

# 사봉형 스펙트럼을 이용한 라이저 피로해석 연구

김상우·이승재<sup>†</sup>·최솔미  
한국해양대학교 조선해양시스템공학부

## A Study on the Riser Fatigue Analysis Using a Quarter-modal Spectrum

Sang Woo Kim·Seung Jae Lee<sup>†</sup>·Sol Mi Choi

Division of Naval Architecture and Ocean Systems Engineering, Korea Maritime and Ocean University, Busan, Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Oil and gas production riser systems need to be designed considering a wide band quarter-modal analysis which contains low-, wave-, VIV(Vortex induced vibration) frequencies. The VIV can be separated into cross-flow(CF) and in-line(IL) components. In this study, the various idealized tri- and quarter-modal spectra are suggested to analyze fatigue damage on the production riser system. In order to evaluate the fatigue damage increment caused by the IL's motion, tri- and quarter-modal spectral fatigue damages are calculated in time domain. And the fatigue damage calculated from two different modal spectra are compared quantitatively. Then the suitability of existent wide band fatigue damage models for quarter modal spectrum was evaluated by comparison of frequency domain calculation and time domain calculation. The result show that although spectral density of IL motion is not remarkable in quantity, the effect on the fatigue damage is significant and existent fatigue damage models are not adequately estimating damage by quarter-modal spectra.

**Keywords** : Quarter-modal spectrum(사봉형 스펙트럼), Vortex-induced vibration(VIV, 와류유기진동), Wide band loading(광대역 하중), Fatigue damage model(피로손상모델), Rain-flow counting method(레인플로우집계법)

## 1. 서론

부유식 원유생산 및 저장설비(Floating Production Storage and Offloading, FPSO)에 생산용 라이저(riser) 시스템은 다양한 동적 하중을 받는다. 동적 하중은 계류된 선박에 저주파수 표류력이 작용하였을 때 발생하는 저주파수 선박 운동, 1차 파랑 강제력으로 발생하는 중주파수 선박 운동 그리고 고주파수 와류유기진동응답으로 구성되어 있다. 와류유기진동은 유체의 흐름 속에 놓인 물체의 뒤쪽 좌우로 유체의 점성에 의해 와류(vortex)가 교대로 생성되고 떨어지면서 발생하는 진동을 말하는데 유체의 흐름에 수직 방향으로 발생하는 진동인 횡방향 진동과, 유체의 흐름 방향으로 발생하는 진동인 종방향 진동으로 나뉜다. 종방향 진동의 진폭은 보통 횡방향 진동의 진폭의 10~15%로 상대적으로 작다. 이러한 특성 때문에 해양플랜트 설계 단계에서는 횡방향 진동만 설계에 반영해왔다(DNV, 2010).

하지만 최근 라이저 실험 연구결과를 통해 종방향 진동으로 유발되는 손상도는 횡방향 진동에 상응하기 때문에 고려해야 한다는 점이 밝혀졌다(Kim, et al., 2016; Baarholm, et al., 2006;

Trim, et al., 2005). 특히 라이저의 해저접촉영역(touchdown zone) 부근에서는 횡방향 진동과 종방향 진동의 라이저의 손상도에 대한 기여도가 거의 같아짐이 수치 해석을 통하여 확인되었다(Wang, et al., 2015). 이러한 현상의 원인은 종방향 진동의 운동주파수가 횡방향 진동의 운동주파수의 2배인 고주파수에서 발생하기 때문이다. 결과적으로 종방향 진동으로 인해 발생하는 라이저의 응력의 범위는 좁지만, 발생 빈도수가 높으므로 이로 인해 피로 수명에 어떠한 영향이 미치는지를 고려하여 설계에 반영할 필요가 있다.

통상적인 구조하중에 대한 피로손상평가기법은 시간영역 피로 해석법과 주파수영역 피로해석법으로 나뉜다. 시간영역 피로해석법에서는 시간에 따라 측정되는 라이저의 응력을 레인플로우집계법(Matsuishi & Endo, 1968)를 이용하여 응력 범위와 사이클을 집계한 뒤 재료의 피로 실험을 통해 결정된 S-N 선도를 통해 집계된 응력 범위에 해당하는 최대 파단 사이클 수를 계산한다. 그리고 실제 집계된 사이클 수와 최대 파단 사이클 수의 비를 발생한 응력 범위에 대해 전부 계산하여 더하는 선형 누적법(Miner, 1945)을 통해 피로손상도를 계산하는 방법이다(DNV, 2010). 시간영역 피로해석 방법은 피로손상평가 시 가장 정확한

방법으로 간주 되지만, 신뢰성 높은 피로 수명의 예측을 위해서는 충분히 긴 시간 동안의 라이저의 응력응답이력이 필요하다. 이 때문에 많은 시간과 비용이 소모되는 단점이 있다.

주파수영역 피로해석법은 구조물에 작용하는 라이저의 응력의 파워스펙트럼밀도(Power Spectral Density, PSD)를 응력 전달함수(transfer function)로부터 계산한 뒤 스펙트럼 모멘트를 계산한다. 그리고 스펙트럼 모멘트와 S-N 선도의 재료 특성치를 고려하여 유도된 피로손상 모델에 계산된 결과 값을 넣어 피로손상도를 계산한다. 피로손상 모델은 시간영역에서 레인플로우집계법을 이용해 구해진 응력 범위의 분포를 근사하는 방법이다. 주파수영역 피로해석법은 시간영역 피로해석법보다 계산이 빠르지만 사용된 피로손상모델이 해석하고자 하는 대상 시스템에 적절해 아만 정확한 결과를 얻을 수 있다.

라이저의 응력응답스펙트럼은 여러 개의 협대역 스펙트럼으로 구성된 광대역 스펙트럼이다. 광대역 스펙트럼을 대상으로 개발된 피로손상 모델들은 개발 방법에 따라 분류할 수 있고 대표적인 방법에는 확률밀도조합방법과 수정계수법이 있다. 확률밀도 조합방법은 응력 범위 분포를 여러 함수의 조합으로 근사하는 방법이다. 광대역 스펙트럼을 대상으로 개발된 확률밀도 조합방법 피로손상 모델에는 Dirlik 모델 (Dirlik, 1985), Park et al. 모델 (Park, et al., 2014) 등이 있다. 수정계수법은 협대역 스펙트럼의 피로손상도를 결정하는 Rayleigh방법 (Bendat, 1964)에 수정계수를 곱하여 광대역 스펙트럼의 피로손상도를 평가하는 방법이다. 이 방법에는 Wirsching and light 모델 (Wirsching & light, 1980), Jiao-Moan 모델 (Jiao & Moan, 1990), Benasciutti-Tovo 모델 (Benasciutti & Tovo, 2005) 등이 있다. 기존의 연구들에서는 광대역 스펙트럼을 연속형 스펙트럼 또는 이봉형, 삼봉형 스펙트럼으로 고려하여 피로손상 모델들의 적절성을 검증해왔다. 하지만 본 연구에서는 라이저의 응력응답스펙트럼을 광대역 사봉형 스펙트럼으로 가정하기 때문에 기존의 피로손상모델들이 라이저의 피로해석에 적절한지 판단할 필요가 있다.

본 연구에서는 부유식 원유생산 및 저장설비에 설치된 라이저 시스템의 응력 응답 특성을 이상화된 응력 응답 스펙트럼으로 표현하였다. 기존의 연구에서는 라이저의 응력 응답 스펙트럼을 선박의 저주파수 운동, 파랑주파수 운동 그리고 와류유기진동의 횡방향 진동까지 고려한 삼봉형 스펙트럼으로 가정해왔지만, 본 논문에서는 와류유기진동의 종방향 진동까지 고려된 사봉형 스펙트럼으로 가정하였다. 그리고, 종방향 진동응답에 의한 피로손상도를 증가를 평가하기 위해서 이상화된 삼봉형, 사봉형 스펙트럼들을 제시하고, 제시된 삼봉형과 사봉형 스펙트럼들로부터 시간영역 피로해석법을 이용하여 피로손상 결과를 계산한 뒤, 비교하였다. 또한, 광대역 사봉형 스펙트럼의 피로손상 결과를 피로손상 모델들을 이용한 주파수영역 피로해석법과 시간영역 피로해석법을 통해 계산한 뒤 비교하여 기존의 광대역 피로손상 계산을 위해 제안했던 피로손상 모델들의 적절성을 평가하였다.

## 2. 광대역 스펙트럼의 형상

본 연구에서 사용한 이상화된 광대역 사봉형 응력응답스펙트

럼의 도식적인 형상은 Fig.1과 같이 4개의 협대역 스펙트럼으로 구성된 광대역 스펙트럼이다. 첫 번째 모드 피크(mode peak)는 선박의 저주파수 운동, 두 번째 모드 피크는 선박의 파랑주파수 운동, 세 번째 모드 피크는 와류유기진동의 횡방향 진동, 그리고 네 번째 모드 피크는 와류유기진동의 종방향 진동을 의미한다. 사봉형 스펙트럼을 구성하는 각 4개의 모드 피크들은 충분한 협대역 스펙트럼으로 나타내기 위해서 각각 폭을 0.2rad/s로 설정하였다. 또한 스펙트럼의 위치나 상대적 크기에 따른 피로해석 결과를 파악하는 것이 연구의 목적이므로 스펙트럼은 사각형 스펙트럼으로 이상화하였다. 또한, 모드 피크의 위치는 각 운동 특성을 고려하여 선정하였다. 여기서  $\omega_{LF}$ ,  $\omega_{WF}$ ,  $\omega_{CF}$ ,  $\omega_{IL}$ 는 각각 모드 피크들의 위치를 의미한다.  $\omega_{LF}$ 는 충분히 낮은 값인 0.15 rad/s를 사용하였으며,  $\omega_{WF}$ 는 다양한 파랑 주파수를 고려하기 위하여 0.5~1.1 rad/s의 값을 사용하였다.  $\omega_{CF}$ 는 와류유기진동 실험결과 (Chen & Kim, 2010)를 근거로 발생주파수를 2.1~10.1rad/s의 값을 사용하였다. 종방향 진동의 운동 주파수는 횡방향 진동의 2배에서 발생하므로 (Kim, et al., 2016),  $\omega_{IL}$ 은  $\omega_{CF}$ 의 2배의 값을 가진다. 사용된 변수들 값은 Table 1에 정리하였다.

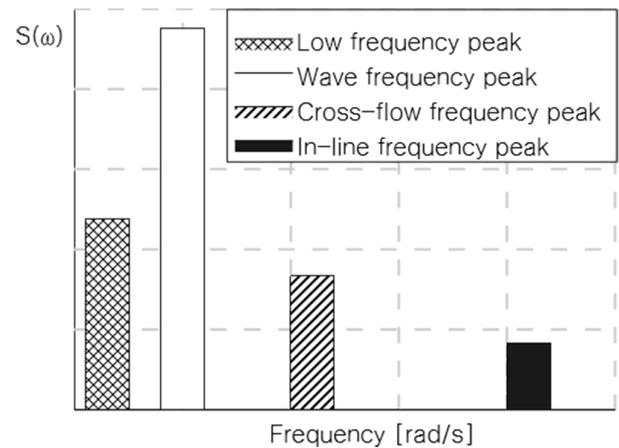


Fig. 1 Schematic of a quarter-modal spectrum

Table 1 Location of peaks

Location parameters	Frequency [rad/s]
$\omega_{LF}$	0.15
$\omega_{WF}$	0.5, 0.8, 1.1
$\omega_{CF}$	2.1, 6.1, 10.1
$\omega_{IL}$	$\omega_{CF} * 2.0$

스펙트럼의 총면적  $A_T$ 는 식 (1)과 같이 각 모드 피크들의 면적의 합으로 표현된다. 스펙트럼밀도의 값은 삼봉형 스펙트럼밀도 공식 (Park & Chang, 2015)에 종방향 진동 모드 피크 변수를 추가하여 식 (2) ~ (8)와 같이 사봉형 스펙트럼 공식으로 표현한 뒤 각 모드 피크의 스펙트럼 밀도 값을 계산하였다. 여기서 각 모드 피크의 스펙트럼 밀도의 값들은 면적을 스펙트럼 폭으로 나누어 주어 계산하였다.

$$A_T = A_{LF} + A_{WF} + A_{CF} + A_{IL} \quad (1)$$

$$R_{LF} = \frac{A_{LF}}{A_{LF}} \quad (2)$$

$$R_{WF} = \frac{A_{WF}}{A_{LF}} \quad (3)$$

$$R_{CF} = \frac{A_{CF}}{A_{LF}} \quad (4)$$

$$S_{LF} = \frac{A_{LF}}{0.2} = \frac{A_T R_{LF}}{0.2(R_{LF} + R_{WF} + R_{CF} + R_{IL})} \quad (5)$$

$$S_{WF} = \frac{A_{WF}}{0.2} = \frac{A_T R_{WF}}{0.2(R_{LF} + R_{WF} + R_{CF} + R_{IL})} \quad (6)$$

$$S_{CF} = \frac{A_{CF}}{0.2} = \frac{A_T R_{CF}}{0.2(R_{LF} + R_{WF} + R_{CF} + R_{IL})} \quad (7)$$

$$S_{IL} = \frac{A_{IL}}{0.2} = \frac{A_T R_{IL}}{0.2(R_{LF} + R_{WF} + R_{CF} + R_{IL})} \quad (8)$$

면적변수  $R_{WF}$ ,  $R_{CF}$ , 그리고  $R_{IL}$ 은 첫 번째 모드 피크 스펙트럼 면적에 대한 해당 모드 피크들의 면적 비율을 나타내는 변수로써, 각 모드 피크의 스펙트럼 밀도 값을 결정해주는 변수들이다. 면적변수들의 값은 삼봉형 스펙트럼을 이용한 피로해석 선행연구에서 제시된 값들을 사용하였으며 (Park, et al., 2015) 그 값들은 Table 2에 정리 하였다.

Table 2 Spectral density parameters of peaks

	Type I (Tri-modal)	Type II (Quarter-modal)	Type III (Quarter-modal)
$A_T$	1,000	1,000+ $\alpha$	1,000
$R_{WF}$		$10^{-0.8}$ , $10^0$ , $10^{0.8}$	
$R_{CF}$		$10^{-0.8}$ , $10^0$ , $10^{0.8}$	
$S_{IL}$	0 ( $R_{IL} = 0$ )	$S_{CF} / 15$ ( $R_{IL} = 0$ )	Eq. (8) ( $R_{IL} = R_{CF} / 15$ )

통계적 분석을 위해 스펙트럼의 면적은 총 3가지의 정규화 된 값을 사용하였다. Type I 은 면적이 1,000인 삼봉형 스펙트럼으로 종방향 진동의 모드 피크를 포함하지 않았으며, Type II는 Type I 의 삼봉형 스펙트럼에 종방향 진동의 모드 피크를 추가하여 만든 사봉형 스펙트럼이다. Type I 과 동일한 삼봉형 스펙트럼을 생성하기 위해서  $R_{IL}$ 를 0으로 설정하였다. 식 (8)에 의해  $R_{IL}$

이 0일 때,  $S_{IL}$ 은 0이 되기 때문에  $S_{IL}$ 은  $S_{CF}$ 의 15분의 1값을 인위적으로 사용하였다. 15분의 1값은 실험에서 종방향 진동응답이 횡방향 진동응답에 비해 매우 작다는 사실 (Kim, et al., 2016)을 고려하여 설정하였다. 스펙트럼의 면적은  $1,000+\alpha$ 이며, 이때  $\alpha$ 는 종방향 진동의 추가로 인한 면적 증가량이다. 지금까지 고려되지 않았던 종방향 진동 현상을 고려하는 것이기 때문에 삼봉형 스펙트럼에 추가되는 종방향 진동의 모드 피크 면적  $\alpha$ 를 Type II에서 고려하는 것이 합리적인 방법이라고 판단된다. Type I 과 Type II의 피로손상도 비교는 종방향 진동의 고려 여부에 따른 라이저 시스템의 피로손상 증가도를 평가 하는 것이 목적이다.  $\alpha$ 는 스펙트럼마다 다른 값을 가지며 식 (6)으로 정의된다.

$$\alpha = \frac{S_{CF} * 0.2}{15} \quad (9)$$

Type I 과 Type II에서는 종방향 진동의 모드 피크의 유무에 따른 라이저 시스템의 피로를 비교하였고, 사봉형 스펙트럼에 기존의 광대역 피로손상 모델들의 적합도를 평가하기 위해 면적이 1,000인 사봉형 스펙트럼 Type III를 추가하였다. 피로해석 모델들의 피로도 비교 시 사용되는 스펙트럼의 면적은 항상 같은 값 즉 응답스펙트럼 에너지는 동일한 값을 사용하였는데, 이는 스펙트럼의 형상의 변화에 따른 피로손상 모델들의 종류에 따른 정확도만을 확인하기 위함이다 (Benasciutti & Tovo, 2005). 최종적으로 고려된 스펙트럼은 3가지 Type, 9가지 모드 피크들의 위치, 그리고 모드 피크들의 9가지 면적비율이 조합된 총 243가지이며 이들을 본 연구에서 사용하였다.

### 3. 시계열 생성 및 시간영역

#### 3.1 시계열 데이터 생성 및 시간 증분의 크기

이상화된 스펙트럼에 대한 시간영역 피로손상도를 계산하기 위해서는 스펙트럼으로부터 시계열을 생성하는 과정이 필요한데 이를 위해 식 (7) ~ (9)와 같이 푸리에역변환(inverse fourier transform)을 사용하였다.

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2S(\omega_n)} \Delta\omega \cos(\omega_n t + \theta_n) \quad (10)$$

$$\Delta\omega = \omega_n - \omega_{n-1} \quad (11)$$

$$\omega_n = \frac{\omega_n + \omega_{n-1}}{2} \quad (12)$$

여기서, 각 계수들은

$S(\omega_n)$  : n번째 주파수의 스펙트럼밀도

$\Delta\omega$  : 주파수증분

$\overline{\omega}_n$  : n번째 평균주파수  
 $\theta_n$  : n번째 무작위 위상각

하나의 스펙트럼으로부터 총 3시간 길이의 시계열을 생성하였으며, 주파수 증분의 크기는 시뮬레이션 시간 동안의 파의 반복성이 나타나지 않도록 충분히 작은 0.00025 rad/s를 등간격으로 사용하였다. 설정된 최대 주파수는 20.5 rad/s이며, 최대주파수와 등분 통해 계산된 주파수 성분의 개수는 82,000개이다. 시간 증분의 크기 dt는 스펙트럼의 최소주기와 시간 증분의 비율을 0.08로 설정하고 식 (10)와 같이 계산하여 0.024 s로 결정된다 (Park, et al., 2011).

$$dt = \frac{0.08 * 2\pi}{20.5 \text{rad/s}} = 0.024 \text{s} \quad (13)$$

### 3.2 시간영역 피로도 계산

통계적 특성 즉, 정상성(stationary)과 에르고드성(ergodic)을 만족하는 피로손상도를 얻기 위해서는 충분한 길이의 시계열을 사용하여 피로해석을 수행 해야한다. Dirlik(1985)이 제안한 방법을 사용하여 식 (11)와 같이 총 60시간의 시계열을 생성하여 피로손상도를 계산하였다.

$$D_T = \sum_{i=1}^{20} D_i \{Q_i(n)\} \quad (14)$$

여기서 계수들은,  
 $D_T$  : 60시간 시계열의 총 피로손상값  
 $D_i$  : 3시간 시계열의 피로손상 값  
 $Q_i(n)$  : i번째 시계열생성에 사용된 무작위 위상각 세트  
 $n$  : 주파수 성분의 개수(= 82,000)

## 4. 확률과정 특성치 및 피로손상 모델

### 4.1 스펙트럼 모멘트와 밴드폭 변수

무작위 확률 과정  $\{X(t)\}$ 에 대한 파워스펙트럼밀도의 주파수영역의 스펙트럼 분포는 다음과 같은 m차 스펙트럼 모멘트로 나타내진다. 여기서  $G_{XX}$ 는 한쪽 스펙트럼을 의미한다.

$$m_n = \int_0^\infty \omega^n G_{XX}(\omega) d\omega \quad (15)$$

또한 주어진 스펙트럼의 형상과 기하학적 주파수 분포 특성을 파악하기 위해서 스펙트럼 모멘트의 함수인 밴드폭 변수를 사용하며 이 중 가장 많이 쓰이는 형태인  $\alpha_1, \alpha_2$ 는 다음과 같이 정의

된다.  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 는 0에서 1사이 값을 가지는데 변수들의 값이 1에 가까울수록 스펙트럼은 협대역 스펙트럼에 가깝고, 값이 0에 가까우면 스펙트럼은 광대역 스펙트럼에 가깝다.

$$\alpha_1 = \frac{m_1}{\sqrt{m_0 m_2}}, \alpha_2 = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}} \quad (16)$$

가우시안(Gaussian)과정에서는 단위 시간당 피크의 빈도수인 피크주파수(peak frequency)  $\nu_p$ 와 단위 시간당 영점 교차의 빈도수인 영점상교차주파수(zero up-crossing frequency)  $\nu_0^+$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\nu_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_4}{m_2}}, \nu_0^+ = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (17)$$

### 4.2 Dirlik 모델

Dirlik 모델은 레인플로우집계법을 이용하여 집계된 응력 범위의 분포를 한 개의 지수함수와 두 개의 레일리(Rayleigh)확률분포 함수를 조합하여 근사한 방정식이다 (Dirlik, 1985). 방정식을 유도하기 위해  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 를 주요변수로 하여 수행한 수치해석 결과값들의 적합화를 통해 얻어진 방정식이다. 모델은 협대역 뿐만 아니라 광대역 스펙트럼에 대해서도 안정적인 피로손상값을 도출한다. Dirlik 모델을 통해 피로손상도를 계산하면 식 (15)와 같다.

$$D_{Dirlik} = \frac{T_d \nu_p}{C} (2\sqrt{m_0})^m \left[ D_1 Q^m \Gamma(1+m) + (\sqrt{2})^m \Gamma(1 + \frac{m}{2}) \right] \left[ (D_2 |R|^m + D_3) \right] \quad (18)$$

여기서 각 계수들은 다음과 같다.

$$D_1 = \frac{2(x_m - \alpha_2^2)}{1 + \alpha_2^2}$$

$$D_2 = \frac{1 - \alpha_2 - D_1 + D_1^2}{1 - R}$$

$$D_3 = 1 - D_1 - D_2$$

$$Q = \frac{1.25(\alpha_2 - D_3 - (D_2 R))}{D_1}$$

$$x_m = \frac{m_1}{m_0} \left( \frac{m_2}{m_4} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$R = \frac{\alpha_2 - x_m - D_1^2}{1 - \alpha_2 - D_1 + D_1^2}$$

### 4.3 Benasciutti-Tovo 모델

Benasciutti-Tovo 모델은 레인플로우집계법을 이용하여 계산

된 피로손상도  $D_{RFC}$ 는 범위 집계 방법(range counting)을 이용해 결정한 식 (16)의  $D_{RC}$  (Madsen et al., 1986)과 식 (17)의 협대역 스펙트럼 손상도  $D_{NB}$  (Bandat, 1964)의 사이값 임을 이용해 유도된 모델이다 (Benasciutti & Tovo, 2005). 3개의 손상도는 식 (18)과 같은 관계에 있으며, 상한과 하한 손상도에 식 (19)의 가중치  $b_{BT}$ 를 조절하여 광대역에서의 피로손상도가 결정된다.

$$D_{RC} \cong \frac{\nu_p}{C} (\sqrt{2m_0} \alpha_2)^m \Gamma(1 + \frac{m}{2}) = D_{NB} \alpha_2^{m-1} \quad (19)$$

$$D_{NB} = \frac{\nu_0^+}{C} (2\sqrt{2\lambda_0})^m \Gamma(1 + \frac{m}{2}) \quad (20)$$

$$D_{RC} \leq D_{RFC} \leq D_{NB} \quad (21)$$

$$b_{BT} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) \left[ \frac{1.112(1 + \alpha_1\alpha_2 - (\alpha_1 + \alpha_2))}{e^{2.11\alpha_2} + (\alpha_1 - \alpha_2)} \right]}{(\alpha_2 - 1)^2} \quad (22)$$

범위 집계법의 손상도  $D_{RC}$ 와 협대역 스펙트럼 손상도  $D_{NB}$ 의 관계를 통해 유도된 피로손상도는 식 (20)와 같다.

$$D_{BT} = b_{BT}D_{NB} + (1 - b_{BT})D_{RC} = [b_{BT} + (1 - b_{BT})\alpha_2^{m-1}]D_{NB} \quad (23)$$

#### 4.4 Park, et al. 모델

Park, et al. 모델은 반쪽 가우시안확률밀도함수와 2개의 레일 리확률 밀도함수를 통해 응력 범위 분포를 근사한 모델이다 (Park, et al., 2014). 여러 종류의 밴드폭 변수를 확률밀도함수의 독립변수로 설정하였으며 광대역 스펙트럼에 대한 합리적인 피로손상값을 유도한다. Park, et al. 모델로부터 계산되는 피로 손상도는 식 (21)과 같다.

$$D_{JB} = \frac{T_d \nu_p}{C} (2\sqrt{2m_0})^m \left[ \frac{c_1}{\sqrt{\pi}} \sigma_{Gau}^m \Gamma(\frac{m+1}{2}) + c_2 \sigma_{Ray}^m \Gamma(1 + \frac{m}{2}) + c_3 \Gamma(1 + \frac{m}{2}) \right] \quad (24)$$

여기서 계수들은

$$\alpha_2 > \frac{C_{MRR(2)} + \sqrt{C_{MRR(2)}^2 + 4(C_{MRR(2)} - C_{MRR(3)})}}{2}, C_{MRR(2)} > C_{MRR(3)}, \alpha_2 < \frac{C_{MRR(3)}}{C_{MRR(2)}}$$

$$\alpha_2 < \frac{C_{MRR(2)} - \sqrt{C_{MRR(2)}^2 + 4(C_{MRR(2)} - C_{MRR(3)})}}{2}$$

$$, C_{MRR(2)} > C_{MRR(3)}, \alpha_2 < \frac{C_{MRR(3)}}{C_{MRR(2)}}$$

위의 조건들을 만족할 때,

$$c_1 = 1 - c_2 - c_3$$

$$c_2 = \frac{C_{MRR(2)} - C_{MRR(3)}}{\sigma_{Ray}^2 (1 - \sigma_{Ray})}$$

$$c_3 = \frac{-\sigma_{Ray} C_{MRR(2)} + C_{MRR(3)}}{(1 - \sigma_{Ray})}$$

$$\sigma_{Gau} = \frac{1}{V_1 c_1} (C_{MRR(1)} - c_2 \sigma_{Ray} - c_3)$$

$$\sigma_{Ray} = \alpha_2$$

나머지 조건에서 계수는,

$$c_1 = 1 - c_3$$

$$c_2 = 0$$

$$c_3 = C_{MRR(3)}$$

$$\sigma_{Gau} = \frac{1}{V_1 c_1} (C_{MRR(1)} - c_3)$$

$$\sigma_{Ray} = \alpha_2$$

공통계수는 다음과 같다.

$$C_{MRR(1)} = \alpha_2$$

$$C_{MRR(2)} = \alpha_{0.95} \alpha_{1.97}$$

$$C_{MRR(3)} = \alpha_{0.54} \alpha_{0.93} \alpha_{1.95}$$

## 5. 수치해석 결과

### 5.1 심봉형, 사봉형 스펙트럼의 피로손상도 비교

종방향 진동에 의한 전체 시스템의 피로손상 증가도를 평가하고자 Type I과 Type II의 스펙트럼들을 이용하였다. 피로손상도 계산은 정도 높은 시간영역 피로평가기법을 사용하였다. 생성된 시계열로부터 응력 범위를 집계할 때 사용한 레인플로우집계법의 알고리즘은 3-points 알고리즘 (ASTM, 1985)을 사용하였다. S-N 선도의 기울기  $m$ 은 3인 경우와 5인 경우를 고려하였으며, 본 연구는 삼봉형 스펙트럼과 사봉형 스펙트럼의 형태에 따른 피로손상도 비교 연구이므로 재료 상수는 1로 정하였다. Type II로부터 생성된 스펙트럼의 피로 결과값을 Type I으로 부터 생성된 스펙트럼의 피로 결과값으로 나누어 Fig.2와 같이 나타냈다. Type II의 스펙트럼의 횡방향 진동 모드 피크와 종방향 진동 모드 피크의 크기는 모두 다르므로 각 경우의 피로도는 모두 다르며 스펙트럼의 면적도 Type II가 Type I에 비해 크기 때문에

Type II 스펙트럼의 피로손상도가 더 크리라 예측할 수 있고 이는 Fig. 2에서 모든 결과 값들이 1보다 크다는 사실을 통해 알 수 있다. Type II의 종방향 진동 모드 피크의 면적은 횡방향 진동보다 1/15 정도로 작으나 종방향 진동으로 인해 증가한 피로도 증가도는 그렇지 않은 경우의 10~30% 정도임을 알 수 있다.

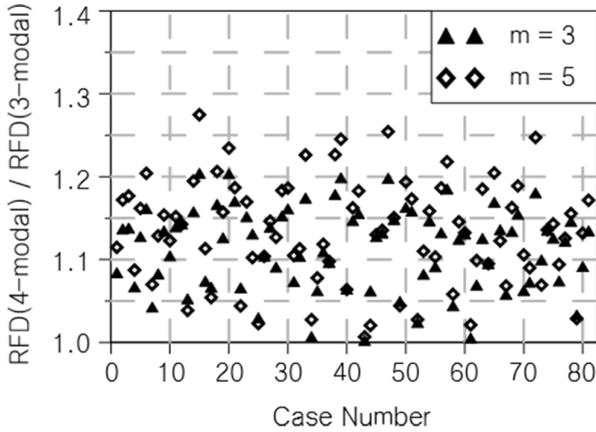


Fig. 2 Comparison of quarter- and tri-modal spectra fatigue damages using the time domain method

### 5.2 피로손상 모델 비교 분석

현재까지 나와 있는 피로손상모델들이 광대역 사봉형 스펙트럼에 대한 피로해석 적합도를 평가하기 위해 Benasciutti-Tovo 모델, Dirlik 모델, 그리고 Park, et al. 모델을 사용하여 피로손상도를 계산하였다. 이 세 모델들은 삼봉형 스펙트럼에 대한 피로해석의 적합한 모델로 판명된바 있는 모델들이다 (Park & Jeong, 2014). 사용한 사봉형 스펙트럼은 Table 2의 Type III와 같은 형태이다. 제시된 스펙트럼을 시간영역 피로해석법을 사용하여 계산한 손상도를 기준 손상도로 설정하였으며 각 피로손상 모델로 계산한 손상도 값을 기준 손상도로 나누어 주었다. 이 값이 1에 가까울수록 사용된 모델의 신뢰도가 높다고 할 수 있다. 계산된 결과는 식 (22)과 같은 Vanmarcke 밴드 폭 매개변수 (Vanmarcke, 1972)에 따라 나타났다.

$$q = \sqrt{1 - \frac{m_1^2}{m_0 m_2}} \quad (25)$$

Vanmarcke 밴드 폭 매개변수는 스펙트럼의 광대역성과 협대역성을 정량적으로 나타내는 변수로 그 값이 0에 가까울수록 협대역 스펙트럼이며, 1에 가까울수록 광대역 스펙트럼이라고 할 수 있다. 피로손상평가에 사용한 S-N 선도의 기울기 m의 값이 3과 5인 두 경우에 대하여 평가하였으며 계산 결과는 Fig. 3에 나타났다. 계산된 결과에 의하면 m이 3인 (a)의 경우, 세 모델 모두 1로부터 편차가 발생한 것을 확인할 수 있었다. 특히, Benasciutti-Tovo 모델과 Park, et al. 모델의 경우 Vanmarcke

밴드 폭 매개변수 값이 큰 영역에서 편차가 크게 나타났으며, Dirlik 모델은 상대적으로 편차가 작았다. m이 5인 (b)의 경우 편차가 더욱 더 커져서 사용된 피로손상모델이 사봉형 스펙트럼에 대한 피로손상도가 적절히 평가되지 않는다는 것을 알 수 있었다. 이를 통해 라이저 설계 시 종방향 진동이 고려되면 새로운 피로손상모델이 필요함을 알 수 있다.

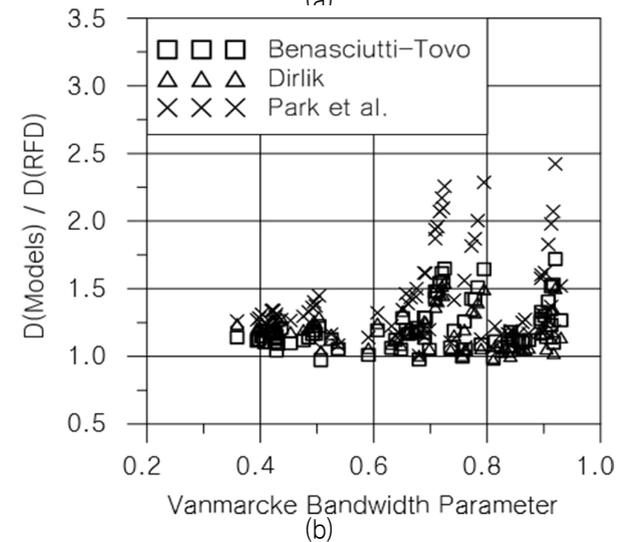
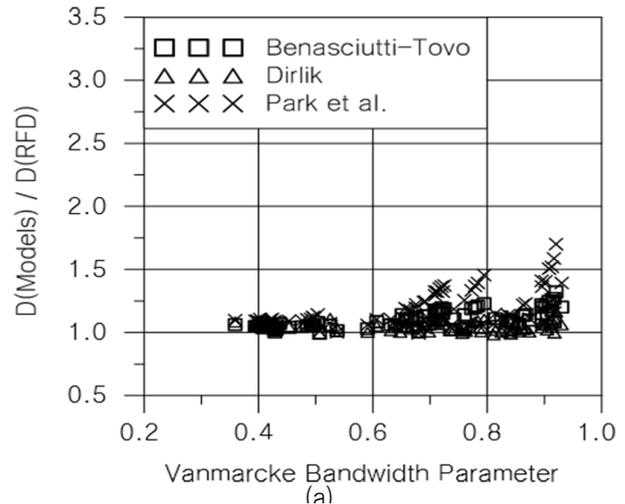


Fig. 3 Result of fatigue damages comparison for quarter-modal spectra ((a) m=3, (b) m=5)

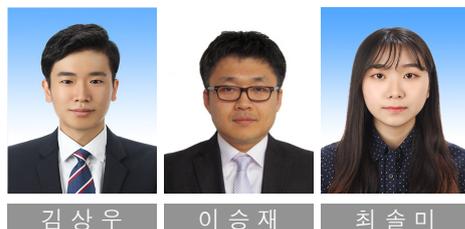
## 6. 결론

본 연구에서는 라이저의 피로손상평가 시 선박의 저주파수, 파랑주파수 운동과 와류유기진동의 횡방향 진동뿐만 아니라 기존에는 고려되지 않았던 종방향 진동 현상까지 고려하였다. 라이저의 응답스펙트럼을 광대역 사봉형 스펙트럼으로 가정하여 피로해석 연구를 진행하였다. 또한, 환경 외력을 고려하여 다양한 형태의 이상화된 라이저 응력응답스펙트럼을 제시하였으며, 종방향 진동의 고려 여부에 따른 라이저 시스템의 피로손상 증가 정도를 확인하기 위해 이상화된 삼봉형 스펙트럼과 사봉형 스펙트럼의 피로손상도를 시간영역 피로해석 기법으로 계산하여 비교

하였다. 이를 통해 종방향 진동 현상을 고려함으로써 증가하는 전체 시스템의 피로손상도는 S-N 선도의 기울기에 따라 10~30% 정도의 차이를 보였다. 또한, 광대역 스펙트럼의 피로 손상 해석에 사용되는 피로손상모델들을 소개하였다. 주파수영역 피로평가방법과 시간영역 피로평가방법을 적용하여 피로손상 결과를 계산하고 두 값을 비교하여 소개된 피로손상모델의 적합성을 평가하였다. 연구결과에 의하면 광대역 사봉형 스펙트럼에서는 기존의 피로손상모델들이 적합하지 않으며 S-N 선도의 기울기에 민감하다는 사실을 알 수 있었다. 본 연구의 결과를 토대로 추후 광대역 사봉형 스펙트럼에 대해 적절한 피로손상모델을 개발하는 연구를 수행할 계획이며, 라이저의 설계 기법에 반영할 수 있을 것으로 생각된다.

## References

- ASTM E 1049-85, 1985. Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis. *American Society for Testing and Materials International*.
- Baarholm, G.S. Larsen, C.M. & Lie, H., 2006. On Fatigue Damage Accumulation from In-line and Cross-flow Vortex-induced Vibrations on Risers. *Journal of Fluids and Structures*, 22, pp.109-127.
- Benasciutti, D. & Tovo, R., 2005. Spectral Methods for Life Time Prediction under Wide-band Stationary Random Processes. *International Journal of fatigue*, 27(8), pp.867-877.
- Bendat, J.S., 1964. Probability Functions for Random Responses: Prediction for Peaks, Fatigue damage, and Catastrophic Failures. *National Aeronautics and Space Administration* report on contract NAS-5-4590, USA.
- Chen, Z.S. & Kim, W.J., 2010. Numerical Investigation of Vortex Shedding and Vortex-Induced Vibration for Flexible Riser Models. *Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2, pp.112-118.
- Dirlik, T., 1985. *Application of computers in fatigue*. Ph.D Thesis. University of Warwick.
- DNV, 2010. *Recommended Practice DNV-RP-F204 Riser Fatigue*. Det Norske Veritas: Norway.
- Jiao, G. & Moan, T., 1990. Probabilistic Analysis of Fatigue due to Gaussian Load Processes. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 5(2), pp.76-83.
- Kim, S.W. Lee, S.J. Park, C.Y. & Kang, D.H., 2016. An Experimental Study of a Circular Cylinder's Two-degree-of-freedom Motion Induced by Vortex. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 8(4), pp.330-343.
- Madsen, H.O. Krenk, S. & Lind, N.C., 1986. *Methods of Structural Safety*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs: N.J.
- Matsuishi, M. & Endo, T., 1968. Fatigue of Metals Subjected to Varying Stress. *Japan Society of Mechanical Engineers*, Fukuoka, Japan, 68(2), pp.37-40.
- Miner, M.A., 1945. Cumulative Damage in Fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, 12, pp.159-164.
- Park, J.B. & Chang, Y.S., 2015. Fatigue Damage Model Comparison with Formulated Tri-modal Spectrum Loadings under Stationary Gaussian Random Processes. *Ocean Engineering*, 105, pp.72-82.
- Park, J.B. Choung, J.M. & Kim, K.S., 2014. A New Fatigue Prediction Model for Marine Structures Subject to Wideband Stress Process. *Ocean Engineering*, 76, pp.144-151.
- Park, J.B. & Jeong, S.M., 2014. Fatigue Damage Model Comparison with Tri-modal Spectrum under Stationary Gaussian Random Processes. *Journal of Ocean Engineering and Technology*, 28(3), pp.185-192.
- Park, J.B. Kim, K.S. Choung, J.M. Yoo, C.H. & Ha, Y.S., 2011. Data Acquisition of Time Series from Stationary Ergodic Random Process Spectrums. *Journal of Ocean Engineering and Technology*, 25, pp.120-126.
- Trim, A.D. Braaten, H. Lie, H. & Tognarelli, M.A., 2005. Experimental Investigation of Vortex-induced Vibration of Long Marine Risers. *Journal of Fluids and Structures*, 21, pp.335-361.
- Vanmarcke, E.H., 1972. Properties of Spectral Moments with Applications to Random Vibration. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 98(2), 425-446.
- Wang, K. Tang, W. & Xue, H., 2015. Time Domain Approach for Coupled Cross-flow and In-line VIV Induced Fatigue Damage of Steel Catenary Riser at Touchdown zone. *Marine Structures*, 41, 267-287.
- Wirsching, P. H. & Light, M. C., 1980. Fatigue under Wide Band Random Stresses. *Journal of the Structural Division. American Society of Civil Engineers(ASCE)*, 106(7), pp.1593-1607.



김상우

이승재

최솔미