http://dx.doi.org/10.15207/JKCS.2015.6.5.227

퍼지 융합 등식 제약식을 갖는 퍼지 선형계획법 문제

오세호
청주대학교 산업공학과

A Fuzzy Linear Programming Problem with Fuzzy Convergent Equality Constraints

Se-Ho Oh
Dept. of Industrial Engineering, Cheongju University

요 약 퍼지 선형계획법은 불확실성하에서의 문제들을 해결하는데 유용한 의사결정 모형이다. 본 연구에서는 목적함수 값이 퍼지수이고 우변 상수도 퍼지수인 융합 등식 제약식을 갖는 퍼지 선형계획법 문제를 다룬다. 연구의 목적은 퍼지 해를 정의하고 그것을 구하는 절차를 모색하는 것이다. 목적함수 값에 대한 소속 함수로 부분 선형함수를, 제약식의 소속 함수로는 사다리꼴 함수를 도입한다. 사다리꼴 함수는 구간별 선형 함수 들로 나누어 나타낼 수 있다. 따라서 모든 소속 함수들을 선형식 들로 대체함으로써 퍼지 선형계획 모형을 Zimmermann의 대칭 선형 모형으로 바꿀 수 있다. 여기에 최대-최소 기준을 적용하여 일반 선형계획법 문제를 도출해 내고, 이 문제의 최적해로부터 원 문제의 퍼지 해를 얻게 된다. 본 논문에서는 사다리꼴 소속 함수에 대해 살펴보았는데 앞으로는 오목 부분 선형함수와 같은 좀 더 일반화된 소속 함수에 대한 연구가 필요하다.

• Key Words : 퍼지 융합 제약식, 소속함수, 부분 선형, 사다리꼴, 최대-최소 기준

Abstract The fuzzy linear programming(FLP) is the useful approach to many real world problems under uncertainty. This paper deals with a FLP whose objective value is fuzzy. And the right hand sides of convergent equality constraints are fuzzy numbers. We assume that the membership function of the objective value is piecewise linear and those of the right hand side are trapezoidal. Each of these trapezoidal functions can be algebraically replaced with three linear functions. Then the FLP problem is transformed into the Zimmermann's symmetric model. The fuzzy solution based on the max-min rule can be obtained by solving the crisp linear programming problem derived from the symmetric model. A numerical example has illustrated our approach. The application of our approach to the inconsistent linear system can enable generate us to get define the useful and flexible inexact solutions within acceptable tolerance. Further research is required to generalize the membership function.

• Key Words : fuzzy convergent linear equality, membership function, piecewise linear, trapezoidal, max-min rule

1. 서론

퍼지 선형계획법(fuzzy linear programming, 이하 FLP로 표기)은 불확실성을 내포하는 많은 현실 문제들을 해결하기 위해 사용할 수 있는 매우 유용한 의사결정 모형이다[1,2,3,4]. 선형계획법과는 달리 FLP 모형에서는 모수들의 부정확함과 모호함을 전제로 한다. Bellman

이 논문은 2014-2015년도 청주대학교 산업과학연구소가 지원한 학술연구조성비(특별연구과제)에 의해 연구되었음.
*교신저자 : 오세호 ohsho@cju.ac.kr
접수일 2015년 7월 20일 수정일 2015년 8월 24일 게재확정일 2015년 10월 20일

and Zadeh가 처음으로 퍼지 모형에서의 퍼지 의사결정 개념을 제시하였다[5]. 그 후로 많은 연구자들이 여러 가지 FLP 모형들을 개발하였는데, 이 모형들은 부정확한 모수들이 어떤 방법으로 정량화됐는지에 따라 다양한 형태로 나누어진다[6,7,8,9,10,11,12]. Zimmermann은 Bellman and Zadeh가 사용한 최대-최소 의사결정기준(max-min rule)을 symmetric 형태의 FLP에 적용하여 퍼지 해를 찾는 방법을 제시하였다[13,14]. 그는 제약식 값과 목적함수 값이 주어진 허용 범위(tolerance description) 안에 존재하는 정도를 소속 함수(membership function)들로 정량화 한 다음 이 식들을 선형식 들로 대체함으로써 대칭 선형 모형을 유도하였다. 최대-최소 기준은 비선형 연산자(nonlinear operator)이기 때문에 이 기준을 적용한 문제는 비선형계획법이 되는데, Zimmermann의 대칭 모형에 적용하는 경우에는 최대-최소 기준을 선형식으로 표현할 수 있어서 비선형 연산을 피할 수 있다. 본 연구에서도 제약식의 소속 함수로 사다리꼴(trapezoidal) 함수를 도입하여 대칭 선형 모형으로 유도한 다음, 최대-최소 기준을 적용하여 원 문제의 퍼지 해를 구하였다. 최종적으로 일반 선형계획법 문제를 도출하고 이 선형계획 문제의 최적해로부터 퍼지 해를 얻는 과정을 탐색한다. 2 절은 문제의 정의와 소속 함수의 도입, 그리고 symmetric 모형으로 전환 과정을 보여 준다. 3 절에서는 수치 예제를 통해 본 논문에서 제시한 접근법을 확인하고 비가해 문제의 근사해를 구하는데 응용해 보았다. 마지막으로 결론과 추후 연구 방향에 대해서 언급하였다.

2. 선형계획법으로의 전환

본 연구에서는 다음의 퍼지 우변 상수와 퍼지 목적함수를 갖는 선형 문제를 다루고자 한다.

$$\begin{aligned} &\max \widetilde{c^T} x \\ &\quad A_i x = \tilde{b}_i,\ \ i = 1,2,...,m \\ &\quad\ x \geq 0 \in R^n \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $A_i(\in R^n)$는 행렬 $A(\in R^{m \times n})$의 i번째 행벡터이고 $c(\in R^n)$는 목적함수 계수 열벡터이다. 목적함수 값과 우변상수는 퍼지수이다.

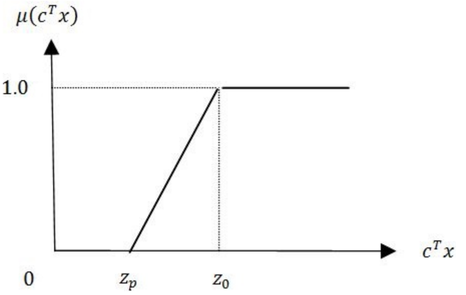
본 연구는 다음의 가정을 전제로 진행된다.

첫째, 의사 결정자는 목적함수 값이 주어진 값 이상이 되길 원하고, 목표 달성의 정도를 나타내는 소속 함수(membership function)는 부분 선형(piecewise linear)이다.

둘째, 우변상수는 사다리꼴(trapezoidal) 퍼지수이다. 따라서 제약식이 우변상수와의 접근 정도를 나타내는 소속 함수는 사다리꼴 부분 선형임을 가정한다.

셋째, 함수식과 제약식의 소속 함수 값 중에서 가장 작은 값을 최대화시키는 해를 문제 (1)의 퍼지 해로 정의 한다.

첫 번째 가정을 구체화하기 위해 도입한 목적함수의 소속 함수는 아래 그림과 같다. z_p는 목적함수 값의 최소 허용치(tolerance)이고 z_o는 목표치이다.

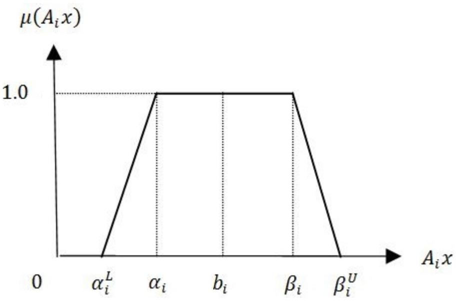


[Fig. 1] Membership function of the objective

이 부분 선형 함수는 다음과 같이 수식으로 표현할 수 있다.

$$\mu(c^T x) = \begin{cases} 0 & ,c^T x \leq z_p \\ 1 - \dfrac{c^T x - z_0}{z_p - z_0} & ,z_p \leq c^T x \leq z_0 \\ 1 & ,z_0 \leq c^T x \end{cases} \tag{2}$$

그리고 다음 그림은 i번째 제약식의 사다리꼴 부분선형 소속 함수를 나타낸다.



[Fig. 2] Membership function of the ith constraint

이 소속 함수의 대수적 표현은 다음과 같다.

$$\mu(A_ix)=\begin{cases}1+\dfrac{A_ix-\alpha_i}{\alpha_i-\alpha_i^L} & ,\alpha_i^L \le A_ix \le \alpha_i \\ 1 & ,\alpha_i \le A_ix \le \beta_i \\ 1-\dfrac{A_ix-\beta_i}{\beta_i-\beta_i^U} & ,\beta_i \le A_ix \le \beta_i^U \\ 0 & , \quad otherwise\end{cases} \tag{3}$$

식 (2)와 식 (3)에서의 소속함수 값 μ는 의사결자가 의사결정 x를 선택했을 때 목적 함수식이 설정된 목적 함수 값에 그리고 각 제약식이 우변 상수에 근접하고 있는 정도를 나타낸다고 볼 수 있다. Bellman and Zadeh는 각 제약식과 목적함수식이 만들어내는 근접정도 중에서 가장 작은 값을 최대화시키는 해를 퍼지해로 제시하였다. 그들이 채택한 최대-최소 기준에 의한 해를 찾는 문제는 식(4)와 같이 모형화 된다.

$$\begin{aligned}&\max\min_i\{\mu(c^Tx),\mu(A_ix),i=1,2,...m\} \\ &x \ge 0\end{aligned} \tag{4}$$

그런데 식(4)의 최대-최소 기준은 비선형(nonlinear) 연산이기 때문에 비선형문제의 접근법으로 해를 구해야 하는 단점이 있다. 그러나 Zimmermann의 대칭 선형모형에서는 최대-최소 기준의 문제를 선형계획법 문제로 바꿀 수 있다. 본 연구에서도 대칭 선형모형을 얻기 위해 다음 정리들을 근거로 제약식의 소속 함수를 선형 부등식들로 분해시킨다.

식 (3)의 구간별 선형함수를 $\mu_1(A_ix),\mu_2(A_ix)$로 놓자.

$$\mu_1(A_ix)=1+\frac{1}{\alpha_i-\alpha_i^L}(A_ix-\alpha_i) \tag{5}$$

$$\mu_2(A_ix)=1-\frac{1}{\beta_i-\beta_i^L}(A_ix-\beta_i) \tag{6}$$

정리 1. 구간 $[\alpha_i^L,\beta_i^U]$에서의 각 제약식의 소속함수 값은 식 (5), 식 (6)의 μ_1,μ_2와 1 중의 최소값에 의해 결정된다. 즉 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned}&\mu(A_ix)\\ &=\min\{\mu_1(A_ix),1,\mu_2(A_ix)|A_ix\in[\alpha_i^L,\beta_i^U]\}\end{aligned}$$

증명.

$$\begin{aligned}&\min\{\mu_1(A_ix),1,\mu_2(A_ix)\}\\ &\quad=\mu_1(A_ix)\quad \text{for } A_ix\in[\alpha_i^L,\alpha_i]\\ &\min\{\mu_1(A_ix),1,\mu_2(A_ix)\}\\ &\quad=1\qquad\qquad \text{for } A_ix\in[\alpha_i,\beta_i]\\ &\min\{\mu_1(A_ix),1,\mu_2(A_ix)\}\\ &\quad=\mu_2(A_ix)\quad \text{for } A_ix\in[\beta_i,\beta_i^U]\end{aligned}$$

그러므로 식이 성립.

정리 1.에 의해 다음 정리가 성립한다.

정리 2. 구간 $[\min_i\alpha_i^L,\min_i\beta_i^U]$에서, 각 제약식들의 소속함수 값들 중에서 최소값은 각 제약식의 μ_1, μ_2 들과 1 중의 최소값이다.

증명.

정리 1.에 의해 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned}&\mu(A_ix)=\min\{\mu_1(A_ix),1,\mu_2(A_ix)\}\\ &\qquad\text{for } A_ix\in[\min_i\alpha_i^L,\min_i\beta_i^U]\end{aligned}$$

따라서 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned}\min_i\mu(A_ix)&=\min\min_i\{\mu_1(A_ix),1,\mu_2(A_ix)\}\\ &=\min\{\min_i\mu_1(A_ix),1,\min_i\mu_2(A_ix)\}\\ &=\min_i\{\mu_1(A_ix),1,\mu_2(A_ix)\}\\ &\quad\text{for } A_ix\in[\min_i\alpha_i^L,\min_i\beta_i^U]\end{aligned}$$

정리 2.에 의해 각 제약식들의 소속함수 값들과 목적 함수의 소속 함수 값들 중에서 최소값을 λ라면 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned}&\min_i\{\mu(c^Tx),\mu(A_ix),\forall i\}\\ &=\min_i\{\mu(c^Tx),\mu_1(A_ix),\mu_2(A_ix),\forall i\}\\ &=\lambda\end{aligned} \tag{7}$$

식 (7)을 부등식으로 바꾸면 식 (8)이 된다.

$$\begin{aligned}&1-\frac{c^Tx-z_0}{z_p-z_0}\ge\lambda\\ &1+\frac{1}{\alpha_i-\alpha_i^L}(A_ix-\alpha_i)\ge\lambda\end{aligned} \tag{8}$$

$$1 \geq \lambda$$
$$1 - \frac{1}{\beta_i - \beta_i^U}(A_i x - \beta_i) \geq \lambda$$
$$\text{for } x \geq 0$$

따라서 식 (4)의 비선형 모형을 다음과 같은 선형 모형으로 재구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\max \lambda \\ &s.t\ 1 - \frac{c^T x - z_0}{z_p - z_0} \geq \lambda \\ &\quad 1 + \frac{1}{\alpha_i - \alpha_i^L}(A_i x - \alpha_i) \geq \lambda ,\forall i \\ &\quad 1 + \frac{1}{\beta_i - \beta_i^U}(A_i x - \beta_i) \geq \lambda ,\ \forall i \\ &\quad \lambda \leq 1 \\ &\quad x \geq 0 \end{aligned} \tag{9}$$

최대-최소 기준에 의한 퍼지 해는 단지 일반 선형계획법(crisp linear programming problem)인 식 (9)의 최적해로부터 얻게 된다.

3. 수치 예제

본 연구에서 제시한 방법을 확인하기 위해 다음의 문제를 풀어보자.

$$\begin{aligned} \max\ & 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \\ s.t\ & 4x_1 + 5x_2 + x_3 - 3x_4 = \tilde{5} \\ & 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 = \tilde{7} \\ & x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 4x_4 = \tilde{6} \\ & x_i \geq 0 ,\forall i \end{aligned} \tag{10}$$

만약 일반 선형계획문제라면 최적해는

$x = (0, 9, 14, 18)$, $z^* = 50$ 이다[15]. [Fig. 1]과 [Fig. 2]의 모수들을 다음과 같이 정해보자.

$$\begin{aligned} & z_p = 48 , z_0 = 50 \\ & \alpha_1^L = 4.95, \alpha_1 = 4.99, \beta_1 = 5.01, \beta_1^U = 5.05 \\ & \alpha_2^L = 6.90, \alpha_2 = 6.95, \beta_2 = 7.05, \beta_2^U = 7.10 \\ & \alpha_3^L = 5.90, \alpha_3 = 5.95, \beta_3 = 6.05, \beta_3^U = 6.10 \end{aligned}$$

그러면 목적함수와 제약식들의 소속함수 들은 다음과 같다.

$$\mu(c^T x) = 1 - \frac{1}{2}(c^T x - 50)$$
$$where\ c^T x = 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4$$

$$\mu_1(A_1 x) = 1 + \frac{1}{0.04}(A_1 x - 4.99)$$
$$where\ A_1 x = 4x_1 + 5x_2 + x_3 - 3x_4$$

$$\mu_1(A_2 x) = 1 + \frac{1}{0.05}(A_2 x - 6.95)$$
$$where\ A_2 x = 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 5x_4$$

$$\mu_1(A_3 x) = 1 + \frac{1}{0.05}(A_3 x - 5.95)$$
$$where\ A_3 x = x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 4x_4$$

$$\mu_2(A_1 x) = 1 - \frac{1}{0.04}(A_1 x - 5.01)$$
$$where\ A_1 x = 4x_1 + 5x_2 + x_3 - 3x_4$$

$$\mu_2(A_2 x) = 1 - \frac{1}{0.05}(A_2 x - 7.05)$$
$$where\ A_2 x = 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 5x_4$$

$$\mu_2(A_3 x) = 1 - \frac{1}{0.05}(A_3 x - 6.05)$$
$$where\ A_3 x = x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 4x_4$$

이 값들 중에서 최소값을 λ로 놓으면 다음과 같은 선형계획법 문제를 얻는다.

$$\begin{aligned} \max\ & \lambda \\ s.t\ & 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 2\lambda \geq 48 \\ & 4x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 - 25\lambda \geq -20.01 \\ & 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 - 20\lambda \geq -13.05 \\ & x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 4x_4 - 20\lambda \geq -30.01 \\ & -4x_1 - 5x_2 - x_3 + 2x_4 - 25\lambda \geq -25.05 \\ & -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 - 20\lambda \geq -27.05 \\ & -x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 20\lambda \geq -26.05 \\ & -\lambda \geq -1 \\ & \lambda \geq 0, x_i \geq 0\ \forall i \end{aligned} \tag{11}$$

이 문제의 최적해는 $\lambda^* = 0.90$,

$(x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*) = (6.26, 0.00, 17.61, 13.38)$ 이다.

이 해를 퍼지 선형계획법의 퍼지해로 사용한다. 한편 측정 오류나 과다한 제약 조건 때문에 의사결정 대안을 찾을 수 없는 경우가 발생할 수 있다. 이러한 경우에 의사결정자들은 근사해를 찾게 되는데 우변상수의 변화에 적절한 허용치를 설정하고 변화의 정도를 정량화 한다면 최대-최소 기준을 적용하여 유용한 근사해를 구할 수 있을 것이다. 다음의 간단한 예를 보자.

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= 4 \\ 3x_1 + 2x_2 &= 1 \\ -2x_1 + 4x_2 &= 3 \end{aligned} \tag{12}$$

이 선형연립방정식은 비가해(inconsistent) 문제이다. 최소자승법(the least square method)으로 근사해를 구하면 $(x_1, x_2) = (0.17, 0.50)$이다[16].

만약 허용 모수들을(tolerance parameters) 다음과 같이 설정하면 식 (15)의 문제를 얻는다.

$$\begin{aligned} &\alpha_1^L = 0, \alpha_1 = 3, \beta_1 = 5, \beta_1^U = 6 \\ &\alpha_2^L = -1, \alpha_2 = 0, \beta_2 = 2, \beta_2^U = 4 \\ &\alpha_3^L = 0, \alpha_3 = 2, \beta_3 = 4, \beta_3^U = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ s.t \quad & x_1^+ - x_1^- - x_2^+ + x_2^- - 3\lambda \ge 0 \\ & 3x_1^+ - 3x_1^- + 2x_2^+ - 2x_2^- - \lambda \ge -1 \\ & -2x_1^+ + 2x_1^- + 4x_2^+ - 4x_2^- - 2\lambda \ge 0 \\ & -x_1^+ + x_1^- + x_2^+ - x_2^- - \lambda \ge -6 \\ & -3x_1^+ + 3x_1^- - 2x_2^+ + 2x_2^- - 2\lambda \ge -4 \\ & 2x_1^+ - 2x_1^- - 4x_2^+ + 4x_2^- - \lambda \ge -5 \\ & -\lambda \ge -1 \\ & \lambda \ge 0, x_i^+ \ge 0, x_i^- \ge 0, \forall i \end{aligned} \tag{15}$$

이 문제의 해는 $\lambda^* = 0.12$,

$(x_1^{+*}, x_1^{-*}, x_2^{+*}, x_2^{-*}) = (0.90, 0, 0.51, 0)$ 이다.

즉, (14)의 근사해는 $(x_1^*, x_2^*) = (0.90,\ 0.51)$ 이 된다. 최소자승해와 비교하면 주관적이다. 그렇지만 허용 모수 값들을 제약식의 상대적 중요도에 따라 적절히 조절함으로써 최소자승해보다 유용한 근사해들을 얻을 수 있을 것이다.

4. 결론

본 논문에서는 퍼지 등식 제약식을 갖는 퍼지 선형계획법 문제의 해를 구하는 절차를 제시하였다. 특히 등식 제약식의 사다리꼴 소속 함수들을 대칭 선형 모형으로 바꾸는 방법에 대하여 연구하였다. 최대-최소 의사 결정 기준에 의해 선택되는 퍼지 해는 이 대칭 모형으로부터 도출된 일반 선형계획법 문제를 풀어서 구하게 된다.

제약식의 소속 함수를 도입하기 위해 설정되는 모수들은 의사결정자에 의해 자의적으로 정해진다. 하지만 제약 조건의 중요성에 따라 허용 모수를 조정하여 융통성 있게 여러 대안을 제시할 수 있기 때문에 모호하고 불확실한 현실성을 극복하는데 유리할 수 있다. 또한 비가해 선형 문제에 본 연구의 접근법을 적용하면 유용한 근사해 들를 찾을 수 있을 것이다.

앞으로 제약식의 소속 함수를 좀 더 일반적인 함수로 확장시키는 연구가 필요하다. 본 연구에서는 사다리꼴에 초점을 맞추었는데 오목 부분 선형식(concave piecewise linear) 또는 이차식으로 일반화시킬 수 있을 것이다.

ACKNOWLEDGMENTS

이 논문은 2014-2015년도 청주대학교 산업과학연구소가 지원한 학술연구조성비(특별연구과제)에 의해 연구되었음.

REFERENCES

[1] Y. Cui, J. Qu, Y. Peng, L. Wang, B. Li, “The Study of the Solution on Multi-Objective Linear Programming Problem under Fuzzy”, IEEE Asia-Pacific Conference on Wearable Computing Systems, pp. 286-290, 2010.

[2] F. Herrera, J. L. Verdegay, “Fuzzy sets and operations research: Perspectives”, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 90, pp. 207-218, 1997.

[3] A. V. Kamyad, N. Hassanzadeh, J. Chaji, “A new vision on solving of fuzzy linear programming”, IEEE, 2009.

[4] H. Kuwano, “On the fuzzy multi-objective linear programming problem: Goal programming approach“, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 82, pp. 57-64, 1996.

[5] R. E. Bellman, I. A. Zadeh, “Decision-making in a fuzzy environment”, Management Science, Vol. 17, pp. 141-164, 1970.

[6] M. Delgado, M. A. Vila, W. Voxman, “On a canonical representation of fuzzy numbers”, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 93, pp. 125-135, 1998.

[7] S. M. Guu, Wu ,Y. K., "Two-phase approach for solving the fuzzy linear programming problems", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 107, pp. 191-195, 1999.
[8] W. Tang, Y. Luo, "A new method of fuzzy linear programming problems", IEEE International Conference on Business Intelligence and Financial Eng., pp. 179-181, 2009.
[9] D. Wang, "An inexact approach for linear programming problems with fuzzy objective and resources", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 89, pp. 61-68, 1997.
[10] C. T. Yeh, "On the minimal solutions of max-min fuzzy relational equations", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 159, pp. 23-39, 2008.
[11] R. N. Gasimov, K. Yenilmez, "Solving fuzzy linear programming problems with linear membership functions", Turk Journal Math., Vol. 267, pp. 375-396, 2002.
[12] J. Xiao, F. Lu, X. Wang, "A New Algorithm for Solving Fuzzy Linear Programming-the Basic Line Algorithm", IEEE 2nd International Conference on Computer Modeling and Simulation, pp. 125-127, 2010.
[13] H. J. Zimmermann, "Fuzzy programming and linear programming with several objective functions", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 4, pp. 37-51, 1980.
[14] H. J. Zimmermann, "Fuzzy set theory and applications, 4rd ed.", Kluwer Academic Publisher, 2001.
[15] S. Fang, S. Puthenpura, "Linear optimization and extensions", Prentice-Hall International, Inc, 1993.
[16] H. Anton, "Elementary linear algebra, 9th ed.", John Wiley & Sons, Inc, 2005.

저자소개

오 세 호(Se-Ho Oh) **[종신회원]**

- 1984년 2월 : 서울대학교 서울대학원 산업공학과 (산업공학석사)
- 1991년 2월 : 서울대학교 서울대학원 산업공학과 (산업공학박사)
- 1986년 3월 ~ 현재 : 청주대학교 산업공학과 교수

<관심분야> : 선형계획법, 일정관리