

<학술논문>

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2015.39.11.1137>

ISSN 1226-4873(Print)

2288-5226(Online)

프레팅 피로에서 2단계 균열성장과 분지 유한요소해석

정 현 수* · 조 성 산**

* 홍익대학교 기계시스템디자인공학과

Finite Element Analysis of Stage II Crack Growth and Branching in Fretting Fatigue

Hyun Su Jung* and Sung-San Cho**

* Dept. of Mechanical & System Design Engineering, Hongik Univ.

(Received May 5, 2015 ; Revised August 6, 2015 ; Accepted September 7, 2015)

Key Words: Fretting Fatigue(프레팅 피로), Crack Growth(균열성장), Crack Branching(균열분지), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Finite Element Analysis(유한요소해석),

초록: 프레팅 피로균열의 2단계 성장과 분지, 즉 균열이 경사방향으로 성장하다가 방향을 전환하여 수직방향으로 성장하는 과정을 유한요소법으로 해석하였다. 해석에서 A7075-T6의 프레팅 피로실험자료를 이용하였다. 균열성장방향을 결정하는 기준으로 최대 접선응력확대계수, 최대 접선응력확대계수범위, 최대 균열성장속도의 적용 가능성을 검토하였다. 하나의 기준으로는 분지 전후의 균열성장방향을 모사할 수 없고, 분지 전후에 다른 기준을 적용하면 모사가 가능하였다. 또한 분지가 발생하는 균열 길이를 결정하는 방법도 제시하였다.

Abstract: The stage II fretting fatigue crack growth and branching, i.e., the process of fretting fatigue crack growth starting in an inclined direction and then changing to the normal direction, is analyzed using the finite element method. The fretting fatigue experiment data of A7075-T6 are used in the analysis. The applicability of maximum tangential stress intensity factor, maximum tangential stress intensity factor range, and maximum crack growth rate as the crack growth direction criteria is examined. It is revealed that the stage II crack growth before and after the branching cannot be simulated with a single criterion, but can be done when different criteria are applied to the two stages of crack growth. Moreover, a method to determine the crack length at which the branching occurs is proposed.

- 기호설명 -

a : 균열 길이
 a_i : 2단계 경사균열의 길이
 da/dN : 균열성장속도
 C : 균열성장속도식의 상수
 F_c : 수직접촉력
 K : 응력확대계수
 K_I : 모드 I 응력확대계수
 K_{II} : 모드 II 응력확대계수

K_c : 모드 I 임계응력확대계수
 K_σ : 접선응력확대계수
 $K_{\sigma, \max}$: 일정 θ 에서 K_σ 의 최대값
 $(K_\sigma)_{\max}$: K_σ 의 최대값
 ΔK_σ : K_σ 의 범위
 $(\Delta K_\sigma)_{\max}$: ΔK_σ 의 최대값
 n : 균열성장속도식의 지수
 R : 응력비
 r : 균열선단 원통좌표계의 반경 좌표
 β : 2단계 경사균열의 각도
 σ_a : 피로교번응력
 $\sigma_{a, \max}$: σ_a 의 최대값

† Corresponding Author, sscho@hongik.ac.kr

- $\sigma_{\theta\theta}$: 접선응력
- θ : 균열선단 원통좌표계의 각도 좌표

1. 서 론

프레팅 피로는 수직력에 의해 접촉된 두 물체의 접촉면에서 미세한 미끄럼이 반복적으로 발생할 때 접촉면 내의 가장자리 부근에서 생성되는 균열에 의해 발생한다. 프레팅 피로균열은 전단 모드에서 생성되는 경우와 인장모드에서 생성되는 경우가 있다.⁽¹⁾ Fig. 1은 프레팅 피로시편에 편평한 패드를 일정한 힘으로 접촉시킨 상태에서 시편에 피로교변응력을 가할 때 프레팅 피로균열이 전단모드에서 생성된 후 성장하는 경우와 인장모드에서 생성된 후 성장하는 경우를 개략도로 보여준다. 전단모드의 경우 균열은 접촉면을 기준으로 경사각이 완만한 방향으로 생성된다. 생성된 균열은 초기 방향으로 얼마 성장하지 못하고 경사각이 급한 방향으로 방향을 전환한다. 이후 균열은 급경사 방향으로 성장하다가 접촉력의 영향이 사라지는 지점에서 피로응력과 수직인 방향으로 전환한다.⁽²⁾ 인장모드의 경우 균열은 급경사 방향으로 생성된 후, 이 방향으로 계속 성장하다가 수직방향으로 성장한다. 즉, 인장모드에서 생성된 균열은 완만한 경사부가 없을 뿐 전단모드에서 생성된 균열과 동일한 성장거동을 나타낸다.

일반적으로 프레팅 피로균열의 성장과정은 두 단계로 구분한다.⁽¹⁾ 1단계는 균열이 표면과 완만한 각도로 성장하는 과정을 지칭하고, 2단계는 균열이 급경사 방향으로 성장하는 과정을 지칭한다. 균열의 방향이 짧은 구간에서 바뀔 때 이를 균열분지(crack branching)라고 부른다. 1단계에서 2단계로 넘어갈 때 균열성장 메커니즘이 전단 메커니즘에서 인장 메커니즘으로 바뀌면서 균열분지가 발생한다. 연구자들은 2단계 균열이 인장 메커니즘에 의해 성장한다는 견해에 동의하지만 성장방향을 결정하는 기준에 대해서는 다양한 주장을 한다. 예를 들어 Dubourg 등⁽³⁾과 Mutoh 등⁽⁴⁾은 접선응력확대계수범위(tangential stress intensity factor range)가 최대인 방향이 경사균열의 성장방향과 가장 잘 일치한다고 주장하였다. 한편 Shkarayev 등⁽⁵⁾과 Fadag 등⁽⁶⁾은 접선응력이 최대인 방향이 경사균열의 성장 방향과 일치한다고 주장

하였다. 그런데 각각의 기준으로 균열의 성장과정을 해석한 결과^(4,6)에 의하면 균열은 경사방향에서 수직방향으로 긴 구간에 걸쳐 서서히 점진적으로 전환된다. 하지만 실험에서는 균열이 짧은 구간에서 방향을 전환하는 균열분지가 발생한다. 최근에 Baietto 등⁽⁷⁾은 접선응력확대계수범위가 최대인 방향과 균열성장속도가 최대인 방향이 2단계 경사균열의 성장방향과 일치한다고 주장하였다. 이상의 내용은 2단계 균열성장방향을 결정하는 기준에 대한 연구가 아직은 부족함을 알려준다. 게다가 2단계 경사균열이 분지하는 길이를 결정하는 방법도 존재하지 않는다.

본 논문은 균열성장에 근거한 프레팅 피로수명평가법의 정확성을 향상시키기 위해 2단계 균열의 성장방향을 결정하는 기준과 분지가 발생하는 균열 길이를 결정하는 방법을 찾는 것을 목적으로 한다.

2. 피로시험

해석에 필요한 프레팅 피로시험자료는 저자의 연구팀이 이전에 수행한 결과^(8,9)를 이용하였다. Fig. 2는 피로시험에 사용된 시편과 프레팅 패드의 형상과 치수를 보여준다. 시편은 직사각형 단면의 막대형상이고, 패드는 직육면체의 한 쪽 면에 2 개의 돌기가 형성된 모양이다. 시편과 접촉하는 돌기는 두 가지 형상, 즉 평편한 형상과 원기둥 형상을 사용하였다. 시편과 패드는 각각 A7075-T6와 SKD11으로 제작하였다. 실험은 두 개의 패드를 시편의 양쪽 옆면에 대칭으로 놓고 일정한 힘으로 밀착시킨 후 시편 양단에 응력비 $R = -1$ 의 교변응력을 가하는 방식으로 수행하였다. 피로실험에 관한 상세한 내용은 기존에 발표된 논문^(8,9)에서 확인할 수 있다.

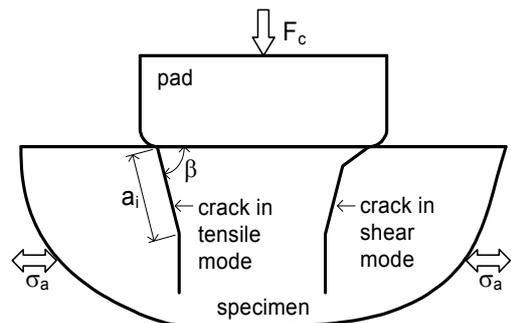


Fig. 1 Fretting fatigue cracks and nomenclatures

Table 1 Fretting fatigue test results

Exp. no.	Pad type	F_c (N)	σ_a (MPa)	a_i (μm)	β (deg.)
1	Flat	800	89	464	72.5
2	Flat	800	142	458	76
3	Flat	800	178	438	75
4	Flat	2400	142	551	75
5	Flat	2400	178	646	73
6	Cyl.	1920	142	331	69
7	Cyl.	1920	178	361	70

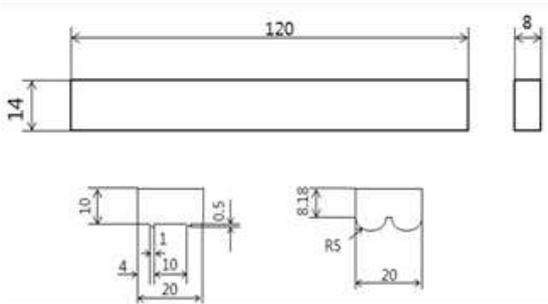


Fig. 2 Specimen and two types of pads for fretting fatigue experiment

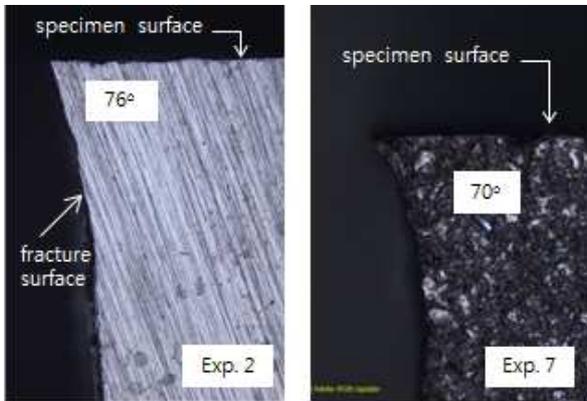


Fig. 3 Side view of fracture surface

Table 1은 프레팅 피로실험 조건과 결과를 보여준다. 표에서 사용된 기호는 Fig. 1에 정의되어 있다. 실험에서 형상이 다른 접촉패드를 사용하여 경사균열의 길이가 비교적 넓게 분포하고 있다. Fig. 3은 프레팅 피로 파단부 중에서 접촉면 부근의 단면 사진을 보여준다. A7075-T6의 경우 균열이 전단모드로 생성될 때 균열과 표면이 이루는 각도는 15도에서 35도 범위에 있고, 인장모드의 경우에는 65도에서 80도 범위에 있다.⁽¹⁾ 사진에서 균열이 표면과 만나는 지점의 각도는 전단모드 균열각도보다 훨씬 크며, 균열의 경사부

전체의 추세선이 표면과 이루는 각도는 인장모드에서 생성되는 균열 각도의 범위에 속한다. 따라서 사진속의 경사 균열을 직선균열로 가정하고 균열의 길이와 각도를 측정된 결과를 Table 1에 제시하였다. 평면 패드의 경우, 접촉력이 증가하면 경사균열의 길이가 증가한다. 이는 균열의 성장 방향이 경사 방향에서 수직방향으로 전환되는 깊이, 즉 균열분지가 발생하는 깊이가 접촉력이 증가할수록 더 깊어진다는 것을 의미한다. 이 결과는 균열 방향이 전환되는 깊이가 접촉하중의 영향이 사라지는 지점이라는 기존의 연구결과⁽²⁾와도 일치하다.

3. 유한요소해석

프레팅 피로균열의 성장과정을 유한요소 상용코드 ABAQUS로 해석하였다. Fig. 4는 프레팅 피로시험을 모사하는 2차원 유한요소 반쪽모델을 보여준다. 시편과 패드 모두 8절점 사각형 요소로 구성하였다. 패드와 시편이 접촉하는 영역에서는 한 변의 길이가 약 20 μm 인 요소를 사용하였다. 패드와 시편은 탄성계수가 각각 205GPa과 71GPa인 탄성체이다. 프레팅 피로조건에서 패드와 접촉하는 시편재료 A7075-T6의 마찰계수는 0.3에서 1.2 범위에 있는데, 마찰계수 1.0을 사용한 해석이 본 실험에서 관찰된 접촉면 내의 점착(stick) 영역의 폭과 근사한 결과를 산출하였다.⁽⁸⁾ 따라서 패드와 시편의 접촉면 마찰계수는 1.0을 사용하였다. 패드와 시편의 접촉은 면대면 접촉쌍(surface-to-surface contact pair) 방식으로 모델링하였으며, 미끄럼은 유한미끄럼(finite sliding) 방식을 사용하였다.

모델에는 패드와 시편의 접촉면 가장자리에서 시작해서 내부로 자란 균열이 포함되어 있다. 참고로 예비해석결과에 의하면 초기균열의 위치가 접촉면 가장자리인 경우와 가장자리에서 안쪽으로 100 μm 지점인 경우의 균열성장방향에 대한 해석결과는 거의 차이가 없었다. 균열선단부는 응력 특이성을 반영하기 위해 Barsoum의 특이요소⁽¹⁰⁾를 사용하였다. 균열면은 유한미끄럼이 적용되는 자체접촉(self-contact) 방식으로 모델링하였다. 균열면의 마찰계수는 1.0을 가정하였다. 참고로 균열면 마찰계수가 해석결과에 미치는 영향이 거의 없으며, 이는 Fig. 6에서 확인이 가능하다.

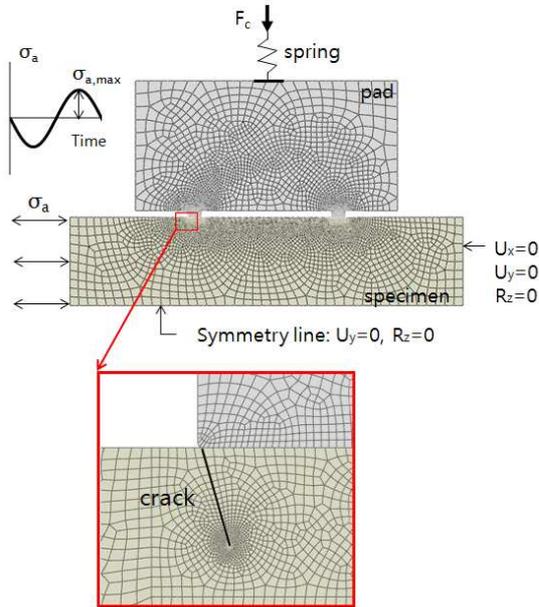


Fig. 4 Finite element model

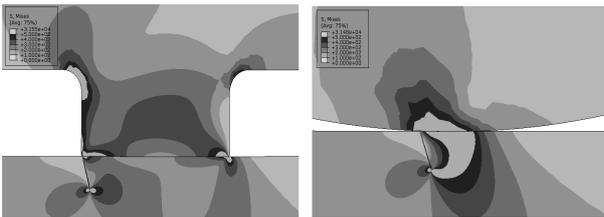


Fig. 5 Mises stress distribution in the specimen and pad

균열성장해석은 길이 $200\mu\text{m}$ 의 균열이 패드와 시편의 접촉면 가장자리에서 시작해서 Table 1에 주어진 각도 β 방향으로 존재하는 상태에서 시작한다. 균열길이가 주어진 상태에서 접촉하중과 피로교번하중에 의해 균열선단에 작용하는 K_I 과 K_{II} 를 산출하는 해석을 수행한다. 이 해석은 한번의 피로사이클을 80등분하여 정적 증분방식으로 수행하였다. K_I 과 K_{II} 값과 균열성장방향을 결정하는 기준을 적용하여 균열의 성장방향을 결정한다. 결정된 균열성장방향으로 균열 선단을 연장하는 모델을 다시 작성한다. 이러한 방식으로 균열의 길이를 증가시키면서 해석을 반복하여 균열의 성장과정을 점진적으로 해석한다. 균열길이의 증분량을 결정하기 위한 예비해석결과에 의하면, 균열의 방향이 갑자기 바뀌지 않으면 증분량 $10\mu\text{m}$ 를 적용한 경우와 $100\mu\text{m}$ 를 적용한 경우의 차이가 없었다. 따라서 균열길이 증분의 최대값으로 $100\mu\text{m}$ 를 사용하였다.

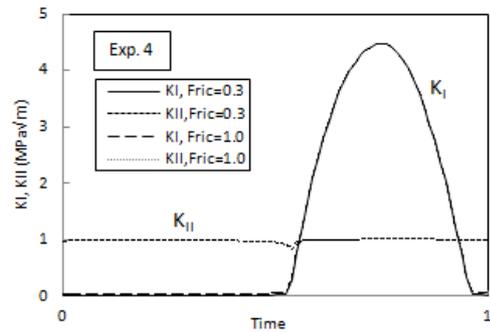


Fig. 6 Variation of K_I and K_{II} during fatigue cycle

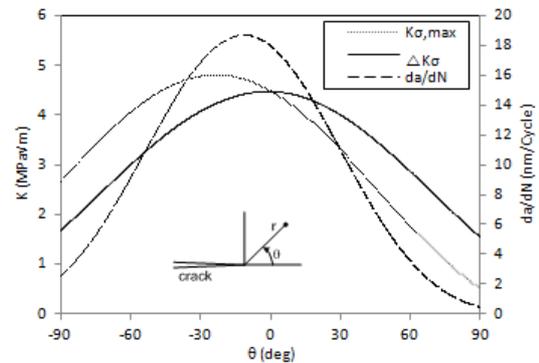


Fig. 7 Variation $K_{\sigma,max}$, ΔK_{σ} , da/dN with direction at the crack tip

Fig. 5는 접촉하중과 인장피로하중이 작용할 때 시편과 패드 내에 형성되는 Mises 응력의 분포를 보여준다. 본 해석모델로 접촉면과 균열선단에서 매끄러운 응력분포를 얻을 수 있음을 보여준다.

Fig. 6은 실험4 조건에서 균열길이가 $200\mu\text{m}$ 이고 균열면 마찰계수가 0.3인 경우와 1.0인 경우에 대해 피로사이클 동안에 K_I 과 K_{II} 의 변화를 보여준다. K_I 은 피로하중사이클 동안에 변화한다. K_{II} 는 패드에 작용하는 일정한 접촉력에 의해 균열면 사이에서 미끄럼이 발생하여 일정한 값이 생성되며, 이 값은 피로사이클 동안에 거의 변화가 없다. 게다가 Fig. 6은 균열면 마찰계수가 응력확대계수 값에 미치는 영향이 거의 없음을 보여준다.

균열성장해석에서 균열의 성장방향을 결정하기 위해 기존의 연구에서 널리 사용된 세 가지 기준을 검토하였다. $(K_{\sigma})_{max}$ 기준은 접선응력확대계수가 최대인 방향으로 균열이 성장한다고 가정한다. $(\Delta K_{\sigma})_{max}$ 기준은 접선응력확대계수의 범위가 최대인 방향으로 균열이 성장한다고 가정한다.

다. $(da/dN)_{max}$ 기준은 균열성장속도가 최대인 방향으로 균열이 성장한다고 가정한다. 다양한 균열성장속도식 중에서 A7075-T6에 적합한 것으로 보고된 Forman의 식, 즉

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K_\sigma)^n}{(1-R)K_c - \Delta K_\sigma} \quad (1)$$

을 사용하였다.⁽¹¹⁾ 식 (1)에서 da/dN 과 K 의 단위는 각각 $nm/cycle$ 과 $MPa\sqrt{m}$ 이고, C 는 23.67, n 은 2.44, K_c 는 $55.24MPa\sqrt{m}$ 이다. 식 (1)에 의하면 $(da/dN)_{max}$ 기준은 응력확대계수의 범위와 최대값의 영향을 모두 고려한다. 균열성장방향 결정 기준에서 사용되는 접선응력확대계수 K_σ 는 식 (2)로 정의된다.⁽³⁾

$$K_\sigma = \sigma_{\theta\theta} \sqrt{2\pi r} \quad (2)$$

균열선단 주변의 접선응력 $\sigma_{\theta\theta}$ 는

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right) \quad (3)$$

이므로,⁽¹²⁾ K_σ 는 다음 식으로 표현된다.

$$K_\sigma = \cos \frac{\theta}{2} \left(K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right) = K_\sigma(\theta) \quad (4)$$

K_σ 는 균열선단으로부터의 방향을 나타내는 각도 θ 의 함수이며, $\theta = 0$ 이면 $K_\sigma = K_I$ 이다. Fig. 7은 Fig. 6에 제시된 K_I 과 K_{II} 값을 이용하여 피로사이클 동안에 방향 θ 에 따른 $K_{\sigma,max}$, ΔK_σ , da/dN 의 변화를 산출한 결과를 보여준다. 균열성장방향을 결정하는 $(K_\sigma)_{max}$ 와 $(\Delta K_\sigma)_{max}$ 와 $(da/dN)_{max}$ 는 Fig. 7과 같은 결과로부터 산출되며, 다음의 식으로 정의된다.

$$(K_\sigma)_{max} = Max [K_{\sigma,max}(\theta)] \quad (5)$$

$$(\Delta K_\sigma)_{max} = Max [\Delta K_\sigma(\theta)] \quad (6)$$

$$\left(\frac{da}{dN} \right)_{max} = Max \left[\frac{C(\Delta K_\sigma)^n}{(1-R)K_c - \Delta K_\sigma} \right] \quad (7)$$

4. 결과와 토의

Fig. 8(a)는 실험4 조건에서 세 가지 균열성장방향 결정기준을 각각 적용하여 초기 길이 200 μm 인 균열의 성장과정을 모사한 결과를 보여준다. 프레팅 피로 파단면 사진에서 취득한 실제 균열 자료도 함께 보여준다. $(K_\sigma)_{max}$ 기준을 적용하면 균열은 실

제와는 다르게 초기부터 수직방향으로 성장한다. $(\Delta K_\sigma)_{max}$ 기준은 경사 균열의 성장을 잘 모사한다. 그러나 분지점을 통과한 이후에 수직방향으로 성장하지 않고 계속해서 경사방향으로 성장한다. $(da/dN)_{max}$ 기준은 경사 균열의 성장을 모사하지 못하지만, 균열깊이 600 μm 이후에 균열이 수직방향으로 성장하도록 한다. 이상의 결과를 종합하면 세 가지 기준 모두 균열의 분지 전후에 경사방향과 수직방향의 성장을 모사하지 못한다.

Fig. 8(b)는 실험4 조건에서 분지점 균열길이 550 μm 까지 $(\Delta K_\sigma)_{max}$ 기준을 적용하여 균열성장을 모사한 후에 $(da/dN)_{max}$ 기준을 적용한 경우와 $(K_\sigma)_{max}$ 기준을 적용한 경우의 결과를 보여준다. $(da/dN)_{max}$ 기준을 적용한 결과가 실험 결과와 유사하다. 따라서 균열은 초기에 $(\Delta K_\sigma)_{max}$ 방향으로 성장하다가 분지점에 이르면 $(\Delta K_\sigma)_{max}$ 와 $(K_\sigma)_{max}$ 의 영향을 모두 고려한 $(da/dN)_{max}$ 방향으로 성장한다고 추정할 수 있다.

프레팅 피로균열의 2단계 성장을 모사하려면 분지점, 즉 균열의 성장방향이 경사 방향에서 수직방향으로 전환되는 위치를 결정하는 기준이 필요하다. 경사균열은 접촉압력의 영향이 사라지는 지점에서 수직균열로 전환⁽²⁾되는 것으로 사료된다. 즉, 경사균열 선단의 응력상태가 일반피로에서 수직방향으로 성장하는 균열 선단의 응력상태와 동일해지면 균열은 접촉압력의 영향권에서 벗어난 것으로 판단할 수 있다.

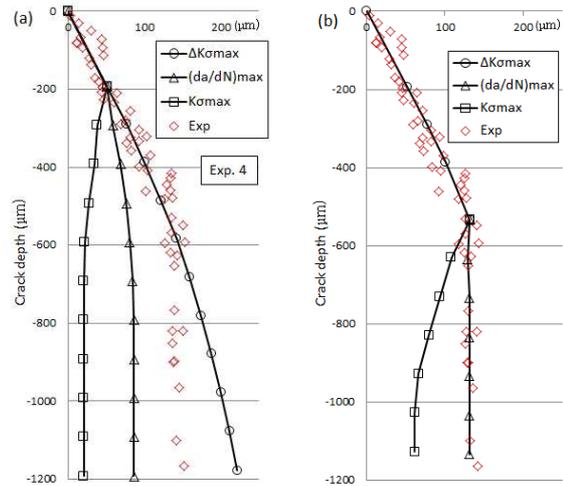


Fig. 8 Crack path prediction using (a) single criterion and (b) combined criterion

Table 2 Measured and predicted length of inclined crack

Exp. no.	a_i (μm)		Error (%)
	Experiment	Prediction	
1	464	450	3.0
2	458	400	12.7
3	438	400	8.7
4	551	550	0.2
5	646	700	8.4
6	331	300	9.4
7	361	320	11.4

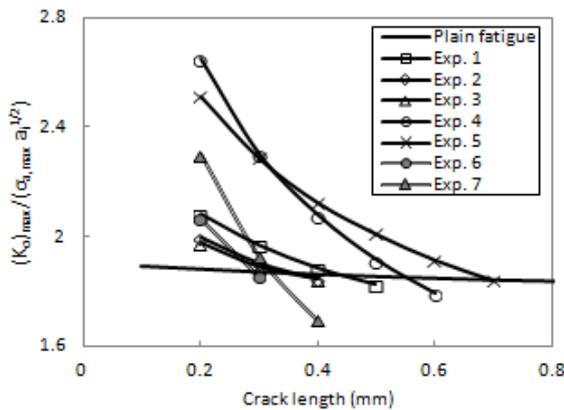


Fig. 9 Variation of $K_{\sigma, \max}$ with crack length

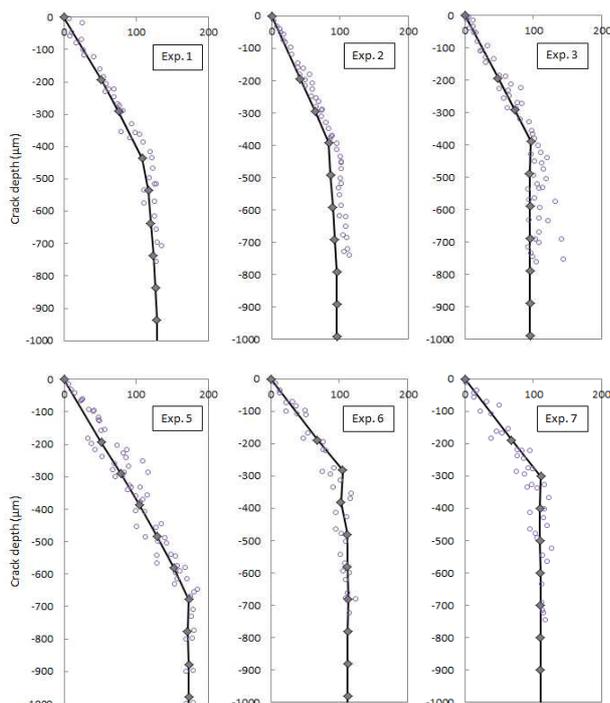


Fig. 10 Crack path prediction at various condition

Fig. 9는 경사진 프레팅 피로균열의 성장에 따른 무차원 접선응력확대계수의 변화를 보여준다. 무차원 접선응력확대계수는 식(8)로 정의된다.

$$(K_{\sigma})_{\max} / (\sigma_{a, \max} a_i^{1/2}) \tag{8}$$

Fig. 9는 패드가 없는 일반피로에서 수직균열의 성장에 따른 무차원 접선응력확대계수의 변화도 보여준다. 균열의 길이가 짧을 때 경사진 프레팅 피로균열의 무차원 접선응력확대계수의 값이 일반피로균열의 값보다 크다. 그러나 균열이 성장하면서 프레팅 피로균열의 무차원 접선응력확대계수의 값이 빠르게 감소하여 일반피로균열의 값과 일치하게 된다. 교차점에서 프레팅 피로균열과 일반피로균열의 무차원 접선응력확대계수의 값이 동일하므로 이 지점이 접촉압력의 영향권에서 벗어나는 지점, 즉 급경사균열이 수직균열로 방향을 전환하는 지점으로 간주할 수 있다. Table 2는 Fig. 9에서 교차점의 프레팅 피로균열의 길이와 실험에서 경사균열이 수직균열로 전환될 때의 길이를 보여준다. 오차가 최대 12.7%인 경우도 있지만, 실험에서 분지점을 결정하는데 존재하는 오차와 과단면의 형상을 감안한다면 두 결과가 잘 일치한다고 판단된다.

이상의 결과를 종합하면 프레팅 피로균열의 2단계 성장과 분지를 모사하는 방법은 다음과 같다. 프레팅 피로균열의 $(K_{\sigma})_{\max} / (\sigma_{a, \max} a_i^{1/2})$ 값이 일반피로 수직균열의 값보다 클 때는 $(\Delta K_{\sigma})_{\max}$ 기준을 적용하여 균열의 성장방향을 결정하고, 두 값이 동일해진 이후에는 $(da/dN)_{\max}$ 기준을 적용하여 균열의 성장방향을 결정한다. Fig. 10은 이 방법을 적용하여 실험4를 제외한 나머지 조건에 대해 균열성장을 모사한 결과를 보여준다. 해석결과와 실험결과가 잘 일치한다.

5. 결 론

프리팅 피로균열의 2단계 경사방향 성장과 분지 후의 수직방향 성장을 유한요소법으로 해석하였다. 세 가지 균열성장방향 결정기준, 즉 접선응력확대계수가 최대인 방향 $[(K_{\sigma})_{\max}]$, 접선응력확대계수의 범위가 최대인 방향 $[(\Delta K_{\sigma})_{\max}]$, 그리고 균열성장속도가 최대인 방향 $[(da/dN)_{\max}]$ 을 적용하여 다음의 결론을 얻었다.

균열의 경사방향은 $(\Delta K_{\sigma})_{\max}$ 의 방향과 가장

잘 일치하고, 수직방향은 $(\Delta K_{\sigma})_{\max}$ 와 $(K_{\sigma})_{\max}$ 의 영향을 모두 고려한 $(da/dN)_{\max}$ 의 방향과 가장 잘 일치한다. 세 가지 균열성장방향 결정기준 모두 균열이 경사방향에서 수직방향으로 전환하는 분지현상을 설명하지 못한다. 한편 균열의 분지가 발생하는 위치는 경사진 프레팅피로균열의 무차원 $(K_{\sigma})_{\max}$ 값이 수직방향 일반피로균열의 무차원 $(K_{\sigma})_{\max}$ 값과 일치하는 지점과 유사하다.

프레팅피로균열의 무차원 $(K_{\sigma})_{\max}$ 값이 일반피로균열의 무차원 $(K_{\sigma})_{\max}$ 값보다 클 때는 균열의 성장방향을 $(\Delta K_{\sigma})_{\max}$ 방향으로 결정하고, 두 값이 같아진 이후에는 균열의 성장방향을 $(da/dN)_{\max}$ 방향으로 결정하면 프레팅 피로균열의 2단계 성장과정을 해석으로 정확히 모사할 수 있다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2010-0010795).

참고문헌 (References)

- (1) Lamacq, V. and Dubourg, M.-C., 1999, "Modelling of Initial Fatigue Crack Growth and Crack Branching Under Fretting Conditions," *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, Vol. 22, pp. 535~542.
- (2) Faanes, S., 1995, "Inclined Cracks in Fretting Fatigue," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 52, No. 1, pp. 71~82.
- (3) Dubourg, M.-C. and Lamacq, V., 2000, "Stage II Crack Propagation Direction under Fretting Fatigue Loading: A New Approach in Accordance with Experimental Observation," *Fretting Fatigue: Current Technology and Practice*, ASTM STP 1367, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, pp. 436~459.
- (4) Mutoh, Y. and Xu, J.-Q., 2003, "Fracture Mechanics Approach to Fretting Fatigue and Problems to be Solved," *Tribology International*, Vol. 36, pp. 99~107.
- (5) Shkarayev, S. and Mall, S., 2003, "Computational Modelling of Shot-peening Effects on Crack Propagation Under Fretting Fatigue," *J. Strain Analysis*, Vol. 38, No. 6, pp. 495~506.
- (6) Fadag, H. A., Mall, S. and Jain, V. K., 2008, "A Finite Element Analysis of Fretting Fatigue Crack Growth Behavior in Ti-6Al-4V," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, pp. 1384~1399.
- (7) Baietto, M. C., Pierres, E., Gravouil, A., Berthel, B., Fouvry, S. and Trolle, B., 2013, "Fretting Fatigue Crack Growth Simulation Based on a Combined Experimental and XFEM Strategy," *Int. J. Fatigue*, Vol. 47, pp. 31~43.
- (8) Hwang, D. H. and Cho, S.-S., 2014, "Correlation between Fretting and Plain Fatigue Using Fatigue Damage Gradient," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 6, pp. 2153~2159.
- (9) Hwang, D. H. and Cho, S.-S., 2011, "Comparison and Estimation of Fretting Fatigue Damage Parameters for Aluminum Alloy A7075-T6," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 35, No. 10, pp. 1229~1235.
- (10) Barsoum, R. S., 1976, "On the Use of Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics," *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, Vol. 10, pp. 25~37.
- (11) Hudson, C. M., 1973, "A Study of Fatigue and Fracture in 7075-T6 Aluminum alloy in vacuum and air environments," NASA TN D-7262.
- (12) Erdogan, F. and Sih, G. C., 1963, "On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear," *J. Basic Eng.*, Vol. 85, pp. 519~527.