

고강도 재료에 대한 구형압입 물성평가법

최영식* · Karuppasamy Pandian Marimuthu* · 이진행** · 이형일**

* 서강대학교 기계공학과, ** 한국원자력연구원

Property Evaluation Method Using Spherical Indentation for High-Yield Strength Materials

Youngsick Choi*, Karuppasamy Pandian Marimuthu*, Jin Haeng Lee** and Hyungyil Lee**†

* Dept. of Mechanical Engineering, Sogang Univ.

** Reactor Mechanical Engineering Division, Korea Atomic Energy Research Institute

(Received October 22, 2014 ; Revised May 12, 2015 ; Accepted June 1, 2015)

Key Words: Spherical Indentation(구형압입), FEA(유한요소해석), Reverse Analysis(역해석), High Strength Material(고강도재료), Material Property(재료물성치), Load-depth Curve(하중-변위 곡선), Stress-strain Curve(응력-변형률곡선)

초록: 본 연구에서는 항복강도 1GPa 이상의 고강도재료에 대해 구형압입자를 이용한 물성평가법을 제시한다. 압입진산모사를 통해 하중-변위 관계를 응력-변형률 관계로 변환하는 네 압입변수에 대한 회귀식을 바탕으로, 고강도 물성평가용 프로그램을 작성했다. 이를 압입시험에 적용하면 단 한번의 하중-해중에서 얻어지는 데이터로 유효 응력-변형률곡선을 얻을 수 있다. 광범위한 재료들에 대해 구해진 물성치의 평균오차는 영률 0.3%, 항복강도 0.8%, 변형경화지수 6.4% 이내이다.

Abstract: In this paper, we propose a method to evaluate the material properties of high-yield strength materials exceeding 10GPa from spherical indentation. Using a regression equation considering four indentation variables, we map the load displacement relation into a stress-strain relation. To calculate the properties of high-strength materials, we then write a program that produces material properties using the loading / unloading data from the indentation test. The errors in material properties computed by the program are within 0.3, 0.8, and 6.4 for the elastic modulus, yield strength, and hardening coefficient, respectively.

- 기호설명 -

c^2 : 실제 압입깊이와 이상적 압입깊이의 비
 D : 압입자 직경
 d : 실제 접촉 직경
 d_{max} : 최대압입깊이에서 실제 접촉 직경
 E : 재료 영률
 E_I : 압입자 영률
 f : 마찰계수
 h_t : 기준표면 압입깊이
 h : 실제 접촉 압입깊이
 n : 변형경화지수
 P : 압입하중

ϵ_0 : 항복변형률
 ϵ_p : (유효) 소성변형률
 ν : 재료 푸아송비
 ν_I : 압입자 푸아송비
 σ : (유효) 응력
 σ_0 : 항복강도
 ψ : 평균접촉압력과 유효응력의 비

1. 서론

압입시험은 미소시편이나 사용중 부위의 미소 압입으로부터 얻어지는 하중-변위값을 물성치로 환산하는 시험평가법이다. 간단한 시험준비과정을 거쳐 비파괴적으로 재료물성을 제공하는 장점 때문에 많은 연구가 수행되어 왔다.^(1~7) Lee 등⁽¹⁾은 역해석 방법으로 하중-변위를 응력-변형률로 환산하는 압입

† Corresponding author, hylee@sogang.ac.kr

변수들을 재료물성의 함수로 표현했다. 이를 통해 금속재료에 대한 구형압입 하중-해중곡선으로부터 물성치를 얻는 프로그램을 개발했다. 많은 연구중 물성치의 정확성에 있어서 뛰어난 것으로 평가되고 있다. 역해석의 개념은 다음과 같다. 주어진 재료 물성 범위 내에서 물성변수(영률, 항복강도, 변형경화 지수 등)를 적절히 변화시키면서 압입시험을 모사하는 유한요소해석을 수백회 실시한다. 이로부터 하중-변위 곡선의 데이터와 이에 상응하는 응력-변형률을 일대일 대응시키는 함수들을 생성한다. 이 함수들에 기초한 반복계산 과정을 포함하는 프로그램을 만들면, 압입시험 데이터로부터 응력-변형률 관계 및 물성치를 구할 수 있다.

본 연구에서는 Lee 등⁽¹⁾의 연구를 확장해 일반 금속 재료뿐만 아니라 항복강도가 1GPa 이상되는 고강도 재료 및 세라믹과 같은 취성재료의 물성을 측정할 수 있는 구형압입 시험 물성평가기법을 개발 한다. 구형압입 시험법은 취성재료나 고강도 금속 재료처럼 시편가공 또는 균열 성장을 제어하기 어려운 경우, 인장시험을 대신해 재료의 영률, 항복강도, 변형경화지수 등을 얻기 위한 물성평가에 용이하게 활용될 수 있음에도, 아직 이들 재료에 대한 연구는 미비한 실정이다. 따라서 이러한 고강도 재료의 기계적 특성들을 정확히 측정하기 위한 고정밀 비파괴 압입시험법을 개발할 필요가 있다. Lee 등⁽¹⁾이 제안한 압입 물성평가법에서 압입변수들은 압입자 직경으로 무차원화 되어 있어 마이크로 단위의 직경을 갖는 미소 압입자를 이용한 나노 압입시험으로부터 균열 없이 고강도, 취성소재의 물성을 평가할 수 있다.

Lee 등⁽¹⁾은 일반적인 금속재료에 대한 구형압입 시에는 압입자의 변형이 미소해 압입접촉직경 계산시 압입자를 강체로 가정했다. 그러나 고강도 재료를 압입하면 동일 압입깊이에서 상대적으로 큰 압입하중이 필요해 압입자 형상변화가 상대적으로 크게 발생한다. 본 연구에서는 이런 중요한 변화사항을 고려해, 고강도 재료에 대한 개선된 압입변수를 제시했다. 회귀특성을 분석하여 항복변형률의 구간별로 유효한 3 개의 프로그램을 작성한 후, 이를 하나의 프로그램으로 통합하는 기법을 사용한다. 작성된 프로그램을 압입 시험기에 적용하면 한번의 하중-해중으로 광범위한 물성범위에 대한 재료의 물성치를 구할 수 있다.

2. 구형압입시험의 유한요소모델

구형 압입자를 이용한 재료의 압입시험을 모사하기 위해 Fig. 1의 유한요소모델을 생성했다. 유한요소

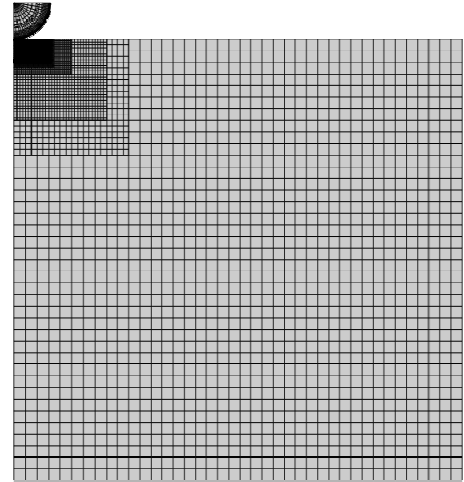


Fig. 1 FE model for $h_t/D=20\%$ indentation analyses

해석에는 상용 유한요소해석 프로그램인 Abaqus⁽⁸⁾를 사용했다. 하중과 형상이 모두 축대칭임을 고려해 4절점 축대칭요소 CAX4를 사용한다. 모델의 유효성을 검증하고자 선행해석을 통해 접촉영역 부근의 최소 요소크기 및 시편의 크기를 변화시켜 최적 요소망을 결정했다. 모델의 최종 유한요소모델은 약 16700 개의 절점과 약 16000개의 4절점 축대칭요소들로 구성된다. 한편, 마찰계수에 따라서 유한요소해석으로 생성된 압입 하중-변위 곡선이 달라지며, 이로 인해 예측 물성치가 변화할 수 있다. 이와 같은 문제를 방지 하는 근본적인 방법은 마찰계수를 압입변수에 삽입해 그에 따른 별도의 수식을 전개하는 것이지만, 이에 따른 많은 해석시간이 소요되며, 실제 실험에서 마찰계수를 입력값으로 고려하는 것도 비현실적이다. 이에 본 연구에서는 다이아몬드 압입자($E_f=1000$ GPa, $\nu_f=0.07$)를 사용하기에 압입자 와 모재 사이의 Coulomb 마찰계수 $f=0.1$ 에 대한 해석을 수행해 압입이론을 전개한다.^(9,10) 유효응력 σ_p 와 유효 소성변형률 ϵ_p 는 마찰계수의 영향과 변형률 구배가 적은 압입표면 하부방향으로 압입자 직경의 30% ($l/D=0.3$), 압입자 중심축으로부터 반경방향으로 $0.4d$ ($2r/d=0.8$)인 점에서 얻는다.⁽¹⁾ 소성 해석에는 J_2 증분소성 이론에 준하는 등방성 탄소성재료를 사용하며 대변형 이론을 적용한다. Abaqus 프로그램 에서 대변형 해석을 수행하려면 NLGEOM (Nonlinear Geometry) 옵션을 사용해야 하며, 그렇지 않을 경우 소변형 해석이 이루어져 실제와 다른 하중-변위 곡선을 얻게 된다.⁽¹⁾

얇은 압입시 압입깊이가 비교적 작아 상대적으로 작은 하중으로 압입할 수 있다. 이로 인해 압입자의 변형으로 인한 영향과 압입자 내의 소성응력 발생을 최소화할 수 있는 장점이 있다. 그러나 이 경우 다른 물성치를 갖는 두 재료가 비슷한 하중-변위곡선을

나타낼 수 있으며, 이와 같은 하중-변위 곡선의 유사성으로 인해 재료물성이 원래와 다르게 계산될 소지가 있다.⁽¹⁾ 이와 같은 문제는 압입깊이를 증가 시킴으로써 해결할 수 있으며, 압입자 직경의 20% (h_i/D) 압입에서는 상술된 문제가 발생하지 않는다.⁽¹⁾ 이에 재료들에 대해 압입자 직경의 20%를 최대압입 깊이로 선정한다.

3. 기존 구형압입이론

3.1 압입시험을 통한 영률평가

영률은 하중-변위곡선의 해중곡선의 초기기울기와 접촉면적과 밀접한 관계가 있다.^(7,11-13) 압입시험으로 구한 해중곡선의 초기기울기 S 로부터 영률을 예측 하려면 추가적인 계산식이 필요하다. 해중곡선의 초기기울기로 영률을 구하는 방법은 Sneddon⁽¹²⁾ 및 Pharr 등⁽¹³⁾ 이 제안했다. 이 영률 예측식들은 탄성 평판재료를 원통형 강체로 압입했을 때의 이론식을 탄성압입자에 대해 보정한 식이다. 탄성재료와 탄소성 재료의 접촉, 해중시 소성변형으로 인해 음의 곡률 반경을 갖는 현상은 이들이 제안한 식 도출에 사용된 가정들을 벗어난다. 이러한 탄성이론이 갖는 문제점을 해결하기 위해 Lee 등⁽¹⁾은 탄소성 재료의 압입에 적합하도록 식 (1)과 같이 보정계수 κ 를 도입했다.

$$E = \frac{1-\nu^2}{d_{\max}/(\kappa S) - (1-\nu_I^2)/E_I} \quad (1)$$

여기서 d_{\max} 는 최대압입깊이 h_{\max} 에서의 pile-up / sink-in 영향을 고려한 투영된 실제 접촉압입 직경이며, E 와 E_I , ν 와 ν_I 는 각각 재료와 압입자의 영률 및 푸아송비이다.

대부분의 압입시험 및 해석에서 가장 장애가 되는 요소 중 하나는 접촉압입직경의 측정 혹은 예측에 있다. 이는 pile-up / sink-in 현상 등으로 인한 측정 기준 선정에 기인한다. 강체 구형압입자로 가정해 pile-up / sink-in 을 고려한 압입시 실제 접촉압입 직경 d 는 구의 기하 형상으로부터 다음과 같이 구해 진다.

$$d = 2\sqrt{hD - h^2} = 2\sqrt{c^2 h_i D - (c^2 h_i)^2} \quad (2)$$

식 (2)에서 h 는 압입시 발생하는 pile-up 과 sink-in을 고려한 실제 압입깊이, h_i 는 기준 표면으로부터 측정된 압입깊이이다. Hill 등⁽¹⁴⁾은 해중시 이들의 비를 c^2 ($\equiv h/h_i$)으로 정의했다. 실제 압입깊이에서 압입접촉 직경을 측정하는 것은 매우 어렵기 때문에 Lee 등⁽¹⁾은 유효요소해석으로 얻어지는 c^2 을 회귀해 식 (3)과 같이 재료 물성치와 압입깊이의 함수로 표현한 후,

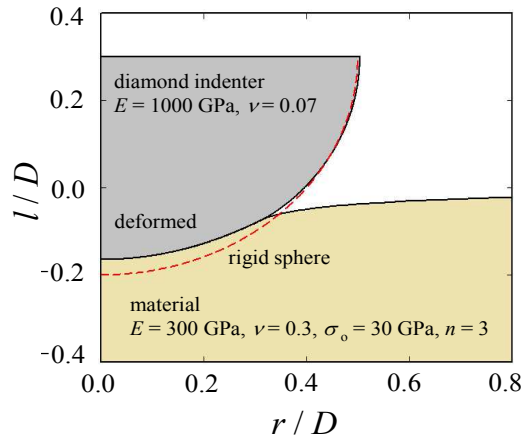


Fig. 2 Deformed shape of diamond indenter at loaded state

이로부터 계산된 값을 식 (2)에 대입해 압입접촉직경을 구하는 방식을 택했다.

$$c^2 = f_0^c(\epsilon_0, n, E/E_I) + f_1^c(\epsilon_0, n, E/E_I) \ln(h_i/D) \quad (3)$$

압입자가 강체이면 압입자 변형이 없어 재료물성과 무관하게 식 (2)가 성립한다. Lee 등⁽¹⁾은 일반 금속 재료 ($\sigma_0 = 100 - 3000$ MPa)에 대해 구형 탄성압입자로 압입해석을 수행해, 식 (2)-(3)을 포함한 물성평가 프로그램을 작성했다. 그러나 고강도 재료 ($\sigma_0 = 1 - 30$ GPa)에 대한 압입에서는 압입자의 상대변형이 커서, 식 (2)-(3)의 사용이 큰 오차를 야기한다. Fig. 2는 한 예로 $E = 300$ GPa, $\epsilon_0 = 0.1$, $n = 3$ 인 재료에 대한 압입시 다이아몬드 압입자의 변형정도를 보여준다. 형상이 구형에서 적지 않게 벗어나 있음을 알 수 있다. 식 (2)-(3)을 포함한 방법은 과정이 복잡하며, 재료의 항복강도가 커질수록 압입직경의 측정오차가 커진다. 이와 같은 요인으로 측정오차가 누적될 소지가 있으므로 본 연구에서는 유효요소해석을 통해 얻은 접촉압력을 이용해 접촉압입직경 d 값을 구한다.

3.2 향상된 접촉압입직경 평가

본 해석에서는 접촉압력으로 접촉상태의 절점좌표를 구하고 이로부터 d 값을 도출한다. 접촉압력이 0이 아닌 절점까지를 접촉면으로 정하면 최대 오차가 요소크기의 반에 해당한다. 이에 Fig. 3처럼 압입자와 접촉된 끝 두 절점을 잇는 실선과 압입자와 접촉하지 않는 처음 두 절점을 잇는 실선의 교차점까지를 접촉면으로 정한다.⁽¹⁵⁾ Fig. 4에서 심볼과 실선은 각각 끝 접촉절점과 교차점까지를 접촉면으로 정해 얻은 d 이다. 후자가 더 매끄러우며, 두 방법에 의한 d 의 차이는 0.2% 이하이다. 본 해석모델은 미세 변형까지 감지하도록 압입자 하부에 압입자 직경의 0.0625% 크기의 조밀한 요소들로 구성되어 있다.

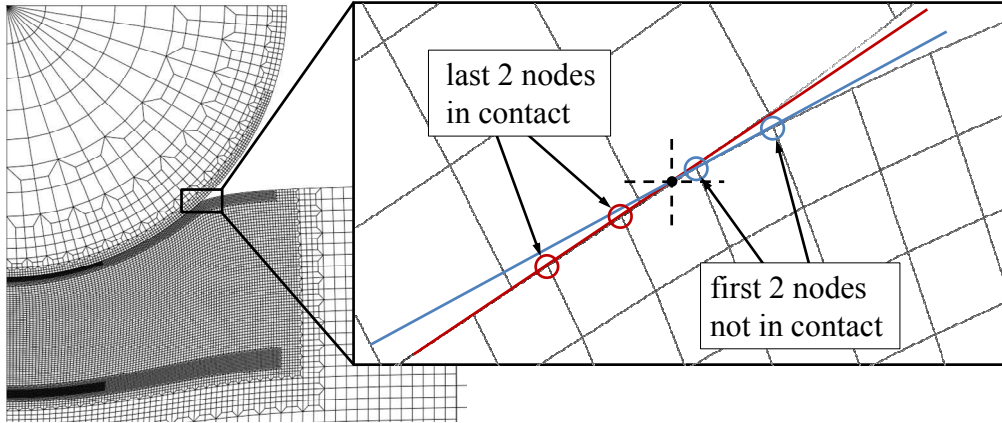


Fig. 3 Evaluation of d by taking the intersection ($\cdot+$) of two lines that are passing through the last two nodes in contact and first two nodes not in contact, respectively [Hay and Crawford⁽¹⁵⁾]

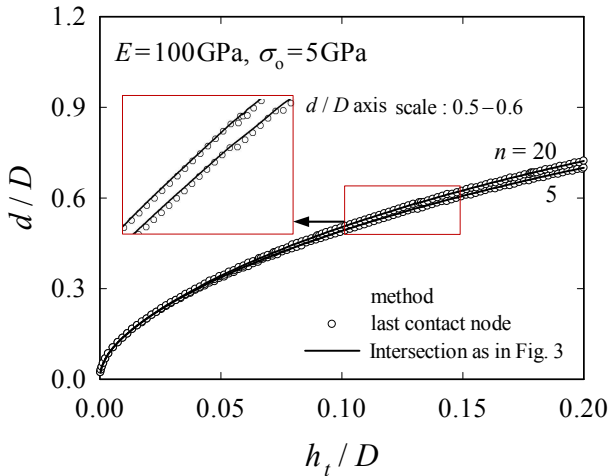


Fig. 4 d/D vs. h_i/D for various values of n ; open symbol from last contact node and solid line from intersection point

3D 모델은 본 해석모델 보다 요소가 커서, 계산 시간 효율 측면에서 후자가 더 효과적이다.

4. 응력-변형률 곡선의 멱함수적 표현

유한요소해석에 의한 압입모사에서는 재료물성치가 중요 변수가 되므로, 재료의 응력-변형률 특성을 정량적으로 표현하는 물성회귀식이 필요하다. 응력-변형률 관계는 식 (4)와 같이 Hollomon의 구간 멱함수법 (piecewise power law) 형태로 표현된다.⁽¹⁶⁾

$$\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_0} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sigma_0} & \text{for } \sigma \leq \sigma_0 \\ \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n & \text{for } \sigma \geq \sigma_0; 1 < n \leq \infty \end{cases} \quad (4)$$

여기서 σ_0 는 항복강도, $\varepsilon_0 (= \sigma_0 / E)$ 는 항복변형률이며, ε_i 는 탄성변형률과 소성변형률을 합한 총 변형률을 나타낸다. E 는 영률, n 은 변형경화지수이다. $n = 1$ 일 때는 완전탄성재료 (perfectly elastic material)를 나타내며, $n = \infty$ 경우는 탄성-완전소성 재료 (elastic-perfectly plastic material)를 나타낸다. 변형경화재료에 대한 대부분의 연구가 Ramberg-Osgood의 재료모델 식을 통해 전개됨에도 불구하고 본 연구에서는 멱함수식을 사용하는데, 그 이유는 멱함수를 사용함으로써 명시적인 선형탄성 구간과 그에 따른 동일한 항복응력을 정의할 수 있기 때문이다.

재료에 대한 압입시험을 통해 얻는 정보는 압입 하중과 압입깊이뿐이며, 이를 이용해 응력-변형률 곡선으로 변환해야 한다. 이 때 멱함수 재료 모델 식에서 필요한 것이 재료의 영률, 항복강도 그리고 변형경화지수이다. 이에 Lee 등⁽¹⁾은 압입시험의 하중-변위 데이터로부터 이 물성치들을 계산해 주는 무차원 압입변수들을 선정한 후, 구형압입 시험의 유한요소해석을 통해 이 압입변수들을 압입깊이 및 물성치의 함수로 표현했다. 이 때 식 (4)를 이용하며, 식 (5)와 같이 변환될 수 있다.

$$\sigma = \sigma_0 (\varepsilon_i / \varepsilon_0)^{1/n} = K \varepsilon_i^{1/n} \quad (5)$$

여기서 K 는 강도계수 (strength coefficient)로, 응력과 변형률 데이터의 회귀를 통해 구한다. 식 (5)는 항복점 $\sigma = \sigma_0$ 일 때에도 성립해야 하므로 항복점에 대해 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_0 = K \varepsilon_0^{1/n} \quad (6)$$

한편 항복점에서 탄성 응력-변형률 관계는 식 (7)과 같다.

$$\sigma_o = E \varepsilon_o \quad (7)$$

식 (6)을 식 (7)에 대입하면 다음 식이 유도된다.

$$\sigma_o = \left(K^n / E \right)^{\frac{1}{n-1}} = E \left(K / E \right)^{\frac{n}{n-1}} \quad (8)$$

따라서 식 (5)를 이용한 응력-변형률 곡선 회귀로부터 n 과 K 를 계산해 식 (8)에 대입하면 항복강도가 계산된다.

5. 고강도 재료의 물성평가를 위한 프로그램

5.1 재료물성에 따른 압입변수 수식화

Lee 등⁽¹⁾은 압입시험의 하중-변위 데이터로부터 이 물성치들을 계산해 주는 네 개의 무차원 압입 변수 (c^2 , ε_p , ψ , κ) 들을 선정 한 후, 구형압입 시험의 유한요소해석을 통해 이 압입 변수들을 압입깊이 및 물성치의 함수로 표현했다. 본 연구에서는 Lee 등⁽¹⁾의 압입이론에 기초해 압입변수들 (d/D , ε_p , ψ , κ)을 식 (9)-(12)와 같이 새롭게 함수화 한다. Table 1은 회귀에 사용된 다양한 모재 물성치 값들을 나타낸다.

$$(d/D) = f_0^d(\varepsilon_o, n, E/E_I) + f_1^d(\varepsilon_o, n, E/E_I) \ln(h_t/D) \quad (9)$$

$$\varepsilon_p = f_i^e(\varepsilon_o, n, E/E_I) \left(\frac{h_t}{D} \right)^i \quad (10)$$

$$\psi = \frac{P}{D^2 \sigma} = f_i^\psi(\varepsilon_o, n, E/E_I) \left(\frac{h_t}{D} \right)^i \quad (11)$$

$$\kappa = f_i^K(\varepsilon_o, n, E/E_I) \quad (12)$$

본 해석에서는 식 (2)-(3)과 같이 c^2 을 이용하는 대신, 식 (9)처럼 접촉직경 d 를 재료 물성치와 압입 깊이의 함수로 직접 설정해 바로 d_{max} 를 구한다. Fig. 5에서 심볼은 $E = 100 \text{ GPa}$, $\varepsilon_o = 0.05$ 인 경우, 세 n 값에 대해 d 와 압입깊이의 관계를 보여준다. d 와 h_t 사이의 관계를 식 (9)의 형태로 회귀했으며, 이들 회귀곡선도 도시했다. 식 (1)로 영률을 계산시 d_{max} 만

Table 1 Material properties for FE analyses

Parameter	Values used for FEA
E	100, 200, 300 GPa
ν	0.3
ε_o	0.01 - 0.1
n	1.1, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7, 10, 13, 20, 50
f	0.1

필요하므로, 그림처럼 h_{max} 의 상위 25%만 회귀구간으로 선정해, 단순히 선형회귀를 했다. 마찰계수의 영향과 변형률 구배가 적은 압입표면 하부방향으로 압입자 직경의 30% ($l/D = 0.3$), 압입자 중심축으로부터 반경방향으로 $0.4d$ ($2r/d = 0.8$)인 점의 유효소성 변형률과 유효응력을 식 (10)-(11)과 같이 물성치와 압입깊이의 함수로 표현한다. 여기서 유효응력은 $\sigma \equiv P/(D^2 \psi)$ 로 계산된다.

식 (1)에서 κ 는 다음과 같이 정리된다. κ 는 해중시 하중-변위곡선의 초기 기울기 S (구간: $r_s < 0.1$)를 식 (13)에 대입해 구한다.

$$\kappa = \frac{d_{max}}{S} \left(\frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_I^2}{E_I} \right)^{-1} \quad (13)$$

이때 r_s 는 식 (14)와 같이 기울기 S 의 선형회귀에 사용된 하중구간을 최대 하중으로 무차원화시킨 변수이다. 해중곡선의 기울기는 대략 $r_s < 0.1$ 이면 일정값으로 수렴한다.

$$r_s \equiv (P_{max} - P) / P_{max} \quad (14)$$

식 (10)-(11)에서, 압입변수 ε_p , ψ 는 압입자 직경 D 로 무차원화 되는데 반해 κ 는 압입자 접촉직경 d_{max} 로 무차원화 된다. Tabor⁽¹⁷⁾ 및 Haggag 등⁽¹⁸⁾의 실험분석을 통한 연구에서는 대표 유효응력과 변형률이 압입자의 접촉직경으로 무차원화 되어있다. 즉 압입시험으로 얻을 수 있는 정보는 하중, 변위, 압흔으로 한정되어 있기 때문에 d_{max} 는 주요 변수가 된다. 그러나 유한요소해석을 통해 회귀식을 생성하는 본 방법에서 유효응력과 변형률은 물성치들의 함수로 표현되기에

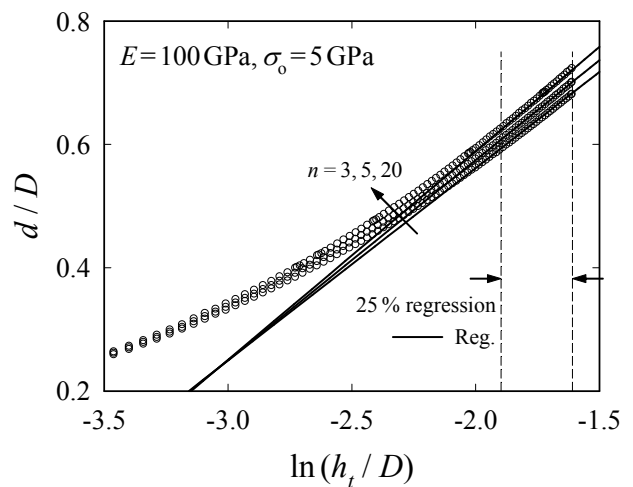


Fig. 5 Regression curves of d/D vs. $\ln(h_t/D)$ for various values of n

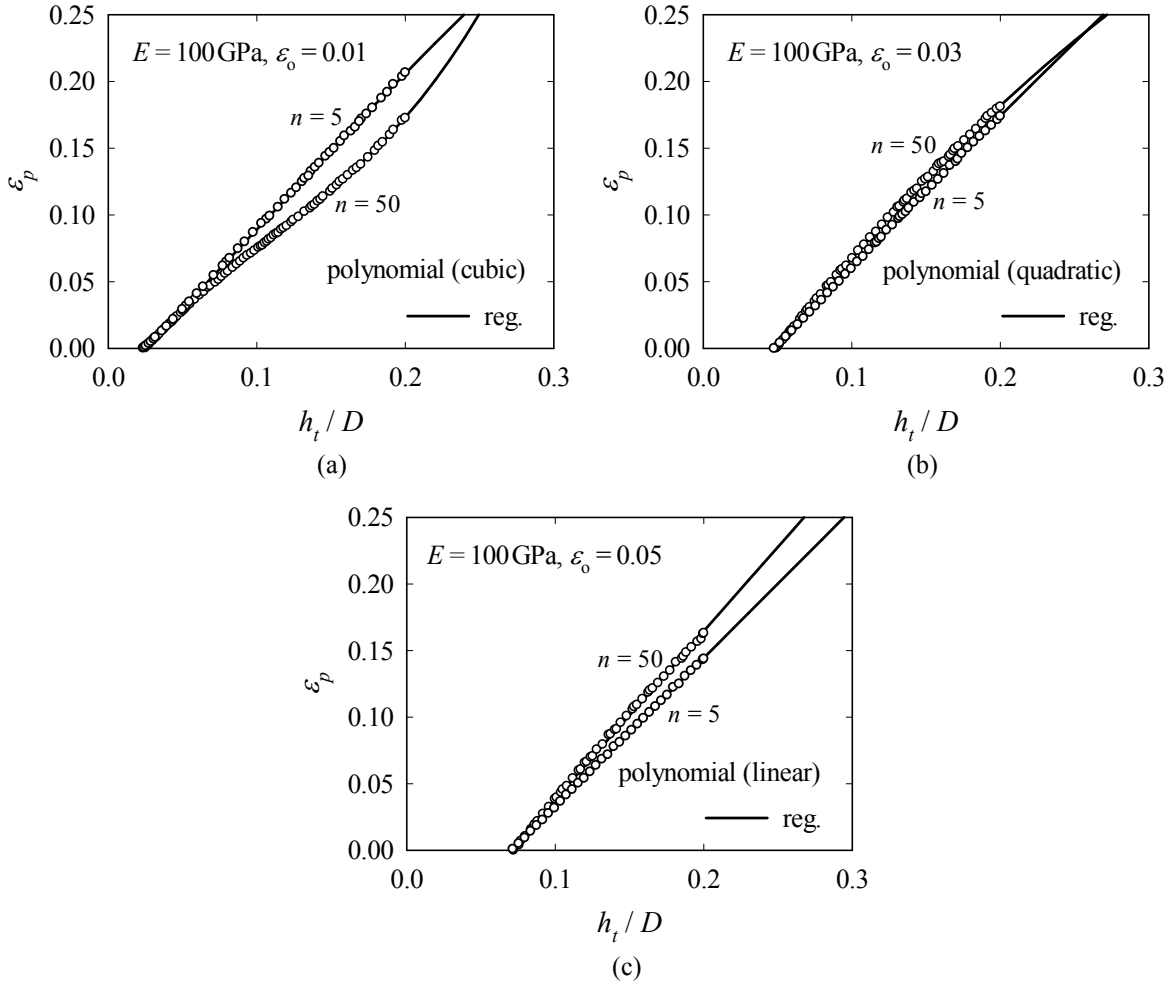


Fig. 6 Equivalent plastic strain vs. indentation depth data

구태여 d_{max} 로 무차원화할 필요가 없어 D 를 사용했다. 반면 κ 의 경우, D 대신 d_{max} 로 표현하면 물성 변화에 따른 κ 값의 편차가 작아 회귀식 생성이 용이하다. 이에 본 연구에서는 d_{max} 를 사용해 κ 값을 무차원화했다.

5.2 고강도 재료 물성평가 프로그램

Figs. 6(a)-(c)는 $E=100\text{GPa}$ 에 대해 항복변형률 및 변형경화지수 변화에 따른 관측점 ($l/D=0.3, 2r/D=0.8$)의 유효 소성변형률과 압입깊이의 관계를 보여준다. 그림에서 항복변형률이 크고 변형경화지수가 작을수록 유효 소성변형률과 압입깊이의 관계가 선형화 된다. 압입변수 ψ 도 이와 같은 경향을 보인다. 이에 각 구간별로 $\epsilon_0=0.01-0.03$ 는 3차, $\epsilon_0=0.03-0.05$ 는 2차, $\epsilon_0=0.05-0.1$ 는 1차 다항식으로 압입깊이에 따른 압입변수 ϵ_p, ψ 관계를 식 (10)-(11)과 같은 형태로 회귀한 후, 이 회귀함수들을 이용해 각 구간에 유효한 프로그램 A, B, C를 작성했다.

프로그램 내 계산과정은 다음과 같다.

먼저 압입자 직경의 20%에 상응하는 깊이로 압입한 후 해중해 얻은 하중-변위 데이터를 평가프로그램의 입력자료로 대입한다. 이때 재료의 물성평가를 위해 압입시 압입깊이에 대한 하중 정보를 얻고 해중시 초기기울기 S 를 계산한다. 이어 초기에 임의의 항복강도와 변형경화지수를 대입해 계산되어 나오는 각 물성치들이 주어진 오차 이내에서 수렴할 때까지 다음 과정을 반복수행한다(Fig. 7).

식 (9)로 계산된 압입직경을 d_{max} 를 이용해 소성 변형률과 응력을 계산하는데, 이때 각각 식 (10)-(11)이 사용된다. 이 응력 변형률 데이터를 식 (5)에 대입해 K 와 n 을 계산하고, 해중시 초기기울기를 식 (1)에 대입해 영률 E 를 구한다. 이들 K, E, n 을 사용해 식 (8)로 항복강도 σ_0 를 얻고 항복변형률 ϵ_0 를 식 (7)로 계산한다. ϵ_0 와 n 의 업데이트 과정을 반복하면서 둘의 변화량이 허용범위 내에 들어오는지 판별한다. 이때 허용범위는 일반적인 수치해석에서

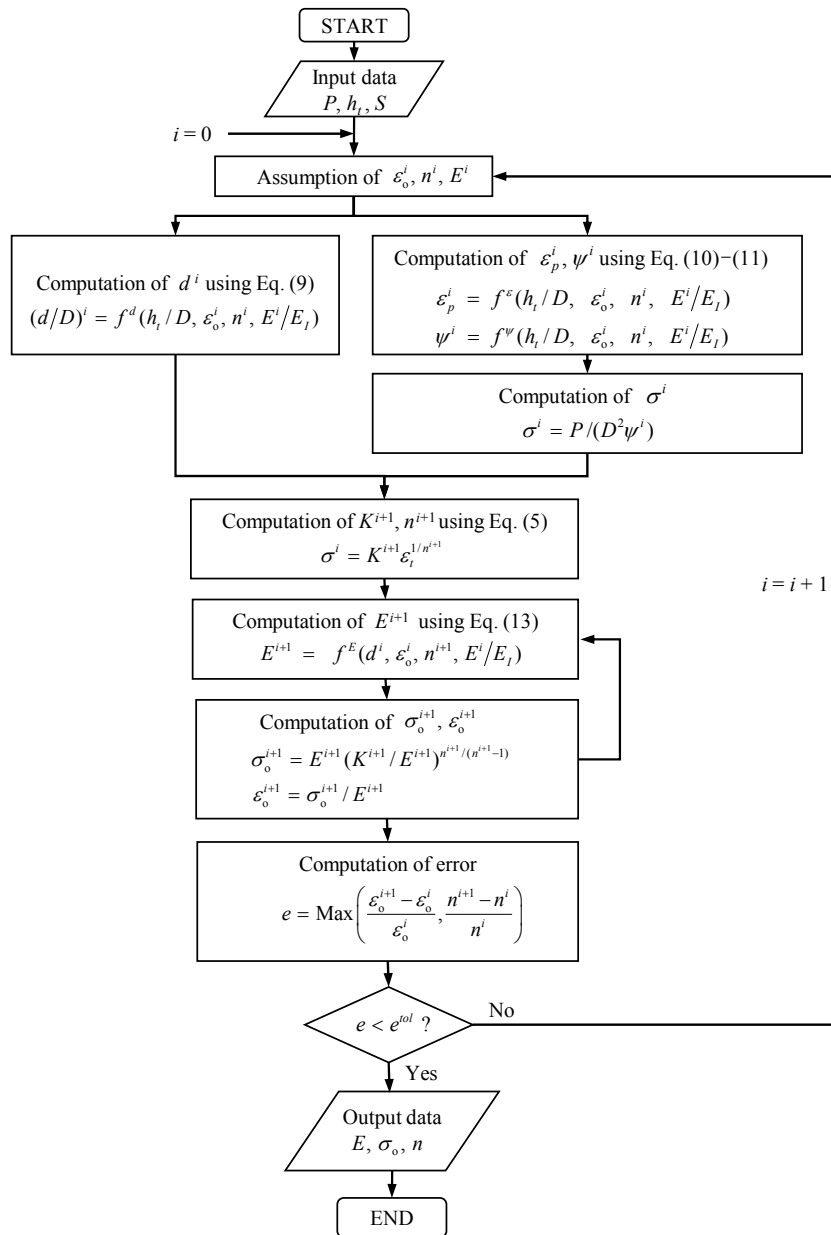


Fig. 7 Flow chart for determination of material properties

많이 쓰이는 10^{-5} 이내로 택한다. 판별조건을 만족하면 프로그램을 종료하고 최종 물성치들을 바로 산출하며, 만족하지 않으면, 업데이트 과정을 100회 반복 후 마지막 결과값을 산출하도록 했다. 이 경우, 대략 30회 이내의 업데이트 과정에서 ϵ_0 와 n 모두 일정값으로 수렴했다.

Fig. 8은 $\epsilon_0=0.03, 0.05$ 에서 상술된 방법으로 항복강도가 계산되는 과정을 보여준다. $\epsilon_0=0.03, 0.05$ 는 각 프로그램의 유효범위가 중첩되는 구간 [프로그램 A($\epsilon_0=0.01-0.03$), B ($0.03-0.05$), C($0.05-0.1$)]으로 모든 프로그램이 중첩구간에서 입력자료와 평균오차

1% 내의 유효한 값을 준다. 구간 (0.01-0.1)에 대해 구간 (0.05-0.1)에 유효한 프로그램 C로부터 예측된 $\epsilon_{0|computed}$ 를 Fig. 9에 심볼로 나타냈다. $\epsilon_0 < 0.05$ 이면 항상 $\epsilon_{0|computed} < 0.05$ 이다. 마찬가지로 구간 (0.03-0.05)에 유효한 프로그램 B도 유효범위 아래의 재료 ($\epsilon_0 < 0.03$) 평가시 0.03보다 작은 값을 준다. 이에 다음과 같은 방법으로 세 개의 프로그램을 하나로 통합했다. 압입 하중-변위곡선으로부터 프로그램 C로 얻은 $\epsilon_{0|computed}$ 가 0.05보다 작으면 프로그램 B로, 프로그램 B로 예측된 $\epsilon_{0|computed}$ 가 0.03보다 작으면 프로그램 A로 물성을 예측한다.

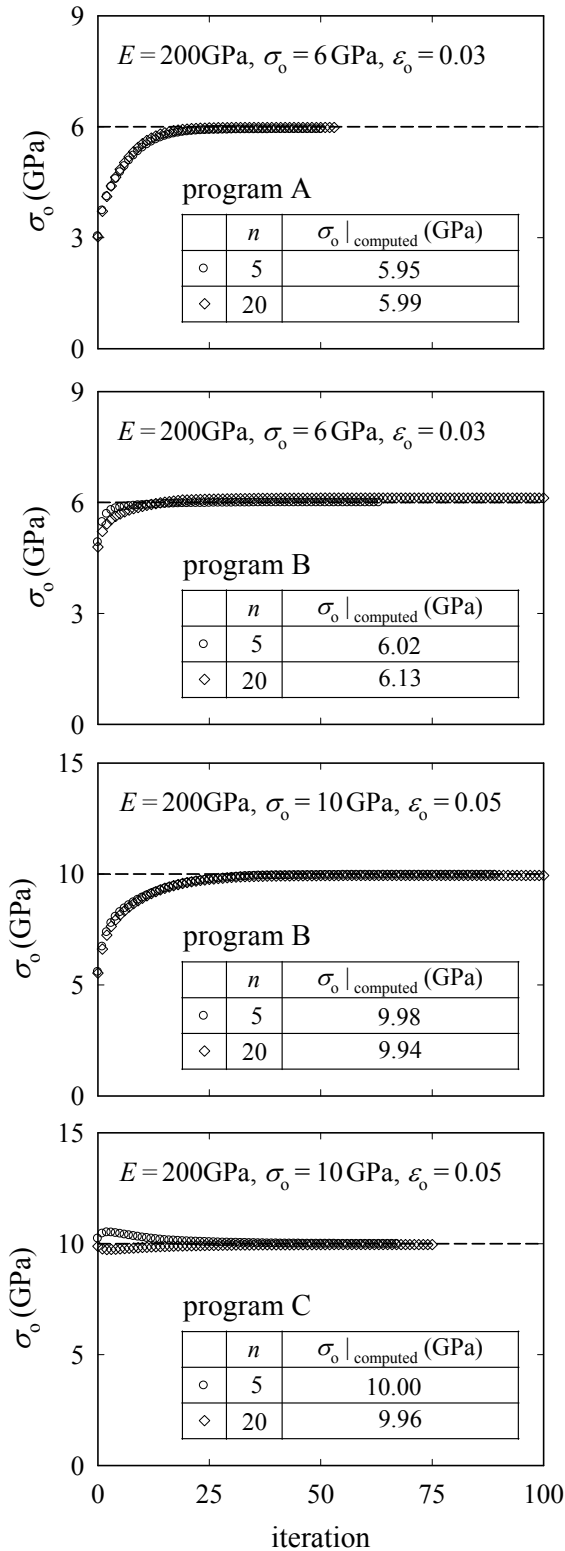


Fig. 8 $\sigma_0|_{\text{computed}}$ vs. iteration data; program A & B compute σ_0 for $\epsilon_0 = 0.03$, while program B & C compute σ_0 for $\epsilon_0 = 0.05$

다양한 물성치에 대해, 주어진 응력-변형률곡선과 물성평가 프로그램으로 구한 곡선을 Figs. 10-12에 비

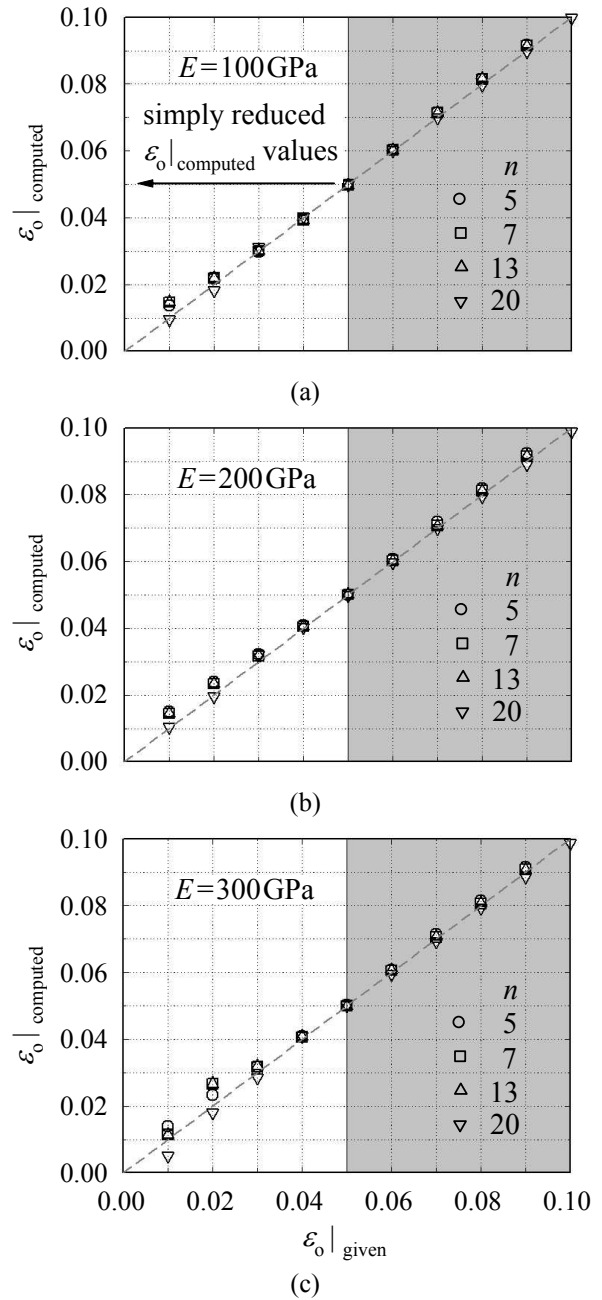


Fig. 9 Comparisons of $\epsilon_0|_{\text{computed}}$ from program C with $\epsilon_0|_{\text{given}}$ for (a) $E=100$, (b) $E=200$, (c) $E=300$ GPa ; program C is valid in the gray region only

교했다.

실선은 유한요소해석에 사용된 재료물성 곡선이며, 심볼은 평가된 물성곡선이다. Table 2에 이들 실제 물성치와 예측물성치, 그리고 그 오차를 정리했다. 기존식 (2)-(3)으로부터 압입직경을 구하는 과정을 없애고 회귀경향을 분석해 항복변형률의 구간별로 압입변수들을 물성치의 함수로 회귀함으로써, 계산된 물성치들의 평균오차는 영률 0.3%, 항복강도 0.8% 정도로 해석에 사용된 물성치와 매우 근접한 값을

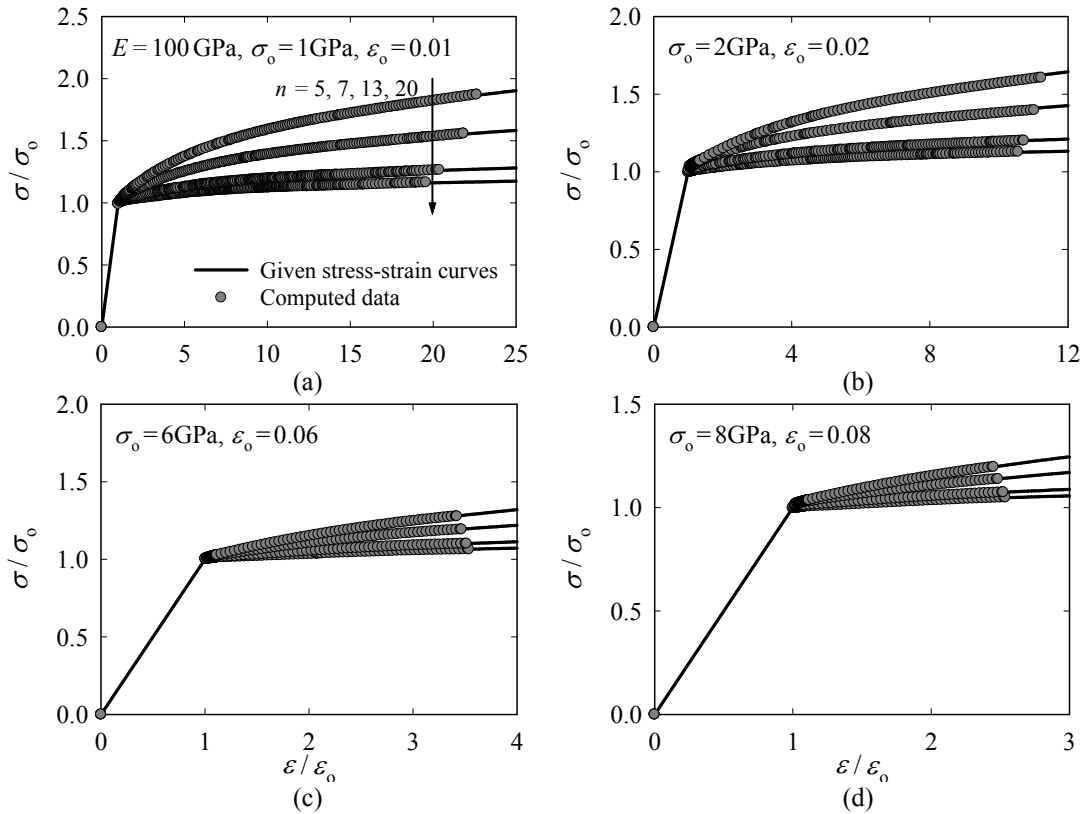


Fig. 10 Comparisons of computed stress-strain curves with those given for $E=100\text{GPa}$ [$\epsilon_0=(a) 0.01$ (b) 0.02 (c) 0.06 (d) 0.08]

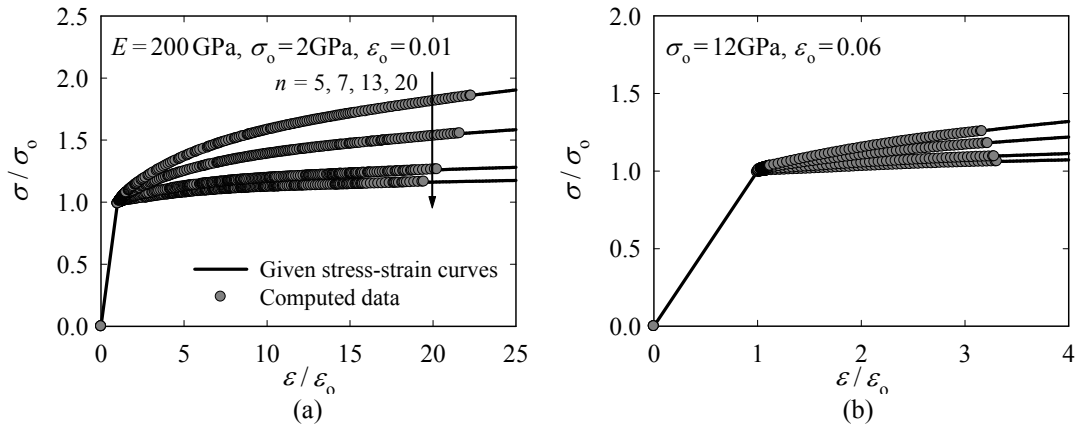


Fig. 11 Comparisons of computed stress-strain curves with those given for $E=200\text{GPa}$ [$\epsilon_0=(a) 0.01$ (b) 0.06]

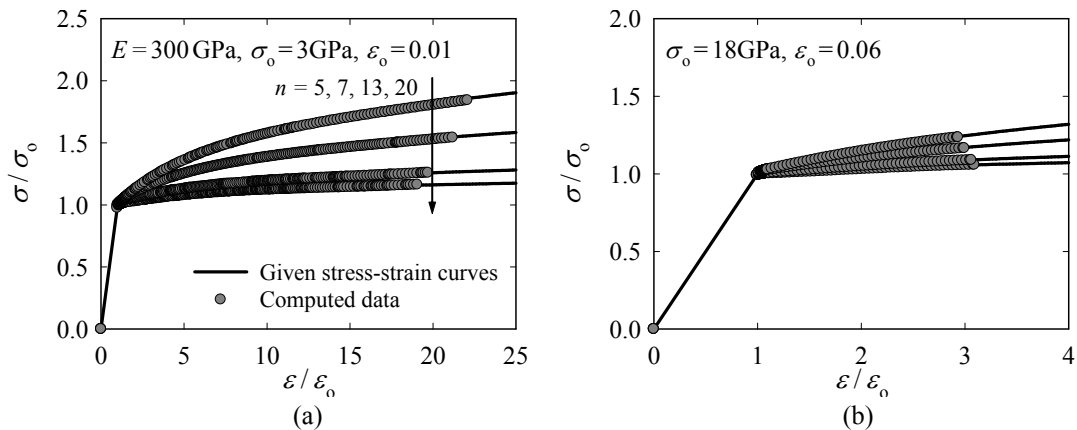


Fig. 12 Comparisons of computed stress-strain curves with those given for $E=300\text{GPa}$ [$\epsilon_0=(a) 0.01$ (b) 0.06]

Table 2 Comparison of computed material property values to those given

σ_0 / E (GPa)	n	Computed σ_0 / E (GPa)	Error (%)	Computed n	Error (%)
1 / 100	5	0.99 / 100	1.1 / 0.2	4.8	3.3
	7	1.00 / 100	0.2 / 0.1	6.9	2.1
	13	1.00 / 100	0.3 / 0.0	12.6	3.4
	20	1.00 / 100	0.4 / 0.0	18.9	5.7
3 / 100	5	3.01 / 100	0.4 / 0.3	5.2	4.0
	7	3.02 / 100	0.5 / 0.1	7.2	2.5
	13	3.00 / 100	0.0 / 0.1	12.8	1.9
	20	29.9 / 100	0.2 / 0.0	19.0	5.0
5 / 100	5	5.03 / 100	0.5 / 0.0	5.0	0.2
	7	5.00 / 100	0.1 / 0.1	6.9	0.9
	13	4.98 / 100	0.3 / 0.0	12.4	4.8
	20	5.00 / 100	0.1 / 0.0	19.3	3.7
8 / 100	5	8.15 / 100	1.9 / 0.0	5.5	8.3
	7	8.12 / 100	1.5 / 0.0	7.8	12.0
	13	8.02 / 100	0.2 / 0.0	13.4	2.7
	20	8.02 / 100	0.2 / 0.0	20.4	1.8
2 / 200	5	1.98 / 200	1.1 / 0.1	4.9	2.6
	7	1.98 / 200	1.0 / 0.0	6.8	3.5
	13	1.98 / 200	0.8 / 0.0	12.3	5.5
	20	1.98 / 201	1.0 / 0.5	18.2	9.2
6 / 200	5	6.02 / 200	0.3 / 0.2	4.9	1.6
	7	6.03 / 200	0.6 / 0.0	7.0	0.8
	13	6.06 / 200	1.0 / 0.2	13.7	5.3
	20	6.13 / 200	2.1 / 0.4	26.3	31.5
10 / 200	5	10.00 / 200	0.0 / 0.2	5.0	0.6
	7	10.02 / 200	0.2 / 0.0	7.0	0.0
	13	9.96 / 200	0.4 / 0.2	11.6	10.5
	20	9.94 / 200	0.6 / 0.3	16.8	16.1
16 / 200	5	16.34 / 200	2.1 / 0.0	5.6	11.6
	7	16.23 / 200	1.4 / 0.0	7.8	11.5
	13	15.98 / 200	0.1 / 0.0	12.7	2.4
	20	15.89 / 200	0.7 / 0.2	17.3	13.4
3 / 300	5	2.93 / 300	2.4 / 0.0	4.8	3.6
	7	3.00 / 299	0.1 / 1.3	7.0	0.5
	13	3.02 / 299	0.6 / 0.6	13.2	1.7
	20	2.98 / 301	0.8 / 0.8	18.4	7.8
9 / 300	5	8.92 / 301	0.9 / 1.1	4.7	5.7
	7	8.95 / 301	0.5 / 0.5	6.6	5.7
	13	9.05 / 300	0.5 / 0.1	13.1	0.6
	20	89.7 / 300	0.3 / 0.0	18.0	10.2
15 / 300	5	15.04 / 300	0.3 / 0.0	5.1	1.1
	7	15.00 / 300	0.0 / 0.0	7.0	0.6
	13	14.98 / 300	0.1 / 0.1	12.8	1.8
	20	15.02 / 300	0.2 / 0.0	20.5	2.8
24 / 300	5	24.39 / 300	1.6 / 0.1	5.5	10.7
	7	24.19 / 300	0.8 / 0.0	7.6	8.8
	13	23.98 / 300	0.1 / 0.0	13.0	0.2
	20	23.81 / 300	0.8 / 0.1	16.7	16.4

준다. 변형경화지수의 경우, 평균오차는 6.4%로 영률, 항복강도에 비해 다소 크다. 이는 응력-변형률 값을 식 (5)의 형태로 회귀해 n 값을 얻는 과정에서, 소성구

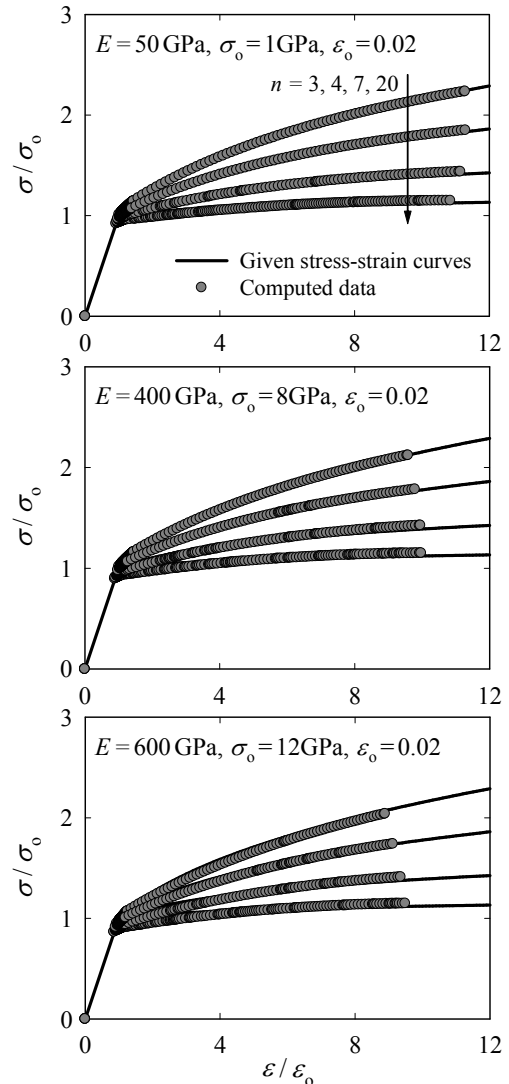


Fig. 13 Comparisons of computed stress-strain curves with those given for $\epsilon_0=0.02$ [$E=(a) 50$ (b) 400 (c) 600 GPa]

간 곡선 기울기의 작은 차이에도 n 값이 민감하게 변하기 때문이다. 그러나 실험측정 오차등을 감안할 때 소성구간에서의 특성을 비교적 잘 나타낸다고 볼 수 있다. 또한 압입이론에 사용된 유한요소해석은 멱함수재료 모델식을 사용하지만 모든 재료가 이 모델식을 따르지 않는다.⁽¹⁶⁾ 실제 재료 평가시에는 회귀되는 변형률구간에 따라 변형경화지수가 크게 달라질 수 있어, 재료특성에 따른 적정 회귀구간을 선정하는 것이 필요하다.

본 연구에서는 E 값의 범위를 Table 1과 같이 100–300 GPa로 선정한 후, 물성평가 프로그램을 작성했다. 일반적으로 고강도 소재로 판단되는 텅스텐 재료의 탄성계수는 400–600 GPa 정도 값을 갖는다. 이에 다양한 n 에 대해 $\epsilon_0=0.02$ 로 고정후, E 범위를 확장해 ($E = 50, 400, 600$ GPa) 프로그램의 유효성을 살폈다(Fig. 13). 실선은 유한요소해석에 사용된 재료

물성곡선이며, 심볼은 평가된 물성곡선이다. 그림에서 볼 수 있듯 본 프로그램은 광범위한 물성범위 ($E = 50\text{--}600\text{ GPa}$)에서 유효한 값을 준다.

6. 요약

본 연구에서는 Lee 등⁽¹⁾이 제시한 압입이론을 고강도 재료물성 평가에 확장했다. 관련 내용들은 다음과 같이 요약된다.

(1) Lee 등⁽¹⁾이 제안한 방법을 활용해 고강도 재료의 구형 압입물성평가 프로그램을 작성했다. 이 프로그램은 압입 하중-변위 데이터를 이에 상응하는 진 응력-변형률 곡선으로 변환해 준다.

(2) 대부분의 압입시험 및 해석에서 가장 장애가 되는 요소는 접촉압입직경의 측정이나 예측에 있다. 이에 압입 전사모사시 접촉압력분포 및 교차점을 활용해 접촉압입 직경을 구했다. 이로부터 물성치와 하중-변위곡선을 일대일 대응시키는 개선된 무차원 압입변수를 함수화했다.

(3) 회귀특성을 분석해 항복변형률의 구간별로 유효한 3개의 프로그램을 작성한 후, 이를 하나의 프로그램으로 통합했다. 광범위한 재료들에 대해 통합 프로그램으로 구해진 물성치의 평균오차는 영률 0.3%, 항복강도 0.8%, 변형경화지수 6.4% 이내이다.

후 기

본 논문은 2013년 교육과학기술부 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구이며, 이에 감사드립니다 (No. NRF-2012 R1A2A2A 01046480).

참고문헌 (References)

- (1) Lee, J. H., Kim, T. and Lee, H., 2010, "A Study on Robust Indentation Techniques to Evaluate Elastic-plastic Properties of Metals," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 47, pp. 647~664.
- (2) Larsson, P.-L., Giannakopoulos, A. E., Soderlund, E., Rowcliffe, D. J. and Vestergaard, R., 1996, "Analysis of Berkovich Indentation," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 33, pp. 221~248.
- (3) Giannakopoulos, A. E. and Suresh, S., 1999, "Determination of Elastoplastic Properties by Instrumented Sharp Indentation," *Scripta Materialia*, Vol. 40, pp. 1191~1198.
- (4) Cheng, Y. T. and Cheng, C. M., 1998, "Scaling Approach to Conical Indentation in Elasto-plastic Solids with Work Hardening," *Journal of Applied Physics*, Vol. 84, pp. 1284~1291.
- (5) Dao, M., Chollacoop, N., Van Vliet, K. J., Venkatesh, T. A. and Suresh, S., 2001, "Computational Modeling of the Forward and Reverse Problems in Instrumented Sharp Indentation," *Acta Materialia*, Vol. 49, pp. 3899~3918.
- (6) Lee, J. H., Lee, H., Hyun, H. C. and Kim, M., 2010, "Numerical approaches and Experimental Verification of the Conical Indentation Techniques for Residual Stress Evaluation," *Journal of Materials Research*, Vol. 25, pp. 2212~2223.
- (7) Lee, H. and Lee, J. H., 2008, "Evaluation of Material Characteristics by Micro / Nano Indentation Tests," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 32, No. 10, pp. 805~816.
- (8) Abaqus Version 6.13 User's Manual, 2013, Dassault Systems Simulia Corp., Providence, RI, USA.
- (9) Tabor, D., 1951, *The Hardness of Metals*, Oxford University Press, London.
- (10) Vander Voort, G. F., 1984, *Metallography Principles and Practice*, ASM international, Chapter 5.
- (11) Taljat, B., Zacharia, T. and Kosel, F., 1997, "New Analytical Procedure to Determine Stress-strain Curve from Spherical Indentation Data," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 35, pp. 4411~4426.
- (12) Sneddon, I. N., 1965, "The Relation between Load and Penetration in the Axisymmetric Boussinesq Problem for a Punch of Arbitrary Profile," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 3, pp. 47~57.
- (13) Pharr, C. M., Oliver, W. C. and Brotzen, F. R., 1992, "On the Generality of the Relationship among Contact Stiffness, Contact Area and Elastic Modulus during Indentation," *Journal of Materials Research*, Vol. 7, pp. 613~617.
- (14) Hill, R., Storakers, B. and Zdunek, A. B., 1989, "A Theoretical Study of the Brinell Hardness Test," *Proceedings of the Royal Society of London A*, Vol. 423, pp. 301~330.
- (15) Hay, J. and Crawford, B., 2011, "Measuring Substrate-independent Modulus of Thin Films," *Journal of Material Research* 26/6, pp. 727~738.
- (16) Hyun, H. C., Lee, J. H. and Lee, H., 2008, "Mathematical Expressions for Stress-strain Curve of Metallic Material," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 32, No. 1, pp. 21~28.
- (17) Tabor, D., 1948, "A Simple Theory of Static and Dynamic Hardness," *Proceedings of the Royal Society of London A* 192, pp. 247~274.
- (18) Haggag, F. M., Wang, J. A., Sokolov, M. A. and Murty, K. L., 1997, "Use of Portable / In Situ Stress-strain Microprobe System to Measure Stress-strain Behavior and Damage in Metallic Materials and Structures," *Nontraditional Methods of Sensing Stress, Strain, and Damage in Materials and Structures. ASTM STP 1318*, pp. 85~98.