

# 굽힘하중이 가해지는 복합재 평판 자유단에서의 박리응력 감소 연구

정 석 주<sup>1</sup> · 승 명 균<sup>1</sup> · 김 흥 수<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>동국대학교 기계공학과, <sup>2</sup>동국대학교 기계로봇에너지공학과

## Reduction of Free Edge Peeling Stress in Composite Laminates under Bending Load

Seok-Joo Jung<sup>1</sup>, Myung-Kyun Sung<sup>1</sup> and Heung Soo Kim<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Mechanical Engineering, Dongguk Univ., Seoul, 04620, Korea

<sup>2</sup>Department of Mechanical, Robotics and Energy Engineering, Dongguk Univ., Seoul, 04620, Korea

### Abstract

In this paper, a stress function-based approach was proposed to analyze the reduction of free-edge peeling stress in smart composite laminates using piezoelectric actuator under bending load. Electro-mechanically coupled governing equation was obtained by complimentary virtual work principle. The stress state was solved by the generalized eigenvalue procedure. The free-edge peeling stress of smart composite laminates was reduced by the piezoelectric actuation. The reduction rate of peeling stress in cross-ply composite laminate is larger than that in angle ply composite laminate.

**Keywords** : free-edge, composite laminate, peeling stress, piezoelectric actuator

### 1. 서 론

복합재는 높은 비강성, 비강도 및 내식성, 화학적 안정성 등 여러 장점들로 인하여 항공우주, 자동차 등의 산업에서 활용도가 점점 높아지고 있다. 개발과정과 상품의 질이 상층할수록 복합재는 금속이나 비금속을 대체할 수 있을 것이라고 판단된다. 하지만 복합재 각 층의 탄성 특성의 불일치로 인하여 층과 층 사이에 원치 않는 박리응력이 존재하는 것으로 알려져 있다. 이러한 박리응력으로 인하여 자유단에서 박리나 균열이 발생할 수 있고 그 결과 구조물의 손상을 초래할 수 있다.

지난 수 십년 동안, 3차원에서의 층간응력과 응력특이성에 관한 연구가 이루어졌다. 실험뿐만 아니라 이론적 접근으로 많은 연구가 있었다. 재료와 기하학적인 불연속성으로 인하여 복합재 적층판의 자유단에서 응력집중이 발생한다. 복합재 적층판에서 자유단 효과는 층간 파손이나 박리를 야기하기 때문에 구조 안정성에 치명적이다. 피에조가 부착된 복합

재 적층판의 경우 전기-기계 연성 효과로 인하여 자유단 효과는 좀 더 복잡해진다.

피에조가 부착된 복합재 적층판의 굽힘을 해석하기 위해서는 변위장이나 응력장에 기초한 여러 가지 방법이 있다. 변위장에 기초한 이론 중예선 고전적층 평판 이론(classical lamination theory, CLT)(Lee, 1990; Konieczny *et al.*, 1994; Wang *et al.*, 1997), 등가층간전단변형이론(equivalent single-layer shear deformation theories, ESLSDT)(Kabir, 1990; Reddy, 1999), 층간전단변형이론(layerwise shear deformation theory, LWSDT)(Robins *et al.*, 1993; Zhu *et al.*, 1998; Kim *et al.*, 2002a,b; Kim *et al.*, 2006), 유한요소법(Chandrashekhara *et al.*, 1993; Detwiler *et al.*, 1995) 등이 있다. CLT는 전단 변형을 고려하지 못하기 때문에 주하중을 지지하는 두꺼운 구조 부재 해석에는 적당하지 않다. ESLSDT는 고차의 변위장을 사용하지만 층간에서의 전단응력 연속 조건을 만족시키지 못한다. LWSDT는 변위장에 기반한 이론 중에서 가장 정확하지만 각 층에서 변

\* Corresponding author:

Tel: +82-2-2260-8577; E-mail: heungsoo@dgu.edu

Received May 1 2015; Revised June 18 2015;

Accepted August 12 2015

©2015 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

위장이 정의되기 때문에 많은 변수들이 필요하고 ESLSDT보다 계산 상 효율이 많이 떨어진다.

복합재 평판을 해석하는 또 다른 방법은 응력 연속성뿐만 아니라 응력 경계조건도 만족하는 응력함수에 기초한 이론이다. Spilker와 Chou(1980)가 하중 경계조건을 중요성을 입증한 이후로 Yin(1994)은 층간응력함수 이론(stress-based layerwise theory, SBLWT)에 기초한 다항식 근사법을 제안했다. Yin의 응력함수는 평형방정식을 만족시킬 뿐만 아니라 각 층과 층의 접촉면에서의 층간응력의 연속성도 포함한다. Flanagan(1994)은 복합재 적층판의 자유단 응력을 밝히는데 양단 고정 보의 모드형상을 이용한 근사 방법을 제안했다. Flanagan의 접근법은 Yin의 방법보다 계산상으로 효율적이다. Flanagan의 방법은 응력함수를 면내 방향과 면외방향 함수로 나누고 면외 방향 함수로 경계조건을 만족하는 보의 고유모드를 사용하여 면내 방향 함수를 구하였다.

복합재 적층판의 자유단에서 박리응력의 집중은 복합재 평판의 안정성에 치명적이다. 층간분리가 발생하는 것을 방지하기 위하여 적층방법을 조절하거나 자유단의 형상을 바꾸는 테일러링과 같은 능동적인 설계기법이 개발되었다. 하지만, 복합재의 특성 때문에 큰 효과를 보기가 어렵다. 본 논문에서는 압전 작동기를 이용해 굽힘하중이 작용하는 경우 발생하는 박리응력을 감소시키는 방법을 제안하였다. 압전 작동기를 이용하여 굽힘하중으로 인해 발생한 박리응력과 반대되는 층간 응력을 생성시켜 박리응력을 감소시키는 방법을 연구하였다. 응력해석을 위해서는 Flanagan이 제안한 응력함수에 기초한 해석기법을 사용하였으며, 전기-기계 연성 효과는 압전 재료의 선형 탄성 구성방정식을 이용하여 구현하였다.

2. 수학적 정식화

본 논문에서는 Fig. 1과 같이 윗면과 아랫면에 상하 대칭으로 압전 작동기를 부착한 복합재 평판을 해석하였다. 두 개의 압전 작동기는 박리응력을 조절하는데 사용된다. 복합재는 직교이방성 재료(orthotropic materials)로 구성되어

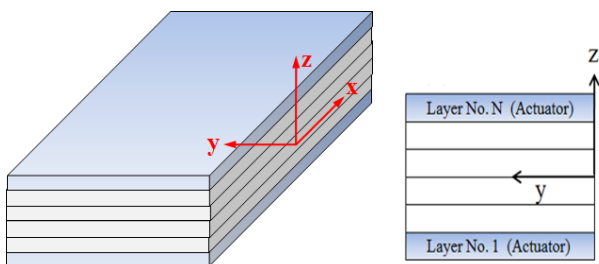


Fig. 1 Geometry of composite laminates with surface-bonded piezoelectric actuator

있고, x축에 대하여 임의의 섬유 각도를 가지고 있다. 편의를 위해 압전 작동기와 복합재 각각의 층의 두께는 동일한 것으로 가정하였다.

선형탄성에 기초한 구성방정식은 다음과 같이 표현된다. 전기-기계 연성에 의해 나타나는 스트레인 항([d][E])은 압전 작동기 층에서만 존재한다. piezoelectric strain matrix [d]는 각각의 층에서 정의되고, 복합재 층에서는 0의 값을 가진다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & S_{36} \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & S_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{54} & S_{55} & 0 \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

복합재 평판의 자유단과 윗면, 아랫면의 기하학적 조건으로 주어진 경계조건은 다음과 같이 서술할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_2 = \sigma_4 = \sigma_6 = 0 \text{ at } y = 0, b \\ \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0 \text{ at } z = \pm H/2 \end{aligned} \quad (2)$$

스마트 복합재 평판의 길이는 충분히 길다고 가정하여 평면 변형률 상태를 가정하였다. 평면 변형률 상태에서는 응력장은 x축과 무관하다. 무차원 좌표는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \eta = z/h \\ \xi = y/h \end{aligned} \quad (3)$$

복합재 평판의 임의의 점에서 평형조건을 항상 만족시키기 위해서 Lekhnitskii 응력함수를 도입했다(Lekhnitskii, 1963).

$$\begin{aligned} \sigma_2 = \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2}, \sigma_3 = \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2}, \sigma_4 = -\frac{\partial^2 F}{\partial \xi \partial \eta} \\ \sigma_5 = -\frac{\partial F}{\partial \xi}, \sigma_6 = \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (4)$$

이 응력함수를 구하기 위해 변수분리 기법을 도입하였으며, 응력함수를 면내 방향 응력함수와 면외 방향 응력함수로 아래와 같이 나누었다.

$$F = \sum_{i=1}^n f_i(\xi) g_i(\eta), \Psi = \sum_{i=1}^n p_i(\xi) g_i^I(\eta) \quad (5)$$

윗첨자 I는 η에 대한 함수의 미분을 나타낸다. 식 (2)의 두께 방향 하중 경계조건을 만족시키기 위해 면외방향 응력

함수  $g_i(\eta)$ 는 양 끝단이 고정된 보의 고유 모드 함수를 도입하였다. 면외방향 응력함수  $g_i(\eta)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$g_i(\eta) = \sin(\beta_i\eta) + \sigma_i \sinh(\beta_i\eta) \quad (6)$$

여기서,  $\beta_i$ 는 다음 특성방정식의 해이다.

$$\cosh(\beta_i/2)\sin(\beta_i/2) - \cos(\beta_i/2)\sinh(\beta_i/2) = 0 \quad (7)$$

지배방정식은 다음과 같은 최소보족일의 원리를 사용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \partial U &= \iint \varepsilon_i \sigma_i dy dz = 0 \\ &= \iint \left[ \sigma_i \widehat{S}_{ij} \sigma_i + \left( \frac{S_{i1}}{S_{11}} \varepsilon_1 + \widehat{d}_{31} E_3 \right) \sigma_i \right] d\xi d\eta = 0 \\ (i, j &= 2, 3, \dots, 6) \end{aligned} \quad (8)$$

위 식 (4)와 식 (5)를 식 (8)에 대입하고 부분 적분을 수행하면 다음과 같은 면내방향 응력함수에 관한 4차와 2차 미분으로 연성된 상미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\int [a_{ij}^{(4)} f_j^{IV} + a_{ij}^{(2)} f_j^{II} + a_{ij}^{(0)} f_j + b_{ij}^{(2)} p_j^{II} + b_{ij}^{(0)} p_j + r_i] \delta f_i d\xi \\ &+ \int [d_{ij}^{(2)} f_j^{II} + d_{ij}^{(0)} f_j + c_{ij}^{(2)} p_j^{II} + c_{ij}^{(0)} p_j + s_i] \delta p_i d\xi = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$$\begin{aligned} a_{ij}^{(4)} &= \int \widehat{S}_{33} g_i g_j d\eta \\ a_{ij}^{(2)} &= \int \widehat{S}_{23} (g_i'' g_j + g_i g_j'') d\eta - \int \widehat{S}_{44} g_i' g_j' d\eta \\ a_{ij}^{(0)} &= \int \widehat{S}_{22} g_i'' g_j'' d\eta \\ b_{ij}^{(2)} &= \int \widehat{S}_{36} g_i g_j'' d\eta - \int \widehat{S}_{45} g_i' g_j' d\eta \\ b_{ij}^{(0)} &= \int \widehat{S}_{26} g_i'' g_j'' d\eta \\ d_{ij}^{(2)} &= \int \widehat{S}_{36} g_i'' g_j d\eta - \int \widehat{S}_{45} g_i' g_j' d\eta \\ d_{ij}^{(0)} &= \int \widehat{S}_{26} g_i'' g_j'' d\eta \\ c_{ij}^{(2)} &= - \int \widehat{S}_{55} g_i' g_j' d\eta \\ c_{ij}^{(0)} &= \int \widehat{S}_{66} g_i'' g_j'' d\eta \\ r_i &= \int \left( \varepsilon_x \frac{S_{12}}{S_{11}} + \widehat{d}_{23} E_3 - \frac{S_{12}}{S_{11}} k_x h \eta \right) g_i'' d\eta \\ s_i &= \int \left( \varepsilon_x \frac{S_{16}}{S_{11}} + \widehat{d}_{63} E_3 - \frac{S_{16}}{S_{11}} k_x h \eta \right) g_i'' d\eta \end{aligned} \quad (10)$$

지배방정식의 일반해는 동차해(homogeneous solutions)와 특이해(particular solutions)의 합으로 구할 수 있고, 동차해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_i^{(H)} = v_i^f e^{\lambda \xi}, p_i^{(H)} = v_i^p e^{\lambda \xi} \quad (11)$$

동차해를 지수함수로 가정하여 지배방정식에 대입하여 부분적분을 수행하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} a_{ij}^{(0)} v_j^f + (a_{ij}^{(2)} + \lambda^2 a_{ij}^{(4)}) \lambda^2 v_j^f + (\lambda^2 b_{ij}^{(2)} + b_{ij}^{(0)}) v_j^p &= 0 \\ d_{ij}^{(0)} v_j^f + d_{ij}^{(2)} \lambda^2 v_j^f + (c_{ij}^{(0)} + \lambda^2 c_{ij}^{(2)}) v_j^p &= 0, \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots, n) \\ \lambda^2 v_j^f - v_j^{f''} &= 0, \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \end{aligned} \quad (12)$$

위 식의 세 번째 방정식은 일반화된 고유치 문제의 표준형으로 변환하기 위한 보조 식이다. 위의 식은 일반화된 고유치 문제로 변환할 수 있으며 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a_{ij}^{(0)} & a_{ij}^{(2)} & b_{ij}^{(0)} \\ d_{ij}^{(0)} & d_{ij}^{(2)} & b_{ij}^{(0)} \\ 0 & -I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_j^f \\ v_j^{f''} \\ v_j^p \end{bmatrix} &= \lambda^2 \begin{bmatrix} 0 & -a_{ij}^{(4)} & -b_{ij}^{(2)} \\ 0 & 0 & c_{ij}^{(0)} \\ -I & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_j^f \\ v_j^{f''} \\ v_j^p \end{bmatrix}, \\ (i, j &= 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (13)$$

고유치 문제에서  $3n$ 개의 고유값을 얻을 수 있다. 그러면 동차해는 아래와 같은  $3n$ 개의 선형조합으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} f_i^{(H)} &= t_j v_{ij}^f e^{-\lambda_j \xi} \\ p_i^{(H)} &= t_j v_{ij}^p e^{-\lambda_j \xi}, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (j = 1, 2, \dots, 3n) \end{aligned} \quad (14)$$

$t_j$ 는 경계조건으로부터 구해지는 상수이다.

특이해는  $f_i(\xi)$ 와  $p_i(\xi)$ 를 상수로 가정함으로써 구할 수 있다. 따라서, 면내 방향 응력함수에 대한 해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_i &= f_i^{(H)} + f_i^{(P)} \\ p_i &= p_i^{(H)} + p_i^{(P)}, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (15)$$

마지막으로, 상수  $t_j$ 는 자유단에서  $\sigma_2, \sigma_4, \sigma_6$ 가 0인 자유단 경계조건을 이용하면 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} t_j v_{ij}^f + f_i^{(P)} &= 0 \\ t_j v_{ij}^f &= 0 \\ t_j v_{ij}^p + p_i^{(P)} &= 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (j = 1, 2, \dots, 3n) \end{aligned} \quad (16)$$

위의 과정들로부터 계산된 면내방향 응력함수를 식 (4)의 응력함수에 대입하면 아래와 같은 응력 값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{3n} (t_j v_{ij}^f e^{-\lambda_j \xi} + f_i^{(P)}) g_i'' & (17) \\ \sigma_3 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{3n} \lambda_j^2 t_j v_{ij}^f e^{-\lambda_j \xi} g_i \\ \sigma_4 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{3n} \lambda t_j v_{ij}^f e^{-\lambda_j \xi} g_i' \\ \sigma_5 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{3n} \lambda t_j v_{ij}^p e^{-\lambda_j \xi} g_i' \\ \sigma_6 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{3n} (t_j v_{ij}^p e^{-\lambda_j \xi} + P_i^{(P)}) g_i'' \end{aligned}$$

### 3. 수치예

본 논문에서는 Fig. 1과 같이 압전 작동기가 표면에 부착된 복합재 평판의 박리응력 감소 효과를 연구하였다. 제안된 방법을 검증하기 위해, 대표적인 복합재 적층 방법인 cross-ply와 angle-ply를 고려하였다. 복합재의 물성치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 &= 138 \text{ Gpa}, E_2 = E_3 = 14.5 \text{ Gpa} \\ G_{12} &= G_{13} = G_{23} = 5.9 \text{ Gpa} \\ \nu_{12} &= \nu_{31} = \nu_{23} = 0.21 \end{aligned}$$

PZT-5H를 압전 작동기로 사용하였으며, 물성치는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 = 62 \text{ Gpa}, E_3 = 48 \text{ Gpa} \\ G_{12} &= 23.5 \text{ Gpa}, G_{13} = G_{23} = 23 \text{ Gpa} \\ \nu_{12} &= \nu_{31} = \nu_{23} = 0.29 \\ d_{31} &= d_{32} = -274 \times 10^{-12} \text{ m/V}, d_{33} = 593 \times 10^{-12} \text{ m/V} \\ d_{24} &= 741 \times 10^{-12}, d_{15} = 741 \times 10^{-12} \text{ m/V} \end{aligned}$$

복합재 적층판 한 층의 두께는 0.125mm이고, 압전 작동기의 두께는 0.5mm이다. 압전 작동기의 두께는 복합재 한 층 두께의 4배이며, 편의상 4장의 적층판을 하나의 적층판으로 가정하여 복합재 적층판 한 층의 두께는 PZT의 두께와 같도록 하였다.

cross-ply 복합재 평판의 상하 압전 작동기에 반대 방향의 전기장을 가하여 압전 작동기에 의해 굽힘하중이 발생했을 때 나타나는 층간 수직응력의 면내 방향 분포를 Fig. 2.

에 나타내었다. 이 때 가해진 전기장의 크기는 100V이다. 응력함수로 해석한 결과와 이를 검증하기 위해 상용유한요소 프로그램을 이용해 해석한 결과를 비교하였다. 응력함수에 기초한 해석 기법이 상용 유한요소 프로그램을 이용한 결과와 잘 일치하며, 오히려 자유단에서는 응력 집중을 더 잘 나타내고 있음을 확인할 수 있다.

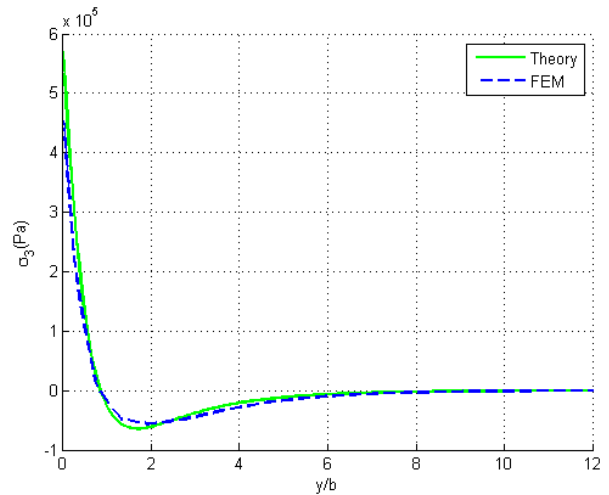


Fig. 2  $\sigma_3$  distribution of (PTZ/0/90)s composite laminates at the composite interface( $z/h=1/6$ ) obtained by the proposed method and FEM

Fig. 3는 cross-ply 복합재 적층판에 기계적 굽힘하중이 가해지는 경우 나타나는 층간 수직응력의 면내 방향 분포와 압전 작동기에 가해지는 전기장의 크기에 따라 나타나는 층간 수직응력의 분포를 동시에 나타낸 것이다. 층간 수직응력 이 양의 방향으로 나타나는 경우 층간 분리를 야기하는 박리응력이 되고 이 응력을 줄이기 위해 압전 작동기를 사용했으

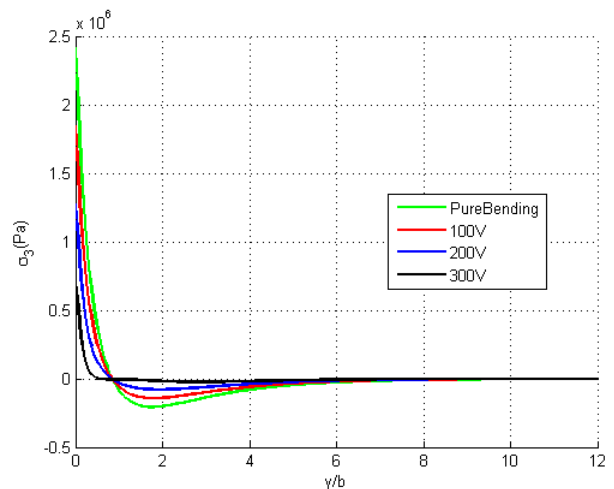


Fig. 3  $\sigma_3$  distribution of (PTZ/0/90)s composite laminates at the composite interface( $z/h=1/6$ ) according to the applied voltage

며, 가해지는 전기장이 증가할수록 박리 응력의 크기가 감소하는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 4는 angle-ply 복합재 적층판에 기계적 굽힘하중이 가해지는 경우 나타나는 층간 수직응력의 면내 방향 분포와 압전 작동기에 전기장을 가하여 나타나는 층간 수직응력의 면내방향 분포를 나타낸 것이다. cross-ply 복합재 적층판의 경우와 마찬가지로 압전 작동기에 가해지는 전기장이 증가할수록 자유단에서의 박리응력이 줄어드는 것을 확인할 수 있지만, 줄어드는 크기는 cross-ply 복합재 적층판에 비해 작은 것을 확인할 수 있다.

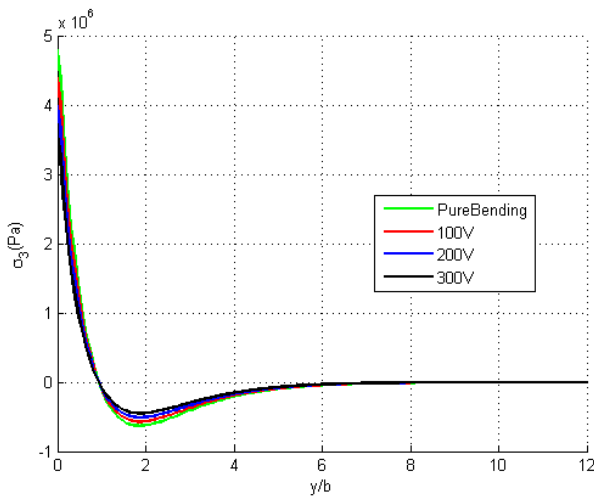


Fig. 4  $\sigma_3$  distribution of (PTZ/45/-45)s composite laminates at the composite interface( $z/h=1/6$ ) according to the applied voltage

Table 1은 압전 작동기에 전기장이 가해지는 경우 cross-ply 및 angle-ply 복합재 적층판의 최대 박리응력의 감소량을 나타내었다. Fig. 2 및 Fig. 3에서 확인할 수 있는 바와 같이, 압전 작동기에 전기장이 가해지는 경우 cross-ply 복합재 적층판의 박리응력이 angle-ply 복합재 적층판의 박리응력에 비해 크게 감소하는 것을 알 수 있으며, 300V의 전기장이 가해지는 경우 최대 40%의 박리응력이 감소하는 것을 확인할 수 있다.

Table 1 Reduction rate of maximum peeling stress according to applied voltages

Applied Voltage(Volt)	reduction rate of interlaminar normal stress( $\sigma_3$ )	
	cross-ply ((PZT/0/90)s)	angle-ply ((PZT/45/-45)s)
100	13%	6%
200	27%	12%
300	40%	18%

#### 4. 결 론

본 연구에서는 굽힘하중이 작용하는 경우 복합재 적층판의 자유단에서 나타나는 층간 박리응력을 줄이기 위해 압전 작동기를 이용하는 방법을 제안하였다. 층간응력을 해석하기 위해 응력함수에 기초한 해석 기법을 제안하였으며, 선형탄성에 기초한 압전 재료의 구성방정식을 이용하여, 전기-기계 연성 효과를 나타내었다. 최소보존일의 원리를 이용해 지배방정식을 유도하였으며, 고유치 문제를 이용해 응력을 구하였다. 복합재 적층판의 윗 면과 아랫 면에 압전 작동기를 부착하여, 반대 방향으로 전기장을 가하는 경우 순수 굽힘이 나타나게 하였다. 기계적 굽힘하중이 가해지는 경우 복합재 적층판의 자유단에서 나타나는 박리응력은 압전 작동기에 전기장을 가하여 감소시킬 수 있는 것을 확인하였다. cross-ply 복합재 적층판의 경우 angle-ply 적층판에 비해 압전 작동기에 의한 박리응력의 감소가 큰 것을 확인할 수 있었다.

#### 감사의 글

이 논문은 2014년 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(2014R1A1A2A10054019).

#### References

Chandrashekhara, K., Agarwal, A.N. (1993) Active Vibration Control of Laminated Composite Plates using Piezoelectric Devices: A Finite Element Approach, *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, 4(4), pp.496~508.

Detwiler, D.T., Shen, M.H., Venkayya, V.B. (1995) Finite Element Analysis of Laminated Composite Structures Containing Distributed Piezoelectric Actuators and Sensors, *Finite Elem. Anal. Des.*, 20(2), pp.87~100.

Flanagan, G. (1994) An Efficient Stress Function Approximation for the Free-edge Stresses in laminates, *Int. J. Solids Struct*, pp.941~952.

Kabir, H.R.H. (1996) A Novel Approach to the Solution of Shear Flexible Rectangular Plates with Arbitrary Laminations, *Composites Part B*, 27(1), pp.95~104.

Kim, H.S., Zhou, X., Chattopadhyay, A. (2002b) Interlaminar Stress Analysis of Shell Structures with Piezoelectric Patch Including Thermal Loading, *AIAA J.*, 40(12), pp.2517~2525.

- Kim, H.S., Chattopadhyay, A., Nam, C.** (2002a) Implementaion of a Coupled Thermo Piezoelectirc-Mechanical Model in the LQG Controller Design for Smart Composite Shells, *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, 13(11), pp.713~724.
- Kim, H.S., Ghoshal, A., Kim, J., Choi, S.B.** (2006) Transient Analysis of Delaminated Smart Composite Structures by Incorporating the Fermi-Dirac Distribution Function, *Smart Mater. Struct.*, 15(2), p.221.
- Konieczny, S., Wozniak, C.** (1994) Corrected 2D-Theories for Composite Plates, *Acta Mech.*, 103(1-4), pp.145~155.
- Lee, C.K.** (1990) Theory of Laminated Piezoelectric Plates for the Design of Distributed Sensors/ Actuators: part I: Governing Equations and Reciprocal Relationship, *J. Acoust. Soc. Am.* 87(3), pp.1144~1158.
- Lekhnitskii, S.G.** (1963) *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*(San Francisco: Holden-Day)
- Reddy, J.N.** (1999) On Laminated Composite Plates with Integrated Sensors and Actuators, *Eng. Struct.*, 21(7), pp.568~593.
- Robbins, D.H., Reddy, J.N.** (1993) Modelling of Thick Composites using a Layerwise Laminate Theory, *Int. J. Number. Methods Eng.*, 36(4), pp.655~677.
- Spilker, R.L., Chou, S.C.** (1980) Edge Effects in Symmetric Composite Laminates: Importance of Satisfying the Traction Free-edge Condition, *J. Compos. Mater.*, 14, pp.2~20
- Wang, Y.Y., Lam, K.Y., Liu, G.R., Reddy, J.N., Tani, J.** (1997) A Strip Element Method for Bending Analysis of Orthotropic Plates, *JSME int. J.*, 40(4), pp.398~406.
- Yin, W.L.** (1994) Free-edge Effects in Anisotropic Laminates under Extension, Bending and Twisting, part I: A Stress Function-based Variational Approach, *J. Appl. Mech.*, 61, pp.410~415.
- Yin, W.L.** (1994) Free-edge Effects in Anisotropic Laminates under Extension, Bending and Twisting, part II: Eigenfunction Analysis and the Results for Symnmetric Laminates, *J. Appl. Mech.*, 61, pp.146~21.
- Zhu, C., Lam, Y.C.** (1998) A Rayleigh-Ritz Solution for Local Stresses in Composite Laminates, *Compos. Sci. Technol.*, 58(3-4), pp.447~461.

## 요 지

본 논문에서는 굽힘하중이 가해지는 스마트 복합재 적층판의 자유단에서 발생하는 박리응력을 압전 작동기를 이용해서 감소시키는 방법을 응력함수를 이용해 해석하는 방법을 제안하였다. 전기-기계 연성에 의해 나타나는 지배방정식은 최소 보족일의 원리를 이용해 구하였다. 응력상태는 일반적인 고유치 해석과정을 통해 구하였다. 스마트 복합재 적층판의 자유단 박리응력은 압전 작동기를 이용해 감소시킬 수 있었다. cross-ply 복합재 적층판의 박리응력 감소가 angle-ply 복합재 적층판 보다 크게 나타났다.

**핵심용어** : 자유단, 복합재, 박리응력, 압전 작동기