한국학교수학회논문집 제 18 권, 제 3 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 18, Number 3, 241-258, September 2015

직관적 수준에서 초등학생들의 수학 문제해결 과정 분석

이대현[1)]

본 연구의 목적은 직관적 수준에서 초등학생들의 수학 문제해결 과정을 분석하는 것이다. 이를 위해 수와 연산, 도형 및 측정 영역을 대상으로, 알고리즘에 의한 해결에서부터 직관적 판단에 의해 해결이 가능한 8문제로 구성된 검사 도구를 제작하여 조사연구를 실시하였다. 직관적 수준에 따른 결과 분석에서는 본 연구에서 설정한 분석틀을 따랐다.

분석 결과, 직관적 수준에서 해결 가능한 문제에 대한 정답률이 전반적으로 낮게 나타났다. 내용 영역별로 살펴보면, 수와 연산 영역에서는 알고리즘 수준에 의한 정답률이 높았지만, 도형 및 측정 영역에서는 직관적 수준에 의한 정답률이 높았다. 결과 분석을 통해 알고리즘 적용에 필요한 요소가 문제에 제시되지 않은 경우에 학생들은 문제 구조에 대한 통찰을 통해 답을 하려는 경향을 가지고 있다는 것을 알 수 있었다. 이에 통찰을 통해 직관적으로 해결할 수 있는 다양한 문제의 개발과 직관적 원리에 의한 교육 방안을 마련할 필요성을 제기하였다.

주요용어 : 문제해결 수준, 직관적 수준, 전직관적 수준, 알고리즘 수준

Ⅰ. 서론

‘1에서 100까지의 짝수들의 합에서 홀수들의 합을 빼면 얼마인가’라는 문제를 초등학생들에게 물으면 대략 두 유형의 답이 나타난다. 한 가지는 ‘1에서 100까지의 짝수들의 합과 홀수들의 합을 각각 구한 후에 그 차를 구하는 경우’이고, 다른 한 가지는 ‘이웃하는 짝수와 홀수의 차가 항상 1임에 착안하여 즉각적으로 50을 구하는 경우’이다. 전자는 알고리즘에 의한 논리적 해결 방법이고, 후자는 통찰에 의한 직관적 해결 방법이다. 수학 문제를 해결할 때 논리적이고 체계적으로 문제를 해결하는 것도 중요하지만, Ervynck(1991)이 디오판투스의 묘비 문제를 예로 하여 제시했듯이, 통찰을 통해 즉각적으로 문제를 해결하는 것은 창의적인 문제해결 방법으로서 가치가 있다.

문제 구조에 대한 통찰을 통해 즉각적으로 해결 가능한 문제해결 방법이 존재함에도 불구하고, 학생들은 수학 문제를 해결할 때 알고리즘을 활용한 해결에 치중하는 경향을 나타내기도 하며(이대현, 2010), 교사들조차도 직관적인 판단에 의한 문제해결에서 낮은 성취 수준을 보이기도 한다(김해규, 2012). 이러한 경향은 전통적인 학교 교육이 논리위주의 교육을 강조해 온 수학 역사의 소산일 것이다. 예를 들어 유클리드 기하학은 연역적 과학으로서 기

1) 광주교육대학교 (leedh@gnue.ac.kr)

하학의 예시가 되었고, 기하학은 논리적 사고를 위한 훈련장이었으며, 학생들에게는 논리적 사고를 위한 기본적인 훈련을 제공하는 도구가 되어 왔다(Davis & Hersh, 1981).

이러한 전통으로 인해 수학에서 증명은 논리적이어야 하며, 형식적 강의를 받아온 학생들은 어떠한 직관적 의미도 고려하지 않으려는 경향이 있다. 심지어 컴퓨터를 이용하여 그릴 수 있는 모든 도형을 다 그려서 증명한 4색 정리에 관한 증명도 근거를 원하는 수학자들은 여전히 수학적 증명으로 받아들이기를 꺼린다(Tall, 1991). 그럼에도 불구하고, 직관은 수학을 발전시켜 오는데 중요한 한 축을 담당해 왔다. 이에 초등 수학에서 직관에 의한 학습은 엄밀한 수학적 정의가 용이하지 않을 때 학생들이 수학적 대상과 사실을 구성할 수 있도록 지원할 수 있는 중요한 학습 방법이 된다. 따라서 우리의 교육과정에서도 도형의 여러 개념 지도에서 직관에 의한 개념 형성을 권고하고 있기도 하다(교육과학기술부, 2011).

학생들이 문제를 옳게 해결하기 위해서는 문제해결에 필요한 지식과 정보를 소유하여야 하고, 이를 바탕으로 체계적이고 분석적인 과정을 통해 논리적으로 해결하거나, 지식과 정보들 사이에 유용한 조합이 일어나 즉각적으로 해결해야 한다. 그렇지만 문제에 대한 정답을 산출한다 할지라도 Ervynck(1991)이 제시한 예와 같이, 어떤 방식의 문제해결 방법을 선택하느냐에 따라 문제해결에 요구되는 문제해결 경로에는 분명한 차이가 존재할 뿐만 아니라, 문제해결의 성공 여부를 결정짓기도 한다. 이런 면에서 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있는 문제는 수학적 창의성을 측정하는 데에도 용이하며(Leikin, 2009), 학생들이 수학 문제를 해결할 때 선호하는 방법을 파악하기에도 용이하다. 특히 학교수학의 접근방식이 논리적 측면에 치중하는 현실을 고려할 때 여러 방법으로 해결할 수 있는 문제를 활용하여 학생들의 문제해결의 경향을 파악할 필요가 있다. 이것은 직관적 원리에 의한 교수・학습 측면에서 학생들의 직관적 판단에 의한 수학 문제해결의 경향을 파악하고, 이를 바탕으로 학생들의 문제해결 지도에 시사점을 얻을 수 있기 때문이다.

이에 본 연구에서는 초등학교 5학년과 6학년 학생들을 대상으로 알고리즘에 의존하여 해결하는 것에서부터 직관적 판단에 따라 해결하는 것이 가능한 문제를 활용하여 직관적 수준에서 학생들의 수학 문제해결 과정을 분석해 보고자 한다. 본 연구를 통하여 학생들은 수학 문제를 해결할 때 어떤 문제해결 기법을 주로 선호하고 활용하는가에 대한 정보를 파악함으로써 수학 문제해결 교육에 시사점을 도출할 수 있을 것이다.

Ⅱ. 이론적 배경

수학 분야에서 직관은 엄밀함의 반대이거나 엄밀한 증명에 대한 위험스럽고 비합리적인 대용품으로 여겨지기도 했지만, 직관에 의한 문제해결은 증명이 없이도 그럴듯하거나 설득력 있으며, 증명에 대한 출발점으로 적절하기 때문에 관심의 대상이 되어 왔다. 이런 면에서 직관은 엄밀한 수학에는 존재하지 않는 가치 있는 확실한 믿음으로 작용하여 수학적 발견을 이끌어 왔는데, 수학의 역사에서 우리는 직관에 의해 수학적 사실을 발견한 일화들을 쉽게 발견할 수 있다. 예를 들어 라마누잔이 하디에게 보낸 편지에 들어 있는 공식들에는 수학적 직관이 존재한다(Hersh, 1997). 그렇지만 직관은 자명하고 명백하게 생각하도록 잘못 유도하여 오류로 이끄는 역할도 가지고 있다. 이렇듯 직관은 양면성을 가지고 논의를 이끈다. 수학자에게 직관은 모호하거나 합리적이지 못한 것으로 취급되거나, 특별한 능력을 가진 사람들

만이 누릴 수 있는 통찰력이기도 하다. 따라서 직관은 바람직한 면과 바람직하지 않은 면을 가지고 있다고 말하는 것이 최선일 것이다(Davis & Hersh, 1981).

Krutetskii(1976)은 수학적 능력이 뛰어난 학생들의 특성 중 하나로 직관적 통찰력을 들기도 하였다. 한편, 직관은 문제해결자 각자의 개념이미지의 산물이기도 하다(Tall, 1991). 개념이미지는 인지적 특성에 따라 다양하게 구성되며, 이는 서로 갈등을 야기하기도 한다. 예를 들어 무한에 관련된 문제를 해결할 때 잘못 형성된 개념이미지에 의해 형성된 직관은 형식적 지식을 획득하는데 장애가 되며, 문제를 해결하는 과정에도 지속적으로 영향을 끼친다(Tirosh, 1991). 직관이 개념이미지의 산물이고, 개념이미지가 다양하게 구성될 수 있다는 사실은 직관에 의한 문제해결이 긍정적인 역할과 부정적인 역할을 할 수 있음을 의미한다.

수학 문제해결의 역사에서 직관에 대한 연구는 정보처리 관점에서 주로 이루어져 왔다. 일반적으로 정보처리 관점은 인간의 문제해결 과정이 일련의 정보처리 과정을 거치면서 진행된다는 생각으로, 컴퓨터 은유에 기초하고 있다. 수학 문제해결에서 정보처리 관점의 출발은 Poincaré(1908)을 들 수 있으며, Hadamard(1945)는 '준비-부화-발현-검증'으로 이어지는 4단계의 사고모델을 제시하였다. 이 과정에서 발현이 일어나는 것은 이전의 의식적인 노력과 무의식 과정 속에서 수많은 조합이 일어나 그 중에서 유용한 조합이 일어나는 통찰의 경험을 통해서이다.

그런데 1980년대 중반에 들어서면서 인간의 미세부분의 연구에 한계가 있음을 밝히면서, 직관 연구에 병렬분산처리 접근이 등장하였다. 병렬분산처리 접근은 인간의 인지가 복잡함과 혼돈이 내재된 상황 속에서 우연한 조합이 동시에 발생한다고 보는 총체적인 정보처리 과정에 관심을 두고 있다(온기찬, 2001). 직관이 사전 지식 없이는 일어나지 않는다는 것과 Hadamard(1945)가 언급한 부화과정에서 일어나는 유용한 조합의 가능성은 분산 저장된 단일 처리 단위들이 상호작용을 통한 동시발생적인 병렬 처리로 인지활동을 설명하는 병렬분산처리 접근에서 정보와 주의가 다양하게 분산되어 있을 때 가능하다는 것을 함축한다(온기찬, 2001). 이런 면에서 정보처리 접근과 병렬분산처리 접근의 공통점은 유용한 조합으로 나타나는 직관의 발현이라고 할 수 있다.

한편, Ervynck(1991)은 수학적 창의성 단계를 예비 단계-알고리즘 활동 단계-창의적 활동 단계로 제시하고, 디오판투스 묘비 문제를 예로 하여 수학적 능력 수준에 따라 풀이 방법이 다른 문제를 활용함으로써 수준 높은 수학적 창의성의 수준을 제시하고 있다. 이 과정에서 고도의 수학적 활동은 학생들이 풀이 방법에 대한 통찰뿐만이 아니라, 그 문제 영역에 대한 상당 수준의 경험과 지식을 가지고 있어야 한다고 한다. 그런데 문제를 접했을 때 학생들은 종전의 사용한 문제해결 방법이나 패턴에 따라 문제를 해결하려는 경향을 나타난다. 즉, 학생들은 자신이 선호하는 문제해결 방법에 치중하여 문제를 해결하는 경향을 나타낸다(김영아, 김성준, 2013). 따라서 다양한 방법으로 문제를 해결해 보는 경험을 가지는 것이 중요하며, 수학적 창의성 개발을 위해서는 다양한 해결책이 있는 문제를 활용하는 것이 도움이 된다(Leikin, 2009).

다양한 해결책이 있는 문제해결에서 학생들은 그들의 수학적 판단에 따라 알고리즘에 의존하여 문제를 해결하려는 것부터 직관적인 판단이나 통찰에 의해 문제를 해결하려는 것과 같이 다양하게 문제를 해결할 수 있다. 이런 면에서 이대현(2014)는 <표 Ⅲ-1>과 같이 수학 문제해결 방법을 크게 논리적 수준과 직관적 수준으로 구별하고, 논리적 수준은 알고리즘 수준으로, 직관적 수준은 반직관적 수준, 전직관적 수준, 직관적 수준으로 구분하였다.

<표 Ⅱ-1> 문제해결의 수준 구분(이대현, 2014)

논리적	알고리즘 수준 (algorithmic stage)	・문제에 내재된 수학적 원리에 따라 계산・조작과 같은 연산을 실행하여 문제를 해결하는 수준
직관적	반직관적 수준 (counter-intuitive stage)	・즉각적으로 판단하여 문제를 해결하지만, 문제 정보에 대한 불완전한 지식이나 고착화된 지식을 바탕으로 문제를 해결하여 오류를 일으키는 수준
	전직관적 수준 (pre-intuitive stage)	・시각적·감각적이거나 문제에 제시된 이미지에 의존하여 즉각적으로 문제해결을 시도하지만, 통찰이 일어나지 않아 문제의 해를 얻지 못하는 수준
	직관적 수준 (intuitive stage)	・문제에 제시된 정보로부터 개연적 추론과정을 통해 정보를 재구성・재구조화하거나 시각화하는 과정으로 즉각적으로 올바르게 해를 산출하는 수준

예를 들어 Ervynck(1991)의 디오판투스 묘비 문제에서 제시한 삼원일차연립방정식에 의한 풀이는 알고리즘 수준에 해당되고, 정수론의 아이디어를 바탕으로 분모의 최소공배수를 구해 보는 것은 직관, 경험, 개연적 추론에 의한 직관적 수준의 풀이이다. 또 김해규(2012)의 연구에 이용된 문항 중에서 두 변의 길이가 1㎝이고 낀각이 30°인 이등변삼각형의 넓이를 구하는 문제의 경우에 높이를 구하기 위하여 여러 시도를 했지만, 그 결과를 얻지 못하는 경우는 전직관적 수준에 해당되며, 순환소수를 1보다 작다고 판단하는 것은 잠재적 무한 개념에 종속되어 판단함으로써 오류를 일으키는 반직관적 수준에 해당된다.

본 연구의 분석에서는 검사문항의 특성을 고려하여 알고리즘 수준, 전직관적 수준, 직관적 수준으로 나누어 분석할 것이다[2]. 문제해결 수준과 관련하여, 여러 가지 방법으로 해결할 수 있는 문제를 활용하여 학생들의 문제해결 방법을 분석하는 것은 학생들이 선호하는 문제해결 방법과 그러한 원인을 학교 교육에서 찾는데 중요한 역할을 할 수 있을 것이다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상 및 방법

본 연구의 대상은 G교육대학교 부설초등학교 5학년 73명과 6학년 66명의 학생들이었다. 연구 대상 학생들이 소속된 학교는 학생 중심의 자율성과 책무성을 바탕으로 창의적인 교과 운영을 강조하고 있다. 또한 학생들은 지원에 의해 무시험 전형으로 선발되어 가정적・사회적으로도 안정된 환경에서 학습에 전념할 여건을 갖추고 있다. 따라서 본 연구의 결과를 여러 가지 여건이 다른 모든 초등학교 5, 6학년 학생들에게 일반화하기에는 무리가 따를 수 있다. 본 연구를 위하여 연구 목적에 부합하는 검사 도구를 제작하고, 이를 이용한 조사연구를 실시하였다.

2) 제시된 검사문항의 특성과 검사 대상자의 응답 결과에 근거하여 반직관적 수준에 의한 해결 방법이 제시되지 않았으므로 분석에서는 제외하였다.

2. 검사도구 및 자료 분석

본 연구에서는 알고리즘에 의한 해결에서부터 직관적 판단에 의한 해결이 가능한 문제를 활용하여 학생들이 어떤 문제해결 방법을 선호하는가를 분석하였다. 따라서 초등학교 5, 6학년 수준의 학생들이 이러한 방법으로 해결할 수 있는 문제를 제작하는데 초점을 두었으며, 수와 연산, 도형 및 측정 영역에서 8문항을 추출하였다. 검사 문항의 선정 준거로는 첫째, 검사 대상자들의 수준과 교육과정에 적합한 내용이어야 하고, 둘째, 본 연구의 목적에 부합하도록 알고리즘에 의한 해결부터 직관적 판단에 의한 해결이 가능해야 하며, 셋째, 수학 문제해결 과정에서 부화(incubation)과정 후에 섬광과 같은 문제해결의 실마리를 즉각적으로 떠올리는 수학자들의 수학적 활동과 유사하게 통찰을 통해 문제를 해결할 수 있는 조건이 내재된 문제이어야 한다는 것이었다. 검사 문제 제작을 위해 선행연구와 문제해결 문헌에 제시된 문제 중에서 연구 대상과 연구 목적에 부합하도록 재구성하였으며, 초등 수학교육 담당 현장 교사 8인과 두 차례의 논의를 거쳐 내용타당도를 확보하였다. 각 문항에 대한 정보와 직관적 수준에서 해결 가능하다고 판단이 되는 근거 및 출처는 <표 Ⅲ-1>과 같다.

<표 Ⅲ-1> 검사 문제의 구성

	문제 내용: 직관적 수준의 분석 기준(출처)
1	1~100의 (짝수 합-홀수 합) 구하기: 이웃한 두 짝수와 홀수의 차가 1임을 활용(재구성 문제)
2	1~20~1까지의 자연수의 합: 합의 구조에서 제곱수를 인식(재구성 문제)
3	1/2부터 1/2씩 곱하여 1/64까지의 분수들의 합: 넓이가 1인 정사각형을 활용(이대현, 2001)
4	1에서 15까지 수를 곱했을 때 끝에 연달아 나타나는 0의 개수: 곱에서 끝에 연달아 나타나는 0의 개수는 5의 개수와 같다는 것을 인식(이대현, 2001)
5	잘려진 정사각형의 둘레구하기: 계단모양에서 둘레의 길이는 변하지 않음을 인식(재구성 문제)
6	원에 내접, 외접하는 삼각형의 넓이: 내접삼각형을 회전시켜 넓이구하기(한명수(역), 1994)
7	정사각형의 네 꼭짓점과 각 변의 중점을 이어 만든 도형에서 넓이구하기: 도형 조각을 이동(등적변형)하여 넓이구하기(경익선(역), 1997))
8	삼각형 세 변을 2배 연장하여 만든 삼각형의 넓이구하기: 삼각형을 분할하여 넓이구하기(한명수(역), 1994)

검사도구의 타당도를 높이기 위하여 검사 대상과 유사한 학생 20명에게 예비조사를 실시하여 완성한 본 검사도구의 신뢰도는 Cronbach의 α계수가 .642로 나타났다. 자료의 분석에서는 학생들이 해결한 검사지를 바탕으로 먼저 정답의 유무를 파악하고, 알고리즘 수준에 의한 해결, 전직관적 수준에 의한 해결, 직관적 수준에 의한 해결로 나누어 분석하고, 그 경향을 분석하였다.

3. 연구 절차

본 연구를 위하여 초등학교 5, 6학년 수준의 학생들이 다양한 방법으로 해결할 수 있는 문제를 제작하고, 검사를 실시하여 분석하였다. 이를 위한 절차로 1단계는 검사를 위한 문항 제작의 과정이었다. 특히 각 문항은 본 연구에서 제시한 직관적 수준에서 해결이 가능하도록 선정되었다.

2단계에서는 검사 대상 선정 및 검사 실시의 과정이었다. 검사대상은 G교육대학교 부설초등학교 5, 6학년 학생으로 선정하였고, 이 학생들을 대상으로 검사를 실시하였으며, 40분 동안 충분한 시간을 주어 해결하도록 하였다. 3단계에서는 학생들이 해결한 검사 결과를 분석하는 과정이었다. 결과 분석에서는 학생들이 해결한 검사지를 이용하여 문제해결 과정에 활용한 문제해결 수준을 분석하는데 초점을 두었다. 4단계에서는 3단계에서 이루어진 결과를 바탕으로 학생들이 수학 문제를 해결하는 과정에서 보이는 문제해결의 수준을 파악하고, 이를 바탕으로 학교교육에 시사점을 도출하였다.

Ⅳ. 연구 결과 및 논의

1. 전체적인 문제해결 정도 분석

본 연구는 직관적 수준에서 초등학생들의 수학 문제해결 정도와 경향을 분석하는 것이다. 이 절에서는 초등학교 5학년 73명과 6학년 66명 학생들을 대상으로 검사를 실시하여 수집한 검사지를 바탕으로 전체적으로 학생들의 문제해결 정도를 분석하였다. 결과 분석에서는 먼저, 검사 대상 139명의 결과를 정답과 오답으로 나누어 문제해결 정도를 분석하였다. 검사 대상 139명의 검사 결과는 <표 Ⅵ-1>과 같다.

<표 Ⅵ-1> 학년별 문제해결 정도의 분석 결과

구 분		5학년		6학년	
		정답자(%)	오답자(%)	정답자(%)	오답자(%)
수와 연산	1	30(41.1)	43(58.9)	30(45.5)	36(54.5)
	2	26(35.6)	47(64.4)	36(54.5)	30(45.5)
	3	44(60.3)	29(39.7)	49(72.2)	17(27.8)
	4	22(30.1)	51(69.9)	27(40.9)	39(59.1)
	소계	122(41.8)	170(58.2)	142(53.8)	122(46.2)
도형 및 측정	5	11(15.1)	62(84.9)	26(39.4)	40(60.6)
	6	32(43.8)	41(56.2)	35(53.0)	31(47.0)
	7	30(41.1)	43(58.9)	28(42.4)	38(57.6)
	8	6(8.2)	67(91.8)	6(9.1)	60(90.9)
	소계	79(27.1)	213(72.9)	95(36.0)	169(64.0)
총 계		201(34.4)	383(65.6)	237(44.9)	291(55.1)

검사 결과, 전체적으로 정답률이 낮게 나타났으며, 도형 및 측정 영역에서는 더욱 낮았다. 이러한 결과는 본 검사 문제에서 도형의 둘레나 넓이를 구하는 경우에 이를 위해 필요한 변의 길이나 높이와 같은 요소를 주지 않고 구하도록 함으로써 문제 구조의 통찰을 통해 답을 하도록 의도한 결과로 해석된다.

학년별 차이에서는 6학년 학생들의 문제해결 능력이 5학년 학생들의 문제해결 능력보다 높은 것으로 나타났다. 구체적으로는 수와 연산에 관한 문제에서 12.0%p의 차이를, 도형과 측정에 관한 문제에서 8.9%p의 차이를 보였고, 전체적으로는 10.5%p의 차이를 나타내었다. 문항별로 두 학년 간에 차이가 크게 나타난 것은 연속된 자연수의 합을 구하는 2번 문제와

등비급수의 합을 구하는 3번 문제, 연속된 자연수의 곱에서 끝에 나타나는 연속된 0의 개수를 구하는 4번 문제, 계단식으로 잘린 정사각형에서 도형의 둘레를 구하는 5번 문제에서 10.0%p이상의 차이를 나타내었다. 문제 구성이 검사대상인 5학년과 6학년 학생들 모두 교육과정 상의 교육 내용을 배운 것으로 볼 때, 이러한 결과는 학습 경험이 많을수록 본 연구에 제시된 문제의 의도에 부합하는 수준에서 문제해결 정도가 높은 것인지, 알고리즘을 활용한 결과에 의한 것인지 분석할 필요가 있다. 이에 대한 분석은 다음 절에서 세부적인 문제해결 내용의 분석을 통해 이루어질 것이다.

한편, 5학년과 6학년 학생들 사이에 문제해결 정도에서 유의미한 차이가 있는가를 알아보기 위하여 독립표본 t-검정을 실시해 보았다. <표 Ⅵ-2>와 같이, 5학년과 6학년 학생들에 따라 결과에 통계적으로 유의미한가를 분석한 결과, 검정통계량의 유의확률이 0.023으로, 이는 유의수준 0.05보다 작다. 따라서 본 연구의 검사 도구에 의한 문제해결 정도에서 5학년과 6학년 학생들 사이에 '유의수준 5%하에서 차이가 있다.'라고 결론을 내릴 수 있다.

<표 Ⅵ-2> 학년별 문제해결 정도의 검정 결과

	N	평균	표준 편차	t	자유도	p	평균 차	차이의 표준오차
5년	73	2.75	2.235	-2.297	137	0.023	-0.837	0.365
6년	66	3.59	2.045					

본 연구에서 실시한 검사 문제는 검사대상 학생들이 교육과정 상의 교육 내용을 모두 학습한 내용으로 제작되었기 때문에 검사 결과에서 5학년 학생들과 6학년 학생들 간에 평균 비교에서 유의미한 차이를 보이는 원인을 분석하기 위해서는 학습 경험, 성숙(maturation), 피험자의 차별적 선택(differential selection of subjects) 등과 같은 변인을 살펴볼 필요가 있다(전평국, 박성선, 2009). 그렇지만 본 연구에서는 직관적 수준에서 학생들의 문제해결 정도와 방법을 분석하는데 초점을 두었기 때문에 이 후에는 두 집단 간에 차이가 있는가의 여부와 두 집단 간의 문제해결 방법(수준)의 차이를 비교하는데 초점을 둘 것이다.

2. 직관적 수준에서 문제해결 수준 분석

이 절에서는 직관적 수준에서 문제해결 수준을 분석하였다. 검사대상 139명에 대한 각 문제별 문제해결 수준의 분석 결과는 <표 Ⅵ-3>과 같다.

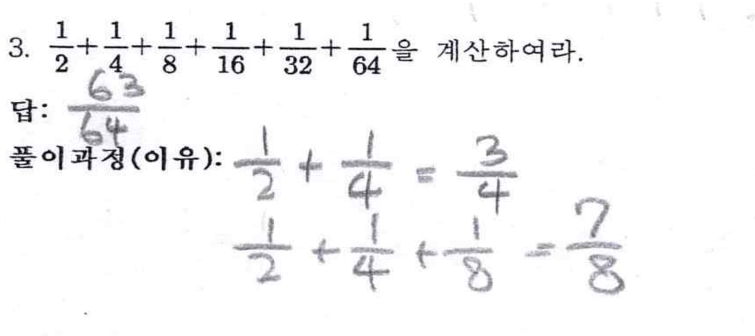
<표 Ⅵ-3> 수와 연산 영역에서 전체 학생들의 문제해결 수준 분석 결과

구분		정답자 수(%)		오답자 수(%)		
분석 유형		알고리즘	직관적	알고리즘	전직관적	무응답
문제	1	31(51.7)	29(48.3)	26(32.9)	8(10.1)	45(57.0)
	2	19(30.6)	43(69.4)	42(54.5)	15(19.5)	20(26.0)
	3	90(96.8)	3(3.2)	36(78.3)	1(2.2)	9(19.5)
	4	22(44.9)	27(55.1)	43(47.8)	6(6.7)	41(45.5)
계		162(61.4)	102(38.6)	147(50.3)	30(10.3)	115(39.4)

수와 연산 영역의 문제해결 수준의 분석 결과, 전체적인 반응 비율은 알고리즘 수준에 의한 해결이 높았다. 그렇지만 각 문제별로는 차이가 나타났다. 이를 문제별로 살펴보면 다음과 같다.

1번과 같이 직관적인 해결 방법(이웃한 짝수와 홀수의 차이가 1이다.)이 알고리즘 수준에 의한 해결 방법보다 정답을 산출하기에 용이한 문제에서도 알고리즘 수준의 해결 정도가 직관적 수준에 의한 해결보다 높게 나타났다. 또한 짝수의 합과 홀수의 합을 각각 구하여 차를 계산하는 알고리즘 수준에서 해결한 방법에서 오답을 한 학생들의 빈도수가 높은 것을 살펴볼 때 문제해결에 적합한 방법을 선택하여 적용하는 것의 가치와 유용성을 학생들에게 인식시킬 필요가 있다.

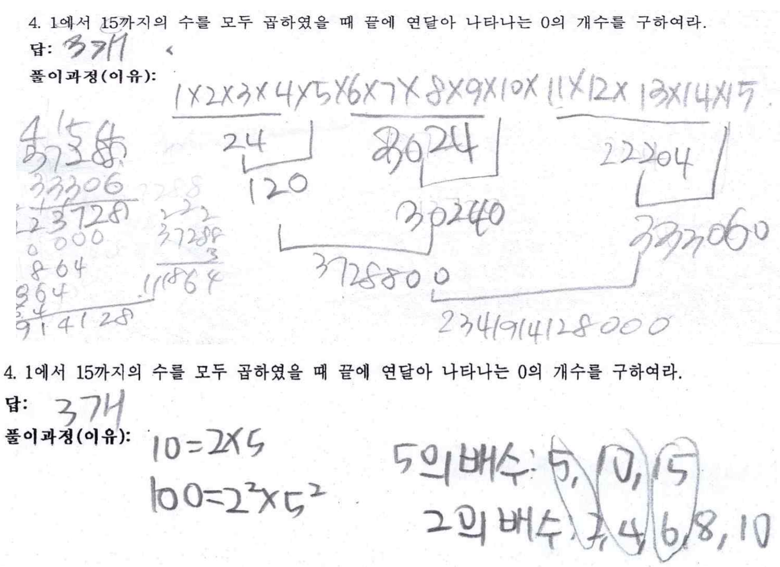
2번 문제에서는 가우스 방법에 익숙한 학생들이 연속된 자연수의 합을 구하는 방법으로 문제를 해결하는 직관적 수준의 문제해결 방법을 활용한 비율이 높게 나타났다[3]. 그렇지만 주어진 문제를 기하학적 표현으로 해석하여 제곱수로 결과가 나타난다는 것을 발견한 학생은 1명도 없었다. 본 문제에서는 수의 덧셈의 구조에서 기하학적 구조를 파악함으로써 직관적으로 문제를 쉽게 해결할 수 있다. 이를 위해서 수학적 표현들 간의 연결성을 강조하는 지도 방안에도 관심을 가질 필요가 있다.



[그림 Ⅳ-1] 3번 문제에 대한 직관적 수준의 문제해결

3번 문제의 경우에는 등비급수의 합을 구하는 경우에 대부분의 학생들이 통분을 통해 분수의 합을 구하는 알고리즘 수준의 방법을 적용하였으며, 일부 학생은 [그림 Ⅳ-1]과 같이 귀납적 과정에서 통찰을 통해 직관적 수준에서 답을 하였다. 4번 문제의 경우에는 1에서 15까지의 곱을 구하는 경우에 직접 계산을 하여 구하는 경우와 0이 나타나기 위해서는 5가 있어야 한다는 통찰을 통해 답을 한 경우가 비슷하게 나타났다. 그렇지만 직접 계산을 한 경우에 오답률은 상대적으로 높게 나타났다.

3) Fischbein(1987)은 직관을 각 개인의 특수한 경험에 영향을 받아 생성된 제1직관과 체계적인 학교교육을 통해 새롭게 개발된 제2직관으로 나누어 제시하고 있다. 본 연구에서 알고리즘 수준과 직관적 수준의 구분은 제1직관에 의한 문제해결과 학생들의 문제해결 과정을 근간으로 판단하였다. 한 예로 2번 문제는 주어진 식에서 제곱수의 구조(n^2)를 통찰하여 답을 하는 것을 직관적 수준으로 의도하였다. 그렇지만 가우스 방법과 유사한 방법으로 답을 한 경우에도 수의 배열에 대한 통찰의 결과이므로 직관적 수준에 의한 문제해결로 판단하였다.



[그림 Ⅳ-2] 4번 문제에 대한 알고리즘과 직관적 수준의 문제해결

학년별 학생들에 대하여 수와 연산 영역의 문제해결 수준의 분석 결과, 6학년 학생들이 5학년 학생들보다 알고리즘 수준에 의한 해결 방법의 비율이 15.0%p 높게 나타났다.

<표 Ⅵ-4> 수와 연산 영역에서 학년별 문제해결 수준 분석 결과

구분		정답자 수(%)				오답자 수(%)					
분석 유형		5학년		6학년		5학년			6학년		
		알고리즘	직관적	알고리즘	직관적	알고리즘	전직관적	무응답	알고리즘	전직관적	무응답
수와 연산	1	15 (50.0)	15 (50.0)	16 (53.3)	14 (46.7)	15 (34.9)	3 (7.0)	25 (58.1)	11 (30.6)	5 (13.9)	20 (55.5)
	2	3 (11.5)	23 (88.5)	16 (44.4)	20 (55.6)	24 (51.1)	9 (19.1)	14 (29.8)	18 (60.0)	6 (20.0)	6 (20.0)
	3	41 (88.6)	3 (11.4)	49 (100)	0 (0)	20 (69.0)	1 (3.4)	8 (27.6)	16 (94.1)	0 (0)	1 (5.9)
	4	6 (27.3)	16 (72.7)	16 (59.3)	11 (40.7)	23 (45.1)	3 (5.9)	25 (49.0)	20 (51.3)	3 (7.7)	16 (41.0)
계		65 (53.3)	57 (46.7)	97 (68.3)	45 (31.7)	82 (48.2)	16 (9.4)	72 (42.4)	65 (53.3)	14 (11.5)	43 (35.2)

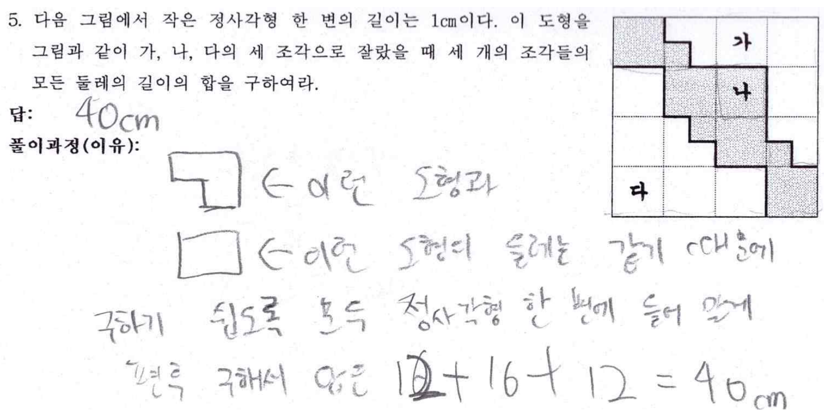
전체 학생들에 대하여 도형 및 측정 영역의 문제해결 수준의 분석 결과, 모든 문제에서 직관적 수준에 의한 정답률이 압도적으로 높았다. 이러한 결과는 도형의 둘레나 넓이를 구하는 문제의 경우에 변의 길이나 높이와 같은 요소에 치중하지 않고 문제 구조의 통찰을 통해 답을 하도록 의도된 결과로 해석된다.

각 문항별로도 6학년 학생들이 5학년 학생들 보다 모든 문항에서 알고리즘에 의한 정답률이 높게 나타났으며, 상대적으로 직관적 수준의 정답 비율이 높은 2번과 4번 문제에서도 결과는 동일하였다. 이러한 결과는 오답에서도 알고리즘 방법을 적용하는 과정에서 오류를 보인 경우의 비율이 5학년 학생들보다 6학년 학생들에게서 높게 나타났다. 수와 연산 영역의 경우와 같이 계산에 익숙한 학생들일수록 알고리즘 수준의 문제해결 방법을 더욱 선호하고 있다는 것과 다양한 해결 방법을 찾으려는 시도는 상대적으로 줄어든다는 것을 알 수 있다.

<표 Ⅵ-5> 도형 및 측정 영역에서 전체 학생들의 문제해결 수준 분석 결과

구분		정답자 수(%)		오답자 수(%)		
분석 유형		알고리즘	직관적	알고리즘	전직관적	무응답
문제	5	1(2.7)	36(97.3)	19(18.6)	33(32.4)	50(49.0)
	6	6(9.1)	61(90.9)	3(4.7)	11(15.3)	58(80.0)
	7	0(0)	58(100)	0(0)	12(14.8)	69(85.2)
	8	0(0)	12(100)	5(3.9)	54(42.5)	68(53.6)
계		7(4.0)	167(96.0)	27(7.1)	110(28.8)	245(64.1)

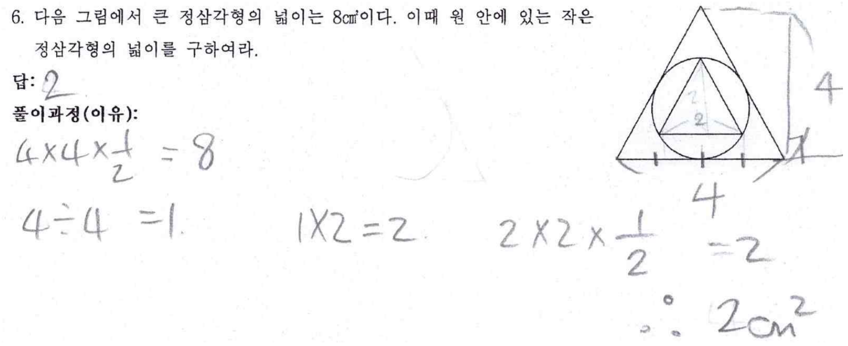
대표적으로 5번 문제에 대한 직관적 수준에 의한 학생들의 정답 예시는 [그림 Ⅳ-3]과 같다. 5번 문제에서는 둘레의 길이는 ◳ 모양에서 정사각형 모양의 둘레의 길이와 변이 꺾인 도형의 둘레의 길이는 같다고 답을 한 경우가 대표적인 직관적 수준에 의한 해결 방법의 예시었다. 그리고 각 부분으로 분할하여 조각을 이루는 변의 길이를 0.5㎝라고 가정하고, 각각의 변의 길이를 구하여 합한 경우가 알고리즘 수준에 의한 해결 방법의 예시가 될 수 있다.



[그림 Ⅳ-3] 5번 문제의 직관적 수준의 문제해결

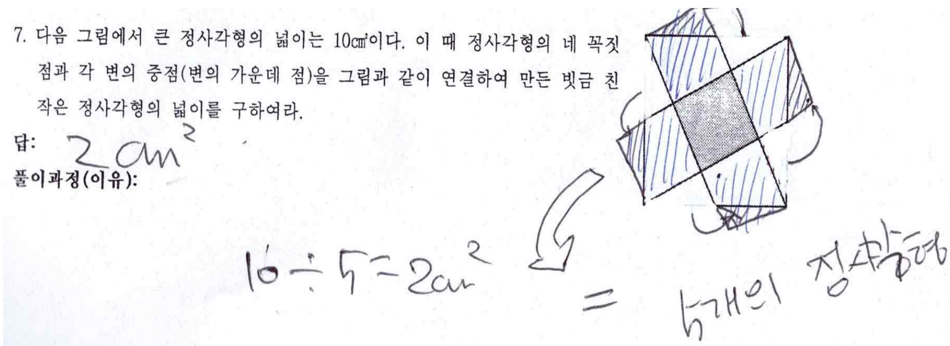
6번 문제의 경우에는 내부의 정삼각형을 회전하여 답을 한 경우가 직관적 수준에 의한 해결 방법의 예시였으며, [그림 Ⅳ-4]와 같이 정삼각형 조건에 부합하지는 않지만, 넓이를 구하는데 필요한 길이를 임의로 적절히 할당하여 구성 요소의 길이를 정하고 공식을 적용하여

답을 한 경우가 알고리즘 수준에 의한 해결 방법의 예시가 된다.



[그림 Ⅳ-4] 6번 문제의 알고리즘 수준의 문제해결

7번의 경우에는 [그림 Ⅳ-5]와 같이 도형을 등적 변형하여 구하거나, 8번의 경우에는 밑변의 길이와 높이가 같은 삼각형은 서로 넓이가 같다는 원리에 충실하여 주어진 도형에서 두 요소를 발견하여 구한 경우가 직관적 수준에 의한 해결 방법이 될 수 있다. 그렇지만 학생들은 공식이나 알고리즘과 같은 산술적인 방법에 의존하는 경향이 있으며, 그 경우에 문제해결을 위한 실마리를 이끌어내지 못하여 정답을 못할 수 있다(윤여주, 강신포, 김성준, 2010). 따라서 학생들의 정답률은 낮게 나타날 수밖에 없다.



[그림 Ⅳ-5] 7번 문제의 직관적 수준의 문제해결

마찬가지로 오답에서도 전직관적 수준의 문제해결과 무응답의 비율이 높게 나타났다. 이러한 결과로 볼 때 도형 및 측정 영역에서 학생들의 직관적 수준의 문제해결력을 신장에서는 문제해결에 필요한 요소가 주어지지 않고 도형을 재구성하는 등적변형을 하거나, 수학적 원리를 문제에 응용하여 활용할 수 있는 문제를 경험할 수 있도록 하는 것이 바람직함을 알 수 있다.

<표 Ⅵ-6> 도형 및 측정 영역에서 학년별 문제해결 수준 분석 결과

구분		정답자 수(%)				오답자 수(%)					
분석 유형		5학년		6학년		5학년			6학년		
		알고리즘	직관적	알고리즘	직관적	알고리즘	전 직관적	무응답	알고리즘	전 직관적	무응답
수와 연산	5	1 (9.1)	10 (90.9)	0 (0)	26 (100)	9 (14.5)	20 (32.3)	33 (53.2)	10 (25.0)	13 (32.5)	17 (42.5)
	6	0 (0)	32 (100)	6 (17.1)	29 (82.9)	0 (0)	6 (14.6)	35 (85.4)	3 (9.7)	5 (16.1)	23 (74.2)
	7	0 (0)	30 (100)	0 (0)	28 (100)	0 (0)	4 (9.3)	39 (90.7)	0 (0)	8 (21.1)	30 (78.9)
	8	0 (0)	6 (100)	0 (0)	6 (100)	0 (0)	23 (34.3)	44 (65.7)	5 (8.3)	31 (51.7)	24 (40.0)
계		1 (1.3)	78 (98.7)	6 (6.3)	89 (93.7)	9 (4.2)	53 (24.9)	151 (70.9)	18 (10.7)	57 (33.7)	94 (55.6)

학년별 학생들에 대하여 도형 및 측정 영역의 문제해결 수준의 분석 결과, 전체적으로 5학년과 6학년 학생들 모두 정답자들은 직관적 수준에 의한 문제해결 방법을 활용하였다. 그렇지만 6번 문제에서 6학년 학생들은 [그림 Ⅳ-4]와 같이 주어진 그림에서 넓이가 8㎠이기 위한 길이를 가상의 길이로 설정하고 변의 길이를 추정하여 넓이를 구하는 계산방법을 활용한 경우가 나타나기도 하였다.

한편, 도형 및 측정 영역의 문제해결 수준의 분석에서 직관적 수준에 의한 문제해결 방법의 비율이 높은 결과는 앞에서 제시한 대로 문제해결에 필요한 요소가 주어지지 않았기 때문으로, 학생들은 주어진 도형을 관찰하는 과정에서 해결의 실마리를 발견하는 통찰을 경험한 것으로 해석할 수 있다. 따라서 직관적 수준에서 학생들의 문제해결 경험을 제공하기 위해서는 지속적으로 문제를 재구성하고 문제 구조에 대한 통찰을 경험할 수 있는 문제와 교육 내용을 구성하여 제공할 필요성을 제기한다.

3. 논의

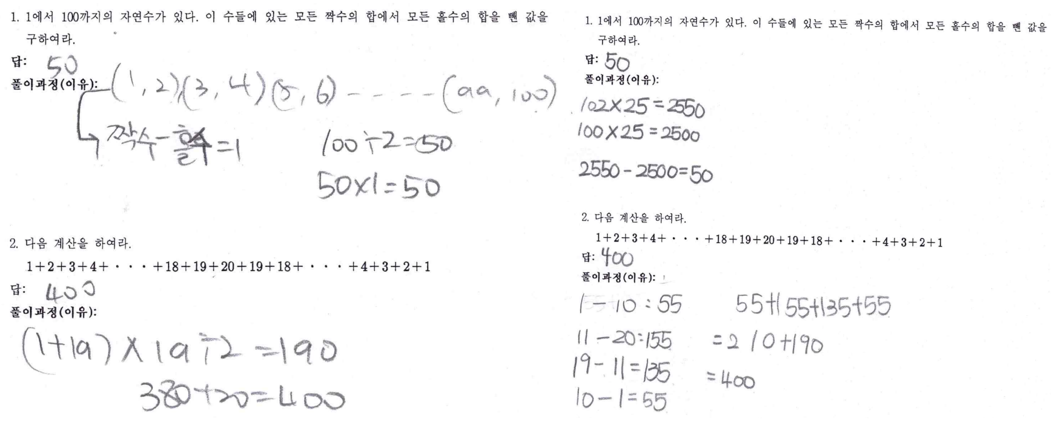
본 연구에서는 직관적 수준에서 학생들의 문제해결 정도와 방법을 분석하기 위하여 수와 연산, 도형 및 측정 영역의 문제를 각각 선정하여 검사를 실시하였다. 이에 결과 분석에서는 알고리즘 수준의 해결, 직관적 수준에 의한 해결, 전직관적 수준 해결, 무응답으로 구분하여 분석하였다. 결과 분석에서는 직관적 사고에 의해 쉽게 해결 가능한 문제를 학생들이 어떻게 해결하는지에 초점을 두고 분석하였다. 이를 통해 다음과 같은 논의를 할 수 있다.

첫째, 본 연구에서 직관적 수준에서 실시한 검사 문제 전체의 정답률은 34.4%에 머물고 있었다. 또, 도형 및 측정 영역의 검사 문제에 대해서는 정답률이 27.1%에 그치고 있어 이 부분에 대한 교육적 노력이 필요함을 제기한다. 형태심리학자들이 다양한 예를 통해 제시했듯이, 직관적인 문제해결은 문제구조에 대한 통찰을 통해 문제해결의 해법을 발견하는 것이 중요한 관점이다. 그리고 이러한 통찰은 다양한 정보나 지식들의 유용한 조합을 통해 일어난다고 한다(Poincaré, 1908). 이를 위해서는 직관적인 문제해결을 경험할 수 있는 다양한 교육내용과 문제해결 경험이 전제되어야 할 것이다. 그렇지만 수업 방법 면에서의 문제만이

아니더라도 우리나라 단일의 수학 교과서에서도 직관적 원리에 의한 교육 방법을 제시하는 비율은 아주 낮은 편이다(이대현, 2011). 직관적 수준에서 학생들의 문제해결력을 신장시키기 위해서는 교과서의 내용 전개 방법과 다양한 문제 및 자료 제시와 같은 전제가 선행되어야 할 것이고, 이를 바탕으로 학생들이 다양한 문제해결을 경험하는 교실 문화를 만들어야 할 것이다.

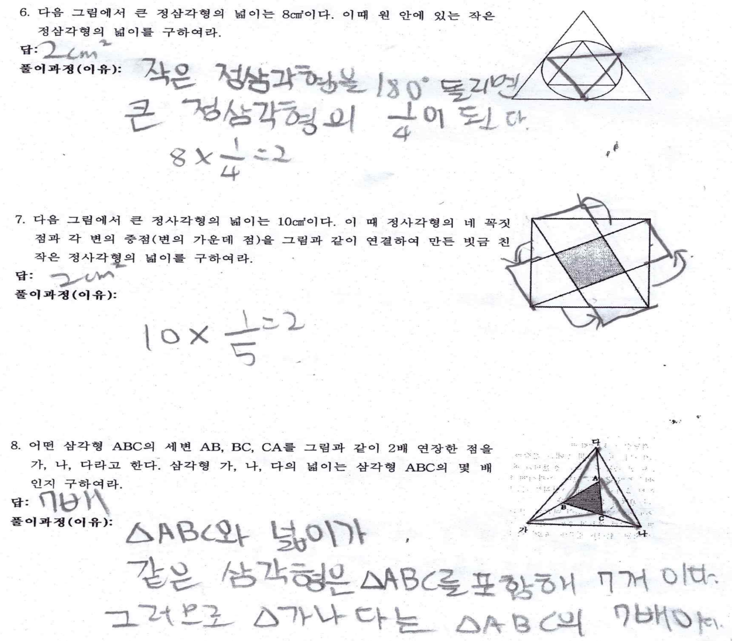
둘째, 문제의 외재적인 특성에 따라 학생들이 선호하는 문제해결 방법은 차이를 나타내었다. 수와 연산 영역에 관한 문제해결에서는 알고리즘 수준에 의한 해결 방법을 선호하는 경향이 있었고, 도형 및 측정 영역과 같이 알고리즘 수준에 의한 문제해결에 필요한 구성 요소가 제시되지 않은 경우에는 문제 구조의 분석을 통해 답을 하려는 경향이 높게 나타났다. 그렇지만 가우스 방법을 이용할 수 있는 2번 문제와 같이 학생들에게 친숙한 문제의 경우에는 알고리즘 수준에 의존하는 경향이 낮게 나타났다. 따라서 다양한 유형의 문제를 여러 가지 방법으로 해결해 보도록 하는 문제해결의 기회를 제공해야 할 것이다.

셋째, 본 연구에서 학생들의 문제해결 방법을 분석하는 과정에서 나타난 현상 중 하나는 학생별로 선호하는 문제해결 방법에 어느 정도의 일관성이 있다는 것이다. 즉, 한 문제를 직관적으로 해결한 학생들은 다른 문제에서도 직관적인 해결 방법을 적용하였고, 마찬가지로 알고리즘 수준에서 해결한 학생들은 다른 문제 해결에서도 알고리즘 수준의 해결 방법을 이용하는 양상이 나타났다. 따라서 학생별로 문제해결에서 선호하는 방법들 간의 상관 정도뿐만이 아니라, 학생들의 문제해결력과 직관적·논리적 사고력과의 관계 규명을 위한 추후 연구를 진행할 필요가 있다.



[그림 Ⅳ-6] 직관적 수준과 알고리즘 수준을 선호하는 학생들의 문제해결의 예

이에 [그림 Ⅳ-6]은 직관적 수준에서 문제를 해결하려는 경향이 강한 학생의 검사 결과와 알고리즘 수준에서 문제를 해결하려는 경향이 강한 학생의 1번과 2번 문제에 대한 검사 결과의 예이다. 또한 [그림 Ⅳ-7]은 직관적 수준에서 문제를 해결하려는 경향이 강한 학생의 도형 및 측정 영역의 검사 문제에 대한 반응의 예이다. 따라서 학생별로 선호하는 문제해결 방법을 파악하고, 직관적 수준에 의한 문제해결 방법과 알고리즘 수준에 의한 문제해결 방법을 적절히 활용하여 균형 잡힌 수학 문제해결을 경험하도록 이끄는 노력이 필요하다.



6. 다음 그림에서 큰 정삼각형의 넓이는 8㎠이다. 이때 원 안에 있는 작은 정삼각형의 넓이를 구하여라.

답: 2cm²

풀이과정(이유): 작은 정삼각형을 180° 돌리면 큰 정삼각형의 $\frac{1}{4}$이 된다.

$8 \times \frac{1}{4} = 2$

7. 다음 그림에서 큰 정사각형의 넓이는 10㎠이다. 이 때 정사각형의 네 꼭짓점과 각 변의 중점(변의 가운데 점)을 그림과 같이 연결하여 만든 빗금 친 작은 정사각형의 넓이를 구하여라.

답: 2cm²

풀이과정(이유):

$10 \times \frac{1}{5} = 2$

8. 어떤 삼각형 ABC의 세변 AB, BC, CA를 그림과 같이 2배 연장한 점을 가, 나, 다라고 한다. 삼각형 가, 나, 다의 넓이는 삼각형 ABC의 몇 배인지 구하여라.

답: 7배

풀이과정(이유): △ABC와 넓이가 같은 삼각형은 △ABC를 포함해 7개 이다. 그러므로 △가나다는 △ABC의 7배이다.

[그림 Ⅳ-7] 도형 및 측정 영역에서 직관적 수준의 문제해결의 예

넷째, 수학의 역사를 통해 직관적 사고에 대한 강조는 논리적 사고에 대한 강조보다 덜해 온 것이 사실이다. 이러한 결과는 본 연구에서 초등학생들을 대상으로 실시한 직관적 수준에서 수학 문제해결 방법을 분석한 결과로 나타난 것과 같이, 직관적 사고를 활용한 수학적 접근 방법에서 저조함으로 나타낸다. 그렇지만 통찰을 통한 직관적 사고 능력은 창의성 발현과 영재성 발견의 중요 요소이기도 하며, 수학을 경험하는 모든 학생들이 길러야 할 능력으로 간주되고 있다. 따라서 직관적 원리에 의한 교육 방법의 마련과 이를 경험할 수 있는 구체적인 구현 방안의 마련이 요구된다.

Ⅴ. 결론

학생들은 수학교실에서 다양한 학습 자료를 통해 수학을 경험하게 된다. 그리고 교과서는 학생들이 수학을 경험하는 가장 직접적인 학습 자료이다. 그런데 단일 교과서를 사용하는 우리나라 초등학교의 현실에서는 수학의 특성상 무모순성과 논리성을 강조할 수밖에 없는 상황이다. 이러한 교과서관에서는 다양한 교육적 접근과 문제해결의 접근을 시도하는 것에 영향을 받을 수밖에 없다. 그럼에도 불구하고 학교 현장에서 학생들의 수학 문제해결 능력을 향상시키기 위한 다양한 노력들이 이루어져야만 한다.

본 연구에서는 초등학교 5학년 73명과 6학년 66명을 대상으로 직관적 수준에서 문제를 해결할 수 있는 문제를 활용하여 조사연구를 실시하였다. 자료 분석에서는 학생들이 해결한 검사지를 바탕으로 먼저 정답의 유무를 파악하고, 문제해결의 수준에 따라 알고리즘 수준에 의한 해결, 직관적 수준에 의한 해결, 전직관적 수준에 의한 해결, 무응답으로 나누어 분석하였다.

연구 결과, 전체적으로 정답률이 낮게 나타났으며, 일부 문제에서는 정답률이 매우 낮았다. 특히 도형의 둘레나 넓이를 구하는 문제의 경우에 이를 구하는 데 필요한 변의 길이나 높이와 같은 요소를 주지 않음으로써 문제 구조의 통찰을 통해 답을 하도록 요구한 문제에서는 매우 낮은 정답률을 보여 직관적 수준에서 통찰을 경험할 문제해결의 기회가 부족함을 알 수 있었다. 구체적으로는 수와 연산 영역의 문제해결 수준의 분석에서는 전체적으로는 알고리즘 수준에 의한 해결이 높았다. 그렇지만 가우스 방법을 활용하여 답을 하는 것과 같이 이전에 이러한 문제해결을 경험한 기회가 많은 문제에 대해서는 직관적 판단으로 문제를 해결하려는 경향을 나타내었다. 수와 연산 영역의 문제해결 수준의 분석에서 6학년 학생들이 5학년 학생들보다 알고리즘 수준의 해결을 한 비율이 높게 나타났다. 이러한 결과는 알고리즘 방법을 적용하는 과정에서 오류를 보인 경우의 비율에서도 유사하게 나타났다. 따라서 계산에 익숙한 학생들일수록 알고리즘 수준에 의한 문제해결 방법을 더욱 선호하고 있다는 것을 알 수 있다.

도형 및 측정 영역의 문제해결 수준의 분석 결과에서는 모든 문제에서 직관적 수준에 의한 정답률이 압도적으로 높았다. 이러한 결과는 변의 길이나 높이와 같은 요소가 주어지지 않은 경우에 문제 구조의 통찰을 통해 답을 하도록 의도한 결과로 해석된다. 학년별 학생들에 대하여도 전체적으로 5학년과 6학년 학생들 모두 정답자들은 직관적 수준에 의한 문제해결 방법을 활용하였다. 이러한 결과는 문제를 해결하기 위하여 문제를 재구성하고 문제 구조에 대한 통찰을 경험할 수 있는 문제해결의 기회를 통하여 학생들이 문제해결의 통찰을 경함할 수 있도록 이끌어 줄 필요성을 제기한다.

끝으로 본 연구에 덧붙여 본 연구를 바탕으로 다양한 영역에서 학생들의 직관적 수준에 의한 문제해결을 분석할 필요가 있으며, 학생들의 직관적 수준의 문제해결력을 향상시킬 방안과 자료의 대한 연구가 계속되어야 할 것이다. 이를 위해 직관적 수준에서 학생들의 문제해결 능력을 측정하고, 학생들이 직관적 수준에서 문제해결을 경험할 수 있도록 다양한 영역과 학년 수준에서 문제의 개발이 이루어질 필요가 있다.

또한 학생들의 직관적 사고에 의한 문제해결 과정을 분석하여 학생들의 문제해결력과 직관적 사고력과의 관계를 파악할 필요가 있으며, 직관적 사고의 발현에 필요한 교육 문화 형성의 기틀도 만들어야 할 것이다. 한편, 중등 예비교사를 대상으로 한 연구에서 알 수 있듯이, 예비교사들의 수학교육의 핵심 키워드에 대한 이해 부족 현상이 대두되기도 한다(김창일, 전영주, 2014). 가르치는 교사의 입장에서 수학교육의 주요 키워드에 대한 이해의 부족은 결국 학생 지도에 영향을 줄 수 있다. 따라서 예비교사 교육과 교사 교육에 직관과 직관적 수준에 의한 문제해결의 이해를 위한 노력이 요구된다.

참고 문헌

경익선(역)(1997). 산수 100가지 난문・기문. 서울: 전파과학사.

교육과학기술부(2011). 수학과 교육과정. 교육과학기술부.

김영아, 김성준(2013). 초등학생들의 문제해결전략에 따른 오류 유형 분석. 한국학교수학회논문집, 16(1), 113-139.

김창일, 전영주(2014). 예비 수학교사의 수학교육학 키워드 중심 학습 효과. 한국학교수학회

논문집, 17(4), 493-506.
김해규(2012). 수학 문제해결과정에서 보이는 초등교사의 직관 수준에 관한 연구. 학교수학, 14(4), 579-598.
온기찬(2001). 직관적 사고와 교육. 서울: 학지사.
윤여주, 강신포, 김성준(2010). 시각화가 초등기하문제해결에 미치는 영향. 한국학교수학회논문집, 13(4), 655-677.
이대현(2001). 수학 문제해결 과정에서 고등학생들의 직관적 사고의 분석. 한국교원대학교 박사학위논문.
이대현(2010). 초등학생들의 문제해결 과정에서 직관의 특징에 의한 영향 분석. 한국초등수학교육학회지, 14(2), 197-215.
이대현(2011). 초등수학에서 직관적 원리에 의한 교육 내용 분석. 한국초등수학교육학회지, 15(2), 283-300.
이대현(2014). 직관적 수준에서 초등 예비교사들의 문제해결 과정 분석. 학교수학, 16(4), 691-708.
전평국, 박성선(2009). 수학교육연구방법-이론과 실제-. 서울: 교우사.
한명수(역)(1994). 수학 퍼즐 랜드. 서울: 전파과학사.
Davis, P. J., & Hersh, R. (1981). Mathematical Experience. Boston: Houghton Mifflin Company.
Ervynck, G. (1991). Mathematical Creativity. In D. Tall(Ed.), Advanced Mathematical Thinking(pp.42-53), Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Fischbein, E. (1987). Intuition in science and mathematics: An Educational Approach. Dordrecht: D. Reidel Publisching Company.
Hadamard, J. (1945). An essay on the psychology of invention in the mathematical field. Priceton university press, Princeton.
Hersh, R. (1997). What is Mathematics, Really? 허민(역)(2003). 도대체 수학이란 무엇인가? 서울: 경문사.
Krutetskii, V. A. (1976). The Psychology of Mathematical Abilities in School Children. The University of Chicago Press.
Leikin, R. (2009). Exploring Mathematical Creativity Using Multiple Solution Tasks. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu(Eds.), Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students(pp. 129-145). Sense Publishers.
Poincaré, H. (1908). Science et Méthode. 김형보, 오병승(공역) (1982). 과학의 방법. 서울: 단대출판부.
Tall, D. (1991). The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In Tall, D. (Ed.), Advanced Mathematical Thinking(pp. 3-21). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Tirosh, D. (1991). The Role of Students' Intuitions of Infinity in Teaching the Cantorian Theory. In Tall, D. (Ed.), Advanced Mathematical Thinking(pp. 199-214). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

An Analysis on the Elementary Students' Problem Solving Process in the Intuitive Stages

Lee, Daehyun[4)]

Abstract

The purpose of this paper is to examine the students' mathematics problem solving process in the intuitive stages. For this, researcher developed the questionnaire which consisted of problems in relation to intuitive and algorithmic problem solving. 73 fifth grade and 66 sixth grade elementary students participated in this study.

I got the conclusion as follows: Elementary students' intuitive problem solving ability is very low. The rate of algorithmic problem solving is higher than that of intuitive problem solving in number and operation areas. The rate of intuitive problem solving is higher in figure and measurement areas. Students inclined to solve the problem intuitively in that case there is no clue for algorithmic solution. So, I suggest the development of problems which can be solved in the intuitive stage and the preparation of the methods to experience the insight and intuition.

Key Words : Problem solving, Intuitive stage, Pre-intuitive stage, Algorithmic stage

Received March 12, 2015
Revised September 14, 2015
Accepted September 21, 2015

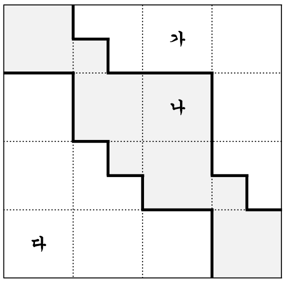
4) Gwangju National University of Education (leedh@gnue.ac.kr)

<부록> 검사지

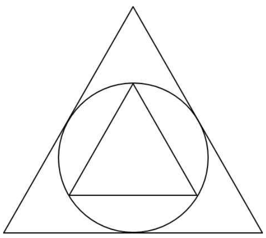
□ 본 검사는 여러분이 선호하는 문제해결 방법을 파악하기 위한 것입니다. 문제를 읽고, 여러분이 사용한 문제해결 방법에 따른 '답'과 '답에 대한 이유(풀이과정)'을 자세히 기술해 주시기 바랍니다. 본 검사 결과는 연구 자료로만 활용됩니다. 검사에 응해 주셔서 감사합니다.

---

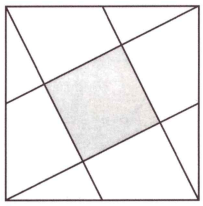
1. 1에서 100까지의 자연수가 있다. 이 수들에 있는 모든 짝수의 합에서 모든 홀수의 합을 뺀 값을 구하여라.
2. 다음 계산을 하여라.
   $1+2+3+4+\cdot\cdot\cdot+18+19+20+19+18+\cdot\cdot\cdot+4+3+2+1$
3. 1에서 15까지의 수를 모두 곱하였을 때 끝에 연달아 나타나는 0의 개수를 구하여라.
4. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$을 계산하여라.
5. 다음 (그림 1)에서 작은 정사각형 한 변의 길이는 1㎝이다. 이 도형을 그림과 같이 가, 나, 다의 세 조각으로 잘랐을 때 세 개의 조각들의 모든 둘레의 길이의 합을 구하여라.
6. 다음 (그림 2)에서 큰 정삼각형의 넓이는 8㎠이다. 이때 원 안에 있는 작은 정삼각형의 넓이를 구하여라.
7. 다음 (그림 3)에서 큰 정사각형의 넓이는 10㎠이다. 이 때 정사각형의 네 꼭짓점과 각 변의 중점(변의 가운데 점)을 그림과 같이 연결하여 만든 빗금 친 작은 정사각형의 넓이를 구하여라.
8. 다음 (그림 4)에서 어떤 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA를 그림과 같이 2배 연장한 점을 가, 나, 다라고 한다. 삼각형 가, 나, 다의 넓이는 삼각형 ABC의 몇 배인지 구하여라.



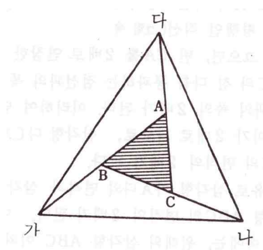
(그림 1)



(그림 2)



(그림 3)



(그림 4)