가되는 굽힘 응력 분포의 개략도 및 와인딩 소재의 중립 축과 두께 사이의 관계를 나타내며, 굽힘 변형률 식은 아래 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_{\theta\theta,b} = \frac{y}{r_c} \quad (3)$$

가정 e에 따라  $y$ 는 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{y} = \bar{r} - \bar{r}_c = th/2 \quad (4)$$

$r$ 은 코어 반경  $c$ 와 소재 두께 및 감김 횟수를 이용하여 식(5)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} r &= c + n(th) \\ \rightarrow n &= \frac{(r-c)}{th} \end{aligned} \quad (5)$$

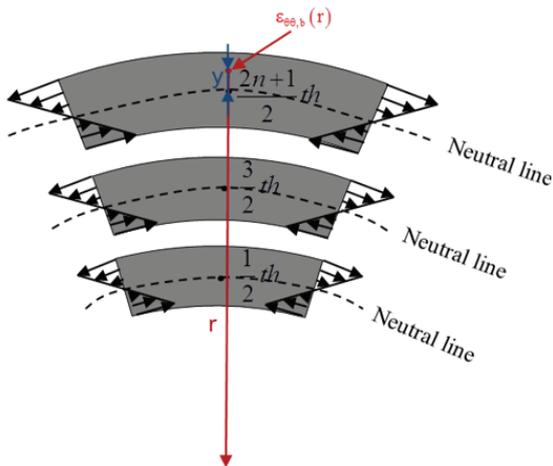


Fig. 3 Schematic of tensile/compress stress in wound roll by bending moment

여기서  $n$ 은 정수이므로 소수점 발생 시 내림을 적용하는 바닥 함수를 이용하면 감김 횟수  $n$ 은 아래와 같이 표현 할 수 있다. 이 때, 올림함수를 적용하면, 굽힘 응력 계산시, 두 번째 층에서의 응력부터 계산되므로 floor function(바닥함수)을 적용하며, 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$n = \left\lfloor \frac{(r-c)}{th} \right\rfloor \quad (6)$$

위 유도과정을 Burns의 반경응력 모델에 적용할 경우 철강 와인딩 롤의  $r$  방향 응력 해석을 위한 모델은 식(7)과 같이 나타낼 수 있으며, 각 항에 대한 설명은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_r(r) &= \frac{1}{r} \left[ B \left( r^\beta - \frac{R^{2\beta}}{r^\beta} \right) + \frac{1}{2\beta} \left\{ r^{-\beta} \int_r^R t^\beta \sigma_g^*(t) dt - r^\beta \int_r^R t^{-\beta} \sigma_g^*(t) dt \right\} \right] \\ B &= \frac{2\beta E_c s_{22} (\sigma_0 + \rho g) - \left[ \left\{ E_c (s_{12} - \beta s_{22}) - 1 \right\} \int_1^R t^\beta \sigma_g^*(t) dt \right] + \left[ \left\{ 1 - E_c (s_{12} + \beta s_{22}) \right\} \int_1^R t^{-\beta} \sigma_g^*(t) dt \right]}{2\beta \{ (s_{12} E_c - 1)(1 - R^{2\beta}) + \beta E_c s_{22} (1 + R^{2\beta}) \}} \\ \sigma_0 &= \sigma_w \Big|_{r=1} \\ \sigma_g^* &= \sigma^* + (2 - \gamma^2) \rho g r \\ \sigma^* &= \frac{s_{33} \left\{ \frac{1}{E_{22}} \frac{d}{dr} (r \sigma_w) + \frac{\nu}{E_{22}} \sigma_w + \frac{\rho g r}{E_{11}} + \nu \varepsilon_{\theta\theta,b} \right\}}{s_{22} s_{33} - s_{23}^2} \\ \gamma^2 &= \frac{s_{12} s_{33} - s_{13} s_{32}}{s_{22} s_{33} - s_{23}^2} \end{aligned} \quad (7)$$

### 2.3 반경 응력 시뮬레이션

본 연구에서 제안한 모델을 이용하여 반경 응력 시뮬레이션을 실시하였다. 시뮬레이션에 사용된 소재의 물성치는 Table 1에 나타난다.

Table 1 Properties of material

Parameter	Value
Elastic modulus [Pa]	$9.78 \times 10^{11}$
Yield strength [Pa]	$8.14 \times 10^8$
Thickness [m]	0.001
Density [g/cm <sup>3</sup> ]	7.85
Width [m]	1
Poisson's ratio	0.275
$s_{11}$ [1/Pa]	$1/(2.66 \times 10^{11})$
$s_{12}$ [1/Pa]	$1/(9.78 \times 10^{11})$

본 과정에서 설계된 모델에 실제 공정 조건을 적용하여 산출되었다. 운전 장력은 50,000 N으로 선정하였으며, 이는 소재 항복 강도 25 %에 해당하는 수치이다.

본 연구에서 제안된 모델을 바탕으로 진행된 반경 응력 시뮬레이션 결과는 Fig. 4에 나타나며, 최대 응력은 513.9MPa임을 알 수 있다.

### 3. 유한요소 해석

#### 3.1 유한요소 모델

본 연구를 통해 개발된 모델의 적합성을 검증하기 위해 유한요소 해석(Abaqus)을 통한 비교 검증 실시하였다.

Fig. 5는 유한 요소 해석에 사용되는 유한 요소 모델을 나타낸다. 유한 요소 모델은 2D 요소로 설정하며, 롤은 와이어(wire)요소를 이용한 강체(rigid

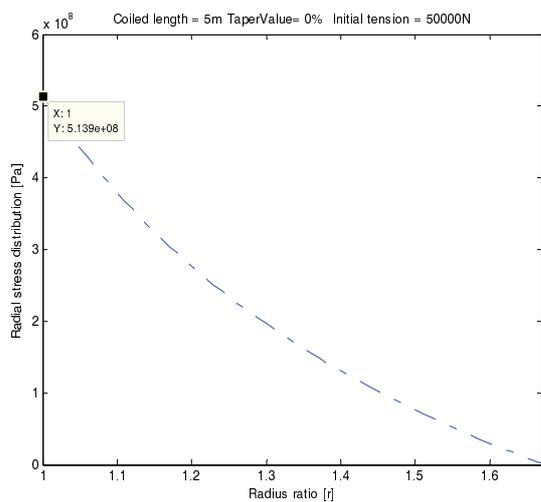


Fig. 4 Result of radial stress

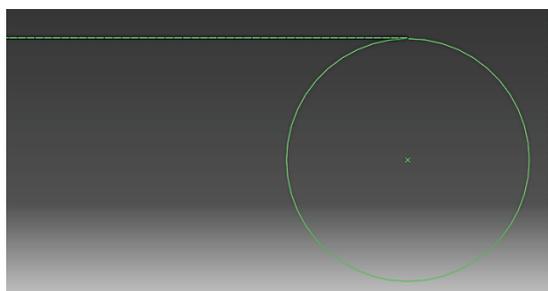


Fig. 5 FE model of winding system

body)로 설정하여 유한 요소 해석에 영향을 미치지 않도록 설정하며, 웹은 소재에 인가되는 응력 및 변형을 표현하여야 하므로 셸(shell) 요소를 이용한 변형체(deformable body)로 설정한다. 소재의 메쉬(mesh)는 sweep mesh를 설정하여 전체적으로 균일한 형상을 부여하며, 메쉬의 element type은 CPS4I type을 선택하여 굽힘(bending) 해석에 적합한 type을 설정한다.

#### 3.2 경계 조건

롤의 중심은 z축을 중심으로 회전하는 자유도 이외 모든 자유도를 고정하며, 소재의 자유도는 와인딩 방향의 자유도는 고정하지 않는다.

소재와 롤 간의 접촉은 묶임(tie) 조건을 부여하며, 롤의 표면을 마스터 서페이스(master surface)로 지정하며 web의 아래 면을 슬레이브 서페이스(slave surface)로 설정하여 소재가 롤 내부로 간섭하지 않도록 설정한다.

소재에 가해지는 하중 조건은 수학적 모델을 이용한 반경응력 해석과 같이 50,000N을 가하며, 소재 물성치도 동일하게 설정한다.

#### 3.3 유한요소 해석 결과

반경 응력 시뮬레이션을 위한 구조 동해석을 실시하였다. Fig. 6은 감김롤의 반경에 따른 응력을 나타내며, 응력은 와인딩 초기 최대 응력(514.1MPa)이 발생한다.

유한요소 해석(Abaqus)을 통해 수학적 모델의 검증을 실시하였다. 유한요소 해석을 통한 최대 반경 응력은 수학적 모델을 통한 시뮬레이션 결과와 99 % 일치함을 알 수 있다.

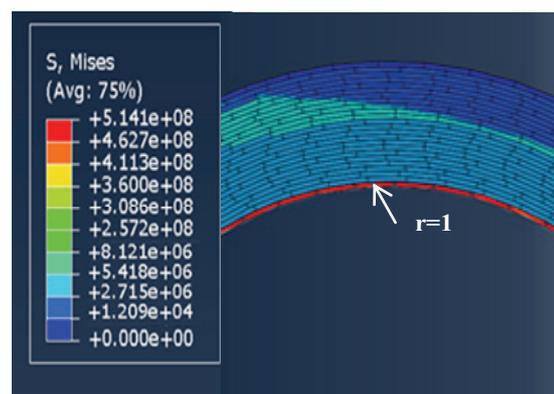


Fig. 6 Result of analysis

#### 4. 결론

본 연구는 금속 소재의 와인딩을 위한 자중 및 굽힘 응력을 고려한 모델의 적합성을 검증하기 위하여 유한요소 해석을 통한 검증을 실시하였다.

(1) 기존의 반경 응력 모델은 필름과 같은 유연한 소재를 바탕으로 반경 응력 모델을 도출하므로 소재의 하중 및 굽힘 응력이 고려되지 않은 모델이다.

(2) 개발된 모델에서는 밀도는 두께 방향 응력과 그에 따른 잔류 응력에 영향을 미치며, 두께 방향 응력을 증가시키는 반면, stiffness의 영향은 두께 방향 응력의 잔류 응력에 영향을 미치면서 두께 방향 응력을 감소시킨다.

(3) 개발된 수학적 모델은 유한요소 해석(Abaqus)을 통하여 그 성능이 검증되었다.

(4) 본 연구 결과를 통해 철강 소재의 와인딩 진행 시 철강 소재의 결함이 발생하지 않으며, 철강업계 경쟁력 강화를 위한 와인딩 공정 개선에 적용될 수 있다.

#### 후 기

이 논문은 2015-2016년도 창원대학교 자율과제 연구비 지원으로 수행된 연구 결과임.

#### REFERENCES

- Hu, J., Jiang, Z., and Lu, H., "Research on Taper Tension Control Theory Apply in Material Rolling up Procedure," in: Communications and Information Processing, Zhao, M. and Sha, J., (Eds.), Springer, pp. 1-8, 2012.
- Lee, C. W. and Shin, K.-H., "A Study on the Taper Tension Control Considering Telescoping in the Winding System," Proc. of the IEEE on Industry Applications Conference, pp. 398-403, 2007.
- Lee, C., Kang, H., and Shin, K., "Advanced Taper Tension Method for the Performance Improvement of a Roll-to-Roll Printing Production Line with a Winding Process," International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 59, No. 1, pp. 61-72, 2012.
- Rong, X. and Jing, H., "Constant Tension Winding Control System of Stainless Steel Strip Roll-Cutting Shearer [J]," Electric Drive, Vol. 10, Paper No. 009, 2008.
- Altmann, H. C., "Formulas for Computing Stresses in Center-Wound Rolls," Tappi, Vol. 51, No. 4, pp. 176-179, 1968.
- Burns, S., Meehan, R. R., and Lambropoulos, J., "Strain-Based Formulas for Stresses in Profiled Center-Wound Rolls," Tappi Journal, Vol. 82, No. 7, pp. 159-167, 1999.
- Yagoda, H. P., "Resolution of a Core Problem in Wound Rolls," Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME, Vol. 47, No. 4, pp. 847-854, 1980.
- Hakiel, Z., "Nonlinear Model for Wound Roll Stress," Tappi Journal, Vol. 70, No. 5, pp. 113-117, 1987.
- Good, J., Pfeiffer, J., and Giachetto, R., "Losses in Wound-on-Tension in the Centerwinding of Wound Rolls," ASME Applied Mechanics Division-Publications-AMD, Vol. 149, pp. 1-12, 1993.