

## 헬리컬기어의 동적해석을 통한 전달오차 예측

이정석\* · 윤문영\* · 부광석\*\* · 김흥섭\*\*†

\* 인제대학교 기계공학과

\*\* 인제대학교 고안전차량핵심기술연구소

### Prediction of Transmission Error Using Dynamic Analysis of a Helical Gear

Jeongseok Lee\*, Moonyoung Yoon\*, Kwangsuk Boo\*\* and Heungseob Kim\*\*†

\* Dept. of Mechanical Engineering, Inje Univ.,

\*\* High Safety Vehicle Core Technology Research Center, Inje Univ.

(Received February 20, 2016 ; Revised September 29, 2016 ; Accepted October 4, 2016)

**Key Words:** Helical Gear(헬리컬기어), Roll Angle(롤각), Impact Loading(충격하중), Transmission Error(전달 오차), Impact Factor(충격인자)

**초록:** 기어소음의 근본적인 원인은 전달오차로 인해 발생하게 된다. 전달오차는 기어가 맞물릴 때 발생하는데 크게 정적전달오차와 동적전달오차가 있다. 이러한 오차들은 기어 이빨의 치짐 또는 치면 마찰에 의해 발생하고 이 요인들이 원인이 되어 기어 시스템에 진동이 발생하게 된다. 그리고 이 진동이 기어의 축으로 이동하게 되어 축을 떠받치고 있는 베어링에 전달되고 베어링에 전달된 가진은 최종적으로 기어의 케이싱으로 이동하게 되어 소음을 방출하게 된다. 본 논문에서는 이러한 전달오차에 의해 발생하는 최대 굽힘응력을 가지는 롤각을 찾기 위한 응력해석을 수행되었다. 본 논문에서는 이론적 바탕으로 설계되어 인볼류트 곡선을 가진 기어와 수정된 치형을 가진 기어의 전달오차에 대한 해석을 진행하였다. 또한, 급작스러운 작동이나 큰 백래쉬로 인해 발생하는 충격강도에 대한 영향을 알아보기 위해 유한요소해석을 통해 각각 정적 최대굽힘응력과 동적 최대굽힘응력의 결과를 이용하여 충격인자 값을 예측해 보았다.

**Abstract:** The fundamental reason for gear noise is transmission error. Transmission error occurs because of STE (static transmission error) and DTE (dynamic transmission error), while a pair of gears is meshing. These errors are generated by the deflection of the teeth and the friction on the surface of the teeth. In addition, the vibration generated by transmission error leads to excited bearings. The bearings support the shafts, and the noise is radiated after exciting the gear casing. The analysis of the contact stress in helical gear tooth flanks indicates that it is due to impact loading, such as the sudden engagement and disengagement of a gear. Stress analysis is performed for different roll positions, in order to determine the most critical roll angle. Dynamic analysis is performed on this critical roll position, in order to evaluate variation in stresses and tooth contact force, with respect to time. In this study, transmission error analysis was implemented on a spur and helical gear with involute geometry and a modified geometry profile. In addition, in order to evaluate the intensity of impact due to sudden engagement and significant backlash, the impact factor was calculated using the finite element analysis results of static and dynamic maximum bending stresses.

#### 1. 서론

기어는 기계시스템을 구성하는 요소들 중 동력

전달 효율이 높아 동력전달용 기계요소로 널리 사용되고 있다. 하지만 기어가 토크를 전달할 때 기어 이(tooth)는 피팅(pitting) 및 굽힘파손을 유발시키는 접촉응력(contact stress)과 굽힘응력(bending stress)을 받아 기어구조의 소음을 발생 시키게 된

† Corresponding Author, mechhsk@inje.ac.kr

© 2016 The Korean Society of Mechanical Engineers

다. 기어소음의 근본적인 원인은 전달오차(transmission error)로 인해 발생하게 되는데, 이와 같은 전달오차는 기어가 맞물릴 때 발생하며, 회전속도에 따라 정적전달오차(static transmission error, STE)와 동적전달오차(dynamic transmission error, DTE)로 구분한다.<sup>(1,2)</sup>

전달오차는 기어치(gear tooth)의 처짐(deflection)과 치면 손상에 의해 발생하는데 이러한 요인들이 원인이 되어 기어 시스템에 진동이 발생하게 되고 이 진동이 기어 축으로 이동하게 되어 축을 떠받치고 있는 베어링에 전달된다. 베어링에 전달된 가진력은 최종적으로 기어의 케이싱으로 이동하게 되고 소음을 방출하게 된다.<sup>(3,4)</sup> 본 연구에서는 자동차 엔진 밸런서 유닛에 들어가는 타켓 기어 시스템에 대한 연구를 진행하였다. 엔진 밸런서는 엔진의 크랭크샤프트에 부착되어 엔진의 진동 및 소음을 잡아주는 장치이다. 이 대상 기어 시스템에 들어가는 기어의 대부분이 헬리컬기어인데 본 연구에서는 1차적인 치형 수정 설계에 의해 헬리컬 기어에 발생하는 전달오차에 대한 연구를 진행하였으며 어떠한 물각에서 가장 큰 전달오차가 많이 발생하는 지에 대한 연구를 상용 유한요소 해석 프로그램인 아바쿠스(Abaqus) 프로그램<sup>(5)</sup>을 이용하여 해석하였고 그 결과들을 분석하였다. 또한 동일한 제원의 스퍼어기어에 대한 해석을 진행하여 헬리컬 기어의 결과들과 비교 분석하였다.

## 2. 기어 설계 및 해석

### 2.1 스퍼어기어 및 헬리컬기어 물림분석

#### 2.1.1 기어 설계 제원

본 연구에 사용된 기어(gear)와 피니언(pinion)은 차량 엔진밸런서에 사용하는 헬리컬기어로서 물성치는 탄성계수 208GPa, 푸아송비 0.3인 등방성 균질 재료이다. 기어치에 따른 전달오차의 비교를 위해 동일한 제원의 비교적 간단한 모델인 스퍼어기어를 함께 설계하여 해석을 진행하였다. 스퍼어기어는 비틀림각(helix angle)을 제외하고는 헬리컬기어와 동일한 제원이다. 사용된 스퍼어기어와 헬리컬기어의 자세한 제원은 Table 1, Table 2와 같다. 설계는 CATIA V5 프로그램을 이용하여 3D 형상 모델링을 진행하였으며 유한요소 모델링은 하이퍼메쉬(Hypermesh)를 이용하여 C3D10M요

Table 1 Parameters of spur gears

Description	Pinion	Gear
Number of teeth	43	43
Module	1.5mm	1.5mm
Pressure angle	16.6°	16.6°
Pitch diameter	71.763mm	71.763mm
Face width	12mm	12mm
Addendum	1.5mm	1.5mm
Dedendum	2.025mm	2.025mm

Table 2 Parameters of helical gears

Description	Pinion	Gear
Number of teeth	43	43
Module	1.5mm	1.5mm
Helix Angle	26°	26°
Pressure angle	15°	15°
Pitch diameter	71.763mm	71.763mm
Face width	12mm	12mm
Addendum	1.5mm	1.5mm
Dedendum	2.025mm	2.025mm

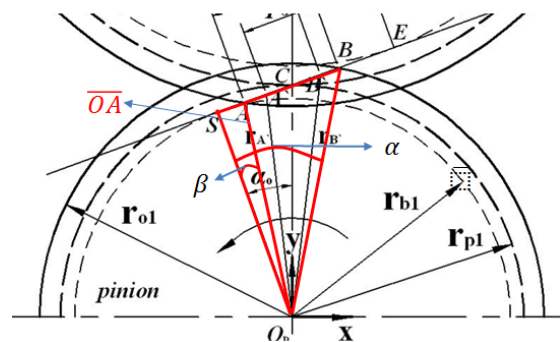


Fig. 1 Roll angle of helical gears

소를 모델링을 했다.

#### 2.1.2 기어의 물각

물각(roll angle)은 기어가 맞물릴 때 접근각과 퇴거각의 합으로 기어의 중심으로부터 물림길이에 대응되는 각을 의미한다. 접근각(approach angle)은 접촉이 시작되어 그 접촉점이 피치점에 도달할 때까지 기어의 회전각을 의미하고, 퇴거각(recess angle)은 피치점에서 접촉이 완전히 끝날 때까지 기어의 회전각을 의미한다. 물각은 이 접근각과 퇴거각의 합을 말하며 본 연구에서는 어떠한 물각에서 가장 전달오차가 많이 발생하는지에 대한 해석을 진행하였다.<sup>(6,7)</sup>

Fig. 1에서  $r_{o1}$ ,  $r_{o2}$ 는 각각 기어 1, 2의 이끝원

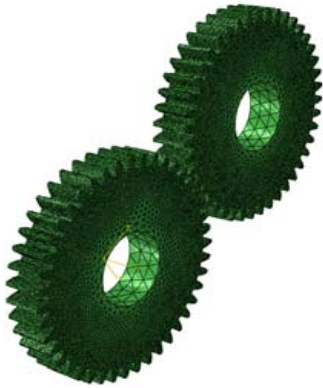


Fig. 2 Finite elements model of spur gears

반지름을,  $r_{p1}$ ,  $r_{p2}$ 는 피치원 반지름을,  $r_{b1}$ ,  $r_{b2}$ 는 기초원 반지름을,  $r_A$ ,  $r_B$ 는 피니언의 물림위치의 최고점과 최저점을 나타낸다.  $\alpha_o$ 는 압력각,  $P_g$ 는 기초원의 원주피치,  $\overline{AB}$ 는 물림길이를 나타낸다. 따라서 기어의 물각은 다음과 같이 계산되어 질 수 있다.

$$\angle \alpha - \angle \beta = \Phi_c \quad (1)$$

식 (1)에서  $\angle \alpha$ 에서  $\angle \beta$ 를 뺀 각도가 물림길이  $\overline{AB}$ 에 대응 하는 각이며 물각이라고 할 수 있으며  $\angle \alpha$ 와  $\angle \beta$ 는 다음과 같은 식으로 계산할 수 있다.

$$\angle \alpha = \cos^{-1} \frac{r_{b1}}{r_{o1}} \quad (2)$$

$$\angle \beta = \cos^{-1} \frac{r_{b1}}{OA} \quad (3)$$

2.2 기어의 유한요소해석 모델링 및 해석

2.2.1 스퍼어기어의 유한요소 모델링

본 연구에서 설계된 스퍼어기어는 물 각에 따른 10개의 모델로 구성 되었고 해석을 위해 Fig. 2과 같이 C3D10M 테트라(tetrahedra) 요소의 유한요소모델로 구성되었다. 이러한 테트라 요소들은 접촉 시물레이션 시에 효율적이고 정확한 응력 값을 얻으려고 할 때 사용된다. 또한 정확한 응력 값을 산출하기 위해서 기어를 조밀한 메쉬(mesh)로 모델링하였다. Fig. 3은 스퍼어기어의 해석에 적용된 하중과 경계조건에 대한 그림이다. 피니언 기어의 중심부분에 500Nm의 토크를 부가하였으며 정적해석을 위해 백래쉬(backlash) 없이 접촉되어 있는 조건에서 토크를 부가하여 해석을

Table 3 Analysis conditions of spur gears

Type	Surface to Surface
Step	Static
Contact Method	Penalty
Constraint	Coupling
Element	C3D10M / Tetra Mesh
Order	Second Order
Membrane	M3D6

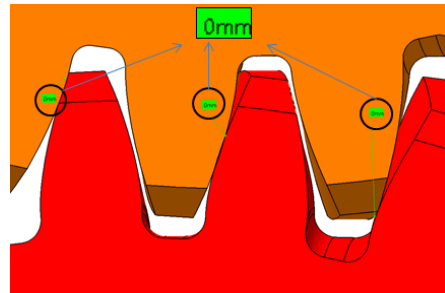


Fig. 3 Contact definitions in flanks of two gears

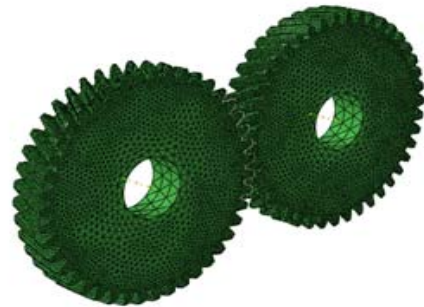


Fig. 4 Finite element model of helical gears

진행하였다.<sup>(8)</sup>

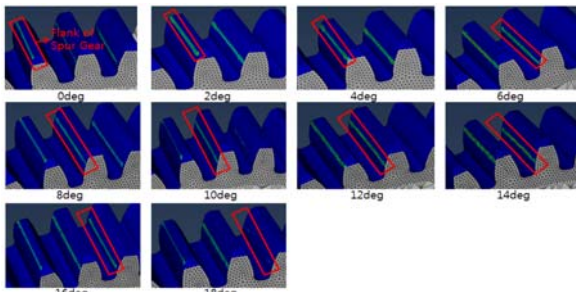
스퍼어기어의 물각을 계산한 결과 약 18°의 물각이 계산되었으며 0°~18°까지 10개의 물각에 따른 물림 위치에 대한 모델을 만든 후 해석을 진행하였다. 스퍼어기어의 유한요소해석에 사용된 조건은 Table 3과 같다.

2.2.2 헬리컬기어의 유한요소 모델링

헬리컬기어의 구동하중과 경계조건은 스퍼어기어와 동일하게 기어 중앙에 500Nm의 토크를 적용하여 정적전달오차 해석을 진행하였다. 정적전달오차 해석을 위해 백래쉬 없이 기어의 치면을 접촉한 상태에서 해석을 진행하였다. 헬리컬기어의 물각을 계산한 결과 약 26°의 물각이 계산되었으며 0°~26°까지 14개의 물각에 따른 물림 위치에 대한 모델을 만든 후 해석을 진행하였다. 헬리컬 기어해석에 사용된 조건은 스퍼어기어와

**Table 4** Analysis results of spur gear

Roll angle (deg)	Contact force (N)	Deflection ( $\mu\text{m}$ )	Tooth Stiffness (KN/mm)	Bending Stress (MPa)	The number of teeth contact
0	2512.71	121.1	20.75	945.24	3
2	6391.8	137.8	46.39	1854.33	2
4	7519.98	134.1	56.07	1795.36	2
6	7992.35	129.8	61.57	1780.89	2
8	7085.16	119.5	59.29	1384.36	3
10	8033.2	115.9	69.31	1408.72	3
12	7638.92	110	69.44	1269.49	2
14	6911.67	104	66.45	1059.03	2
16	5342.61	97	55.07	741.198	3
18	2342.88	90.5	25.89	366.293	3



**Fig. 5** Contact patterns of spur gear

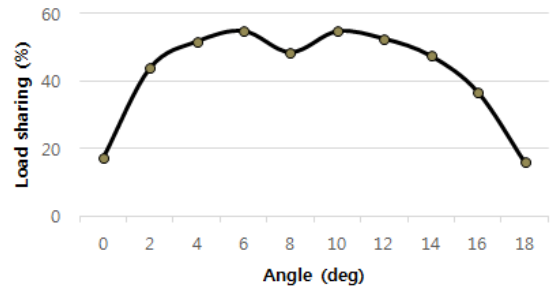
동일한 Table 3과 같다.

### 3. 유한요소해석 결과 및 고찰

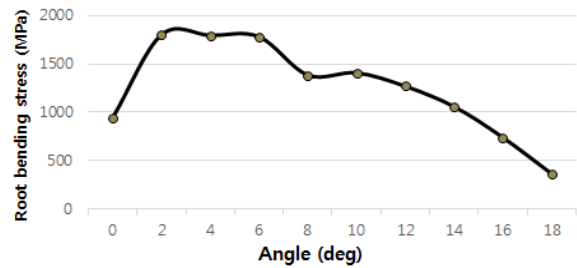
#### 3.1 스퍼어기어의 정적전달오차 해석결과

Fig. 5는 스퍼어기어의 각 롤각에 따른 위치에서의 해석결과 및 접촉패턴을 보여주고 있다. 식 (1)에 의해 스퍼어기어의 맞물리는 롤각을 계산한 결과 약 18°의 롤각이 계산되었다. 스퍼어기어의 접촉 패턴은 0°에서 이끝단(flank)이 처음 물리게 되고, 18°에서 이뿌리 부분에서 물림이 끝나는 것을 해석을 통해 볼 수 있다. 또한 8°에서 다음 이의 물림이 연속적으로 시작되는 것을 볼 수 있다.

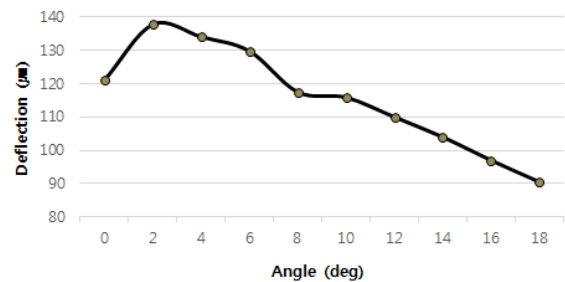
Table 4는 정적전달오차 해석에 대한 결과를 나타낸 표이다. 이의 물림 개수를 보면 처음 0~2°에서 3개의 이가 물리다가 2~6°에서 2개 물림이 나오고 다시 8~10°에서 3개가 물리는데, 전체적으로 약 2.5 정도의 이의 개수가 물리는 것을 볼 수 있다. 이끝단 지점의 처짐(deflection)값을 보면 이의 가장 끝부분인 0°에서 가장 큰 것이 아니라 이의 물림 개수가 3개에서 2개로 변경되면서 2°에서 137.8 $\mu\text{m}$ 로 가장 처짐이 많이 발생한다는 것을 알 수 있다.



**Fig. 6** Load sharing distribution of spur gear



**Fig. 7** Root bending stress distribution of spur gear



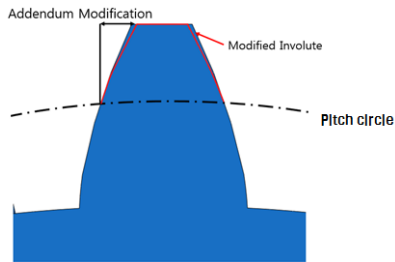
**Fig. 8** Deflection distribution of spur gear

Fig. 6에서 전체 토크하중에 대비한 하중분담 (load sharing)을 보여주는데, 접촉하는 이의 물림 개수에 따라 달라진다. 예를 들어 1개의 이만 물린다면 전체 토크의 100%가 반대편 이로 전달되는 반면에, 2개의 이가 물릴시 50%씩 토크가 나뉘어져 전달된다. 하중분담에 대한 퍼센티지를 보았을 때 처음 0°의 3개 물림지점에서는 하중분담이 약 18%정도 유지하다가 2°의 롤각 위치에서 2개의 이가 물리면서 하중분담 값이 43%까지 올라가는 것을 볼 수 있다. 이끝단 부분에서의 굽힘응력과 처짐값은 0°에서 가장 큰 것이 아니라 이의 물림 개수가 3개에서 2개로 변경되는 2°에서 가장 큰 값을 가지는 것을 Fig. 7, Fig. 8의 결과 그래프를 통해 확인할 수 있다.

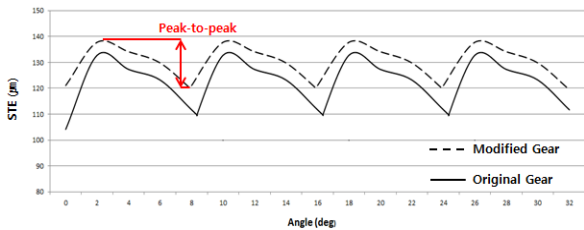
Fig. 9(a)는 피치원부터 이끝단까지 수정된 치형곡선을 나타내는데 기존의 인볼류트(involute) 치형곡선으로부터 이끝단에 10 $\mu\text{m}$ 의 팁릴리프(tip

**Table 5** STE analysis results of spur Gears

	Original	Modified
Mean	119.8 $\mu$ m	128.4 $\mu$ m
Peak-to-Peak	21.1 $\mu$ m	18.3 $\mu$ m



(a) Involute and modified tooth geometry



(b) STE analysis results

**Fig. 9** STE variation of spur gear

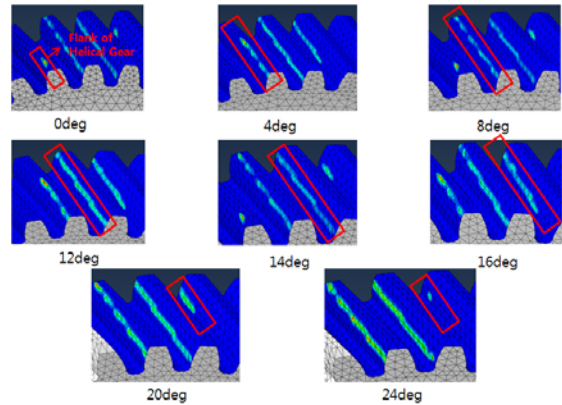
relief)를 주었다. Fig. 9(b)는 기존의 인볼류트 치형곡선과 수정된 치형곡선을 가진 스퍼어기어에 대한 정적전달오차 해석을 한 결과를 나타낸다. Fig. 9와 Table 5에서 기존 인볼류트 치형곡선과 수정된 치형곡선을 가진 스퍼어기어의 정적전달오차의 평균값은 119.8 $\mu$ m에서 128.4 $\mu$ m로 커지고 정적전달오차의 피크진폭(peak-to-peak)은 21.1 $\mu$ m에서 18.3 $\mu$ m로 작아지는 것을 알 수 있다. 베어링진동에 가장 큰 영향을 주는 기어 접촉가진력(gear meshing force)은 정적전달오차의 피크진폭에 비례하기 때문에 이와 같은 피크진폭의 크기 감소는 연속적으로 기어접촉력의 저감을 가져올 수 있을 것으로 판단된다.<sup>(2)</sup>

3.2 헬리컬기어의 정적전달오차 해석결과

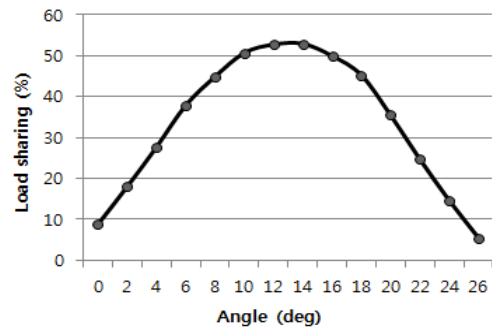
Fig. 10은 헬리컬기어의 각 롤각에 따른 위치에서의 해석 결과 및 접촉 패턴을 보여주고 있다. 헬리컬기어의 롤각을 계산한 결과 약 26°의 롤각이 계산되었으며 해석 패턴을 보면 0°에서 이 끝의 가장 오른쪽부터 물림이 시작되어 반대편이 끝단으로 물림이 이동한 후 이뿌리 근처로 접촉 지점이 내려오는 경향을 보여주고 있다.

**Table 6** Static analysis results of helical gear

Roll angle (Deg)	Contact Force (N)	Deflection ( $\mu$ m)	Tooth Stiffness (KN/mm)	Bending Stress (MPa)	The number of teeth contact
0	1150	61	18.8	750	4
2	2354	63.5	38.5	1053	3
4	3608	62.4	59.1	1154	3
6	4941	61.8	81	1216	3
8	5851	61.5	95.9	1229	4
10	6613	61.4	108.4	1230	3
12	6881	59.2	112.8	1194	3
14	6903	55.4	113.1	1130	3
16	6517	51.5	106.8	1083	4
18	5904	47	96.7	983	3
20	4624	41.5	75.8	893	3
22	3224	36.5	52.8	771	3
24	1914	31.3	31.3	596	3
26	720	25.3	11.8	272	3



**Fig. 10** Contact patterns for roll position



**Fig. 11** Load sharing of helical gear

Table 6은 헬리컬기어 정적전달오차 해석결과를 나타낸 표이다. 결과 값을 보면 물림이 발생하는 2~10°까지의 롤각에서 굽힘응력과 치침값이 가장 큰 경향을 나타내는 것을 볼 수 있으며 스퍼어기어와 동일하게 2° 위치에서 가장 큰 정적 전달오차가 나타나는 것을 볼 수 있다.

Fig. 11에서 스퍼어기어와는 다르게 헬리컬기어의 롤각에 따른 하중분담 분포는 전체적으로 중앙 부분이 크게 나타난다. 롤각에 따른 접촉하는 기어들의 각각의 접촉지점까지를 거리에 영향을

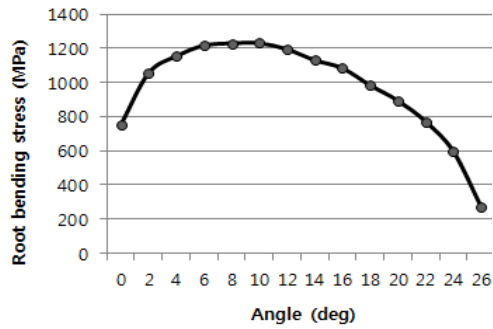


Fig. 12 Root bending stress of helical gear

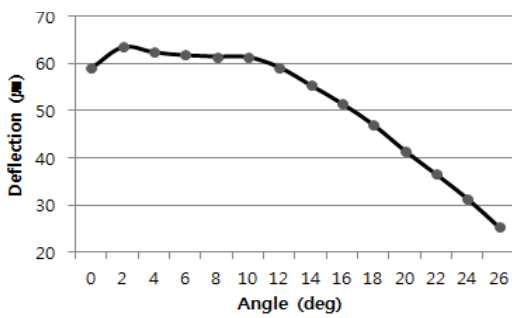


Fig. 13 Deflection of helical gear

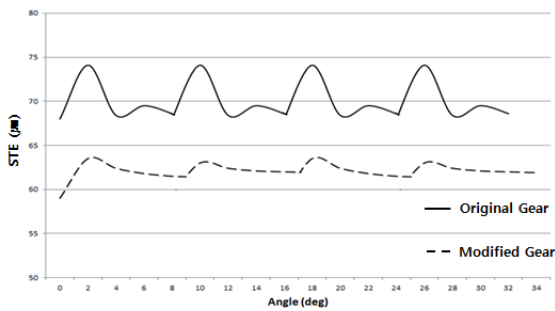


Fig. 14 STE Variation due to tooth modification

받아서 굽힘응력과 처짐은 룰각 2°~10° 위치 부분에서 가장 큰 레벨 값을 나타내는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 14는 헬리컬기어의 인볼류트 치형곡선을 가진 기어와 스퍼어기어와 동일하게 이끝단에 톱 킬리프를 가진 치형곡선을 가진 헬리컬기어의 정적전달오차 해석에 대한 결과이다. Table 7에서 헬리컬 기어 같은 경우 수정된 기어의 평균값과 피크진폭 값이 전체적으로 작아진 것을 확인할 수 있다. 따라서 헬리컬기어는 일반적인 인볼류트 곡선을 가진 기존 기어를 사용하는 것 보다 이와같은 치형 수정이 된 기어를 사용하는 것이 기어 접촉가진력 개선에 도움이 된다는 것을 이 결과를 통해 알 수 있다.

Table 7 STE results of helical gears

	Original	Modified
Mean	69.72 $\mu$ m	61.4 $\mu$ m
Peak-to-Peak	5.5 $\mu$ m	2.1 $\mu$ m

Table 8 DTE results of helical gears

	STE	DTE
Mean	61.4 $\mu$ m	127.6 $\mu$ m
Peak-to-Peak	2.1 $\mu$ m	9.5 $\mu$ m

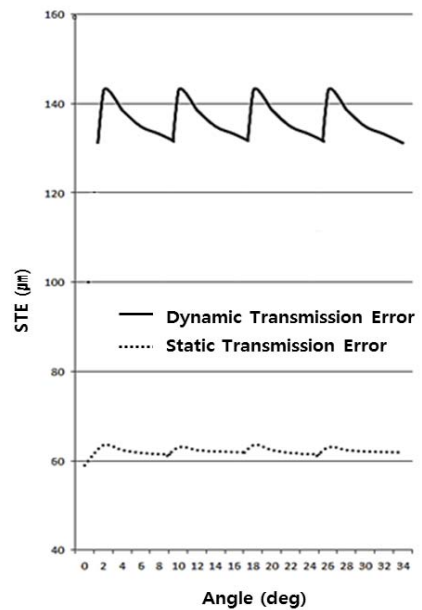


Fig. 15 DTE variation due to tooth modifications

### 3.3 헬리컬 기어의 동적전달오차 해석 결과

스퍼어기어와 헬리컬기어의 정적전달오차 해석을 수행하면서 적절한 치형곡선의 수정이 정적전달오차(STE) 개선에 도움이 된다는 것을 확인할 수 있었다. 하지만 치형곡선을 수정하게 될 경우 백래쉬를 크게 만드는 원인이 될 수 있다. 이러한 백래쉬는 기어의 순간적인 충격하중으로 인해 발생하는 동적전달오차(DTE)에 대한 영향을 분석하였다. 치형곡선이 수정되었을 경우 치면과 치면 사이에 생기는 백래쉬가 최대 86 $\mu$ m까지 간격이 생기게 되었고 기어의 중심에 500Nm의 토크를 부가하여 동적전달오차 해석을 진행하였다.

Fig. 15와 Table 8은 백래시로 인한 충격하중을 주었을 때 헬리컬기어의 DTE와 STE값을 비교한 그래프이다. 그래프에서 나타내는 바와 같이 DTE 값은 STE에 비교할때 평균진폭은 2배, 피크진폭은 4.5배 정도 증가한 레벨 값을 보여주고 있다.

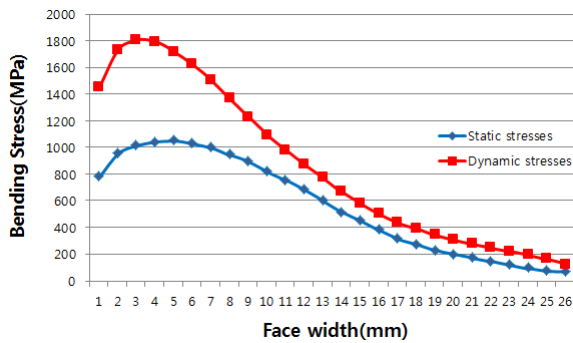


Fig. 16 Impact factor of static and dynamic stress

3.4 충격인자(Impact Factor)

Fig. 16은 기어의 순간적인 작동으로 인한 충격 강도를 알아보기 위해 정적해석과 동적해석으로부터 구한 굽힘응력 값을 이용하여 충격인자를 계산한 값이다. 정적해석을 통해 나온 최대 굽힘응력은 1053MPa, 동적해석을 통해 나온 최대 굽힘응력은 1807MPa으로 굽힘응력 측면에서 충격인자는 약 1.72의 해당하는 것을 알 수 있다. 접촉응력 측면에서 구한 충격인자 값은 1.35로 굽힘응력보다 작게 나타났다.

4. 결론

본 연구에서는 스퍼어기어와 헬리컬기어에 대한 정적해석 및 동적해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻게 되었다.

첫째로, 스퍼어기어와 헬리컬기어의 정적해석에서 물림율과 하중분담에 의해 발생하는 굽힘응력 및 정적처짐, 그리고 접촉력에 대한 분석을 수행하였다.

둘째로, 기어의 GTE에 따른 STE 변화 예측에서 스퍼어기어는 평균값은 상승하지만 피크진폭 값은 작아지고, 헬리컬기어는 평균값과 피크진폭 값이 모두 작아짐을 알 수 있다. 따라서 기어 치형의 적절한 설계에 의해 STE를 저감하는 설계가 가능함을 알 수 있었다.

셋째로, 헬리컬기어의 정적해석과 동적해석을 수행한 결과에서 굽힘응력의 충격인자는 1.72에 해당하는데 예측된 동적 굽힘응력과 정적 굽힘응력은 비교적 큰 차이를 가지는 것을 알 수 있다.

후 기

이 논문은 2015년 교육부와 한국연구재단의 지역혁신창의인력양성사업의 지원을 받아 수행된 연구(No.2016H1C1A1035919)이고, 2016년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 지역신산업선도인력양성사업 성과임.(No.2016H1D5A1910490)

참고문헌  
(References)

- (1) Akerblom, M., 2001, "Gear Noise and Vibration - Literature Survey," *Volvo Construction Equipment Components ABSE-631 85 Eskilstuna*.
- (2) Smith, J. D., 2003, *Gear Noise and Vibration*, CRC Press.
- (3) Park, J. I. and Cho, D. H., 2004, "The Prediction of the Dynamic Transmission Error for the Helical Gear System," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 28, No. 9, pp. 1359~1367.
- (4) Perret-Liaudet, J., Carbonelli, A., Rigaud, E. and Nelain, B., 2014, "Modeling of Gearbox Whining Noise," *SAE 2014-01-2090*.
- (5) Dassault Systems, 2013, *Abaqus Analysis User's Manual*.
- (6) Rameshkumar, M., Venkatesan, G. and Sivakumar, P., 2010, "Finite Element Analysis of High Contact Ratio Gear," *AGMA Technical Paper 10FTM06*.
- (7) Hwang, C. H., Lee, J. H., Lee, D. H., Han, S. H. and Lee, K. H., 2013, "Contact Stress Analysis for a Pair of Mating Gears," *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 57, pp. 40~49.
- (8) Ramana, V. and Penumatsa, R., 2013, "Study of Impact Loading on Helical Gears using Finite Element Analysis," *SAE 2013-01-1773*.