

자동측지장비를 이용한 표적 측지 오차해석

장석원^{*,1)} · 이태규¹⁾ · 이진승¹⁾

¹⁾ 국방과학연구소 제3기술연구본부

Target Positioning Error Analysis of Automatic Survey System

Sukwon Jang^{*,1)} · Taegyoo Lee¹⁾ · Jinseung Lee¹⁾

¹⁾ The 3rd Research and Development Institute, Agency for Defense Development, Korea

(Received 7 May 2014 / Revised 26 September 2014 / Accepted 12 December 2014)

ABSTRACT

In this paper, we have described target positioning of automatic survey system. Target positioning error analysis shows target positioning errors are mainly dependent on the vertical angle of the triangle configured by target and two measurement points. Suggested target positioning error formula are confirmed by simulation using the Gaussian distribution.

Key Words : Automatic Survey System(자동측지장비), Target Positioning(표적 측지), Harmonization(하모니제이션), Error Analysis(오차해석), Simulation(전산 해석)

1. 서론

자동측지장비^[1]는 편제차량에 탑재가 가능한 일체형 장비로서 정밀한 좌표와 방위각을 제공하는 관성항법 측지체계이다. 편제차량의 진입이 가능한 지역은 편제 차량을 운행하면서 측지점을 확장하는 임무를 수행할 수 있고, 원거리에 대해서는 토탈스테이션(total station)^[2]과의 연동을 통해 원거리 지점의 좌표를 산출할 수 있다.

표적 측지는 점령이 곤란한 지점의 재원을 산출하고자 삼각측지^[3] 방법을 사용하여 좌표를 획득하는 측지 임무의 하나로서 자동측지장비를 사용하여 구현할 수

있다.

자동측지장비는 신속성과 정확성, 실시간 방위각 산출 능력을 구비하고 있으므로 표적 측지 임무에 매우 적합한 장비이다. 주요 구성품인 관성항법장치의 위치결정력과, 토탈스테이션과 연동한 표적 방위각 산출 능력을 이용하여 표적 측지를 수행하였을 때, 표적 측지에 영향을 미치는 오차 요인에 대하여 분석하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 표적 측지를 수행하는 자동측지장비에 대해 기술하였고, 3장에서는 관성항법장치와 토탈스테이션 좌표계 간의 미소각을 계산하여 좌표축을 일치시키는 방법인 하모니제이션에 대해 설명하였다. 4장에서 고찰한 표적 측지에 대한 수학적 해석을 통해 5장에서 오차요인을 분석하였다. 끝으로 6장에서 오차해석 시뮬레이션을 수행하고 7장에 결론하였다.

* Corresponding author, E-mail: feldspar1@add.re.kr
Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

2. 자동측지장비

자동측지장비의 주요 구성품은 관성항법장치, 토틸스테이션, 제어표시기, 전원공급장치로 크게 구성된다 (Fig. 1).

관성항법장치는 관성센서인 자이로와 가속도계의 출력을 이용하여 항체의 위치, 속도, 자세 값을 계산하는 항법시스템이다. 주요 구성품으로는 케이스 조립체 [하우징], 링레이저 자이로(RLG : Ring Laser Gyro)와 가속도계가 장착된 센서블록 조립체, 컴퓨터보드, 전원 모듈 등이 있다.

토틸스테이션은 각도와 거리를 함께 측정할 수 있는 측량기로 전자식 테오도라이트(electronic theodolite)와 광파거리기(EDM : electro-optical instruments)가 하나의 기기로 통합되어 있어 측정한 자료를 빠른 시간 안에 처리하고 결과를 출력하는 전자식 측거·측각기이다.

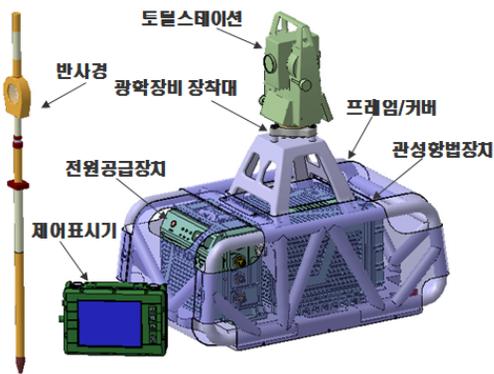


Fig. 1. Automatic survey system

Table 1. Configuration of automatic survey system

구성품	기능 (요약설명)
관성항법장치	자이로와 가속도계를 이용하여 항법 정보 산출
토틸스테이션	레이저를 이용하여 원격지에 대한 거리, 각도정보 산출
제어표시기	산출된 정보(측지계원)를 표시하고 타 체계 연동을 위해 무선기로 전송
전원공급장치	차량의 전원을 변환하여 각 구성품에 해당하는 전원을 공급

토틸스테이션은 관성항법장치에 기계적 결합을 통하여 장착되며 사용자가 시준했을 때 관성항법장치와 연동하게 된다.

3. 하모니제이션(Harmonization)

자동측지장비를 구성하고 있는 관성항법장치와 토틸스테이션은 각각의 기준축이 존재한다. 관성항법장치는 서로 수직인 3개의 관성센서 축이 기준축이 되며, 토틸스테이션은 수준(plate level)을 맞춘 상태에서 각도와 거리를 측정하게 된다. 이 두 장비를 연동하여 사용하기 위해서는 두 장비의 기준 축으로 이뤄진 좌표계 간의 미소각을 보상에 줘야 하는데 이 과정을 하모니제이션^[4]이라 한다.

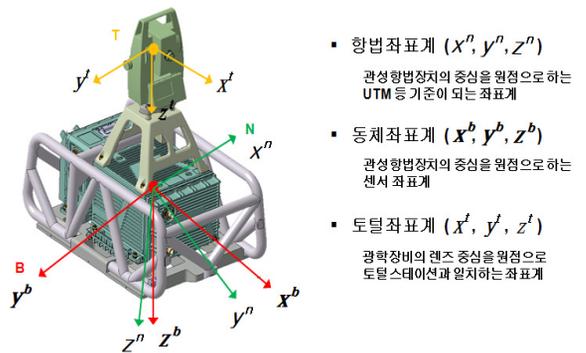


Fig. 2. Coordinate frames of automatic survey system



Fig. 3. The concept of target positioning

4. 표적 측지

표적 측지는 기본적으로 삼각측지를 응용하므로 삼각형을 이룰 세 점이 필요하다. Fig. 3에 표시된 바와 같이 표적을 꼭지점으로 하는 기선의 양 끝단 두 점이 결정되면, 각 점의 좌표를 산출하고 각 점에서 표적을 바라본 방위각을 측정함으로써 표적의 좌표를 결정할 수 있다.

점 1과 점 2의 방위각 차를 이용하여 정각의 크기를 구하고 점 1과 점 2의 좌표를 이용하여 기선거리와 점 1, 점 2 간의 방위각을 계산한다. 점 2에 대해 거리각이 결정되면 삼각형의 정현법칙(sine 정리)을 통해 구변의 거리를 산출하고, 점 1의 좌표를 토대로 표적의 좌표를 계산하게 된다.

이 같은 방법은 측지 교범^[3]에 나오는 절차이나 정각(맞꼭지각, vertical angle), 기선, 거리각, 구변 등을 연속적으로 산출해야 하며, 각 단계별 오차 전파를 파악하기 어렵다는 문제점을 갖는다. 표적 측지 오차해석의 직관성을 높이고 용이한 해석을 위해서 다음과 같은 방식으로 문제에 접근하였다.

지구의 지표면은 지도와 같은 평면이 아닌 불규칙한 곡면으로 되어 있다. 하지만 지구의 반경은 대략 6400km이므로 수 km 지역에 대해서는 평면을 가정하더라도 큰 무리가 없다.^[5] 이 같은 이유로 표적 측지를 수행하는 삼각형의 세 점이 한 평면 내에 있다고 가정하면, 각 점에서 얻은 좌표는 수평면 상의 점이 되고, 각 점에서 표적을 바라본 방향은 그 점에서의 방위각이 된다. 즉 점과 그 점에서의 방위각이 주어졌으므로 평면상에서 방향기선의 방정식을 구할 수 있다. 점 1에서의 수평면 좌표를 (E_1, N_1) , 방위각을 H_1 이라하면 점 1에서 표적을 향하는 방향기선의 방정식은 아래와 같다(Fig. 4).

$$N - N_1 = \cot H_1 \times (E - E_1)$$

방위각은 진북을 기준으로 시계방향으로 정의되며, 같은 방식으로 점 2에서 표적을 향하는 방향기선은

$$N - N_2 = \cot H_2 \times (E - E_2)$$

이다. 두 방향기선의 교점은 표적(Fig. 4의 TG)이 되며, 표적의 좌표를(ETG, NTG)이라 하면, 표적 좌표는 다음과 같이 결정된다.

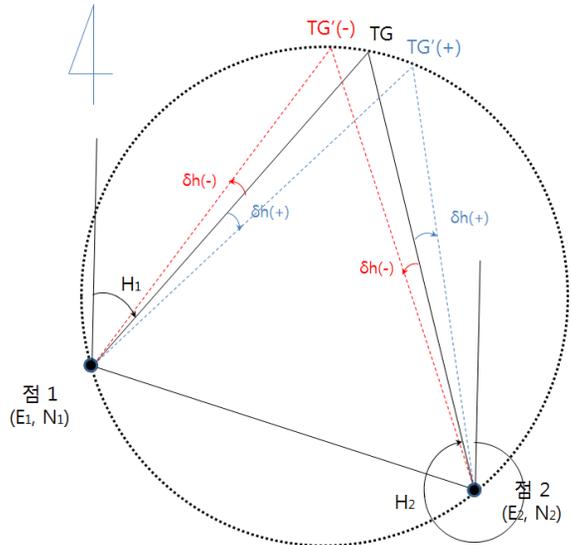


Fig. 4. Target positioning errors due to heading errors

$$\begin{bmatrix} E_{TG} \\ N_{TG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(N_1 - N_2) - (E_1 \cdot \cot H_1 - E_2 \cdot \cot H_2)}{(\cot H_2 - \cot H_1)} \\ \frac{(E_1 - E_2) - (N_1 \cdot \tan H_1 - N_2 \cdot \tan H_2)}{(\tan H_2 - \tan H_1)} \end{bmatrix}$$

5. 오차요인 분석

표적을 두 점에서의 방향기선 간의 교점으로 파악할 수 있다면, 오차요인은 좌표의 정확도와 방위각을 의미하는 방향기선의 정확도로 나눌 수 있다.

5.1 방향기선 오차

방향기선에 영향을 미치는 요인은 시준오차와 자동측지장비의 방위각 오차이다. 망원경을 통해 수 km 떨어진 지점의 표적을 시준했을 때, 시준각 오차가 있다면 각도오차 특성상 거리에 비례하여 위치오차가 커지므로 망원경 내에 표적이 위치하기 어렵게 된다. 즉 표적까지의 거리가 멀면 멀수록 시준 오차는 무시할 수 있게 된다. 만약 단거리에서 표적 측지를 하게 된다면 시준시 좀 더 유의할 필요는 있으나, 시준오차가 표적 측지의 주요 오차요인은 아니라고 판단된다.

자동측지장비의 방위각 오차는 자이로스코프의 오차들에서 기인하는 관성항법장치 자세오차, 토털스테이션의 측각오차, 관성항법장치와 토털스테이션 간의

하모니제이션 오차, 토털스테이션의 장탈착 오차가 복합적으로 결합된 오차이다.

점 1에서 표적까지 방위각을 측정하고, 편제차량이 이동하여 점 2에서 방위각을 측정하는데 까지 걸리는 시간이 짧다면(대략 15분 이내로 가정) 점 1과 점 2에서 관성항법장치의 자세오차는 같다고 가정할 수 있다. 우연에 따르는 장탈착 오차를 고려하지 않는다면 하모니제이션 오차는 상수 값이고, 토털스테이션은 관성항법장치에 비해 정밀하므로 토털스테이션의 측각 오차는 무시할 수 있다.

짧은 시간 동안 관성항법장치의 자세 오차는 전파되지 않고 일정하며, 하모니제이션 오차 또한 상수이므로 자동측지장비의 방위각 오차는 두 점에서 동일하게 된다.

Fig. 4에서 점 1과 점 2에서 방위각 오차가 같다면 오차가 (+)일때는 그림 상의 파란선으로, 오차가 (-)라면 빨간선으로 방향기선의 교점을 찾게 되며, 이 교점(표적 좌표)은 표적의 참값을 포함하는 원주 상에 위치하게 된다(TG'). 원주 상에 표적이 위치한다는 것은 - 다음에 설명될 위치오차의 전파성향과 비교하여 볼 때 - 표적오차가 크게 유발되지 않는다는 것을 의미한다.

5.2 좌표 오차

표적 측지에 있어서 좌표오차는 관성항법장치의 위치오차를 의미한다.

Fig. 5에 좌표오차에 따른 표적 측지 결과를 설명하였다. 그림에서 굵은 선으로 그려진 삼각형을 참값이라고 할 때, 점 1에 위치한 자동측지장비는 관성항법장치의 위치오차에 의해 오차원으로 표현된 원 내의 한 점으로 자신의 위치를 인식하고, 방위각 오차가 없다고 하면 참값과 평행하게 방향기선을 그리게 된다. 점 2에서도 동일한 방법으로 방향기선이 형성되며 교점이 표적이므로 원형의 위치오차 분포에 대하여 표적 측지 결과는 마름모형의 오차 분포를 갖게 된다. 마름모의 예각은 정각과 크기가 같으므로 정각의 크기가 작을수록 길쭉한 마름모 모양이 되어서 구조적으로 큰 오차를 유발하게 된다. 그림에서처럼 점 1과 점 2에서의 위치오차는 N방향과 E방향에 균등한 2차원의 정규분포를 가정하더라도, 표적이 이루는 정각이 작은 구조적 형태에서는 한쪽 방향으로 길쭉한 1차원에 가까운 오차분포를 형성하고, 이로 인해 표적 측지 정확도는 크게 떨어지게 된다.

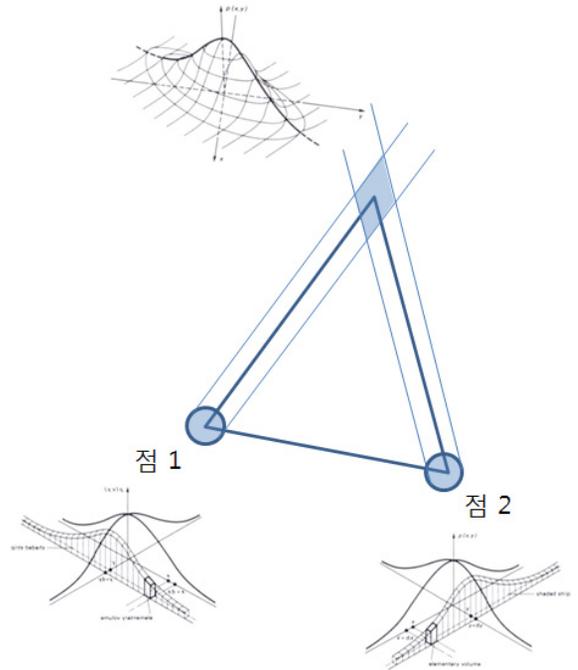


Fig. 5. Target positioning errors due to position errors

5.3 소결론

일반적으로 토털스테이션의 거리 정확도와 각도 정확도는 관성항법장치보다 우수하므로, 표적 측지 정확도를 결정하는 요소는 관성항법장치의 방위각 오차와 위치오차로 분석할 수 있다. 방위각 오차는 측정거리에 비례하여 표적 측지 오차를 커지게 하는 경향이 있으나, 자동측지장비에 사용되는 관성항법장치가 매우 정밀하므로 표적까지의 거리를 제한하여 사용할 수 있다. 그러나 위치오차에 기인한 표적 측지 오차는 표적까지의 거리를 제한하더라도 매우 심각한 오차를 유발할 수 있다.

6. 오차해석 시뮬레이션

이 장에서는 5장에서 파악한 위치오차와 정각과의 관계를 표적 측지 오차의 주 요인으로 고려하여 해석적인 오차 분석과 이에 따른 시뮬레이션 결과를 제시하였다.

6.1 위치오차에 의한 표적 측지 오차 분석

Fig. 5에서 점 1과 점 2의 원은 50% 확률을 갖는

CEP^[6] 원으로서 반경을 d 라고 하면, 표적 부분의 마름모 영역은 전체의 25%가 된다.

설명을 위해 Fig. 5의 마름모 부분을 Fig. 6에 확대하였다. 그림에서처럼 마름모의 긴 대각선을 a , 짧은 대각선을 b 라고 하면, 마름모의 특성상 두 대각선은 서로 직교한다. 또한 각 점에서의 위치오차는 정규분포를 가정하므로, a 축과 b 축에 대해서도 정규분포를 형성한다.

이 정규분포는 Fig. 6의 오른쪽 그림과 같이 빨간색으로 표시된 부분이 밀집한 형태를 띄게 되며, 이 빨간색 부분의 확률을 구하면, a 축과 b 축에 대한 분포 특성을 파악할 수 있다. 정규분포의 특성을 고려하면, 빨간색 부분의 확률은 표준정규분포를 갖는 수직한 두 축이 이루는 Fig. 7의 빨간색 부분의 확률과 같음을 알 수 있다. 빨간색 부분의 확률을 S 라고 하면 Fig. 7의 정의로부터 S 는 다음과 같다.

$$S = 4 \times \lim_{\Delta \rightarrow 0} \sum_{k=0}^{0.6745} p_k$$

표준정규분포에서 50% 확률을 의미하는 값은 0.6745이며, 수치해석적인 접근을 통해서 S 의 값을 구하면 $S = 4 \times 0.0336 = 0.1344$ (13.44%)이다. 빨간색 부분은 마름모 면적의 1/2이지만, 계산된 확률은 마름모의 67.2% (= 13.44% / 25% × 100)로써 평균 주변에서 밀집도가 높은 것을 고려했을 때 이 결과는 타당한 것으로 판단된다.

$S = P(Z) \times P(Z)$ 이므로 빨간색 부분에 대한 단일 축의 표준정규분포값(Z)를 구할 수 있다. 0.1344의 제곱근은 0.3666이며, 표준정규분포표에서 해당 값은 $P(|Z| \leq 0.47695) = 0.3666$ 으로부터 0.47695이다. 표준정규분포값 0.47695는 Fig. 6에서 정규분포 $a/2$, $b/2$ 에 해당하는 값이므로, 표준화 공식($Z = X/\sigma$)으로부터 a 축과 b 축에 해당하는 정규분포의 표준편차(σ_a , σ_b)를 구할 수 있다.

$$0.47695 = \frac{l/2}{\sigma_l} \Rightarrow$$

$$\sigma_a = \frac{d}{2 \times 0.47695 \times \sin(\theta/2)} = \frac{d}{0.9539 \sin(\theta/2)}$$

$$\sigma_b = \frac{d}{2 \times 0.47695 \times \cos(\theta/2)} = \frac{d}{0.9539 \cos(\theta/2)}$$

참고문헌^[6]에 제시된 CEP 계산식으로부터 CEP를 구하면 다음과 같다.

$$0 \leq w = \frac{\sigma_b}{\sigma_a} \leq 0.154$$

$$(0 \leq \theta \leq 311.28[mil]) :$$

$$CEP = 0.7071 \frac{d}{\sin(\theta/2)}$$

$$0.154 \leq w = \frac{\sigma_b}{\sigma_a} \leq 1$$

$$(311.28 \leq \theta \leq 1600[mil]) :$$

$$CEP = 0.6172 d \left(\frac{1}{\sin(\theta/2)} + \frac{1}{\cos(\theta/2)} \right)$$

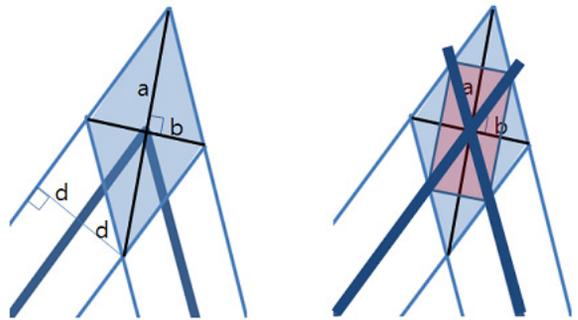


Fig. 6. The probability calculation of diamond section shown in Fig. 5

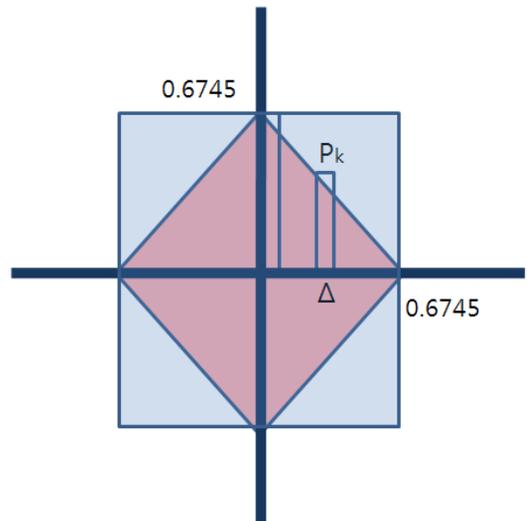


Fig. 7. The probability of two-variate standard gaussian distribution

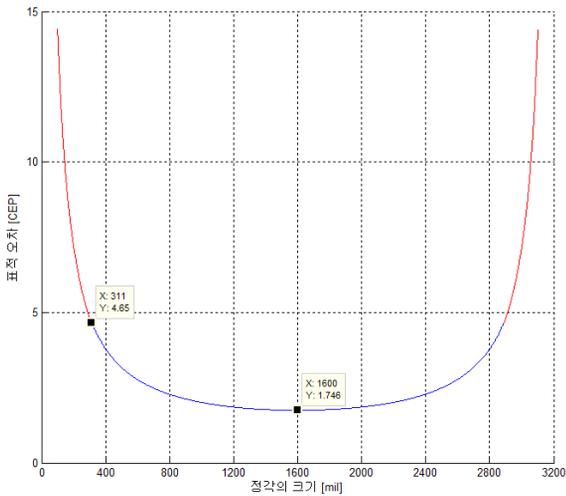


Fig. 8. Target positioning errors due to vertical angle size

Fig. 8은 정각(θ)에 따른 표적 측지 정확도(CEP값)를 도시한 것으로 311[mil](약 17.5도)을 기준으로 수식이 달라지며, 1600[mil](90도)을 기준으로 대칭을 이루고 있다.

6.2 시뮬레이션

앞서의 분석결과를 확인하기 위하여 시뮬레이션을 수행하였다. 점 1과 점 2의 위치오차로 평균이 0이고 표준편차가 1인 10,000개의 (x, y) 좌표를 랜덤하게 생성하였다(Fig. 9).

Fig. 10은 정각 30도(533[mil])를 이루는 표적을 측지했을 때를 시뮬레이션 한 결과이다. 결과해석의 용이성을 위해서 표적의 참값이 좌표로 (0,0)이 되도록 시뮬레이션한 결과 표적 측지의 분포 모양은 마름모형임을 알 수 있고, 이 분포 또한 정규분포를 이루고 있음을 Fig. 11의 히스토그램에서 확인할 수 있다. 측정

점부터 표적까지의 거리는 100[m]로 하였다. 시뮬레이션 결과, 표적 좌표의 x축 분포는 평균 -0.0008, 표준편차 0.7315, y축 분포는 평균 +0.0004, 표준편차 2.7220로서 50%에 해당하는 5000개의 점을 포함하는 반경은 1.99[m]이었다. 정각 30도(533.33mil)에 해당하는 앞서의 CEP식

$$CEP = 0.6172d \left(\frac{1}{\sin(\theta/2)} + \frac{1}{\cos(\theta/2)} \right)$$

로부터 CEP를 구해보면(이때 위치좌표의 표준편차가 1이므로 CEP에 해당하는 d 는 0.6745임), $CEP = 2.04[m]$ 로서 시뮬레이션 결과가 이론값과 잘 맞음을 확인할 수 있다.

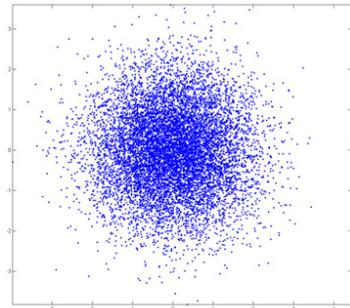


Fig. 9. Sample generation of two-variate standard gaussian distribution(point 1)

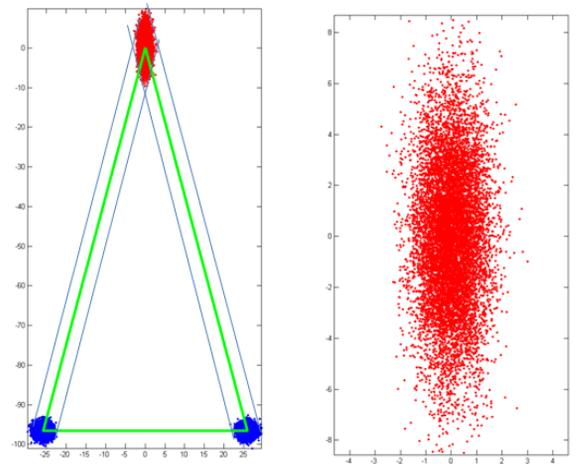


Fig. 10. Target positioning simulation results at the 30 degree of vertical angle

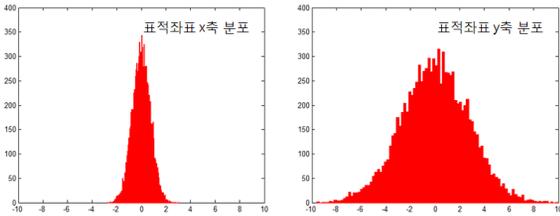


Fig. 11. The error distribution of target positioning results shown in Fig. 10

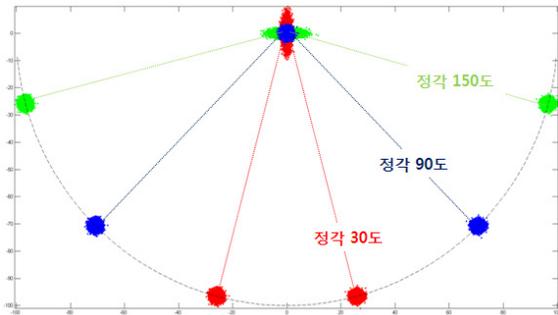


Fig. 12. Target positioning results due to the vertical angle

표적 측지에 있어서 정각의 크기는 정확도를 결정짓는 중요한 요소로 이에 대한 영향도를 확인하기 위한 시뮬레이션을 수행하였다(Fig. 12). 앞서와 같이 측정점부터 표적까지의 거리는 100[m]로 하였으며, 현장에서 생성한 랜덤 좌표를 사용하였다.

정각이 90도(1600[mil])일 때 점 1과 점 2에서의 직선은 수직을 이루게 되며, 그 결과 표적 측지 분포는 정사각형이 된다. Fig. 8에서 알아본 바와 같이 정각이 90도일 때 표적 측지에 대한 CEP가 가장 작게 되며, 90도 이외의 정각에 대해서는 마름모의 두 개의 대각선 중 한 쪽이 길어지게 - 즉, CEP가 커지게 - 된다. Fig. 12에서 정각 30도와 정각 150도인 분포를 살펴보면 분포 모양은 같으나 축의 방향이 다른 형태를 띄게 된다. 즉 90도를 기준으로 대칭이 되는 정각의 표적 측지는 같은 CEP 오차를 갖으며 Fig. 8과 동일한 결과를 시뮬레이션을 통해 확인할 수 있다.

7. 결론

본 논문에서 자동측지장비를 이용한 표적 측지 오차에 대해서 알아보았다. 삼각측지를 이용한 표적좌표 산출 과정을 평면에서 두 직선의 교점으로 재해석함으로써 오차요인을 분석하였다.

자동측지장비 주요 구성품인 관성항법장치의 위치 결정력과 토털스테이션과 연동한 표적 방위각 산출 능력을 이용하여 표적측지를 수행하였을 때, 표적 오차[CEP]를 관성항법장치의 위치 오차와 표적을 바라보는 정각의 크기에 의해 다음과 같이 제시하였다.

$$CEP = 0.6172d \left(\frac{1}{\sin(\theta/2)} + \frac{1}{\cos(\theta/2)} \right)$$

정규분포를 이용한 시뮬레이션을 통하여 오차분석 내용을 검증하였고, 시뮬레이션 결과로 부터 제공된 표적 오차 공식이 타당함을 밝혔다.

References

- [1] S. Jang, "The Analysis of Automatic Geodetic Survey System Development Trend," Agency for Defence Development, Korea, pp. 39-41, 2013.
- [2] Leica FlexLine TS06 Total Station, Brochure, LEICA.
- [3] Military Manuals(survey), Republic of Korea Army.
- [4] S. Jang, C. Park, and B. Paik, "Mounting Angle Compensation between Inertial Navigation System and Total Station," The 18th GNSS Workshop, Vol. 37, No. 3, pp. 307-312, 2011.
- [5] B. Yu, "Geodesy," Dong-Myung Sa, Seoul, Korea, 2005.
- [6] G. M. Siouris, "Aerospace Avionics Systems," Academic Press, p. 449, June, 1993.