대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 25 권 제 3 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 25, No. 3, 323 ~ 345. Aug 2015

‘큰 수의 법칙’ 탐구 활동에서 나타난 가추법의 유형 분석

이 윤 경* · 조 정 수**

본 연구는 통계적 추론과 가추법의 관계를 알아보기 위하여 ‘큰 수의 법칙’ 탐구 활동에서 나타난 가추법의 유형을 살펴보았다. Peirce의 가추법, Eco의 가추법 유형, Toulmin의 논증패턴을 바탕으로 통계 수업담화를 분석한 결과, 가추법에 해당하는 수업담화에는 과대 코드화된 가추법이 가장 많이 나타났다. 반면에 학생들의 다양한 사고를 유도하는 과소 코드화된 가추법과 새로운 법칙이나 이론을 만드는 창조적 가추법은 낮은 비율로 나타났다. 추론과정에 사용된 계산기는 추상적 확률 개념을 이해하기 위한 경험적 맥락을 통해 학생들이 추론을 중심으로 한 논증과정에 적극적으로 참여하게 하였다. 이러한 연구 결과를 통해 통계 수업에서는 가추법에 대한 이해와 함께 도구를 이용한 통계적 맥락 형성이 중요함을 알 수 있었다.

Ⅰ. 서 론

통계 교육의 주된 목적은 통계적인 정보를 바탕으로 추론하고 사고할 수 있는 통계적 소양을 갖춘 학생들을 길러내는 데 있다(Ben-Zvi & Garfield, 2004). 이를 위해서 많은 나라의 학교 교육과정에서 통계 교육의 목표로 통계적 추론을 강조하고 있다.[1] 여기서 통계적 추론은 통계적 개념들을 연결지어 이해할 수 있고, 통계적 과정을 통해 나타난 결과를 해석할 수 있는 것을 의미한다(Garfield, 2002). 하지만 이러한 정의에는 추론의 논리나 사고과정에 관하여 명확하게 정의하고 있지 않기 때문에, 실제 학교 현장의 교사들은 통계적 추론의 논리를 알기 어려우며 이로 인하여 통계적 추론 지도에 관한 어려움을 겪고 있다.

통계 교육에 대한 선행 연구의 논의는 학생, 예비교사, 교사들이 통계 개념을 어떻게 이해하는지를 중심으로 이루어졌다. 학생들에 대한 연구는 자료(Ben-Zvi & Arcavi, 2001), 분포(Reading & Reid, 2006), 변이(Bakker, 2004), 확률(Pratt, 2005) 등 학생들이 특정 통계 개념을 어떻게 이해하는가에 초점을 맞추고 있다. 학생 대상의 연구와 유사하게 예비 교사와 교사들의 확률·통계적 지식에 관한 연구(Groth & Bergner, 2006; Leavy, 2006; Stohl, 2005)에서도 대푯값, 분포, 확률 등 중요한 통계 개념에 관한 추론에 초점을 두고 있다. 또한 Garfield & Ben-Zvi(2008)는 Cobb & McClain(2004)의 통계 수업 설계 원리와 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education(GAISE, 2005a, 2005b)의 통계

* 영남대학교 대학원, awish79@nate.com (제1 저자)
** 영남대학교, chocs@yu.ac.kr (교신저자)

1) Mathematics Curriculum Framework for Western Australia, http://www.curriculum.wa.edu.au/; Mathematics National Curriculum for England, http://www.nc.uk.net/; National Council of Teachers of Mathematics in the U. S., 2000.

교육을 위한 권고를 바탕으로 여섯 가지 수업 원리를 제안하였다. 이들이 제안한 이 수업 원리는 학생들의 통계적 추론을 위한 활동, 공학도구, 수업담화의 중요성을 제안하고 있다는 점에서 의의가 있다. 그러나 특정 개념을 학습할 때 사용되는 통계적 추론이 어떤 유형의 추론이며, 도구[2]는 추론과정에 어떤 영향을 미치는지 실제 수업을 통한 경험적인 연구는 부족한 실정이다.

학생들의 통계적 추론능력을 향상시키기 위해서는 실제적 자료를 사용하여 수업활동을 구성하는 것이 중요하며, 중요한 통계 개념에 관한 통계적 논증이 포함된 수업담화가 요구된다(Cobb & McClain, 2004). 그러나 전통적인 교실 환경에서는 수업의 권위가 교사에게 집중되어 있기 때문에, 학생들은 논증활동을 통한 의견 교환의 필요성과 책임감을 느끼지 못하는 경향이 있다(Weber, Maher, Powell, & Lee, 2008). 또한 지필 중심의 수업에서는 실제적인 데이터를 다루거나 충분히 많은 시행을 하기가 어렵기 때문에 확률과 통계의 중요한 개념들이 교사의 일방적인 전달로 지도되고 있는 실정이다(김원경, 문소영, 변지영, 2006). 이러한 지식 전달 위주의 통계 수업의 개선을 위한 시사점을 얻기 위하여 본 연구에서는 문제 상황에 대한 가설을 세우고 모의실험을 통해 실제 데이터를 수집한 후 이를 통해 합리적인 통계적 추론을 하도록 설계된 '큰 수의 법칙'[3] 탐구 활동의 수업담화를 분석하고자 한다.

'큰 수의 법칙' 탐구 활동에서 나타난 교사와 학생 사이의 추론 유형을 살펴보기 위하여 본 연구는 Peirce의 가추법과 Toulmin의 논증패턴을 분석의 틀로 이용하였다.[4] 맥락의 기호학(김성도, 1997)인 Peirce의 관점은 주어진 현상을 설명하기 위해 통계적 가설을 세우고 통계적 결과를 맥락에 맞추어 해석하는 맥락 의존적인 통계적 추론(delMas, 2004)을 보는 새로운 관점을 제공할 수 있다. 그럼에도 불구하고 많은 연구들(남주현, 2007; 이병덕, 2008; 이영하, 이은호, 2010; 전영삼, 1990)에서 통계적 추론의 논리는 여전히 귀납법을 따른다고 주장하고 있다. 본 연구에서는 Peirce 기호학의 핵심인 가추법이 나타난 통계 수업담화를 Toulmin의 논증패턴으로 나타낸 후, Eco(1983)의 이론을 바탕으로 가추법 유형을 분류하였다. 그 후 통계 수업에서 나타난 통계적 가추법의 특징을 분석하고 이를 통해 통계 수업담화에 대한 교육적 방안을 제안하고자 한다.

이러한 연구의 목적을 위하여 다음의 두 가지 연구문제를 설정하였다. 첫째는 '큰 수의 법칙' 탐구 활동을 하는 동안 교사와 학생들의 통계적 가추법은 어떤 유형으로 나타나는가이고, 둘째는 '큰 수의 법칙' 탐구 활동의 추론과정에서 사용되는 도구의 역할은 무엇인가이다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. Peirce의 가추법

2) 본 연구에서는 '큰 수의 법칙'이라는 개념을 획득하기 위하여 동전, 계산기, 교사와 학생들간의 언어를 도구로 간주하고자 한다. 여기서 동전과 계산기는 물리적 도구에 해당하며, 교사와 학생들간의 언어는 상징적 도구에 해당한다.

3) '큰 수의 법칙'은 고등학교 통계 교육과정에서 확률과 통계를 연결해 주는 중요한 개념이다(Pratt, 2005; Stohl & Tarr, 2002).

4) 추론에 관한 Peirce의 관점은 수학적 추론을 분석할 때 자주 사용되며(예: 김선희, 이종희, 2002; 김선희, 김기연, 2004; 이영하, 강민정, 2013; 양은경, 신재홍, 2014) 어떤 자료를 발견하고 창조하는 개연적 추론을 세분화해준다. 또한 Toulmin의 논증패턴은 서로 다른 유형의 추론법을 구별하는데 사용되는데(Pedemonte, 2007), 주어진 전제로부터 결론에 이르게 된 사고과정을 살펴볼 수 있는 이론적 도식을 제공해 준다.

Peirce는 지식을 의사소통하기 위한 유일한 수단을 기호라고 하였으며 사고과정의 논리에 관심을 두었다. 그는 기호를 해석하는 합리적이고 논리적인 추론의 방법으로 연역법, 귀납법 이외에 가추법을 만들었다(김선희, 2004). 가추법은 관찰된 어떤 현상을 설명하기 위해 최선의 가설을 만드는 논리적 과정으로(CP. 5.171)[5], Peirce의 순환적 사유를 가장 잘 드러내는 추론법이다. 그러나 Peirce가 가장 강조하는 추론인 가추법도 그러한 결과가 나타날 수 있는 하나의 가설일 뿐이라는 점에서 오류적 결론을 도출할 가능성은 존재한다.

가. 가추법, 연역법, 귀납법의 비교

Peirce는 1867년에 발표한 '논증들의 자연 분류법(on the natural classification of arguments)'에서 연역법, 귀납법, 가설법(hypothesis)이 삼단논법의 세 격인 대전제, 소전제, 결론과 관련된다고 주장하였다. 여기서 가설법은 관찰된 사실인 결과를 통하여 이미 알려진 법칙 혹은 다른 일반적인 진리인 규칙에서 가설적이거나 역행 추론적인 사례를 유도하는 방법이다(CP. 1.89). Peirce의 유명한 콩 주머니(beanbag) 예를 들어 가설법을 표현하면 <표 II-1>과 같다.

<표 II-1> Peirce의 가설법(CP. 2.623)

결과(결론)	이 콩들은 하얗다.
규칙(대전제)	이 주머니에 들어있는 콩은 모두 하얗다.
사례(소전제)	이 콩들은 이 주머니에서 나왔다.

그러나 1878년에 Peirce는 가설법이 삼단논법의 형식으로 설명되지 않는다는 사실을 인지하고 가설 선택의 문제에 초점을 맞추면서 가설법을 가추법으로 발전시킨다. 1900년 이후 Peirce가 도달한 가추법 개념은 '가설 채택을 위한 추론'을 의미한다. 이러한 관점에서 살펴보면, 귀납법은 가설을 시험하는 과정이 된다. 또한 연역법은 가설의 개연적인 또는 필연적인 결과를 추론하는 과정으로 재해석된다. 따라서 1900년 이후부터 Peirce는 <표 II-2>와 같이 가추법, 연역법, 귀납법의 추론들을 탐구의 방법론적 단계들로 간주하게 된다(강미정, 2007).

<표 II-2> Peirce의 추론 분류

가추법	관찰된 사실들을 설명할 수 있는 가설을 채택하는 단계(CP. 7.202)
연역법	채택된 가설을 이용하여 실험의 결과가 필연적으로 도출되는지 또는 개연적으로 나타나는지를 추론하는 단계(CP. 7.203)
귀납법	가설에 기초한 예측과 실험 결과들의 비교를 통해 추론하는 단계(CP. 7.206)

Peirce는 진정한 발견과 창조의 논리는 가추법이라고 본다. 그러나 오랫동안 많은 철학자와 과학 철학자들은 귀납법이 유일한 과학적 발견의 논리라고 여겨왔다. 귀납법은 여러 가지 관찰된 사실들에서 일반적인 법칙을 이끌기 때문에 유용한 논리 과정이다. 하지만 귀납법은 관찰될 수 없거나 관찰되지 않은 어떤 원인을 이끌어내지는 못한다(김정섭, 박수홍, 2002). 또한 귀납법은 가설을 타당화하는 기능을 가지기 때문에 현재의 지식에 어떤 새로운 정보를 추가하지 못한다. 귀납법이 지식의 발전에 기여한다는 것은 단지 이미 고려 중인 가설을 조금 수정하는 데 지나지 않는다. 반면에 가추법은 관찰된 결과를 이미 알려진 여러 가지 법칙과 연결지어 새로운 가설을 세우거나 기존에는 알려져 있지 않은 새로운 법칙을 만들어내는 다양한 상상을 가능하게 한다. 가추법이란 결국 guessing이며, 새로운 진리

5) (CP. n.m)에서 CP는 Collected Papers of Charles Sanders Peirce를, n은 각 권을, m은 단락 번호를 말한다.

는 연역법이나 귀납법으로는 올 수 없으며, 오직 가추법을 통해서만 가능하다(김성도, 1998).

나. 가추법의 유형

가추법의 유형을 분류한 선행연구를 살펴보면, 주로 Shank & Cunningham(1996)의 모델과 Eco(1983)의 유형을 분석의 틀로 사용하고 있다 (예: 김정섭, 박수홍, 2002; 이영하, 강민정, 2013; Meyer, 2010; Nguyen-Danh, 2011; Pedemonte & Reid, 2011; Petty, 2001). Shank & Cunningham (1996)은 가추법을 예감, 징후, 은유/유추, 단서, 진단/시나리오, 설명의 6가지 양식으로 나누고 있다. 그러나 본 연구에서는 가추적 추론과정에서 사용된 규칙의 특성에 따라 가추법을 구분하는 것이 적절하다고 판단하여 Eco(1983)의 가추법 유형을 분석의 틀로 사용하였다.

Eco는 규칙과 결과로부터 사례를 추론하는 Peirce의 가설법(CP. 2.623)에서 문제해결에 요구되는 법칙들이 항상 명백하지 않다고 지적했다. 만약 결과를 해석하는 데 필요한 법칙이 명백하다면 가설법에 관한 삼단논법의 공식이 적용된다. 하지만 그 문제와 관련되는 법칙이 명확하지 않다면 다른 종류의 가추적 사고가 필요하게 된다. Eco(1983)는 가추법에 필요한 코드의 개입 정도에 따라 과대 코드화된 가추법(overcoded abduction), 과소 코드화된 가추법(undercoded abduction), 창조적 가추법(creative abduction)으로 분류하였다. Eco가 구분한 세 가지 유형의 가추법은 <표 II-3>과 같다.

과대 코드화된 가추법은 관찰된 사실과 법칙과의 관계가 명확히 개념화되어 있지만, 과소 코드화된 가추법은 알려진 법칙들과 관찰된 사실과의 관계가 분명하지 않다. 과소 코드화된 가추법은 같은 개연성을 가진 법칙들 중에서 결과를 가장 잘 설명할 수 있는 가설을 찾기 위해 가설과 결과를 함께 고려해야 하는 추론 유형이다 (Mason, 1996).

창조적 가추법은 결과를 설명할 수 있는 알려진 법칙이 없을 때 새로운 법칙이나 새로운 설명을 만들어내는 추론이다. 창조적 가추법은 기존의 패러다임을 뒤엎는 혁명적인 과학 발견에서 뿐만 아니라 일상적인 생활 속에서도 새로운 것을 창안할 때는 필수적으로 활용된다(Eco, 1983).

2. Toulmin의 논증패턴

교사는 학생이 실제 사용하는 논증 방식이 어떠한지를 이해할 필요가 있다. 이러한 논증구조에 대한 이해는 학생들의 추론능력을 향상시킬 수 있는 교수 전략을 계획하는 데 도움이 된다 (Chinn & Anderson, 1998; Maloney & Simon, 2006). 교사와 학생이 수업에서 어떤 과정을 통해

<표 II-3> Eco(1983)의 가추법 유형

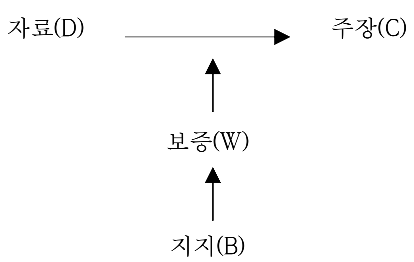
과대 코드화된 가추법[6]	이전에 알려진 법칙을 자동적 또는 반자동적으로 이용하는 추론 나타난 결과에 해당하는 법칙이 단 하나 존재하는 경우
과소 코드화된 가추법	다양한 대안적인 법칙들 중에서 한 법칙을 선택하는 추론 여러 가지 법칙 중에서 결과를 잘 설명할 수 있는 법칙을 찾아내는 것이 핵심
창조적 가추법	새로운 법칙이나 새로운 설명을 만들어내는 추론

6) Peirce의 가설법과 동일한 형식이다. 이 유형의 가추법에서는 주어진 결과가 규칙에 해당하는 사례로 제시되기 때문에 결과를 그 규칙의 사례로 인지하는 최소한의 추론만이 사용된다. 하지만 결과를 알려진 규칙의 사례로 판단해야 하는 단계가 있기 때문에 완전히 자동적인 것은 아니다(Eco, 2009).

논증하는지를 구체적으로 보여줄 수 있는 것이 Toulmin의 논증패턴(Toulmin's Argument Pattern, TAP)이다.

Toulmin은 다양한 영역의 실제적인 논증에 관심이 있었는데, 그는 다양한 영역을 포괄할 수 있는 논증에 관한 일반적인 패턴을 제안하고 있다. 이 패턴은 네 가지 핵심 요소인 '주장(Claim)', '자료(Data)', '보증(Warrant)', '지지(Backing)'로 이루어져 있다(Toulmin, 2003).[7] 이들 요소를 구체적으로 살펴보면, 주장(C)는 어떤 사람이 이루고자 하는 논증의 결론이자 목적지를 말하며, 자료(D)는 주장을 뒷받침하기 위한 증거나 사실에 해당한다. 보증(W)은 자료에서 주장으로 이행할 때의 논리적 도약의 정당성을 확보해 주는 추론 규칙에 해당하며, 지지(B)는 보증에 포함된 가정을 확인해주기 위한 추가적 자료로서 보통 상대방이 보증을 받아들이지 못하는 경우에 제시한다.

이를 도식화하면 다음 [그림 II-1]과 같다.



[그림 II-1] Toulmin(2003)의 논증구조와 구성요소

논증에서 첫 번째 단계는 주어진 자료를 바탕으로 자신의 관점을 표현하는 주장을 하는 것이다. 두 번째 단계는 주장을 뒷받침하는 보증을 만드는 것이다. 보증은 자료로부터 어떤 주장을 할 때 정당성을 부여해 주는 것으로(Yackel, 2002), 자료와 주장을 연결하는 다리 역할을 한다. 지지는 보증을 뒷받침해 주는 역할을 하는데, 보통 상대방이 보증을 받아들이지 못하는 경우에 제시한다. 일반적으로 수학의 증명에서 지지는 수학적 이론을 말한다(Pedemonte & Reid, 2011).

TAP는 전통적인 연역법의 형식 논리가 탈맥락적이라는 한계점을 극복하고, 일상생활의 사건에 대한 비형식적인 논리를 재구조화하는 것을 도와준다. 또한 수업 상황에서 이루어지는 담화를 분석하는 데 유용한 분석틀이다. 그래서 TAP는 주로 담화의 상호작용 패턴을 표현하고, 담화에 나타나는 논증 요소의 빈도를 측정하는 틀로 사용된다(Furtak, Hardy, Beinbrech, Shavelson, & Shemwell, 2010; Jimenez-Aleixandre, Rodriguez, & Duschl, 2000; Krummheuer, 1995; Yackel, 2001).

통계는 수학과는 달리 실제적 맥락을 바탕으로 하기 때문에 비형식적인 추론이 나타날 가능성이 훨씬 많다. 통계 수업에서 나타난 교사와 학생들의 비형식적인 추론과정을 구체적으로 알아보기 위하여 본 연구에서는 TAP를 방법론적인 도구로 사용하였다. 먼저 가추법이 나타났다고 판단되는 논증과정을 선택하고 이를 Peirce의 사례, 결과, 규칙으로 구분하였다. 그 후 주어진 결과에서 사례를 추론하는 가추법의 과정을 TAP로 도식화하였다. 이를 통해 추론의 코드가 되는 규칙의 특성에 따라 가추법의 유형을 나눈 후 각 유형의 추론과정에서 사용된 도구의 역할을 분석하였다.

III. 연구 방법 및 절차

7) 논증에서 수식어(qualifier), 반증(rebuttal)도 중요한 요소이지만 본 연구에서는 이 두 가지 요소를 분석에서 제외시켰다. 왜냐하면 자료, 주장, 보증, 지지의 네 가지 요소만으로도 추론의 구조를 분석하는데 충분하다고 판단하였기 때문이다(Pedemonte, 2007).

1. 연구 환경

본 연구는 통계 수업 시간에 일어나는 추론의 유형을 알아보기 위하여 Y대학교에서 이루어진 'CAS 계산기를 활용한 고등학교 수학캠프'의 확률·통계 수업을 선정하였다. 수학캠프는 기하, 대수, 해석, 확률・통계, 실험수학의 총 다섯 개의 수업으로 구성되었다. 각 영역의 수업 활동은 CAS 계산기를 이용하여 개념을 탐구할 수 있는 내용으로 이루어졌는데, 대구, 경북의 수학교사가 세 명씩 한 팀을 이루어 공동으로 개발하였다. 수학캠프에 참여한 교사 15명은 한 달에 두 번씩 총 10회의 모임을 통해 수업 과제 설계의 진행 상황을 팀별로 발표하고 다른 교사들의 피드백을 받아 수정하는 작업을 반복하였다. 세 명의 팀원은 협동으로 과제를 개발하였으며, 이들 모두 실제 수업을 각각 담당하였다. 각 영역의 수업은 모두 90분 동안 이루어졌다. 공학도구를 사용하여 확률 현상을 탐구해 보는 내용으로 구성된 수업으로 인해 기존의 교과서와 교사 중심의 수업과는 다른 유형의 추론을 살펴볼 수 있었다.

책상은 네 명씩 소집단 형태로 배치해 이들간의 캠프 기간 동안 최대한 친숙해질 수 있도록 하였다. 계산기는 개인별로 나누어 주었으며, 수업 시작 전 한 시간동안 계산기의 기본 기능을 훈련시켜 계산기 사용에 어려움이 없도록 하였다.

2. 연구 참여자

연구 참여자는 세 명의 수학교사와 20명의 고등학생이다. 확률・통계 수업을 담당한 수학 교사들을 살펴보면, I교사는 28세의 여자로 교육경력은 5년이다. 교육대학원 석사 과정에 있으며, CAS 계산기를 대학교 학부 과정에서 다루었기 때문에 계산기 사용에 능숙하였다. K교사는 45세의 남자로 교육경력은 19년이다. 통계학과를 졸업하고 수학교육과 박사과정에 있으며, 평소 수학 수업 시간에도 계산기를 이용하여 수업을 하고 있다. 통계 교육에 관심이 많으며 학생들과의 의사소통을 중요하게 생각한다. 마지막으로 L교사는 본 연구의 연구자로 나이는 37세의 여자로 교육경력은 6년이다. 통계학과를 졸업하고 현재 통계 교육 개선을 위한 수업담화를 연구하고 있으며, 본 연구의 연구자이기도 하다.

수학캠프에 참여한 학생들은 대구 및 경산의 고등학교 2학년 학생들로 각 학교별로 2~4명으로 추천을 받았다. 이렇게 하여 총 20명(남: 10, 여: 10)의 학생들이 캠프에 참가했으며, 이들을 대상으로 연구 참여 동의서를 작성함으로써 연구 참여자로 선정하였다. 학생들은 모두 계산기를 처음 접하였으며 이전에 계산기를 활용한 수업을 받은 적이 없었다. 또한 학생들은 중학교 2학년 과정에서 수학적 확률과 통계적 확률을 학습하였는데, 본 연구를 수행하는 시점의 고등학교 수업 진도에서는 '큰 수의 법칙'을 배우지 않았다.

3. 캠프의 수업 설계 및 내용

본 연구는 Peirce의 추론에 관한 이론을 바탕으로 계산기를 이용한 '큰 수의 법칙' 탐구 활동 안에서 어떤 유형의 추론이 사용되었는지를 분석하는 것이 목적이다. 90분 동안 이루어진 '큰 수의 법칙' 탐구 활동의 내용은 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1>의 활동에서 I교사는 30분 동안 학생들의 흥미를 유발하기 위하여 m&m 초콜릿을 이용하여 분포의 개념과 상대도수 개념 확인, 간단한 계산기의 기능을 연습하는 활동을 하였다. 이 활동에서는 주로 m&m 초콜릿의 캐릭터 소개와 동영상 보기 등을 실시하였기 때문에 통계 개념에 대한 학생들의 추론 활동이 이루어졌다고 보

<표 III-1> ‘큰 수의 법칙’ 탐구 활동

교사	시간	활동	내용
I	30분	m&m 초콜릿과 분포	• m&m 초콜릿을 이용한 분포와 상대도수 개념 확인
K	30분	동전 던지기 모의실험	• 계산기를 이용한 동전 던지기 모의실험 • 실험적 확률과 이론적 확률의 관계 탐구
L	30분	상자에서 블록 꺼내기 모의실험	• 계산기를 이용한 상자에서 블록 꺼내기 모의실험 • ‘큰 수의 법칙’ 탐구 활동 결론 이끌기

기는 어려웠다. 이러한 점으로 인해 실제 분석은 I교사의 수업을 제외한 K교사와 L교사의 통계 수업 60분을 대상으로 하였다.

동전을 던지는 시행은 표본공간의 각 근원사건이 일어날 가능성이 같기 때문에, 수학적 확률을 이용할 수 있는 전형적인 문제에 해당한다. 그러나 이론적 측면의 수학적 확률이 아니라 공학도구의 시뮬레이션을 활용하여 확률의 실험적 측면을 지도할 경우 학생들의 추론이 달라질 것으로 예상되었다. 그래서 K교사의 ‘동전 던지기 모의실험’ 과정에서는 공학도구인 계산기를 이용하여 100번, 200번, 500번, 1000번, 2000번의 모의실험을 하고, 이를 통해 실험적 확률과 이론적 확률이 서로 어떤 관계가 있는지를 탐구하였다.

L교사의 ‘상자에서 블록 꺼내기 모의실험’은 상자 안에 블록이 몇 개 들어있는지, 어떤 숫자가 적혀 있는지 알지 못하는 상황이기 때문에 수학적 확률을 적용할 수 없는 예에 해당한다. 본 연구에서는 계산기의 시뮬레이션 기능을 이용하여 실제로 블록을 꺼내보는 모의상황을 만들고 50번, 100번, 200번 등 시행 횟수를 늘려감에 따라 상대도수와 기대확률의 차이의 변화를 관찰하도록 하였다. 이러한 모의실험 활동을 통해 학생들이 ‘큰 수의 법칙’에 관한 결론을 시각적으로 유도하도록 하였으며, 이 과정에서 교사와 학생(들) 사이에 나타난 가추법의 특징을 살펴보았다. ‘큰 수의 법칙’ 탐구 활동의 문제는 <부록 1>에 제시되어 있다.

4. 자료 수집

본 연구의 자료 수집을 위하여 2014년 7월 25일부터 7월 26일까지 이틀에 걸쳐 이루어진 수학캠프의 확률·통계 수업을 비디오 카메라 2대로 90분간 녹화하였다. 비디오 카메라 한 대는 교실의 뒤에 고정시켜 90분간 교사와 학생 전체가 나오도록 하였고, 또 다른 한 대의 비디오 카메라는 소집단 내에서 일어나는 상호작용을 녹화하였다.

수업 시간에 촬영한 비디오를 시청하는 것은 교사 자신의 수업 행위를 성찰할 수 있게 해주는데(Rymes, 2009), 연구자(L교사)는 연구에 참여한 I교사, K교사와 함께 수업 비디오를 시청함으로써 교수-학습 활동의 의미와 수업 중에 관찰되는 교사의 행동, 선택 등에 대하여 구체적인 의견과 생각을 수집할 수 있었다. 그 후 연구자는 혼자서 다시 교사와 학생들의 상호작용에 초점을 맞추어 비디오 자료를 시청하였으며 이 비디오 자료에 대한 녹취록을 작성하고 중요 장면에 대한 동영상을 녹취록에 추가 첨부하였다. 또한 O.C.(observer’s comment)에 수업 후의 느낌, 연구에 대한 의문, 교사와 학생의 상호작용의 특징 등을 추가하여 현장조사록을 작성하였다. 본 연구를 위해 수집한 자료는 확률·통계 수업 녹화

물 및 녹취록, 현장조사록, 학생용 탐구 활동 자료의 기록물이다. 추론의 유형을 살펴보기 위한 분석의 주된 자료는 수업 동영상 녹취록이며, 비디오 녹화물과 학생들이 작성한 탐구 활동지는 수업 맥락의 이해를 돕기 위한 보조 자료로 사용하였다.

5. 자료 분석

자료 분석을 위하여 먼저, 수업 녹취록의 수업 담화 중에서 추론이 나타난 에피소드를 선별하였다. 학생들의 추론은 주로 교사의 질문에 의해 유발되는 경우가 많으므로 교사의 질문과 학생의 반응이 나타난 담화 인접쌍을 중심으로 살펴보았다. 다음 단계에서는 추출한 에피소드를 가추법, 연역법, 귀납법으로 명명하는 작업을 하였다. Toulmin의 핵심 요소인 자료와 주장은 나타났지만 보증이 나타나지 않은 경우가 많아서 어떤 보증을 근거로 결론을 도출하였는지를 추론해야 하는 경우가 많았다. 수학 문제를 해결하는 과정에서 보증은 일반적인 법칙이나 대전제에 해당하기 때문에 수학의 법칙 또는 문제 상황에 생략된 대전제를 보증으로 택하였다. 추론이 나타난 에피소드에서 자료, 주장, 보증의 세 가지 요소를 찾아 TAP로 도식화 한 후 자료, 주장, 보증을 상황 맥락에 맞게 Peirce의 결과, 규칙, 사례로 이름 붙였다. 그 후 각 에피소드를 Peirce의 논리에 따라 가추법, 연역법, 귀납법으로 분류하였다.

마지막 단계에서는 가추법이 나타난 에피소드[8]만을 골라 규칙의 특징에 따라 통계적 가추법의 유형을 분류하고 그 특징을 살펴보았다. 그 후 가추적 추론과정에서 도구는 어떤 역할을 하였는지를 분석하였다.

Ⅳ. 연구 결과

이 연구는 '큰 수의 법칙' 탐구 활동에서 나타난 가추법의 유형과 가추적 추론과정에서 사용된 도구의 역할을 알아보기 위한 것이다. 이러한 연구 목적으로 수행된 탐구 활동의 수업담화를 Peirce의 가추법과 Eco의 가추법 유형을 바탕으로 분석한 결과 과대 코드화된 가추법이 가장 빈번하게 나타났으며, 과소 코드화된 가추법은 3번, 창조적 가추법은 1번이 나타났다. 이 중 대표적인 에피소드를 TAP로 나타내고 결과와 사례를 연결하는 규칙의 특성에 따라 통계적 가추법의 유형을 구분하여 제시하면 다음과 같다.

1. 과대 코드화된 가추법

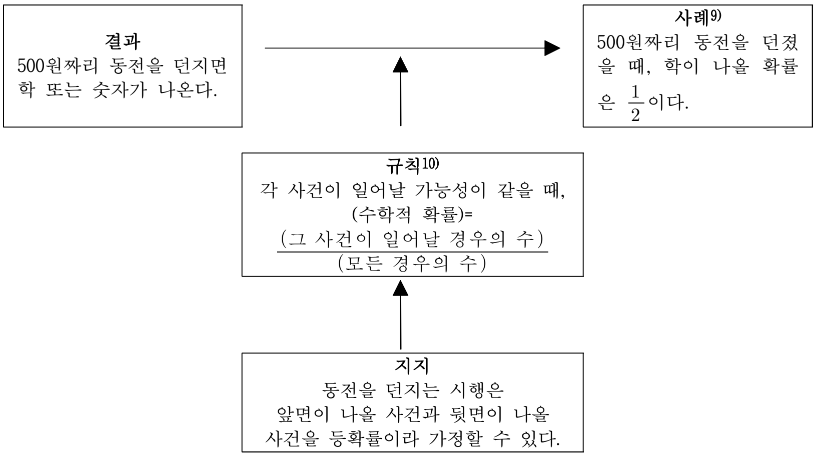
앞에서 살펴본 바와 같이, 과대 코드화된 가추법은 결과에서 사례를 도출하는 규칙이 단 한 가지로 정해져 있는 추론 양식이다. 교사와 학생 사이의 수업담화를 구체적으로 제시하면 다음과 같다.

에피소드 K1 - 과대 코드화된 가추법

교사는 학생들에게 500원짜리 동전의 한 면에는 숫자가, 다른 면에는 학 그림이 있음을 보여준다. 그 후 동전 던지는 시행을 3번 반복하고 결과를 학생들에게 보여준다. 그리고 나서 500원짜리 동전을 던졌을 때, 학이 나올 확률이 어느 정도일지를 예상하게 한다.

교사 : (실제로 동전을 보여주며) 500원짜리 동전이 있습니다. (중략)
동전을 던졌을 때 학이 나올 확률은 어느 정도이겠습니까?

8) 에피소드 번호는 교사(K, L) 뒤에 숫자(예: 1, 2, 3)를 붙여서 나타내었고, 에피소드 제목은 수업담화에 사용된 가추법의 유형에 따라 붙였다.



[그림 VI-1] 과대 코드화된 가추법

학생들: $\frac{1}{2}$

위의 에피소드 K1을 TAP를 이용하여 나타내면 [그림 VI-1]과 같다. 에피소드 K1에 나타난 추론은 과대 코드화된 가추법에 해당한다. 그 이유는 '동전을 던지면 학 또는 숫자가 나온다.'라는 결과에서 '동전을 던졌을 때 학이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.'는 사례를 추론할 때, 학생들이 이전에 알고 있던 '(수학적 확률)= $\frac{\text{(그 사건이 일어날 경우의 수)}}{\text{(모든 경우의 수)}}$'라는 규칙을 반자동적으로 이용하기 때문이다. 과대 코드화된 가추법에서는 결과에 적용되는 규칙이 단 한가지로 주어져 있기 때문에 그 결과를 그 규칙의 사례로 인지하는 최소한의 추론만이 사용된다. 또한 [그림 VI-1]의 과대 코드화된 가추법에서는 규칙에 포함된 가정을 확인해주기 위한 추가적 자료로 '동전을 던지는 시행은 학이 나올 사건과 숫자가 나올 사건을 등확률이라 가정할 수 있다.'라는 지지가 사용되었다고 볼 수 있다. 왜냐하면 수학적 확률의 정의를 사용하기 위해서는 표본공간의 각 근원사건들이 일어날 가능성이 모두 같다는 등확률 가정이 반드시 전제되어야 하기 때문이다.

과대 코드화된 가추법은 일상생활에서 흔히 일어나는 추론으로 교육의 전통적인 형식으로 볼 수 있다. 예를 들어, 교사가 새로운 법칙을 설명해 준 후 명시적인 언급 없이 다음 과제를 해결하는데 그 법칙을 자동적으로 사용한다면 학생은 과제를 법칙의 사례로 인식하는 가추적 추론을 하게 된다(Meyer, 2010). 이러한 과대 코드화된 가추법은 결과를 설명할 수 있는 법칙이 정해져 있기 때문에 학생들이 쉽게 추론할 수 있는 가추법 유형이다(Pedemonte & Reid, 2011). 일반적으로 교사는 수업의 도입이나 정리 단계에서 전체 학생들이 그 개념을 알고 있는지를 확인하기 위한 목적으로 과대 코드화된 가추법을 유도하는 질문을 자주 사용한다. 그러나 이미 알려진 법칙에 의해 나타나는 추론이므로 일반

9) Peirce는 관찰된 결과로부터 사례를 설명하는 추리를 '가설법(hypothesis)'이라 하였고, 그 후에 '가추법(abduction)'으로 용어를 바꾸었다(Meyer, 2010). 따라서 사례는 결과에 적용되는 규칙으로부터 나타날 수 있는 다양한 가설들이 된다.

10) 규칙은 흔히 생략되는 경우가 많으므로 맥락적으로 추론을 해야 한다.

적으로 ‘발견’으로 보지는 않는다(Meyer, 2010).

위에서 제시한 에피소드 K1에서, 교사는 일상적 사물인 동전을 이용하여 추상적 개념인 확률을 도입하고 있다. 만약 동전을 실제로 던져보는 경험 없이 교사의 언어로만 확률 상황을 설명한다면 학생들에게 원하는 인지 발달을 유도할 수 없는데(Wertsch, 1985), 이 교사의 경우 동전 던지는 시행을 직접 시범보임으로써 확률값을 예상하는 것이 학생들에게 실제 상황이 되도록 하였다. 이를 통해 ‘큰 수의 법칙’ 탐구 활동에 사용된 구체물 도구인 동전은 문제 상황의 맥락을 학생들에게 경험적 맥락이 되도록 해 주고 있음을 알 수 있었다.

2. 과소 코드화된 가추법

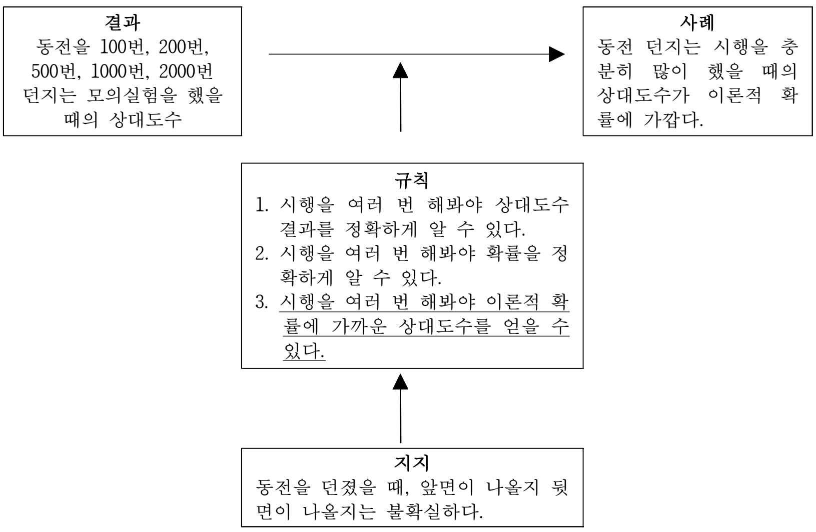
과소 코드화된 가추법은 결과에서 사례를 도출하는 규칙이 한 가지로만 정해지는 과대 코드화된 가추법과는 달리 규칙이 여러 가지로 존재하는 추론 양식이다. 이 과소 코드화된 가추법이 나타나는 교사와 학생 사이의 수업담화를 구체적으로 제시하면 다음과 같다.

에피소드 K2 - 과소 코드화된 가추법1

교사는 학생들과 계산기를 이용하여 모의실험을 하고 난 후 이러한 모의실험을 한 이유가 무엇인지를 학생들에게 질문한다.

교사 : 계산기로 동전을 100번, 200번, 500번, 1,000번, 2,000번을 던져봤습니다.
왜 이렇게 많이 던졌을까요? 많이 던진 이유가 뭘까요?
학생1: 정확하게 알려고.
교사 : 뭘 정확히 알기 위해서?
학생1: 결과를.
교사 : 어떤 결과를?
학생1: 상대도수 결과를.
학생2: 확률을 좀 더 정확하게 알기 위해서.
학생3: 적게 하는 것보다는 많이 하는 것이 확률에 좀 더 비슷해지기 때문에.

위에서 제시한 에피소드 K2를 TAP를 이용하여 나타내면 [그림 VI-2]와 같다. 에피소드 K2에 나타난 추론은 과소 코드화된 가추법에 해당한



[그림 VI-2] 과소 코드화된 가추법1

다. 그 이유는 '동전을 100번, 200번, 500번, 1000번, 2000번 던지는 모의실험을 했을 때의 상대도수'라는 결과를 설명할 수 있는 여러 가지 규칙 중에서 최선의 규칙을 선택하는 추론이기 때문이다. 학생들이 제시한 다양한 규칙으로는 '시행을 여러 번 해봐야 상대도수 결과를 정확하게 알 수 있다.', '시행을 여러 번 해봐야 확률을 정확하게 알 수 있다.', 그리고 '시행을 여러 번 해봐야 이론적 확률에 가까운 상대도수를 얻을 수 있다.'가 있는데, 이 중에서 최선의 규칙은 학생3이 제시한 '시행을 여러 번 해봐야 이론적 확률에 가까운 상대도수를 얻을 수 있다.'가 된다. 이 규칙을 통해 '동전 던지는 시행을 충분히 많이 했을 때의 상대도수가 이론적 확률에 가깝다.'라는 사례를 얻을 수 있다.

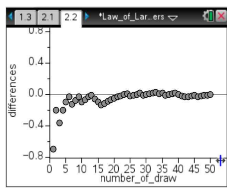
TAP를 이용하여 수업담화에 내포된 규칙을 재구조화 해 보면 학생들의 추론과정과 이해 수준을 파악할 수 있다. 에피소드 K2에서 학생1과 학생2는 모의실험을 이용하여 상대도수와 이론적 확률의 관계를 탐구하였음에도 불구하고 시행을 여러 번 하면 정확한 상대도수나 확률을 구할 수 있다고 생각하였는데, 이는 '큰 수의 법칙'에서 표본의 크기가 어떤 역할을 하는지에 관하여 학생들이 완전하게 이해하지 못하고 있음을 보여준다. 교사는 활동을 통하여 학생들이 표본의 크기에 따른 상대도수와 이론적 확률의 관계를 이해할 것이라고 기대하지만, 학생들의 이해 정도에는 차이가 있었다. 그러나 "뭘 정확히 알기 위해서?" 또는 "어떤 결과를?"과 같은 구체적인 대답을 요구하는 교사의 질문에 대하여 학생1, 학생2, 학생3의 반응을 거치면서 학생들이 제시하는 가설이 점점 정교화되고 명확해지는 현상을 관찰할 수 있었다. 본 수업에서는 전문가인 교사에 의해 학생3의 반응이 최선의 규칙으로 결정되었는데, 일반적으로 최선의 규칙은 담화 공동체 구성원들의 의사소통적 갈등 (commognitive conflict)을 해소하는 과정을 통해 정해질 수 있다(Sfard, 2008).

수학 수업에서 학생들은 이미 알려진 법칙에 따라 문제를 해결하는 추론을 많이 사용하며, 자신의 추론을 언어로 표현하거나 그러한 추론을 하게 된 규칙이 무엇인지를 설명하는 경험이 부족하다(Meyer, 2010). 과소 코드화된 가추법은 결과에 대하여 다양한 대안적인 규칙을 생각하도록 하기 때문에 다양한 학생들의 반응을 유도할 수 있는 추론법이다. 또한 추론과정에서 나타나는 학생들의 반응을 통해 이해 수준을 파악할 수 있으므로 교사는 이 추론법에 대한 이해가 필요할 것이라고 생각한다.

에피소드 K2의 과소 코드화된 가추법1은 교사와 학생 사이의 순수한 언어적 논증활동에서 나타난 반면, CAS 계산기의 시각적 표상으로 인해 나타나는 과소 코드화된 가추법의 예는 L교사의 '상자에서 블록 꺼내기' 모의실험에서 나타났다.

에피소드 L3 - 공학도구의 시각적 표상을 통한 과소 코드화된 가추법2

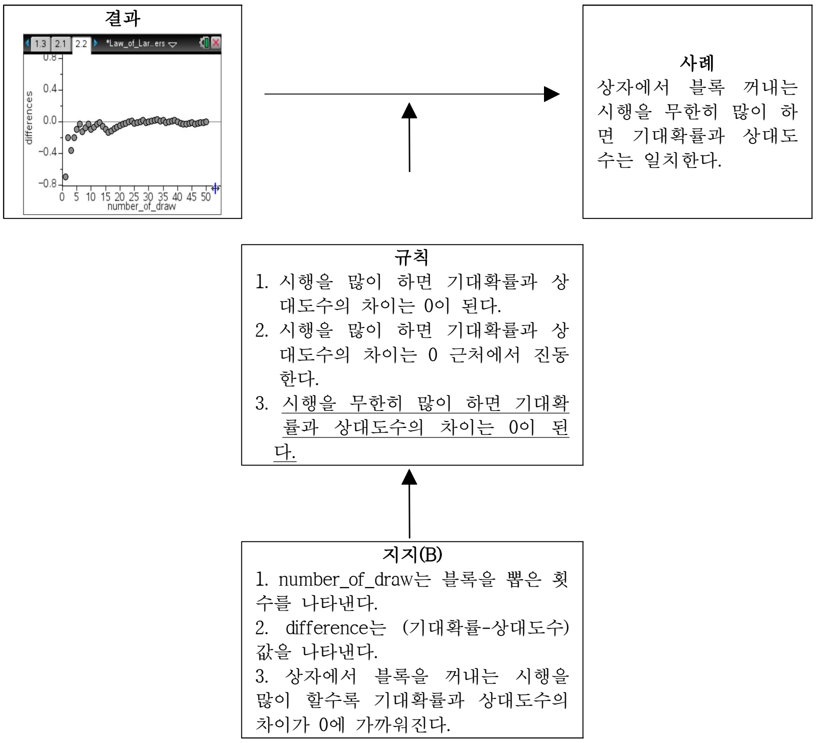
교사와 학생들은 계산기를 이용하여 모의실험 활동을 하고 난 후, 자신의 계산기에서 나타난 모의실험 결과의 그래프를 보면서 왜 이런 결과가 나타나게 되었는지를 이야기하고 있다. [그림 VI-3]은 교사의 계산기에서 나타난 그래프이다.



[그림 VI-3] CAS 계산기의 시각적 표상

교사 : 계산기 화면 2.2로 가 보면 신기한 그래프가 그려졌죠? 왜 이런 그래프가 나타나게 되었을까요?

학생1: 많이 뽑을수록 차이가 0이 되요.



[그림 VI-4] 공학도구의 시각적 표상을 통한 과소 코드화된 가추법2

학생2: 차이가 0 근처에서 진동을 해요. 상대도수가 기대확률이 되지는 않아요.
학생3: 그런데 무한히 많이 뽑으면 ... 차이가 0이 될 것 같아요.

위의 에피소드 L3를 TAP를 이용하여 나타내면 [그림 VI-4]와 같다. 에피소드 L3에 나타난 추론은 과소 코드화된 가추법에 해당한다. 그 이유는 [그림 VI-3]과 같은 결과를 가장 잘 설명할 수 있는 규칙을 통해 사례를 이끌어내는 추론이기 때문이다. “왜 이런 그래프가 나타나게 되었을까요?”라는 교사의 질문에 대한 학생1, 2, 3의 반응은 [그림 VI-4]의 규칙 1, 2, 3으로 재구조화할 수 있는데 이 중 규칙 3이 최선의 가설로 선정되었다. 가장 개연성이 높은 가설을 찾는 과정에서 학생1, 2, 3은 서로의 규칙을 반박하는 과정을 통해 ‘무한’이라는 새로운 확장된 개념을 적용하였다. 이러한 과소 코드화된 가추법을 통해 학생들은 ‘큰 수의 법칙’이라는 실재에 더 근접할 수 있게 되었다. 하지만 여전히 변이 가능성이 존재하는 ‘확률적 수렴’의 개념에는 접근하지 못하고 있었다.

통계 수업에서 공학도구는 실제적 맥락을 제공해 주기 때문에 다양한 가설 형성에 효과적임을 알 수 있었다. 에피소드 K2와 에피소드 L3를 통해 알 수 있듯이, 학생들은 공학도구를 이용한 활동을 바탕으로 자신의 추론을 적극적으로 표현하였다. 특히, 공학도구의 시각적 표상은 학생들에게 구체적인 결과를 나타내 주기 때문에 언어로만 질문을 제시한 에피소드 K2보다 학생들의 반응이 더 구체적이고 즉각적으로 나타났다. 또한 학생들은 공학도구의 시각적 표상에 대한 자신의 생각을 표현하면서 통계적 개념들을 연결짓기 시작했으며, 학생들의 반응은 다른 학생

들의 사고를 자극하고 도전하고 확대하는데 기여하였다(Walshaw & Anthony, 2008). 에피소드 L3에서 공학도구는 교사의 질문에 대한 학생들의 참여를 유도하였으며, 이를 통해 추론 중심의 담화 공동체가 형성되도록 하였다.

통계학은 불확실성과 변이성이 존재하는 실세계를 대상으로 하기 때문에 통계학의 개념들은 비결정론적 인식론에 근거한다(남주현, 2007). 에피소드 L3에서 학생2는 실제 자료를 바탕으로 변이성이 존재함을 인식하는 반면, 학생1과 학생3의 반응은 완전성을 추구하는 결정론적 인식론을 보여준다. 시행을 무한히 하게 되면 기대확률과 상대도수의 차이는 대부분 0이 되지만 여전히 오류 가능성은 남게 된다. 통계는 결정론적 인식론에 근거한 연역법의 논리로는 설명이 안된다. 오히려 수집된 통계 데이터를 통해 나타난 다양한 통계적 가설들 중에서 현상을 설명할 수 있는 최선의 가설을 선택하는 과소 코드화된 가추법의 논리가 더 적절할 것이다. 따라서 통계를 제대로 이해하기 위해서는 불확실성과 오류 가능성을 인정하는 비결정론적 인식론으로의 변화가 필요할 것이라 생각된다.

가추법은 다양한 가설을 생성하고, 이 가설들을 비판하고 교정하면서 실재를 지향해나가는 끊임없는 지식의 확장을 유도하는 추론이다(정용재, 송진웅, 2006). 과대 코드화된 가추법에서는 결과에 해당하는 규칙이 이미 주어져 있기 때문에 다양한 가설이 나오기 힘들다. 그러나 과소 코드화된 가추법은 결과를 설명할 수 있는 다양한 규칙이 존재할 수 있기 때문에 다양한 관점으로 문제를 접근할 수 있다. 또한 가장 좋은 가설이 무엇인지를 찾아가는 과정은 탐구 활동의 목표에 근접해 가는 과정이 될 수 있을 것이다. 따라서 탐구 활동을 통해 지식의 확장을 추구하는 수업에서는 과소 코드화된 가추법을 통한 논증과정이 반드시 필요할 것이라 본다.

3. 창조적 가추법

창조적 가추법은 결과에서 사례를 도출하는 규칙이 알려져 있는 않은 경우에 새로운 법칙을 창조하는 추론 양식이다. '큰 수의 법칙' 탐구 활동에서 나타난 창조적 가추법의 수업담화를 제시하면 다음과 같다.

에피소드 L4 - 창조적 가추법

교사는 학생들과 계산기를 이용하여 블록 꺼내기 모의실험을 하고 난 후, 발생 가능성이 아주 낮은 극단적인 예를 제시한다.

교사 : 블록을 뽑을 때마다 계속 4가 나올 수도 있고 또는 뽑을 때마다 계속 4가 안 나올 수도 있겠죠?

학생들: 네.

교사 : 그럴 확률은 아주 낮지만 그럴 가능성은 있습니다. 계속 4가 나온다면 상대도수 $\frac{x}{n}=\frac{n}{n}=1$이 되고, 계속 4가 안 나온다면 상대도수 $\frac{x}{n}=\frac{0}{n}=0$이 되겠죠? 그럼 $n\to\infty$일 때, $\frac{x}{n}\to 0.3$ 이라고 할 수 있을까요?

학생들: ……

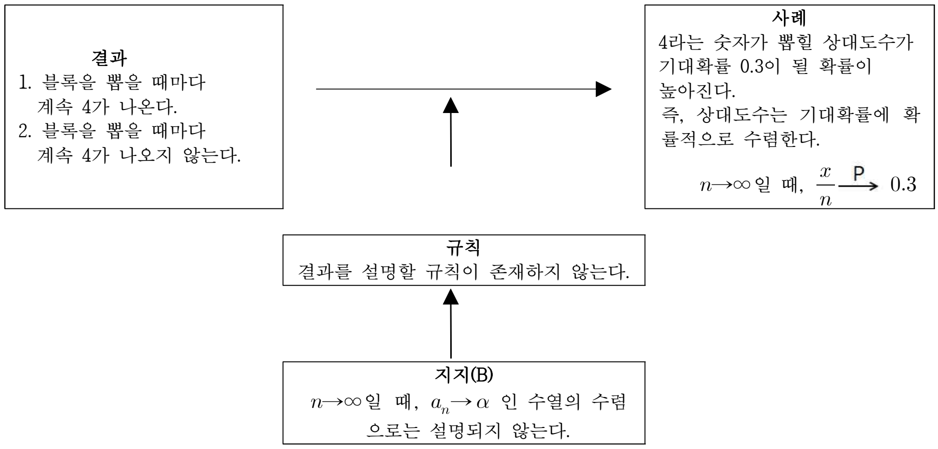
교사 : '$\frac{x}{n}$는 0.3에 수렴한다'라고 말할 수는 없습니다. 그럼 어떻게 이야기하면 될까요?

(중략)

학생 : 0.3이 될 확률이 높아진다.

교사 : 그것을 기호로 나타내면 $n\to\infty$일 때, $\frac{x}{n}\xrightarrow{P} 0.3$ 즉, '$\frac{x}{n}$는 0.3에 확률적으로 수렴한다'라고 이야기 합니다.

위의 교사와 학생 사이의 수업담화를 TAP를 이용하여 나타내면 [그림 VI-5]와 같다.

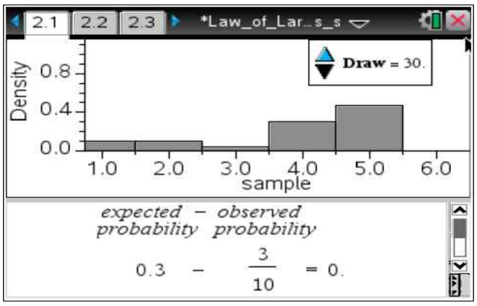


[그림 VI-5] 창조적 가추법

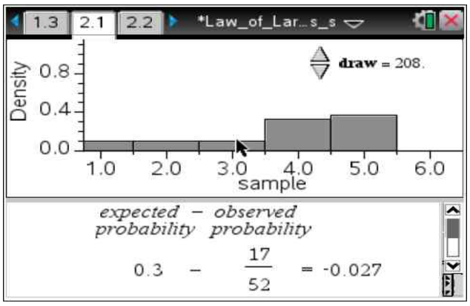
에피소드 L4에는 결과로부터 사례를 추론하는 과정에서 창조적 가추법이 사용되고 있음을 볼 수 있다. 왜냐하면 에피소드 L4에서 교사가 제시한 극단적인 결과인 '블록을 뽑을 때마다 계속 4가 나온다.'와 '블록을 뽑을 때마다 계속 4가 나오지 않는다.'는 학생들이 기존에 알고 있는 수열의 수렴 정의로 설명하는 것이 불가능하였기 때문이다. 이 결과를 설명하기 위해서는 새로운 법칙이 필요하게 된다. 학생 중 한 명이 '확률' 개념을 이용하여 무한히 시행을 하게 되면 상대도수가 '0.3이 될 확률이 높아진다.'라는 대답을 하였다. 학생의 반응은 수열의 수렴에서 관점을 바꾸어 새롭게 해석한 것으로 큰 수의 법칙에 대한 비형식적 아이디어를 제공하였다. 교사는 '0.3이 될 확률이 높아진다.'라는 학생의 반응을 이용하여 새로운 수학 기호인 '확률적 수렴'을 만들었다. [그림 VI-5]에서 교사가 제시한 극단적인 예를 통해 학생들은 '확률적 수렴'과 수열의 수렴의 차이를 인식할 수 있으며, 변이성이 존재하는 확률 실험의 상황을 설명하기 위해서는 '확률적 수렴'이 반드시 필요한 개념임을 인식할 수 있게 된다.

새로운 것을 창조하기 위해서는 우리의 예상과 빗나가는 어떤 새로운 결과가 나타나야 한다 (CP. 1.324). 에피소드 L4에서 교사는 '시행을 무한히 많이 하게 되면 기대확률과 상대도수는 같아진다.'는 일반적인 생각에 반대되는 극단적인 상황을 제시하였다. 이 극단적인 예를 계기로 학생들은 반성의 기회를 가질 수 있었으며, 이 결과를 설명하기 위한 다른 관점을 생각하게 되었다. CAS 계산기로 모의실험을 하는 과정에서도 학생들이 기존에 가졌던 신념과 다른 현상을 관찰할 수 있었다. 학생들은 n이 커짐에 따라 (기대확률 - 관찰된 확률)의 값이 0을 향해 점점 작아질 것이라고 기대했지만, 결과는 예상과 달랐다.

[그림 VI-6]과 [그림 VI-7]에서 알 수 있듯이, 학생들은 n이 커짐에 따라 기대확률과 상대도수의 차이가 점점 작아지는 것이 아니라 0이 되었다가도 다시 차이가 생기는 현상을 관찰할 수 있었다. 이러한 결과는 n이 커짐에 따라 상대도수 값이 기대확률에 수렴하는 현상과 수열 $\{a_n\}$이 α로 수렴하는 현상의 차이를 인식할 수 있는 기회를 제공해 주었다. Quinn(2000)에 따르면, 많은 학생들은 시행 횟수가 증가할수록 통계적 확률은 수학적 확률에 가까워지거나, 시행의 횟수가 충분히 많으면 통계적 확률과 수학적 확률



[그림 VI-6] $n=30$일 때, 기대확률(0.3)과 관찰된 확률(상대도수)의 차이



[그림 VI-7] $n=208$일 때, 기대확률(0.3)과 관찰된 확률(상대도수)의 차이

은 정확히 같다고 생각하는 등 큰 수의 법칙에 대해 잘못된 신념을 가지고 있다(신보미, 이경화, 2006, 재인용). 공학도구인 CAS 계산기를 이용한 탐구 활동을 통해 학생들은 당연하게 받아들이고 있던 잘못된 신념을 깨닫고 이를 설명할 수 있는 새로운 개념을 고민하는 창조적 가추법을 경험하게 되었다.

대부분의 중요한 수학적 결과는 우리가 다룰 수 있는 실체적 추상화(hypostatic abstraction)[11]의 조작을 통해 얻어진다(Hoffmann, 2005). 에피소드 L4에서 교사는 일반적인 생각에 반대되는 극단적인 예외상황을 제시하였고, 학생 중 한 명이 창조적 가추법의 과정을 통해 '시행을 무한히 많이 하면 상대도수는 기대확률이 될 확률이 높아진다.'라는 가설을 제시하였다. 교사는 학생의 가설을 이용하여 '$\xrightarrow{P}$'라는 새로운 기호를 도입함으로써 예외 상황을 설명하였다. 에피소드 L4에서 실체적 추상화된 '확률적 수렴'의 개념은 수열의 수렴과는 다른 기호로 사용되었고, 이 새로운 기호는 통계학의 또 다른 이론들을 설명하고 발전시키는 수단으로 사용되었다. 이와 같이 기존의 수학 개념에서 벗어난 새로운 현상을 기호화하는 과정에서 수학적 창의성은 발현된다(Ernest, 2005; Sfard, 2008).

Ⅴ. 결 론

본 연구는 '큰 수의 법칙' 탐구 활동에서 나타난 가추법의 유형과 도구의 역할을 알아보기 위하여 Peirce의 가추법, Eco의 가추법 유형과 Toulmin의 논증패턴을 이용하여 수업담화를 분석하였다. Peirce의 가추법과 Eco의 가추법 유형은 통계적 추론을 보는 새로운 관점을 제공하였으며, Toulmin의 논증패턴은 수업담화를 재구조화하여 추론의 유형을 구분하는데 유용하게 사용되었다. 연구 결과, 과대 코드화된 가추법이 가장 많이 나타났으며 과소 코드화된 가추법과 창조적 가추법은 낮은 비율로 나타났다. 과대 코드화된 가추법은 추론에 사용되는 법칙이 알려져 있기 때문에 학생들의 다양한 반응을 이끌어내기는 힘든 추론이다. 반면에 과소 코드화된 가추법은 결과를 해석할 수 있는 다양한 가설을 생각하게 하고, 창조적 가추법은 새로운 이론이나 법칙을 만들어낼 수 있는 추론 유형이다. 따라서 과소 코드화된 가추법보다는 과소 코드화된 가추법 또는 창조적 가추법이 학생들의 사고를 확장시키고 지식을 구성해 나가는 과정에 더 유용함을 알 수 있었다. 또한 이러한 추론과정에서 공학도구인 CAS 계산기는 학생들에게 추상

11) 실체적 추상화는 새롭게 대상화된 기호이다. 이 기호는 새로운 대상을 나타내며 다른 맥락에서 또는 이후의 조작을 위한 수단으로 사용될 수 있다(CP. 5.534).

적 통계 개념을 이해하기 위한 경험적 맥락을 제공해 줌으로써 학생들이 자신의 아이디어를 제시하고 정당화하는 담화에 적극적으로 참여할 수 있도록 해 주었다.

본 연구를 통해 얻을 수 있는 결론은 다음과 같다. 첫째, 통계적 추론의 논리에는 가추법이 사용된다. 주어진 자료에 대한 가설을 세우고 추상화된 통계적 결과를 다시 자료 맥락에 비추어 해석하는 통계적 추론의 과정은 연역법이나 귀납법의 논리가 아닌 가추법으로 설명이 가능하다. 본 연구의 확률 모의실험 과정에서도 확률 모형을 가정하는 단계(에피소드 L1)와 나타난 결과를 해석하는 단계(에피소드 K2, L3, L4)에서 가추법이 사용되었음을 발견하였다. 이러한 통계적 가추법이 사용되는 예로는 주어진 데이터에 적합한 통계적 모형을 만드는 통계적 모델링 과정(김선희, 김기연, 2004), 조건부 확률(이정연, 우정호, 2009), 통계적 추리(inference)[12] 과정 등이 있다. 일반적으로 가추법은 주어진 결과에 대한 원인을 추론하는 '인과관계 추론'의 논리로 사용되지만[13], 본 연구의 결과에 따르면 통계 수업에서 가추법은 주어진 자료에 대한 원인을 추론하기 보다는 주어진 현상을 설명하는 규칙을 설정하는 과정에서 주로 사용되었다. 이는 수학의 개념 설명이나 문제 풀이에서 나타나는 수학적 가추법의 형태와 유사한 것으로 주어진 통계적 결과를 상황 맥락에 비추어 해석하는 통계적 추론의 특성이 잘 나타나지 않은 결과로 볼 수 있다. 따라서 통계 수업을 담당하는 교사는 수학적 추론과는 다른 통계적 추론을 이해할 필요가 있으며, 이와 함께 가추법이 연역법이나 귀납법과는 다른 논리구조를 가지고 있음을 인식하여야 할 것이다.

둘째, 수업 활동을 설계할 때는 내용, 도구, 추론에 대한 고려가 함께 이루어져야 한다. 본 연구의 '큰 수의 법칙' 탐구 활동 설계에 참여한 세 명의 교사는 어떤 과제와 어떤 도구를 사용해서 지도할 것인가에 초점을 두었다. 사전 합의 없이 이루어진 교사의 수업담화를 분석한 결과, 학생들의 추론을 이끌어내는 담화보다는 교사의 설명이 많은 비중을 차지하였다. 따라서 학생들이 다양한 추론 유형을 경험하도록 하기 위해서는 물리적 도구, 내용, 언어를 모두 고려한 세밀한 활동 설계가 필요하다. Peirce는 가추법, 연역법, 귀납법을 탐구의 방법론적인 단계들로 간주하였다. 탐구 활동 설계에 Peirce의 논리 단계를 적용하면 관찰된 사실에 대한 가설을 채택하는 가추법을 도입하여 이러한 가설이 수학적으로 정당한지를 연역적으로 확인한 후, 실제 실험을 통해 가설이 맞는지를 검증하는 귀납법으로 마무리 할 수 있다. 이러한 Peirce의 가추-연역-귀납의 연속체는 수업 활동 설계에서 추론에 관한 하나의 관점이 될 수 있을 것이라 기대한다.

셋째, 교사는 학생들에게 추론을 위한 맥락 뿐만 아니라 논증을 통해 합의를 만들어나가는 담화 문화를 만들어야 한다. 본 연구의 통계 수업은 공학도구를 활용하여 개념을 탐구할 수 있도록 과제 맥락을 설계하였지만, 수학캠프를 통하여 처음 만난 학생들이었기 때문에 학생들의 사전 지식이나 배경지식에 관한 교사의 이해가 부족하였다. 이는 과제를 통해 담화를 이끌어나가는 과정에서 교사가 풍부한 맥락화를 할 수 없었던 원인이 된다. 또한 과소 코드화된 가추법과 창조적 가추법이 나타나도록 하기 위해서는 학생들

---

12) 통계적 추리(statistical inference)는 일반적으로 임의 표집(random sampling)에 기반하여 모집단의 모수에 대한 판단을 하는 추론 과정으로, 신뢰구간과 가설 검정의 두 가지 주제를 다룬다(Harradine, Batanero, & Rossman, 2011).

13) Hanson(1958), Lawson(2002)과 Fischer(2001)은 하나의 사실을 관찰했을 때 그 현상을 일으킨 원인이 무엇인지 추론하는 과정을 가추의 과정으로 보았다(권용주, 정진수, 박윤복, 강민정, 2003, 재인용).

이 자신의 추론을 표현하고 다른 사람들의 생각에 이의를 제기할 수 있는 안전한 담화 문화가 필요한데, 수학캠프의 짧은 시간동안 교사와 학생들 간에 신뢰감과 유대감을 형성하기에는 시간이 부족했으리라 여겨진다. 학생들이 다양한 유형의 가추법을 경험하도록 하기 위해서는 경험적 맥락을 통하여 관련된 통계 개념을 연결시켜 보거나 또는 학생들이 기존에 알지 못했던 수학적 관계에 대하여 창조적 추론을 할 수 있는 기회가 요구된다. 이러한 추론은 논증을 통해 합의를 만들어나가는 담화 문화 안에서 가능하기 때문에 담화 문화를 형성하기 위한 교사의 노력이 중요하다.

넷째, 교사는 학생의 추측이나 주장에 대하여 그 이유를 설명하도록 해야 한다고 본다. 본 연구는 교사와 학생 사이의 언어적 논증 활동을 통해 가추적 추론과정을 분석하였는데, 연구 결과 자료(Data)와 주장(Claim)에 해당하는 결과와 사례는 명시적으로 나타나 있지만, 보증(Warrant)에 해당하는 규칙은 생략된 경우가 많았다. 즉, 학생의 반응에 대하여 ‘어떻게 그런 생각을 하게 되었어?’라는 교사의 피드백 담화는 나타나지 않았다. 결과를 바탕으로 규칙을 이용하여 사례를 이끌어 내는 가추법에서 규칙은 추론의 토대가 된다. 만약 학생이 잘못된 규칙을 가지고 있다면 잘못된 사례를 도출할 수 있다. 학생들이 자신의 추측이나 주장에 대하여 이유를 설명하게 되면 교사는 학생이 가진 규칙을 알 수 있게 되고, 이를 반박하고 수정하는 과정을 통해 학생들은 올바른 사례에 도달할 수 있게 될 것이다.

다섯째, 공학도구가 매개된 활동은 담화 공동체를 형성하는데 효과적임을 알 수 있었다. 본 연구에서 사용된 계산기는 교사와 학생들 모두에게 가상의 확률 상황을 경험하게 하였으며, 모의실험에 대한 실제적인 자료를 제공해 주었다. 이를 통해 표본의 개수가 커짐에 따라 이론적 확률과 실험적 확률의 차이가 어떻게 되는지에 대한 탐구 담화가 활발히 진행되었다. 계산기는 학생들에게 추측을 정교화하고 분석하는 논리적인 추론 능력을 촉진시키며, 새로운 추측과 반례를 발견하도록 하는 역할을 한다. 따라서 통계 수업을 의미가 풍부한 담화 학습 공동체로 만들기 위해서는 공학도구를 이용하여 실제 자료를 분석하고 토론하는 공유된 경험이 필요할 것이라 생각한다.

본 연구에서는 공학도구의 시뮬레이션 기능을 이용하여 ‘큰 수의 법칙’을 이해하고, 학생들과의 담화 활동을 통해 ‘큰 수의 법칙’을 발견하는 활동을 하였다. 선행연구(신보미, 이경화, 2006; Dinov, Christou, & Gould, 2009)에 따르면, 상대도수에 관한 통계적 확률을 의미있게 지도하기 위해서는 유한번의 시행을 통해 얻어진 상대도수를 표본평균의 관점과 연결시켜 해석하는 관점이 필요하다. 공학도구의 시뮬레이션을 통해 얻어진 상대도수를 크기가 n인 표본의 표본평균으로 인식하고, 이를 모평균에 관한 신뢰구간 추정으로 확장하여 다룬다면, 상대도수의 극한 개념으로 지도되어 모호하게 인식되었던 통계적 확률 개념이 의미있게 이해될 수 있으리라 생각된다. 이때, 신뢰구간의 공식에 의한 지도가 아닌 표본의 크기 n에 따른 분포의 관점에서 모평균의 신뢰구간이 지도되어야 하며, 이러한 수업 활동을 통해 나타난 통계적 추론에 관한 경험적 후속연구가 필요할 것이라 본다.

참고문헌

강미정(2007). **C. S. 퍼스의 기호학 연구 : 신미술사의 철학을 위하여**. 미출판 박사학위논문, 서울대학교, 서울.

권용주, 정진수, 박윤복, 강민정(2003). 선언적 과

학 지식의 생성 과정에 대한 과학철학적 연구: 귀납적, 귀추적, 연역적 과정을 중심으로. **한국과학교육학회지, 23**(3), 215-228.

김성도(1997). 기호와 추론 : 퍼스의 가추법을 중심으로. **기호학연구, 3**(1), 351-379.

김성도(1998). 가추법의 화용론적 함의. **담화와 인지, 5**(2), 23-40.

김선희, 이종희(2002). 수학적 추론으로서의 가추법. **수학교육학연구, 12**(2), 275-290.

김선희(2004). **수학적 지식 점유에 관한 기호학적 고찰**. 미출판 박사학위논문, 이화여자대학교, 서울.

김선희, 김기연(2004). 수학적 모델링 과정에 포함된 추론의 유형 및 역할 분석. **학교수학, 6**(3), 283-299.

김원경, 문소영, 변지영(2006). 수학교사의 확률과 통계에 대한 지식과 신념. **수학교육, 45**(4), 381-406.

김정섭, 박수홍(2002). 지식 창출을 위한 논리로서 가추법과 교수설계 적용을 위한 탐색. **교육공학연구, 18**(4), 139-165.

남주현(2007). **초・중등 통계교육을 위한 통계적 방법론에 대한 연구**. 미출판 박사학위논문, 이화여자대학교, 서울.

양은경, 신재홍(2014). 개방형 기하 문제에서 학생의 드래깅 활동을 통해 나타난 수학적 추론 분석. **수학교육학연구, 24**(1), 1-27.

신보미, 이경화(2006). 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 통계적 확률 지도에 대한 연구. **수학교육학연구, 16**(2), 139-156.

이병덕(2008). **논리적 추론과 증명**. 서울: 이제이북스.

이영하, 이은호(2010). 통계적 추론에서의 표집분포 개념 지도를 위한 시뮬레이션 소프트웨어 설계 및 구현. **학교수학, 12**(3), 273-299.

이영하, 강민정(2013). 교과서 문제해결에 포함된 가추의 유형: 중학교 2학년과 3학년 수학 교과서를 중심으로. **수학교육학연구, 23**(3), 335-351.

이정연, 우정호(2009). 조건부확률 개념의 교수학적 분석과 이해 분석. **수학교육학연구, 19**(2), 233-256.

전영삼(1990). 피셔의 우도와 카르납의 확증도. **철학연구, 14**(1), 87-119.

정용재, 송진웅(2006). Peirce의 귀추법에 관한 이론적 고찰을 통한 과학교육적 함의 탐색. **한국과학교육학회지, 26**(6), 703-722.

Bakker, A. (2004). *Design research in statistics education on symbolizing and computer tools.* Freudenthal Institute.

Ben-Zvi, D., & Arcavi, A. (2001). Junior high school students' construction of global views of data and data representations. *Educational studies in mathematics, 45*, 35-65.

Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 3-16). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Chinn, C., & Anderson, R. (1998). The Structure of Discussions inteded to Promote Reasoning. *The Teachers College Record, 100*(2), 315-368.

Cobb, P., & McClain, K. (2004). Principles of instructional design for supporting the development of students' statistical reasoning. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 375-395). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

delMas, R. C. (2004). A comparison of mathematical and statistical reasoning. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 79-95). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Dinov, I. D., Christou, N., & Gould, R. (2009). Law of large numbers: The theory, applications and technology-based education. *Journal of Statistics Education, 17*(1), n1. www.amstat.org/publications/jse/v17n1/dinov.html

Eco, U. (1983). Horns, hooves, insteps: Some hypotheses on three types of abduction. In U. Eco & T. Sebeok (Eds.), *The Sign of Three: Dupin, Holmes, Peirce* (pp. 198-220). Bloomington, IN: Indiana University Press.

Eco, U. (2009). **기호학과 언어 철학**. (김성도 번역.). 파주: 열린책들. (원본출판 1984)

Ernest, P. (2005). Agency and creativity in the semiotics of learning mathematics. In M. H. G. Hoffmann, J. Lenhard, & F. Seeger (Eds.), *Activity and sign – Grounding mathematics education* (pp. 23-34). New York: Springer.

Furtak, E. M., Hardy, I., Beinbrech, C., Shavelson, R. J., & Shemwell, J. T. (2010). A framework for analyzing evidence-based reasoning in science classroom discourse. *Educational Assessment, 15*(3-4), 175-196.

GAISE (2005a). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A curriculum framework for PreK-12 statistics education.* The American Statistical Association (ASA). Retrieved December 4, 2006, from http://www.amstat.org/education/gaise/GAISEPreK-12.htm

GAISE (2005b). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) college report.* The American Statistical Association (ASA). Retrieved December 4, 2006, from http://www.amstat.org/education/gaise/GAISECollege.htm

Garfield, J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education, 10*(3). www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). Creating statistical reasoning environments. J. Garfield & D. Ben-Zvi. (Eds.), *Developing Students Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice* (pp. 45-63). New York: Springer.

Groth, R. E., & Bergner, J. A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. *Mathematical Thinking and Learning, 8*(1), 37-63.

Harradine, A., Batanero, C., & Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (pp. 235-246). New York: Springer.

Hoffmann, M, H. G. (2005). Signs as means of discovery. In M. H. G. Hoffmann, J. Lenhard, & F. Seeger (Eds.), *Activity and sign: Grounding mathematics education* (pp. 45-56). New York: Springer.

Jimenez-Aleixandre, M. P., Rodriguez, A. B., & Duschl, R. A. (2000). " Doing the lesson" or" doing science": Argument in high school genetics. *Science Education, 84*(6), 757-792.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Leavy, A. M. (2006). Using data comparison to support a focus on distribution: Examining preservice teacher's understandings of distribution when engaged in statistical inquiry. *Statistics Education Research Journal, 5*(2), 89-114.

Maloney, J., & Simon, S. (2006). Mapping children's discussions of evidence in science to assess collaboration and argumentation. *International Journal of Science Education, 28*(15), 1817-1841.

Mason, J. (1996). Abduction at the heart of mathematical being. In E. Gray (Ed.), *Thinking about mathematics & Music of the spheres: Papers presented for the inaugural lecture of Professor David Tall* (pp. 34-40). Coventry: Mathematics Education Research Centre.

Meyer, M. (2010). Abduction-A logical view for investigating and initiating processes of discovering mathematical coherences. *Educational Studies in Mathematics, 74*(2), 185-205.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for schools mathematics*. Reston, VA: Author.

Nguyen-Danh (2011). The role of abduction in realizing geometric invariants. In A. Méndez-Vilas (Ed.), *Education in a technological world: communicating current and emerging research and technological efforts* (pp. 539-547). Badajoz, Spain: FORMATEX.

Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics, 66*(1), 23-41.

Pedemonte, B., & Reid, D. (2011). The role of abduction in proving processes. *Educational studies in mathematics, 76*(3), 281-303.

Peirce, C. S. (1931-1935). *Collected papers of Charles Sanders Peirce, Vols Ⅶ-Ⅷ.* B. Arthur (Ed.). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Peirce, C. S. (1958). *Collected papers of Charles Sanders Peirce, Vols Ⅰ-Ⅵ.* C. Hartshorne & P. Weiss (Eds.). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Petty, M. E. (2001). *A case study of the abductive reasoning processes of pre-service elementary education students in a role playing setting concerning a mock senate hearing on global climate change.* Ann Arbor, MI: ProQuest Information and Learning Company.

Pratt, D. (2005). How do teachers foster students' understanding of probability? In G. A. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for teaching and learning* (pp. 171-189). NY: Springer.

Reading, C., & Reid, J. (2006). An emerging hierarchy of reasoning about distribution: From a variation perspective. *Statistics Education Research Journal, 5*(2), 46-68.

Rymes, B. (2009). *Classroom discourse analysis: A tool for critical reflection.* Cresskill, NJ: Hampton Press.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing.* Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 345-366). NY: Springer.

Stohl. H., & Tarr. J. E. (2002). Developing notions of inference using probability simulation tools. *Journal of Mathematical Behavior, 21*, 319-337.

Toulmin, S. (2003). *The uses of argument.* New York: Cambridge University Press.

Walshaw, M., & Anthony, G. (2008). The teacher's role in classroom discourse: A review of recent research into mathematics classrooms. *Review of Educational Research, 78*(3), 516-551.

Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H. S. (2008). Learning opportunities from group discussions: Warrants become the objects of debate. *Educational Studies in Mathematics, 68*(3), 247-261.

Wertsch, J. V. (1985). *Vygotsky and the social formation of mind.* Cambridge, MA: Harvard University Press

Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. In: M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol 1* (pp. 9–24). Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.

Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *Journal of Mathematical Behavior, 21*(4), 423-440.

An Analysis on Abduction Type in the Activities Exploring 'Law of Large Numbers'

Lee, Yoon-Kyung (Graduate School, Yeungnam University)
Cho, Cheong-Soo (Yeungnam University)

This study examined the types of abduction appeared in the exploration activities of 'law of large numbers' in order to figure out relation between statistical reasoning and abduction. When the classroom discourse of students was analyzed by Peirce's abduction, Eco's abduction type and Toulmin's argument pattern, students used overcoded abduction the most in the discourse of abduction. However, there composed a low percent of undercoded abduction leading to various thinking, and creative abduction used to make new principles or theories. By the CAS calculators used in the process of reasoning, students were provided with empirical context to understand the concept of abstract probability, through which they actively participated in the argumentation centered on the reasoning. As a result, it was found that not only to understand the abduction, but to build statistical context with tools in the learning of statistical reasoning is important.

* Key Words : abduction(가추법), law of large numbers(큰 수의 법칙), Toulmin's argument pattern(TAP, Toulmin의 논증패턴), CAS calculator(CAS 계산기)

논문접수 : 2015. 6. 29
논문수정 : 2015. 8. 1
심사완료 : 2015. 8. 3

<부록 1> ‘큰 수의 법칙’ 탐구 활동 문제

m&m 초콜릿 실험

주어진 봉지에서 m&m 쵸콜릿을 꺼낸 후, 각 색깔의 개수를 세어 다음 표를 작성해 보자.

색상 (color)	파랑 (blue)	갈색 (brown)	초록 (green)	오렌지 (orange)	빨강 (Red)	노랑 (yellow)	합계 (total)
도수 (frequency)							

동전 던지기 모의실험

한 개의 동전을 두 번 던질 때, 두 번 모두 앞면이 나오거나 두 번 모두 뒷면이 나올 확률은 얼마인가? 그리고 두 번 중 뒷면이 한 번만 나올 확률은 얼마인가?

모의실험을 통해서 뒷면이 0번, 1번, 2번 나올 확률에 대해 생각해 보자.

상자에서 블록 꺼내기 모의실험

여러 개의 블록이 들어있는 상자가 있다. 각 블록에는 숫자가 적혀 있다. 상자에서 하나의 블록을 임의로 선택하고 그 블록의 숫자를 기록한 다음 뽑은 블록은 다시 상자 안에 넣는다. 상자 안에 블록이 몇 개 들어있는지, 어떤 숫자가 적혀 있는지는 알지 못한다. 하지만 4라고 적힌 블록이 뽑힐 확률이 0.3이라는 것은 알고 있다.

모의실험을 통해서 관찰된 확률(상대도수)과 기대확률의 차이를 비교해 보자.