대한수학교육학회지 <학교수학> 제 17 권 제 3 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 17, No. 3, 423 ~ 446. Sep 2015

고등학교 확률 수업의 ‘몬티홀 문제’ 과제 맥락에서 나타난 논증과정 분석

이 윤 경[*] · 조 정 수[**]

본 연구의 목적은 고등학교 확률 수업의 ‘몬티홀 문제’ 과제 맥락에서 나타난 논증과정의 특징을 알아보는 것이다. 고등학교 2학년 상 수준 한 학급의 학생을 대상으로 교사와 학생 사이의 논증과정에 관한 수업담화를 Toulmin의 논증패턴을 이용하여 분석한 결과, 논증 중심의 담화 공동체로 만들기 위한 과제 맥락과 학생들이 질문하고 반박할 수 있는 안전한 교실 문화의 중요성이 밝혀졌다. 또한 복잡한 문제를 함께 해결해 나가는 논증과정을 통해 학생들은 수업에 더 몰입하게 되었으며, 실제적인 경험적 맥락은 개념의 이해를 풍부하게 해 주었다. 그러나 논증과정에서 나타난 추론은 통계적 추론이 아니라 대부분 확률 문제 풀이 위주의 수학적 추론이 나타났다. 이러한 연구 결과는 맥락에 따라 결과를 해석하는 과정에서 학생들의 통계적 추론이 일어남을 교사가 이해할 필요가 있고, 과제 맥락과 질문을 통해 학생들이 논증과정에 적극적으로 참여하도록 해야 한다는 확률·통계 수업에 대한 시사점을 제공할 수 있다.

Ⅰ. 서 론

동일한 조건에서 무작위로 뽑는 경우와 어떤 조건이 주어졌을 때 사건이 일어날 확률은 어떻게 달라질까? 여기, ‘몬티홀 문제’에 관한 미국 드라마 Numb3rs S01E13[1)] “Man Hunt” 수업 장면이 있다.

> 교사 : 여기 세 카드 중 하나에는 멋진 자동차가 그려져 있습니다. 나머지에는 염소가 있고요. 우리는 자동차를 선택하는 것이 목표입니다. 카드 하나를 골라보세요.
> 학생 : 가운데 카드를 선택할게요.
> 교사 : 이 가운데 카드가 자동차에 당첨될 확률은 얼마죠?
> 학생들 : $\frac{1}{3}$이요.
> 교사 : 그럼 여기서 가운데 카드 옆에 있는 두 카드 중 하나를 보여줄게요. (염소가 나옴) 자. 현재 알아낸 것을 바탕으로 선택을 바꾸고 싶나요?

‘몬티홀 문제’는 미국의 TV 쇼인 ‘Let’s make a deal’에서 나온 문제로, 사회자 몬티 홀(Monty Hall)의 이름을 딴 것이다. 이 문제는 처음의 선택을 바꾸는 것과 바꾸지 않는 것의 확률이 같을 것이라는 일반적인 관념과는 달리 실제로 확률을 계산해 보면 처음의 선택을 바꿀 경우 당첨될 확률이 두 배가 된다(도모노 노리오, 2007; 박정숙,

* 영남대학교 대학원, awish79@nate.com (제1 저자)
** 영남대학교, chocs@yu.ac.kr (교신저자)

1) S01E13은 시즌 1, 에피소드 13을 의미한다.

2014; Granberg & Brown, 1995). '몬티홀 문제'는 다양한 분야에서 논쟁의 대상이 된 문제로 합리적 선택에 관한 수학적 논증과도 관련되어 있으며 (Rosenhouse, 2009; Sprenger, 2010), 이 과제를 해결하는 과정에서 나타나는 인지적 갈등 상황은 학생들이 논증활동에 참여하도록 유도할 수 있다(강현영, 송은영, 조진우, 이경화, 2011). 또한, 정형화된 교과서 문제 맥락과는 다른 현실적 맥락이므로 학생들의 흥미와 관심을 불러일으킬 수 있는 과제이다(이종학, 2011).

확률 개념은 자료로부터 얻어지는 결론의 확신 정도를 계량화하여 통계적 추론의 결과를 실생활적인 측면으로 해석하도록 도와준다. 또한 '불확실성'은 표본으로부터 모집단을 추정하는 통계적 추론을 이해하는데 기초가 된다(Walpole, 2012). 따라서 학생들이 통계를 의미있게 이해하도록 하기 위해서는 알고리즘적 확률 계산보다는 확률 개념 중심의 수업이 요구된다. 그러나 전통적인 방식으로 확률·통계를 지도하는 교사는 실제적인 확률 문제 상황에서 의사결정 과정을 통해 확률·통계적 추론을 유도하기 보다는 직접적인 설명 위주의 수업으로 탈맥락화된 추상적 확률 이론을 지도하고 있는 실정이다 (Eichler, 2008).

많은 연구들(Anthony & Hunter, 2010; Cobb, Boufi, McClain, & Whitenack, 1997; Lampert, 1990; Sfard, 2008; Shaughnessy, 2007; Walshaw & Anthony, 2008)에서 수학적 추론과 통계적 추론을 위한 수업담화의 중요성을 주장하고 있다. 교실에서 일어나는 교사와 학생 사이의 수업담화를 살펴보면, 주어진 문제에 대해 결론을 선택하고 이를 뒷받침하기 위한 근거를 대는 논증과정 (argumentation)이 포함된다. 논증과정은 언어를 통하여 수행되는 추론행위이므로(민병곤, 2001; 한제준, 2013) 논증 능력의 신장은 곧 추론 능력의 신장으로 볼 수 있다. 일반적으로 교사와 학생들은 수업담화에서 논증과정을 통해 자신의 생각과 다른 사람의 생각을 알 수 있으며, 이렇게 자신의 생각을 언어화함으로써 수업에 대한 핵심 개념을 더 깊이 이해할 수 있게 된다(McCrone, 2005). 통계 교육 연구에서도 통계적 추론을 위해서는 의미있는 통계 개념을 주제로 하여 통계적 논증이 일어나는 수업담화의 중요성을 강조하고 있다(Garfield & Ben-Zvi, 2008c).

본 연구에서는 추론과 논증과정이 유사하다는 점에 주목하여 통계적 추론을 촉진시켜주면서 그 과정이 잘 드러나는 확률·통계적 논증과정으로 '몬티홀 문제'의 수업담화를 분석하고자 한다. 수업담화 분석에는 다양한 관점이 존재하지만 (이정아, 2012), 이 연구는 확률·통계 수업에서 나타난 수업담화 중 '논증과정'이라는 특정 장르에 초점을 두어 담화를 분석하였으며, Toulmin의 논증패턴을 분석 도구로 사용하였다. 이를 통해 확률·통계 수업에서 논증은 어떤 담화 과정을 통해 이루어지고 있으며, 이 논증은 통계적 추론과 어떠한 관계가 있는지, 그리고 논증과정에서 교사는 어떤 역할을 하는지를 알아보고자 한다. 이러한 논증분석을 통해 학생들의 추론을 향상시키기 위한 수업담화에 대한 시사점을 찾을 수 있을 것이라 본다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 논증과 논증과정

수학에서 논증(logical proof)은 중요한 관계의 증명을 강조하는 이론적이고 연역적인 체계를 말하지만(Dunham, 2004), 아리스토텔레스 시대부터 시작된 수사학(rhetoric)의 전통에서는 어떤 제한된 환경에서 한 사람이 청중을 설득할 때 수행하는 과정을 논증(argument)으로 본다(Krummheuer,

1995, 재인용). 예를 들어, 교실에서 교사가 학생들의 내용 이해를 돕기 위해 논리적으로 설명하는 경우는 수사학적 논증으로 볼 수 있다(박영신, 2006). 그러나 최근의 논증이론은 의사소통적인 측면을 더 강조하고 있으며, 이러한 논증이론은 현대의 교실 환경에서 교사와 학생들 사이의 의사소통을 연구할 때 도움이 된다.

일반적으로 두 명 혹은 더 많은 사람들 사이의 언어적 갈등이나 논쟁을 논증과정이라 본다. 논증과정이라는 용어는 '분명하게 하다'라는 뜻의 라틴어 'arguere'에서 나온 것으로, 자기 자신 뿐만 아니라 다른 사람들에게 자신이 생각하는 것을 분명하게 만드는 과정을 의미한다(Crusius & Channell, 1998). 만약 한 사람 또는 몇 명의 참여자들이 "4×10=10×4" 또는 "31+19=32+18"는 주장을 한다면, 그들은 하나의 결론을 만드는 것 뿐만 아니라 왜 그러한 결론이 타당한지를 자세하게 나타내야 한다. 이처럼 어떤 결론이나 주장의 정당성을 확립하기 위한 언어적 서술이나 방법들을 논증과정이라고 하며, 도전적인 주장을 모든 참여자가 합의하거나 수용할만한 것으로 만들었을 때를 성공적인 논증과정이라 본다(Kopperschmidt, 1985).

교실에서 나타나는 논증과정은 독백의 형태이기보다는 교사와 학생들 사이의 직접적인 상호작용으로 나타나며, 집단적으로 나타나기 때문에 집단 논증과정이라고 한다(Krummheuer, 1995; Miller, 1987). 집단 논증과정은 논쟁(disputes), 수정(correction), 조절(modification), 대응(reaction), 교체(replacement)의 활동을 만들어낸다. 이러한 활동을 통해 마지막으로 합의된 결론은 단계적으로 논의를 극복함으로써 만들어진 것이다. 여기서 논증은 논증과정의 재구조화된 결과라고 할 수 있는데(Krummheuer, 1995), 논증과정이 일어나는 동안이나 또는 이후에 해결방법에 관한 추론을 의식적으로 설명하는 과정에서 발생할 수 있으며, 교실 안에서의 소그룹 활동 또는 전체 교실 토론 활동 중에서 사회적 상호작용의 형태로 나타난다(Kopperschmidt, 1985). 논증과 논증과정에 대한 연구자들의 정의를 살펴보면, Simon, Erduran, & Osborne(2006)은 논증을 구성하는 주장, 자료, 보증, 지지 등의 실제적 내용을 논증이라 하고, 그러한 요소들이 함께 묶여서 진행되는 과정을 논증과정이라 하였다. Sampson & Clark(2008)도 논증은 주장이나 결론을 정당화하기 위해 학생 또는 학생들의 집단이 만들어낸 결과이고, 논증과정은 이러한 결과를 구성하는 과정이라 보았다.

따라서 본 논문에서는 자기 자신 뿐만 아니라 다른 참여자들에게 어떤 주장이 타당하고 정당함을 보이기 위하여 다양한 방법들을 사용하는 과정을 논증과정이라 정의하고자 한다. 이러한 논증과정을 통하여 마지막으로 합의된 단계는 완전히 재구조화될 수 있는데, 이 언어적 결과물을 논증이라 정의하고자 한다.

2. 논증과 통계적 추론

논증은 추론과의 관계 속에서 발전하였으며, 이 둘은 서로 연관 관계에 있다(Breton & Gauthier, 2000). 논증과 추론은 둘 다 증거와 결론으로 이루어져 있다는 공통점이 있지만, 논증은 우리가 보거나 들을 수 있는 언어적 진술인 반면, 추론은 의견이나 신념과 같이 심리적인 과정이라는 차이점이 있다(Salmon, 2008). 즉, 추론은 마음속으로 할 수도 있고, 이를 언어적으로 표현할 수도 있는데, 언어적으로 표현한 것이 논증이다. 추론을 평가하기 위해서는 결론과 그 결론을 이끌어 낸 증거 사이의 관계를 고찰해야 하는데, 이때 논증과정을 통하여 그 논증이 옳은지 그른지를 판단할 수 있다(한제준, 2013). 논증과정은 보통의 일상어로 이루어진다는 점에서 언어적(verbal) 행위이며, 다른 사람들을 향하여 이루어

지고 상호작용한다는 점에서 사회적(social)이며, 주제에 대한 어떤 생각들을 제시한다는 점에서 추론행위(reasoning)이라고 할 수 있다(민병곤, 2001). 통계적 추론이 통계 교육의 목표로 중요하게 다루어지고 있다는 점을 고려할 때, 결론을 정당화하기 위한 과정인 논증도 추론과 함께 중요하게 다루어질 필요가 있다.

통계적 추론에 관한 여러 학자들의 정의를 살펴보면, Lovett(2001)은 통계적 추론을 자료를 요약하고, 예측하며, 자료로부터 결론을 이끌어내기 위해 통계적 도구와 개념을 이용하는 것으로 정의하였다. Ben-Zvi & Garfield(2004)는 통계적 아이디어를 통해 유추하고 통계적 정보를 이해하는 것을 통계적 추론으로 정의하였다. 그들은 통계적 사고와 통계적 추론을 구분하고 있는데, 통계적 사고는 언제 어떻게 통계적 지식과 절차를 적용하는지를 이해하는 것이고, 통계적 추론은 왜 그런 결과가 나왔고 결론이 왜 타당한지를 아는 것이라고 하였다. 이후의 연구에서 Garfield & Ben-Zvi(2008b)는 통계적 추론을 통계 개념에 관하여 학생들이 가지는 정신적 표상과 여러 개념 간의 연결 관계로 보고, 통계의 'Big idea'를 중심으로 통계적 추론에 대한 정의를 세분화하였다.2)

통계적 추론은 통계 개념을 이용하여 주어진 자료에 대한 결론을 추론하고, 자료에서 나타난 통계적 결과를 이해하는 방식이다. 또한 하나의 개념을 다른 개념과 연결시키는 것(예를 들어, 중심과 퍼짐), 자료와 확률에 대한 아이디어를 결합시키는 것을 포함하기도 한다(Garfield, 2002). 따라서 통계적 추론은 통계적 과정을 이해하고 설명할 수 있으며, 통계적 결과를 주어진 상황 맥락과 통계 개념에 비추어 해석할 수 있는 것이라 볼 수 있다.

효과적인 통계 수업은 교사와 학생들 간의 상호작용과 논증을 통하여 초기 추론을 만들고, 그러한 추론을 평가하고 해석하는 활동을 통해 통계적 추론을 발달시키는 수업을 말한다(GAISE, 2005). 여기서 수학적 추론과 통계적 추론 사이의 관계 설정이 필요한데, 수학의 원리나 법칙을 이용하여 명제의 참, 거짓을 증명하는 것이 수학적 추론의 목적이라면 통계적 추론은 다양한 통계 개념을 이용하여 통계적 결과에 대한 정당성을 높이는 것이 목적이다. 이 목적에 비추어 볼 때, 통계적 추론은 어떤 주장이 타당하고 정당함을 보이기 위하여 다양한 방법들을 사용하는 논증과정의 성격과 유사하다고 볼 수 있다.

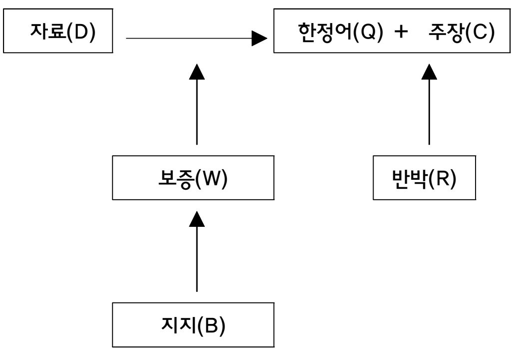
3. Toulmin의 논증패턴

논증은 상호작용적으로 성취되는 것이며, 공동체적인 속성을 가진다. 교사와 학생들의 논증과정이 어떤 특징을 가지는지 알기 위해서는 수업담화에서 나타난 논증구조를 이해해야 한다. 이러한 논증구조에 대한 이해는 학생들의 논증의 질과 추론능력을 향상시킬 수 있는 교수 전략을 계획하는 데 도움이 된다(Chinn & Anderson, 1998; Maloney & Simon, 2006). 이 연구에서는 교사와 학생들이 수업에서 상호작용적 협상을 통해 논증과정을 어떻게 구성하고 있는지를 구체적으로 살펴보기 위하여, Toulmin(2003)의 논증패턴(Toulmin's Argument Pattern, TAP)을 분석틀로 사용하였다.

Toulmin은 논증의 형식만을 추구하는 논리적 타당성 개념을 공격하였다. 왜냐하면 논리학자들이 말하는 논리적 타당성은 주제와 무관한 보편

2) Garfield & Ben-Zvi(2008a)는 통계적 추론을 자료에 대한 추론, 통계적 모델과 모델링에 대한 추론, 분포에 대한 추론, 중심에 대한 추론, 변이성에 대한 추론, 그룹 비교에 대한 추론, 샘플과 샘플링에 대한 추론, 통계적 추리(inference)에 대한 추론, 공변량에 대한 추론과 같은 9개의 하위요소로 나누었다. 그리고 각 하위요소마다 선행연구를 바탕으로 'Big idea'의 추론을 위한 수업을 설계하였다.

적인 형식에만 의존하기 때문에, 결과적으로 결론의 내용이 대전제에 포함되어 있는 분석적 논증만을 다루게 되기 때문이다(배식한, 2011). Toulmin은 다양한 영역의 실제적인 논증에 관심이 있었는데, 그는 다양한 영역을 포괄할 수 있는 논증에 관한 일반적인 패턴을 제안하고 있다. 이 패턴은 ‘주장(Claim)’, ‘자료(Data)’, ‘보증(Warrant)’, ‘지지(Backing)’, ‘한정어(Qualifiers)’, ‘반박(Rebuttal)’의 여섯 가지 요소로 이루어져 있다(Toulmin, 2003). 이들 요소를 구체적으로 살펴보면, 주장(C)은 어떤 사람이 이루고자 하는 논증의 결론이자 목적지를 말하며, 자료(D)는 주장을 뒷받침하기 위한 자료나 정보에 해당한다. 보증(W)은 사실에서 주장으로 이동을 할 때의 논리적 도약의 정당성을 확보해 주는 추론규칙에 해당하며, 지지(B)는 보증에 포함된 가정을 확인해주기 위한 추가적 자료로서, 보통 상대방이 보증을 받아들이지 못하는 경우에 제시한다. 한정어(Q)는 자료(D)에서 주장(C)으로 이동할 때, 보증(W)이 이행에 전달한 강도를 의미하며, 반박(R)은 보증(W)의 일반적 권위가 인정되지 않는 상황을 말한다. 이를 그림으로 표현하면 [그림 II-1]과 같다.



[그림 II-1] Toulmin(2003)의 논증패턴과 구성요소

논증에서 첫 번째 단계는 주어진 자료를 바탕으로 자신의 관점을 표현하는 주장을 하는 것이다. 두 번째 단계는 주장을 뒷받침하는 보증을 만드는 것이다. 보증은 원리, 법칙에 의해 표현될 수 있는데, 자료와 주장을 연결하는 다리 역할을 한다(Pedemonte & Reid, 2011). 그런데 자료와 주장을 연결하는 보증에 반박이 있을 수도 있으므로 가급적 그 보증을 뒷받침 해 줄 수 있는 지지를 찾고, 불가피한 예외의 경우를 고려하여 한정어를 사용하여 주장을 제한한다(배식한, 2011). 지지는 일반적인 이론, 신념, 초보적 전략 등을 말하며(Krummheuer, 1995), 내포된 방식으로 표현되기도 한다.

TAP는 어떤 분야든 모든 논증이 따라야 할 공통의 형식(field-invariant)이다. 그렇지만 그 형식을 이루는 각 요소를 평가하는 기준은 분야에 따라 달라진다(field-variant). 동일한 한정어가 주장에 사용되었더라도 그것이 포함된 논증의 타당성을 만족시키는 기준은 분야에 따라 다르다. 타당한 논증이 되기 위해서는 논증과정이 논증패턴에 맞아야 하며, 자료에서 주장으로 나아가는데 보증이 적절해야 하며, 보증이 지지의 도움을 받아 권위를 확보해야 한다. 즉, 형식적인 조건과 내용적인 조건이 결합해야 타당한 논증이 된다(Toulmin, 2003).

TAP는 전통적인 연역법의 형식 논리가 탈맥락적이라는 한계점을 극복하고, 일상적인 사건에 대한 비형식적인 논리를 재구조화하는 것을 도와준다. 또한 수학적 논증을 분류하거나 질을 평가하는데 사용되기도 하며(Inglis, Mejia-Ramos, & Simpson, 2007; Pedemonte, 2007; Weber & Alcock, 2005), 논증과정에서 상호작용의 구조를 판단하는 데 효과적인 분석틀로 사용되기도 한다(Osborne, Erduran, & Simon, 2004; Stephan & Rasmussen, 2002). 이러한 TAP를 교실 수업 상황에 적용하여 분석하면 교사와 학생들이 수업에서 논증과정을 어떻게 구성하고 있는지를 구체적으로 알 수 있기 때문에 수업담화를 분석하는 유용한 도구가 될 수 있다(Furtak, Hardy, Beinbrech, Shavelson, & Shemwell, 2010; Inglis et al., 2007; Jimenez-Aleixandre, Rodriguez, & Duschl, 2000; Simon et al., 2006; Yackel, 2001). 따라서 본 논문에서는 TAP를 분석도구로 하여 '몬티홀 문제'의 과제 맥락에서 나타난 확률 수업담화를 논증이론의 관점에서 분석해보고자 한다. 논증은 학생들의 주장과 한계를 명확히 드러내주기 때문에(Driver, Newton, & Osborne, 2000; Newton, Driver, & Osborne, 1999), 논증과정에 대한 담화 분석을 통해 통계적 추론에 대한 시사점을 찾을 수 있을 것이라 기대한다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 배경

본 연구는 고등학교에서 통계 수업이 어떻게 이루어지고 있는지를 이해하기 위하여 경상북도 소재 M고등학교 2학년 상 수준 한 학급의 확률·통계 수업을 선정하였다. 이 고등학교는 1967년에 개교한 남자 고등학교로 현재 3개 학년 총 18학급으로 구성되어 있다. 학생들의 사회 경제적 배경은 중간 정도이며, 학교 환경 뿐만 아니라 주변 환경 역시 매우 양호한 편이다. 이 고등학교의 2학년은 수학 시간에 수준별 이동 수업을 실시하며, 연구를 위한 수업은 정규 수업 시간에 이루어졌다. 책상은 두 명씩 짝을 지어 세 개의 분단으로 나누어져 있었으며, 경우에 따라 분단과 분단 사이의 통로 앞쪽에 앉아서 수업을 듣는 학생도 있었다.

처음에 이 연구 현장을 관찰한 목적은 고등학교 확률·통계 수업의 현황을 보기 위한 것이었다. 특별한 개념적 준거틀 없이 8차시의 확률·통계 수업을 관찰하던 중 마지막 차시의 수업(50분)에서 교사가 제시한 '몬티홀 문제'의 조건을 학생들이 자발적으로 변형하여 카드의 개수를 n개로 일반화하는 활동이 일어났고, 이 수업 활동에서 기존의 수업과는 다른 생산적인 논증 담화가 나타났다. '몬티홀 문제'의 과제 맥락에서 나타난 교사와 학생들 사이에 일어난 이러한 논증 과정의 특징을 분석하는 것은 확률·통계적 추론에 관한 시사점을 줄 수 있을 것이라 판단하여 본 연구를 시작하게 되었다.

2. 연구 참여자

연구 참여자는 확률 단원 수업을 담당한 L교사와 M고등학교 2학년 학생 36명이다. 본 연구의 대상인 수학교사는 30세의 남자로 교육경력은 3년이다. 현재 일반대학원 석사과정에 있으며, 예전에 통계학과를 1년 정도 다닌 적이 있었다. 미분·적분 단원에 비해 확률·통계 단원에 더 긍정적인 신념을 가지고 있었으며, 특히 조합론에 관심이 있다고 하였다. 수업은 교과서 위주로 하는 편이며, 컴퓨터와 같은 교육기자재는 잘 사용하지 않는다고 하였다. M고등학교의 L교사를 연구 참여자로 선정하게 된 계기는 이 고등학교를 졸업한 학생 두 명과의 인터뷰에서 학생들이 L교사의 수학 수업에서 좋은 영향을 받았다는 이야기를 공통적으로 하였기 때문이었다. 이 고등학교 학생들에 따르면, L교사는 학생들 사이에서 인기가 많은 수학교사라고 한다.

연구에 참여한 학생들은 이 고등학교 2학년 자연계열 상 수준 학생들로 총 36명으로 구성되었다. 수학 수업 시간에 수업교사와의 의사소통이 비교적 잘 되는 학생들이었으며, 연구 참여 동의서를 모두 작성한 후 연구 참여자로 선정되었다. 이 학생들은 대부분 수학 교과에 대한 선행 학습을 많이 하는 편이었으나, 선행 학습보다는 교사 수업에 대한 신뢰도가 높은 편이었다. 또한 학생들은 중학교의 확률 내용과 고등학교

의 순열, 조합을 이용하여 경우의 수 구하기를 학습한 상황이었고, 본 연구를 수행하는 시점의 고등학교 수업 진도는 확률 단원의 시작인 확률의 뜻부터 독립시행까지였다.

3. 수업 절차 및 과제

본 연구는 L교사의 수업을 있는 그대로 보는 것이 목적이었기 때문에, 예상되는 교수 학습 경로를 설계한 교수 실험 연구와는 차이가 있다. 매 차시 수업을 시작하기 전에 연구자는 L교사와 학습 목표와 학습 활동을 간단히 논의하였고, 실제 수업에서는 관찰자로서의 역할만 담당하였다. 수업을 녹화하고 난 후 연구자와 L교사는 녹화된 수업을 보면서 수업에 대한 반성과 학생들의 반응에 대해 수업 후 토의를 하였다. 본 연구에서 L교사는 교과서에 제시된 문제를 바탕으로 수업을 진행하였으며, 총 8차시 중 마지막 차시는 학생들에게 '몬티홀 문제'의 과제 맥락을 제시하고 처음의 선택을 바꾸었을 때의 확률이 어떻게 될 지를 예측해 보도록 하였다.

교사가 제시한 '몬티홀 문제'에 관한 동영상은 미국 드라마 Numb3rs S01E13 "Man Hunt" 수업 장면으로 약 2분 정도의 시간이 걸렸다. 교사는 동영상을 보고 난 후 학생들에게 처음의 선택을 바꾸었을 때의 확률이 왜 $\frac{2}{3}$가 되는지를 설명해 주었다. 처음의 선택을 고수하는 것 보다는 선택을 바꾸게 되면 확률이 커진다는 결론을 알고 있었던 학생들은 '몬티홀 문제'의 확률을 구하는 교사의 설명을 들으면서 '몬티홀 문제'에 관한 흥미와 호기심을 갖게 되었다. 교사의 설명이 끝나자 한 학생이 "카드의 개수가 늘어나면 확률이 어떻게 되나요?"라는 질문을 하였고, 교사와 학생들이 함께 학생의 질문을 해결해 나가면서 카드의 개수가 n개일 때로 '몬티홀 문제'를 일반화하게 되었다.

4. 자료 수집 및 분석

자료 수집을 위하여 비디오 카메라를 교실 뒤쪽의 중앙에 설치하고, 칠판과 교사 및 학생들이 나오도록 연구참여 교사의 확률·통계 수업을 녹화하였다. 그리고 교사와 학생 사이의 수업담화를 생생하게 녹음하기 위하여 교사의 옷 안쪽에 녹음기를 부착하였고, 이에 대한 녹취록을 작성하였다. 그 후 수업교사와 연구자 사이의 토의 내용과 수업 관찰록, 중요 장면에 대한 동영상을 녹취록에 추가 첨부 하였다. 또한 O.C.(observer's comment)에 수업 후의 느낌, 연구에 대한 의문, 교사와 학생들의 상호작용의 특징 등을 기록하여 현장조사록을 작성하였다. 논증과정을 살펴보기 위한 분석의 주된 자료는 수업 녹취록이며 교과서, 비디오 녹화물, 현장조사록은 수업 맥락의 이해를 돕기 위한 보조 자료로 사용하였다.

자료 분석을 위하여 먼저, 수업 녹취록의 수업담화 중에서 논증과정이 나타난 에피소드를 자료 분석의 단위로 선별하였다. 이 자료 분석의 단위에서 논증과정은 주로 교사나 학생의 질문에 의해 유발되는 경우가 많았기 때문에 '질문-반응'이 나타난 담화 인접쌍(adjacency pair)[3]을 중심으로 살펴보았다. 다음 단계에서는 논증이 나타난 이 분석의 단위를 Toulmin의 핵심 요소인 자료, 주장, 보증, 지지, 한정어, 반박으로 명명하는 작업을 하였다. 이들 요소를 바탕으로 TAP를 도식화 한 후 교사와 학생 사이의 논증과정의 특징을 분석하였다.

3) 인접쌍은 다른 화자에 의한 두 개의 발화로 구성되며, 이 두 발화가 순차적으로 일어나면서 하나의 유형화된 쌍(pair type)을 구성한다(Sacks & Jefferson, 1995).

Ⅳ. 연구결과

본 연구는 고등학교 확률·통계 수업에서 논증 과정은 어떻게 이루어지고 있으며, 이 과정에서 교사는 어떤 역할을 하는지를 알아보기 위하여 TAP를 분석 도구로 하여 실제 확률·통계 수업 담화를 분석하였다. '몬티홀 문제'의 과제 맥락에서 나타난 교사와 학생들 사이의 논증과정 중에서 의미가 있다고 판단되는 에피소드[4]를 추출하여 시간 순서에 따라 배열하고, 각각의 에피소드에 대한 분석 결과를 제시하면 다음과 같다.

1. 논증의 기회를 제공하는 과제 맥락

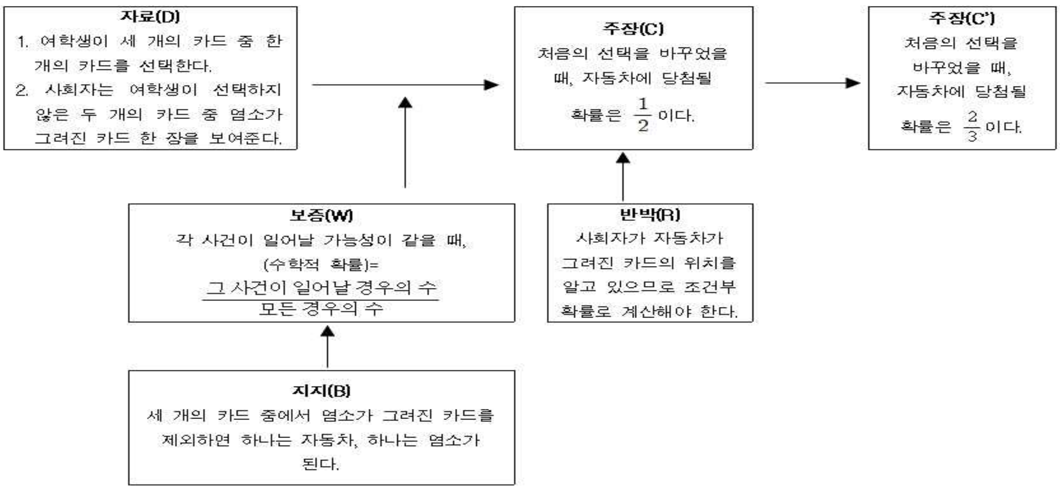
아래의 에피소드 1에서는 '몬티홀 문제'가 어떻게 논증의 기회를 제공하는 과제 맥락으로 사용되었는지를 살펴보고자 한다.

에피소드 1 : 처음의 선택을 바꾸었을 때의 확률

교사는 학생들에게 '몬티홀 문제'가 나오는 미국 드라마 Numb3rs 동영상을 보여준 후, '몬티홀 문제'에서 자신의 선택을 바꾸었을 때의 확률이 얼마가 될 지를 학생들과 이야기하고 있다.

교 사 : 동영상에서 여학생이 뭐라고 했냐하면..
학생들 : 반반이니까
교사 : (칠판에 카드 세 장을 그리며) 카드가 세 장 있었는데, 사회자가 여기 염소가 있다고 보여주지? 그러면 나머지 두 카드 중에 하나는 자동차, 하나는 염소니까 자동차에 당첨될 확률은 $\frac{1}{2}$이 되지 않느냐. 그런데 실제로는 $\frac{1}{2}$이 아니라 얼마가 된다고?
학생들 : $\frac{2}{3}$
교 사 : 두 배가 되어 $\frac{2}{3}$. 왜냐? 조건부 확률 때문이다.

위의 에피소드 1의 논증과정을 TAP를 이용하여 나타내면 [그림 IV-1]과 같다. 에피소드 1에서 자



[그림 IV-1] 처음의 선택을 바꾸었을 때, 자동차에 당첨될 확률에 대한 논증

---

4) 각각의 에피소드는 간결성과 가독성을 위하여 간략하게 편집하였다. 말을 더듬거나 반복하는 부분, 주제에서 벗어난 논의, 수학적 내용이 없는 부분은 생략하였다.

료(D)는 '여학생이 세 개의 카드 중 한 개의 카드를 선택한다.'와 '사회자는 여학생이 선택하지 않은 두 개의 카드 중 염소가 그려진 카드 한 장을 보여준다.'가 된다. 이러한 자료(D)를 바탕으로 첫 번째 주장(C)은 '처음의 선택을 바꾸었을 때, 자동차에 당첨될 확률은 $\frac{1}{2}$이다.'이다. 자료(D)에서 주장(C)으로 이행할 때 사용된 보증(W)은 완벽하게 제시되어 있지는 않지만 "반반이니까"라는 학생들의 대답에서 수학적 확률을 사용하고 있음을 추론할 수 있다. 따라서 보증(W)은 '각 사건이 일어날 가능성이 같을 때, (수학적 확률)=$\frac{\text{그 사건이 일어날 경우의 수}}{\text{모든 경우의 수}}$'이며, 보증(W)에 대한 지지(B)로는 '세 개의 카드 중에서 염소가 그려진 카드를 제외하면 하나는 자동차, 하나는 염소가 된다.'가 사용되었다고 볼 수 있다.

에피소드 1의 '몬티홀 문제' 상황은 각 사건이 일어날 가능성이 같지 않으므로 보증(W)의 권위가 인정되는 않는 상황을 가리키는 반박(R)이 제시되었다. 사회자는 카드를 임의로 보여주는 것이 아니라 게임 참가자가 선택한 카드와 자동차 카드를 미리 제외한 후 염소 카드를 보여주는 것이기 때문에 각 사건이 일어날 가능성이 동등하다고 볼 수 없다. 이러한 상황에서는 '사회자가 자동차의 위치를 알고 있을 때'라는 조건이 영향을 미치기 때문에 조건부 확률을 사용해야 한다. 사회자가 자동차의 위치를 알고 있다는 조건을 고려한 조건부 확률을 사용하면 '처음의 선택을 바꾸었을 때, 자동차에 당첨될 확률은 $\frac{2}{3}$이다.'라는 주장(C′)을 결론으로 도출할 수 있다.

이 에피소드에서 보듯이, 활발한 논증활동과 논증의 기회는 과제 맥락에 크게 좌우됨을 알 수 있는데, 여러 연구자들(McCrone, 2005; Weber, Maher, Powell, & Lee, 2008)도 이 점을 지적하고 있다. [그림 IV-1]을 살펴보면 주장(C)에 대한 반박(R)으로 인하여 새로운 주장(C′)이 제시되었는데, 주장(C)과 새로운 주장(C′)은 학생들에게 인지적 갈등을 유발시킴으로써 논증의 기회를 제공하는 맥락으로 작용하였다. 이 에피소드에서는 제시되지 않았지만(에피소드 4, 5에서 구체적으로 논의하고 있음), '몬티홀 문제' 상황은 카드의 개수를 n개로 일반화하는 활동으로 발전되었다. 이 일반화 활동은 교사가 의도한 수업내용이 아니라 전적으로 학생들의 자발적인 관심과 토론의 결과로 이루어낸 성과였다. L교사와의 인터뷰에서, 교사는 교과서 중심의 수업에서는 이런 논증의 담화가 잘 나타나지 않는데, '몬티홀 문제'라는 특정 과제 맥락이 있었기 때문에 가능했을 것이라고 이야기하였다. 이를 통해 인지적 갈등 상황을 포함한 과제 맥락은 생산적인 논증의 기회를 만드는데 필요한 전제조건이라는 것을 알 수 있었다.

2. 학생들이 질문하고 이의를 제기할 수 있는 안전한 교실 문화

아래의 에피소드 2는 '카드의 개수가 네 개인 경우, 선택을 바꾸었을 때 조건부 확률 구하기'의 논증과정을 통해 학생들이 교사와 동료 학생들의 시선이나 생각에 상관없이 질문하고 이의를 제기할 수 있는 안전한 교실 문화(Garfield & Ben-Zvi, 2008c)를 보여주고 있다.

에피소드 2 : 카드의 개수가 네 개인 경우, 선택을 바꾸었을 때 조건부 확률 구하기

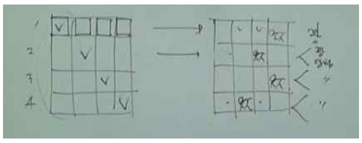
카드가 세 개 있을 때, 처음의 선택을 바꾸게 되면 자동차에 당첨될 조건부 확률이 $\frac{2}{3}$가 됨을 교사가 설명하였다. 그러자 한 학생이 질문을 한다.

학생1 : 선생님, 그런데 카드의 개수가 늘어나면 어떻게 되요? 네 개짜리 한 번만 해보면 안되요?

학생2 : 확률이 $\frac{3}{4}$ 되는 거 아니에요?

교사 : (칠판에 카드 네 개를 그리며) 카드가 네 개이면 어떻게 될까? 크게 몇 가지 경우가 나오지?

(중략)



[그림 IV-2] 카드가 네 개인 경우, 처음의 선택을 바꾸었을 때의 결과

교사 : 선택을 바꾸게 되면 확률이 얼마가 될까?

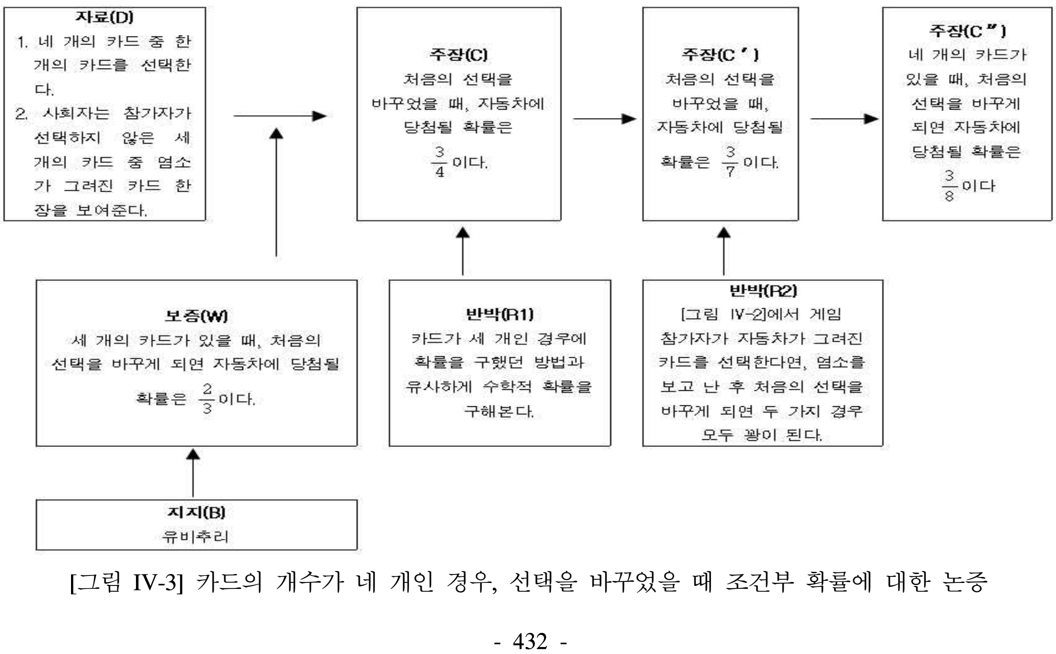
학생들 : $\frac{3}{7}$

학생3 : 근데 맨 처음 경우를 꽝, 꽝 해야 되는 거 아니에요?

교사 : 그렇네. 꽝, 꽝이 맞겠네. 그러면 확률이 얼마가 되지?

학생들 : $\frac{3}{8}$

위의 에피소드 2를 TAP를 이용하여 나타내면 [그림 IV-3]과 같다. “카드의 개수가 늘어나면 어떻게 되요?”라는 학생1의 질문은 교사가 미리 예상하지 못했던 질문이었다. 교사가 고민하는 사이에 학생2가 유비추리(B)에 의해 카드가 세 개인 경우에 확률이 $\frac{2}{3}$임을 보증(W)으로 사용하여 네 개인 경우에는 $\frac{3}{4}$이 될 것이라 주장(C)하였다. 수학 학습 상황에서는 학생2와 같이 불완전한 유비추리를 하는 경우가 많은데(오택근, 박미미, 이경화, 2014), 교사는 학생2의 유비추리를 교정해 주기 위하여 카드가 세 개일 때 했던 방법과 유사하게 경우의 수를 나열하였다(R1). 그러자 총 일곱 가지의 경우가 나타났고, 이 중 당첨인 경우는 세 가지였다. 이를 바탕으로 학생들은 카드가 네 개인 경우, 처음의 선택을 바꾸었을 때 당첨될 확률이 $\frac{3}{7}$이라고 주장(C′)하였다.



[그림 IV-3] 카드의 개수가 네 개인 경우, 선택을 바꾸었을 때 조건부 확률에 대한 논증

이때, 학생3이 주장(C′)에 대한 반박(R2)을 제기하였다. [그림 IV-2]에서 맨 처음의 경우는 염소를 보여준 후 선택을 바꾸게 되면 두 가지 경우 모두 꽝이 되기 때문에 ‘꽝, 꽝’으로 보아야 할 것이라고 하였다. 교사는 학생3의 의견을 받아들여 카드가 네 개 있을 때, 사회자가 염소를 보여준 후 처음의 선택을 바꾸었을 때 당첨될 확률은 $\frac{3}{8}$이라는 주장(C″)을 최종적 결론으로 수용하였다.

만약 교사가 “카드의 개수가 늘어나면 어떻게 되요? 네 개짜리 한 번만 해보면 안되요?”라는 학생1의 담화를 무시했더라면 ‘몬티홀 문제’에서 카드의 개수를 n개로 일반화한 결론에 도달할 수 없었을 것이다. 그러나 연구참여 교사는 학생의 질문에 주의를 기울였고, 카드가 네 개인 경우의 확률을 구하기 위한 시도를 했다. 학생들은 교사의 풀이 과정에 이의를 제기하였고 이를 수정함으로써 결론적으로 타당한 주장(C″)에 이를 수 있게 되었다. 이 에피소드에서처럼 교사와 학생이 반박의 과정을 통해 타당성이 부족한 부분을 채워가며 복잡한 문제라는 큰 산을 함께 넘는 경험은 학생들에게 성취감을 주는 좋은 경험이 될 수 있다. 그리고 이러한 결론에 도달할 수 있었던 것은 학생들이 질문하고 이의를 제기할 수 있는 안전한 교실 문화가 큰 영향을 주었을 것이라 생각한다.

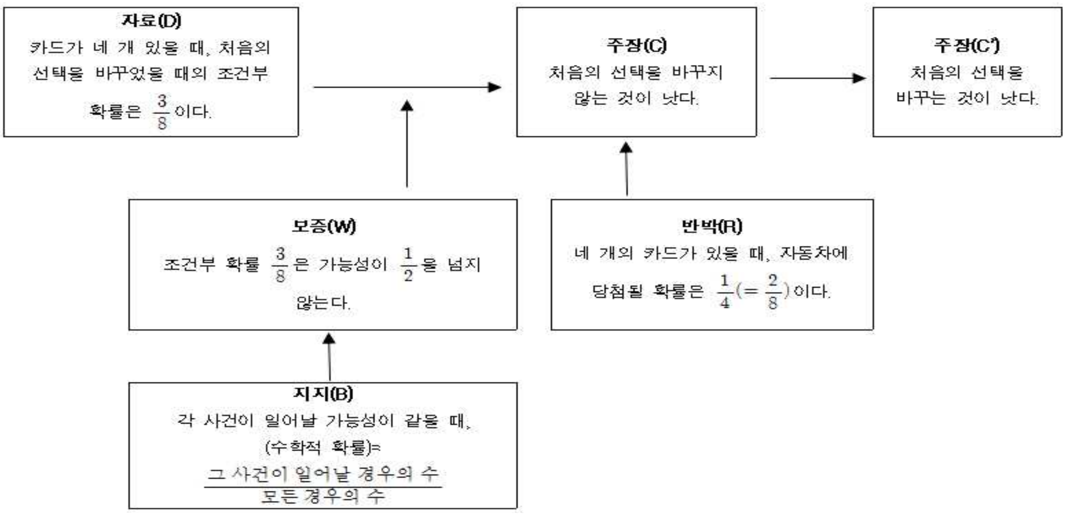
3. 학생들이 논증 담화의 주체가 되도록 유도하는 교사

아래의 에피소드 3에서는 ‘처음의 선택을 바꾸어야 할 지에 관한 판단’의 논증과정을 통해 학생들이 논증 담화의 주체가 되도록 추론을 유도하는 교사의 담화를 살펴볼 수 있다.

에피소드 3 : 처음의 선택을 바꾸어야 할 지에 관한 판단

카드가 네 개 있을 때, 사회자가 염소 카드 하나를 보여주고 난 후 처음의 선택을 바꾸었을 때의 확률이 $\frac{3}{8}$임을 교사와 학생들이 유도해 냈다.

학생들 : (결과에 의아해하며) 어? 그럼 바꾸면



[그림 IV-4] 처음의 선택을 바꾸어야 할 지에 관한 논증

안되나?

교 사 : 처음에 당첨될 확률은 얼마였지?

학생들 : $\frac{1}{4}$

학생들 : 그럼 바꿔야겠네.

위의 에피소드 3을 TAP를 이용하여 나타내면 [그림 IV-4]와 같다. 에피소드 3의 논증과정에는 카드가 네 개 있을 때, 처음의 선택을 바꾸었을 때의 조건부 확률이 $\frac{3}{8}$이라는 자료(D)를 이용하여 카드가 네 개 있을 때의 몬티홀 확률 상황에서 처음의 선택을 바꿀지 말지에 관한 판단 과정의 논증이 포함되어 있다. 확률값 $\frac{3}{8}$에 관한 학생들의 반응에는 확률값 $\frac{1}{2}$을 기준으로 하여 $\frac{3}{8}$은 $\frac{1}{2}$보다 작기 때문에(W), 처음의 선택을 바꾸지 않는 것이 더 낫다는 주장(C)이 내포되어 있다. 보증(W)은 수학적 확률의 정의를 바탕으로 하기 때문에 지지(B)로는 수학적 확률이 사용되었다고 볼 수 있다. 교사는 [그림 IV-4]의 주장(C)에 대한 반박(R)으로 네 개의 카드가 있었던 맨 처음의 상황에서 자동차에 당첨될 확률은 $\frac{1}{4}$임을 제시하였다. 즉, $\frac{1}{4}(=\frac{2}{8})$과 $\frac{3}{8}$을 비교하는 것이 더 타당할 것이라는 의견을 암시적으로 드러내고 있다. 이를 통해 학생들은 카드가 네 개인 경우에도 카드가 세 개인 경우와 마찬가지로 처음의 선택을 바꾸는 것이 더 유리하다는 주장(C′)으로 결론을 내렸다.

[그림 IV-4]의 논증에서 확률값은 처음의 선택을 바꿀지 말지에 관한 주장의 보증(W)으로 작용하였다. 카드가 네 개 있을 때, 게임 참가자가 한 장의 카드를 선택하고 사회자가 염소가 그려진 카드를 보여준 후 처음의 선택을 바꾸었을 때의 확률값은 $\frac{3}{8}$이다. 확률값 $\frac{1}{2}$을 기준으로 보았을 때는 $\frac{3}{8}$은 $\frac{1}{2}$보다 작기 때문에, 처음의 선택을 바꾸지 않는 것이 낫다는 주장(C)을 할 수 있다. 그러나 [그림 IV-4]의 반박(R)에 의해 학생들은 카드가 네 개 있을 때라는 상황 맥락에 맞추어 처음의 선택을 바꾸는 것이 낫겠다는 주장(C′)에 이르게 되었다. 이 과정에서 주어진 확률값을 맥락에 비추어 해석하는 통계적 추론의 흔적을 엿볼 수 있다. 또한 [그림 IV-4]의 논증에서 자료(D)로부터 주장(C′)에 이르는 추론 과정에는 $\frac{3}{8}$이라는 사실을 설명하기 위하여 최선의 가설인 '처음 선택했을 때의 확률보다 선택을 바꾸었을 때의 확률이 더 크다면 선택을 바꾸어야 한다.'을 통해 주장(C′)을 채택하는 과정이 포함되어 있기 때문에 가추법[5]이 사용되었다고 할 수 있다. 본 연구의 수학교사는 직접적으로 결론을 제시하는 것이 아니라, 반박(R)을 제공함으로써 상황 맥락에 대한 가추적 논증과정의 타당성을 학생들 스스로 판단하도록 유도하고 있었다. 이 교사는 학생들이 논증과정에 기여하도록 하여 담화공동체의 주체가 되게 함으로써 논증의 결론이 학생들의 결과물로 인식되게 하였다.

4. 논증과정에서 나타난 집단적 몰입

수업에서 몰입(academic engagement)이란 학생들이 수업에 능동적으로 참여하고, 수업에서 지

5) 가추법은 관찰된 어떤 현상을 설명하기 위해 최선의 가설을 만드는 논리적 과정으로(CP. 5.171), 이미 알려진 여러 가지 법칙과 연결지어 새로운 가설을 세우거나 기존에는 알려져 있지 않은 새로운 법칙을 만들어내는 다양한 상상을 가능하게 한다(김성도, 1998). 여기서 (CP. 5.171)는 The Collected Papers of Charles S. Peirce의 5권, 단락 번호 171을 말한다(Peirce, 1958).

식과 기능을 습득하기 위해 흥미를 가지고 집중하는 학생들의 심리적인 투자와 노력을 말한다 (Marks, 2000; Newmann, Wehlage, & Lamborn, 1992). 에피소드 4의 '카드가 n개일 때, 조건부 확률의 일반화'의 논증과정은 학생들의 흥미, 주의집중, 능동적 참여와 자발적 노력의 감정적, 인지적, 행동적인 집단적 몰입의 현상을 보여주고 있다.

에피소드 4 : 카드가 n개일 때, 조건부 확률의 일반화

교사와 학생들은 카드가 세 개인 경우와 네 개인 경우에 처음의 선택을 고수하는 것보다 선택을 바꾸는 경우에 자동차에 당첨될 확률이 더 높다는 결론을 얻게 되었다.

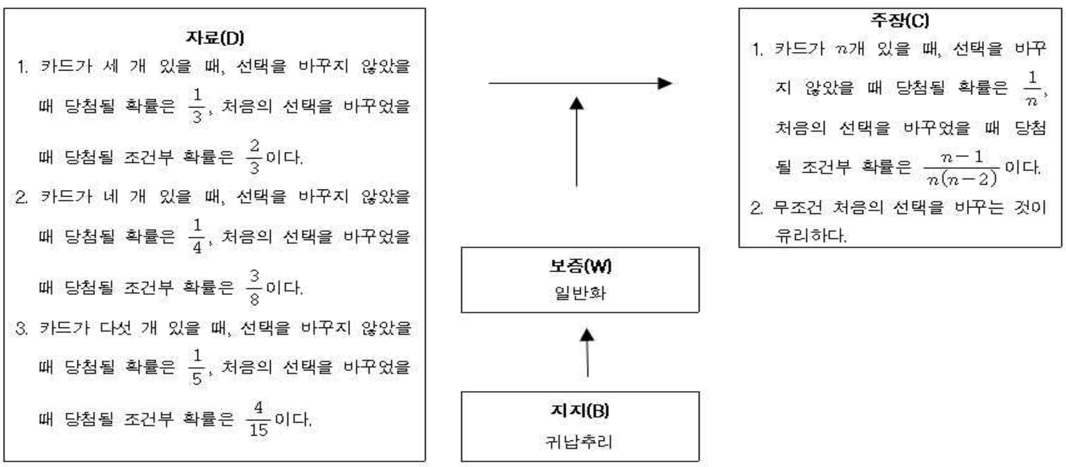
교사 : 그럼 이런 문제는 무조건 바꾸면 유리하냐? 개수에 상관없이?
학생1 : 샘, 다섯 개짜리 해 봐요.
학생2 : 샘, n개로 확장시키죠.
학생3 : 일반화시켜요.

교사는 카드가 다섯 개인 경우를 그리고, 카드가 세 개인 경우와 네 개인 경우에 확률을 구했던 방법과 유사하게 다섯 개인 경우에 처음의 선택을 바꾸었을 때 당첨될 확률이 $\frac{4}{15}$임을 학생들과 함께 유도한다.

교사 : 처음에는 당첨 확률이 얼마였어?
학생들 : $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{15}$이니까..
교사 : 늘어났나?
학생들 : 네
학생4 : 샘, 처음에는 $\frac{1}{3}$에서 $\frac{2}{3}$, 두 번째는 $\frac{2}{8}$에서 $\frac{3}{8}$..
학생5 : 일반화 될 것 같은데요.

교사와 학생들은 선택할 수 있는 카드 수가 n개일 때, 선택을 바꾸지 않았을 때의 확률은 $\frac{n-2}{n(n-2)}(=\frac{1}{n})$, 처음의 선택을 바꾸었을 때의 조건부 확률은 $\frac{n-1}{n(n-2)}$임을 함께 구한다.

위의 에피소드 4를 TAP를 이용하여 나타내면 [그림 IV-5]와 같다. 에피소드 4에서 학생들은 카드가 세 개 있을 때, 네 개 있을 때, 다섯 개 있을 때의 조건부 확률을 자료(D)로 사용하여 카드가 n개 있을 때의 조건부 확률에 관한 주장(C)을 유도하였다. 에피소드 4의 논증과정에서



[그림 IV-5] 카드가 n개 일 때, 조건부 확률의 일반화에 대한 논증

보증(W)은 일반화이고, 보증(W)에 대한 지지(B)는 귀납추리로 볼 수 있다. 이러한 일반화가 가능했던 것은 “이런 문제는 무조건 바꾸면 유리하냐? 개수에 상관없이?”라는 교사의 질문 때문이었다. 에피소드 4에서 교사의 질문은 일반화에 관한 학생들의 추론을 유도했을 뿐만 아니라 학생들이 일반화에 관한 논증과정에 능동적으로 참여하고 몰입하도록 해 주는 매개체의 역할을 하였다.

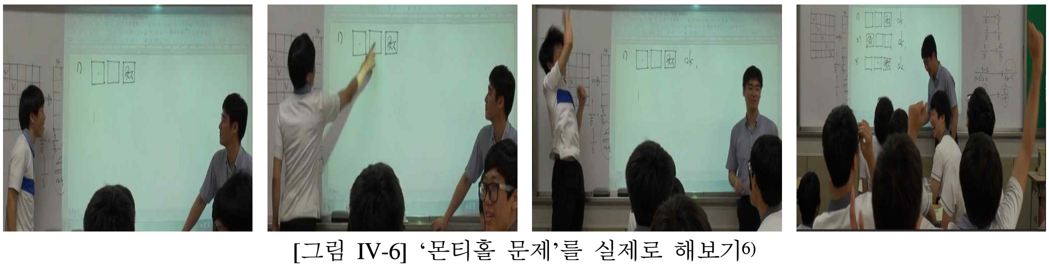
학생들이 수업에 참여하고 몰입하기 위해서는 학생들의 수준에 맞는 과제 맥락, 주어진 과제를 해결하는 데 적절한 기술, 그리고 정의적 요소인 흥미가 요구된다. 본 연구의 수학교사는 조건부 확률에 관한 과제로 ‘몬티홀 문제’를 제시하였는데, 이 과제는 학생들의 기술 수준에 잘 맞았으며 학생들의 흥미를 유도하는데도 성공적이었다. 또한 학생들은 카드가 세 개인 ‘몬티홀 문제’ 상황을 네 개인 경우, 다섯 개인 경우, n개인 경우의 점점 복잡한 상황으로 문제의 조건을 변형하면서 일반화를 시도하였는데, 이러한 수업진행은 교사의 의도가 아니라 학생들의 내적 동기에 의한 학생 주도의 자발적 활동이었다. 학생들의 입장에서 ‘몬티홀 문제’의 일반화는 자신들이 선택한 힘들고 어려운 일이었기 때문에 더 흥미를 가지고 집중하였으며, 해법이 없는 문제를 해결하기 위하여 학생들은 서로의 논증에 주의를 기울이면서 통계적 주장을 제시하고 반박하는 능동적 참여를 보였다. ‘몬티홀 문제’의 일반화된 조건부 확률을 구했을 때 학생들은 “와~ 우리가 해냈다!”라고 함성을 질렀는데, 이러한 집단적 몰입과 성공의 경험은 중요한 정의적 요인으로 논증활동 뿐만 아니라 다른 문제 상황에서도 자신감을 줄 수 있을 것이라 본다.

5. 확률에 관한 경험적 맥락 제공의 시도와 한계

본 연구에 참여한 교사는 ‘몬티홀 문제’에 관한 경험적 확률을 구하는 활동을 시도함으로써 경험적 확률과 이론적 확률의 관계를 탐구하고자 하였다. 그러나 학생들을 대상으로 실제로 해보는 시행은 n이 작은 소표본일 때만 가능하기 때문에 큰 수의 법칙에 관한 경험적 맥락을 제공하는 데는 한계가 있었다. 에피소드 5는 이러한 시도와 한계를 잘 보여주고 있다.

에피소드 5: ‘몬티홀 문제’에 관한 경험적 확률 구하기

‘몬티홀 문제’를 실제로 시행했을 때에도 $\frac{2}{3}$의 확률로 당첨되는지를 알아보기 위하여, 교사는 학생들이 직접 나와서 세 개의 카드 중 한



[그림 IV-6] ‘몬티홀 문제’를 실제로 해보기6)

6) 왼쪽부터 그림을 설명하면, 첫 번째 그림에서 교사가 염소를 그렸을 때 첫 번째 학생은 선택을 바꿀 것인지 유지할 것인지 고민하고 있다. 두 번째 그림에서는 학생이 첫 번째 카드를 선택했다가 두 번째 카드로 선택을 변경하고 있다. 세 번째 그림에서 학생은 당첨이 되었다는 말에 기뻐하고 있다. 마지막 네 번째 그림은 세 명의 학생 모두가 당첨이 되어 교사는 난감해하고 학생들은 환호하고 있다.

개의 카드를 선택하게 한다. 교사가 염소 카드를 보여주면, 학생들은 처음의 선택을 바꾸거나 바꾸지 않는 것을 선택한다. 첫 번째 학생과 두 번째 학생은 선택을 바꾸어서 당첨, 세 번째 학생은 처음의 선택을 그대로 유지해서 당첨이 되었다. 세 명의 학생들은 실제로 자동차에 당첨이 된 것처럼 아주 기뻐하였다.

교사 : (세 번째 학생의 시행에서) 안 바꾼다고? 아~ 당첨. 근데 만약에 바꾼다면 꽝이지? 실제로 세 번 했는데 당첨이 두 번 나왔네. $\frac{2}{3}$.

학생1 : 우연이지.

학생들 : 억지다.

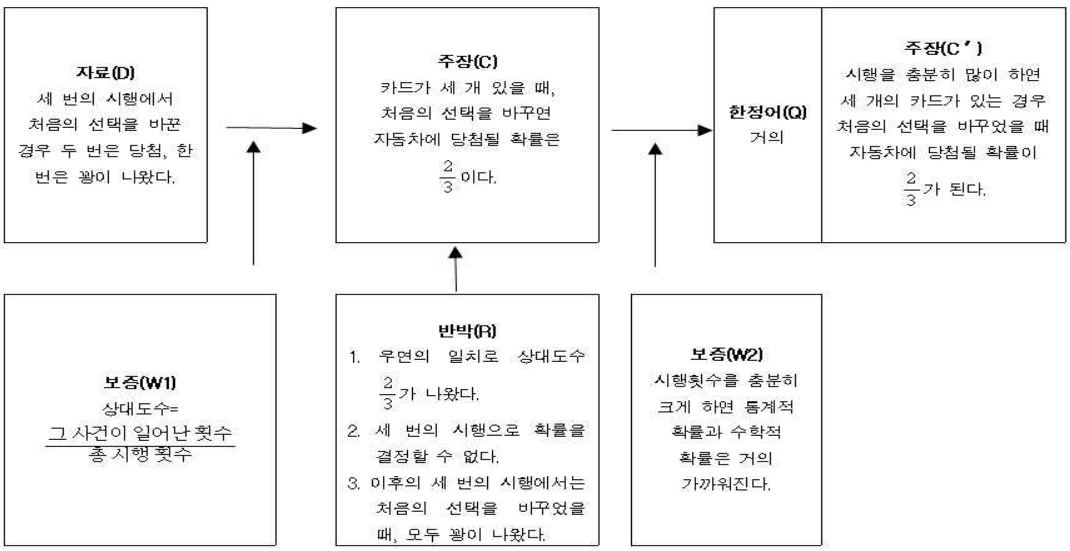
(중략)

교사 : (그 후 다른 세 명의 학생이 차례로 나와 앞의 시행을 반복하였다.) 이거는 바꿨는데 모두 꽝이네. 그러니까 통계적 확률을 계산하려면 n값을 어떻게 해야 한다?

학생들 : 무한대요.

교사 : n의 값을 충분히 크게 하면 $\frac{2}{3}$에 가까워진다는 얘기지?

위의 에피소드 5를 TAP를 이용하여 나타내면 [그림 IV-7]과 같다. 에피소드 5에서 교사는 학생들이 몬티홀 문제 상황을 실제로 경험하게 하는 경험적 맥락을 만들면서 처음의 선택을 바꾸었을 때 자동차에 당첨될 경험적 확률을 구하게 하였다. 교사는 '세 번의 시행에서 처음의 선택을 바꾼 경우 두 번은 당첨, 한 번은 꽝이 나왔다.'는 자료(D)를 사용하여 '카드가 세 개 있을 때, 처음의 선택을 바꾸면 자동차에 당첨될 확률은 $\frac{2}{3}$이다.'라는 주장(C)을 하였다. 이러한 교사의 주장(C)을 뒷받침하는 보증(W1)은 '상대도수= $\frac{\text{그 사건이 일어난 횟수}}{\text{총 시행 횟수}}$'이다. 주장(C)에 관한 반박(R)으로는 '우연의 일치로 상대도수 $\frac{2}{3}$가 나왔다.', '세 번의 시행으로 확률을 결정할 수 없다.', '이후의 세 번의 시행에서는 처음의 선택을 바꾸었을 때, 모두 꽝이 나왔다.'가 있다. 이러한 반박(R)에 대하여 교사가 "통계적 확률을 계산하려면 n값을 어떻게 해야 할까?"라고 질문하자, 학생들은 무한대로 시행을 해 보아야 통계



[그림 IV-7] '몬티홀 문제'의 경험적 확률에 관한 논증

적 확률을 구할 수 있다고 하였다. 하지만 시행을 무한번 하는 것은 현실적으로 어렵기 때문에 교사는 큰 수의 법칙에 해당하는 보증(W2)을 이용하여 시행을 충분히 많이 하면 확률이 거의 $\frac{2}{3}$에 가까워진다는 주장(C′)으로 논증과정을 마무리하였다.

에피소드 5의 논증과정에는 상대도수, 수학적 확률, 통계적 확률, 큰 수의 법칙 등 여러 가지 통계적 개념들이 연관되어 있으며, 자료와 확률에 대한 아이디어가 결합되어 있기 때문에 통계적 추론의 과정을 엿볼 수 있다. 또한 주어진 자료를 설명하기 위하여 처음에는 보증(W1)을 사용하여 주장(C)하였으나, 반박(R)을 통해 보증(W2)를 바탕으로 주장(C′)의 결론을 얻는 과정에서 최선의 가설을 선택하는 가추법의 과정이 사용되었다고 볼 수 있다.

학생들은 ‘몬티홀 문제’를 실제로 경험해 봄으로써 확률실험의 결과가 임의로 나타나는 우연의 상황을 인식하게 되었다. 그러나 “통계적 확률을 계산하려면 n값을 어떻게 해야 할까?”라는 교사의 질문에 ‘무한대’라는 추상적 대답을 한 것으로 보아 통계적 확률은 학생들이 조작할 수 없는 먼 영역에 있는 개념이었다. 이러한 학생들의 반응에 대하여 교사는 “n값을 충분히 크게 하면” 통계적 확률에 가까워진다고 수정해 주었다. 그러나 여기서 ‘충분히 크다’는 기준이 명확하지 않은 애매한 표현으로 학생들이 통계적 확률을 이해하는 것에 관한 어려움을 해결해 주지는 못한 것으로 보인다.

이러한 어려움을 해소하기 위한 방법으로 공학도구의 시뮬레이션을 활용하는 방안을 생각해 볼 수 있다. [그림 IV-8]과 같이 ‘몬티홀 문제’를 직접 체험할 수 있는 시뮬레이션을 통해 n값이 커짐에 따라 안정화된 상대도수(stabilised relative frequency) (Chaput, Girard, & Henry, 2011)로서의 통계적 확률에 대한 개념이 학생들의 실제 경험이 되도록 맥락을 설정할 수 있다. 역사적으로도 ‘몬티홀 문제’를 해결하기 위하여 Monte Carlo의 시뮬레이션 결과를 이용하였으며(Rosenhouse, 2009), 스프레드시트와 같은 공학도구의 시뮬레이션을 사용하기도 하였다(Patterson, Harmel, & Friesen, 2010).

공학도구를 이용한 경험적 맥락을 통하여 학생들은 시행이 무한히 커지게 되면 ‘수학적 확률과 통계적 확률이 같아질 것이다.’라는 자신의 가설을 실험과 관찰을 통하여 확인해 볼 수 있다(이윤경, 조정수, 2015). 즉, 경우의 수의 비율로 구한 수학적 확률과 안정화된 상대도수인 통계적 확률 사이의 서로 다른 관념의 차이를 극복할 수 있게 된다(Chaput et al., 2011). 뿐만 아니라 수학적 확률과 통계적 확률을 실제로 경험할 수 있는 상황 맥락은 학생들이 논증과정에 적극적으로 참여하도록 유도할 수 있으며, 개념에 관한 의미 풍부한 논증환경을 만들 수 있는 중요한 요소가 될 수 있다(Eichler, 2011; Shaughnessy, 2007).

[그림 IV-8] 몬티홀 문제 시뮬레이션(http://www.grand-illusions.com/simulator/montysim.htm)

Ⅴ. 결 론

본 연구는 M고등학교 2학년 상 수준 한 학급의 학생들을 대상으로 '몬티홀 문제'에서 카드의 개수를 n개로 일반화한 조건부 확률을 구하는 과정에서 나타난 논증과정에 대한 담화를 TAP를 이용하여 재구조화하여 분석하였다. 이를 통해 통계 수업에서 논증과정은 통계적 추론과는 어떤 관계가 있으며 교사는 논증과정에 어떠한 역할을 하는지를 알아보았다. 논증과정의 분석을 통해 고등학교 현장에서 확률 지식이 어떻게 생성되고 중재될 수 있는지를 이해하게 되었으며, TAP는 '몬티홀 문제'에 관한 학생들의 이해가 상호작용적으로 진화하는 과정을 보여주었다.

본 연구의 주요 결과를 제시하면, 크게 다음과 같이 다섯 가지로 요약될 수 있다. 첫째, 교사가 제시한 '몬티홀 문제' 상황은 학생들에게 논증의 기회를 제공하는 역할을 하였다. 이러한 인지적 갈등을 유발하는 과제 맥락은 학생들을 논증 중심의 담화 공동체로 만들었으며, 교사와 학생 사이의 협력적 논증활동의 결과 '몬티홀 문제'에서 카드의 개수를 n개로 일반화한 조건부 확률을 유도할 수 있었다.

둘째, 확률·통계 수업을 포함하여 수학 교실에서 논증활동이 교실 규범이 되기 위해서는 학생들이 질문하고 이의를 제기할 수 안전한 교실 문화를 만드는 것이 중요하다. '몬티홀 문제'에서 카드의 개수를 n개로 일반화한 조건부 확률은 학생의 질문에 의해 유발된 것이며, 확률을 구하는 과정에서 학생들의 반박과 이의 제기를 통해 타당한 결론에 이를 수 있었기 때문이다. 본 연구의 수학교사는 수업 중에 "여기까지 중에서 질문? 질문이 없으면 만들어 봐."라는 말을 반복하면서 학생들의 질문을 유도하였고, 질문에 대한 피드백을 통해 학생들과 수업담화를 이어나가고 있었다. 이러한 교사의 담화는 학생들이 질문하고 이의를 제기할 수 있는 안전한 교실 문화를 형성하는데 기여하였으리라 판단된다.

셋째, 교사가 결론을 직접적으로 제시하기 보다는 학생들이 논증활동의 주체가 되어 추론하도록 유도해야 한다. 본 연구에서 수학교사는 학생들이 올바른 논증의 결과에 도달할 수 있도록 중재하는 역할을 하였으나, 항상 학생 스스로 결론을 내릴 수 있도록 추론의 기회를 주고 기다려 주었다. '몬티홀 문제'에서 카드의 개수를 n개로 일반화한 조건부 확률을 구하였을 때, 학생들이 환호하면서 "선생님 정말 대단해요."라고 하자, 교사는 "아니야. 이건 다 너희들이 한 거야."라고 하면서 논증과 추론의 주체가 학생이 되도록 하며, 학생들 스스로 결론을 유도하도록 도와주는 조력자의 역할을 하였다.

넷째, 수업에 참여한 학생들은 '몬티홀 문제'의 일반화된 조건부 확률을 구하는 과정에서 집단적 몰입을 경험하였다. '몬티홀 문제'에서 카드의 개수를 n개로 일반화한 확률은 교사가 의도한 내용이 아니라 학생들의 자발적 관심과 흥미로 인해 학생들이 과제의 조건을 더 어렵게 변형한 경우에 해당한다. 카드가 세 개인 경우와 유사하게 네 개, 다섯 개인 경우의 확률을 구해보면서 학생들은 조건부 확률의 일반화된 식을 얻을 수 있었다. 복잡한 문제를 함께 해결하는 경험을 통해 학생들의 인지적 부담은 줄어들었고 흥미는 높아졌다고 본다. 특히 이 경우는 학생들의 내적 동기에 의한 것이었기 때문에 더 몰입할 수 있었으리라 생각된다.

다섯째, 실제적인 경험적 맥락은 개념의 이해를 풍부하게 한다. 에피소드 5에서 교사는 '몬티홀 문제'를 실제로 시행하면 이론적 확률과 같은 결과가 나오는지 확인하는 활동을 하였다. 이러한 경험적 맥락은 학생들에게 결과가 임의로 나타나는 확률 상황을 인식하도록 하였으며, n의 크기가 충분히 클 때 상대도수가 이론적 확률에

가까워진다는 큰 수의 법칙에 관한 개념을 연결지어 생각하는 통계적 추론을 유도하였다.

지금까지 살펴본 본 연구의 주요 결과들로부터 다음과 같은 확률·통계 교육에 대한 결론과 시사점을 고려해 볼 수 있다. 첫째, 확률·통계 수업에서 논증활동은 학생들이 확률·통계의 개념과 문제 상황 맥락을 연결하고 해석하는 통계적 추론을 유도해야 한다. 본 연구에서 나타난 논증과정을 살펴보면, 에피소드 3과 에피소드 5에서 통계적 추론이 나타나기는 하였지만 그 정도는 매우 낮았고, 대부분 확률 문제 풀이 위주의 수학적 추론이 나타났다. 통계적 추론은 자료에서 나온 결과를 해석하는 과정에서 발생하는 사고과정이므로 결론이 항상 100% 확실하다고 말할 수는 없다. 그러나 본 연구의 논증과정에서는 결론이 100% 참인 수학적인 해석이 많았기 때문에 한정어(Q)를 사용한 논증의 비율이 매우 낮았다. 이는 우연적으로 발생하는 확률·통계의 특성이 제대로 반영되지 않은 결과로, 확률과 통계를 연결하는 통계적 추론에 관한 교사의 인식이 필요할 것이라 본다.

둘째, '질문'은 논증과정이 일어나도록 하는 촉매제의 역할을 한다. 본 연구에서 논증과정이 나타난 에피소드를 분석한 결과, 대부분의 추론은 학생 또는 교사의 질문에 의한 경우가 많았다. 예를 들어, '몬티홀 문제'에서 카드의 개수를 n개로 일반화한 활동도 "카드의 개수가 늘어나면 어떻게 되요?"라는 학생의 질문과 "이런 문제는 무조건 바꾸면 유리하냐?"라는 교사의 질문에 의해 시작된 것이었다. 이는 질문에 대한 교사의 인식과 대응 및 피드백 발화의 중요성을 시사한다고 볼 수 있다. 따라서 교사는 학생들의 질문에 주의를 기울이고, 그러한 질문이 생산적인 논증으로 이어질 수 있도록 적절한 피드백을 주어야 할 것이다.

셋째, 교사는 학생들이 다양한 사고와 추론을 발전시킬 수 있도록 수업담화를 이끌어야 한다. 본 연구의 논증과정에서는 유비추리, 귀납추리, 가추법 등 다양한 추론이 나타났다. 학생들은 논증과정을 통해 다양한 사고와 추론을 경험할 수 있기 때문에, 통계 수업에서 논증이 포함된 수업담화는 중요한 역할을 한다(Garfield & Ben-Zvi, 2008c). 논증은 최소한 자료, 주장, 보증의 세 가지 요소로 구성되어야 정당성을 확보할 수 있는데, 이 때 자료가 생산적인 주장으로 이어지기 위해서는 교사의 중재가 필요하다(Boero, 1999; Erduran, Simon, & Osborne, 2004). "무슨 이유로 그렇게 말하지?"와 같이 보증을 유도하는 교사의 수업담화는 학생들의 추론과정에 매우 중요한 역할을 하며(Erduran et al., 2004; Vincent, Chick, & McCrae, 2005), 보증에 관한 토론은 학생들에게 학습의 기회를 제공할 수 있다(Weber et al., 2008). 그러므로 교사는 추론의 근거가 되는 보증을 학생들이 표현하고 반성하는 과정을 거치게 하고 이러한 과정이 통계적 추론으로 이어지도록 시작담화와 피드백 담화를 고민해서 사용해야 할 것이다(Khisty & Chval, 2002).

넷째, '몬티홀 문제' 상황을 조건부 확률에 관한 기호화로 연결시킬 필요가 있다[7]. 본 연구에서 한 학생이 '몬티홀 문제'에서 조건이 무엇이냐고

7) 이 문제 상황에 내포된 조건부 확률의 기호화에 대한 예: 세 장의 카드가 있을 때, 게임 참가자가 첫 번째 카드를 선택하였다고 가정하자. 두 번째 카드가 자동차인 사건을 A, 사회자가 염소가 그려진 세 번째 카드를 보여주는 사건을 B라고 하면, 처음의 선택을 바꾸었을 때 자동차에 당첨될 확률은 다음과 같이 기호화할 수 있다.

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B|A)\cdot P(A)}{P(B)}=\frac{1\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

질문하자, 교사는 사회자가 자동차의 위치를 알고 있는 것이 주어진 조건이라고 반응하긴 하였지만, 이 담화 이외에는 '몬티홀 문제'를 해결하는 과정에서 조건부 확률의 개념은 나타나지 않았다. 이러한 수업을 하고자 하는 경우, 우리가 구하고자 하는 조건부 확률 $P(A|B)$에서 사건 A와 사건 B는 무엇이며, 표본공간의 축소가 확률에 어떤 영향을 미치는지에 관한 탐구가 추가될 필요가 있다고 본다. 수학적 사고는 기호화의 활동을 통해 실현되며, 기호는 인간의 사고와 의사소통에서 중요한 역할을 하므로(Otte, 2006), 학생들이 맥락 속에 숨겨진 조건부 확률의 의미를 이해하고 조직하는 추론능력을 가지도록 하기 위해서는 다양한 통계적 관점에 대한 기호화 경험이나 활동이 수업시간에 제공되어야 할 것이다.

다섯째, 학생들의 수준에 맞는 과제에 관한 연구가 필요하다. 본 연구를 통해 과제 맥락은 생산적인 논증의 기회를 만드는데 필요한 전제조건이라는 것을 알 수 있었다. 그러나 '몬티홀 문제'는 자연계열 상 수준의 학생들에게는 호기심을 유발하기에 적절한 과제이었지만, 인문계열이나 수학에 관심이 없는 학생들에게는 본 연구에서와 같은 논증과정이 나타나지 않을 수 있다. 학생들이 과제에 흥미를 갖도록 하기 위해서는 학생들의 경험과 밀접한 상황 맥락이 요구되는데, '몬티홀 문제'가 아닌 다른 과제 맥락이 주어졌을 때, 과제에 따른 논증과정 또는 추론 양상은 어떻게 변화하는지, 이 과정에서 사회수학적 규범, 교사의 발문, 그리고 학생들의 반응에 대한 교사의 대응력은 어떤 영향을 미치는지에 관한 후속연구가 필요할 것이라 본다.

여섯째, 공학도구의 시뮬레이션 기능을 활용하여 추상적 확률 개념을 이해할 수 있는 맥락을 제공할 필요가 있다. 본 연구의 수학교사는 학생들이 실제로 '몬티홀 문제'를 시행하게 함으로써 확률 상황이 학생들의 실제 경험이 되도록 하였다. 하지만 실제 수업에서는 충분히 많은 시행이 불가능하기 때문에 'n의 값을 충분히 크게 하면 통계적 확률이 수학적 확률에 가까워진다.'는 큰 수의 법칙의 결론을 직접적으로 제시할 수 밖에 없었다. 수학 수업시간에 공학도구를 활용하면 학생들은 주어진 과제를 직접 실험하고 관찰, 탐구할 수 있으며(Magalhães & Martinho, 2012), 수학에 어려움을 겪는 학생들도 평등한 수업 참여의 기회를 가질 수 있다. 뿐만 아니라 지필 환경에서는 볼 수 없었던 다양한 표상을 통해 그 의미에 대해 사고할 수 있게 된다. 공학도구의 이러한 역할로 인해 학생들은 적극적이고 비판적인 태도를 가질 수 있게 되며, 이는 논증활동이 활성화되는데 기여를 할 것이다(Kutzler, 2003). 따라서 단지 숫자를 계산하는 수단으로서가 아니라 개념적 아이디어를 탐구하고 학생들의 학습, 협력, 의사소통을 강화하는 방법으로서 공학도구에 대한 후속 연구가 있어야 할 것이다.

참고문헌

강현영, 송은영, 조진우, 이경화(2011). 통계적 논증활동을 강조한 통계수업의 효과에 대한 사례연구. **수학교육학연구, 21**(4), 399-422.

김성도(1998). 가추법의 화용론적 함의. **담화와 인지, 5**(2), 23-40.

도모노 노리오(2007). **행동경제학** (이명희 번역.). 서울: 지형. (원본출판 2006).

민병곤(2001). 논증 이론의 현황과 국어 교육의 과제. **국어교육학연구, 12**(1), 237-285.

박영신(2006). 교실에서의 실질적 과학 탐구를 위한 과학적 논증 기회에 대한 이론적 고찰. **한국지구과학회지, 27**(4), 401-415.

박정숙(2014). 몬티홀 딜레마에 대한 학생들의 이해와 수업적용. **한국수학사학회지, 27**(3),

211-231.

배식한(2011). 논증과 논증행위: 비판적 사고 교육의 관점에서. **철학사상, 42**, 151-183.

오택근, 박미미, 이경화(2014). 수학적 토론에서 의사소통적 갈등과 인지 갈등의 관계. **수학교육학연구, 24**(2), 125-143.

이윤경, 조정수(2015). 고등학교 통계 수업 시간에 나타난 교사-학생 간 수업담화 분석: Mehan의 이론을 중심으로. **학교수학, 17**(2), 203-222.

이정아(2012). 과학수업담화 연구의 배경과 전개. **한국초등교육, 23**(4), 141-156.

이종학(2011). 학교 수학에 활용 가능한 확률·통계 영역에서의 역사적 패러독스. **한국수학사학회지, 24(**4), 119-141.

한제준(2013). **계절 변화 수업의 논증과정 및 논증적 담화 전략 분석**. 미출판 박사학위논문, 한국교원대학교, 청주.

Anthony, G., & Hunter, R. (2010). Communities of mathematical inquiry to support engagement in rich tasks. In B. Kaur & J. Dindyal (Eds.), *Mathematical applications and modelling: Yearbook 2010* (pp. 21-39). Toh Tuck Link, Singapore: World Scientific Publishing.

Ben-Zvi, D., & Garfield, J. B. (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Boero, P. (1999). Argumentation and mathematical proof: A complex, productive, unavoidable relationship in mathematics and mathematics education. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof, 7*(8).

Breton, P., & Gauthier, G. (2000). **논증의 역사** (장혜영 번역.). 서울: 커뮤니케이션북스. (원본출판 2000).

Chaput, B., Girard, J. C., & Henry, M. (2011). Frequentist approach: Modelling and simulation in statistics and probability teaching. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (pp. 85-95). New York: Springer.

Chinn, C., & Anderson, R. (1998). The structure of discussions inteded to promote reasoning. *The Teachers College Record, 100*(2), 315-368.

Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*, 258-277.

Crusius, T. W., & Channell, C. E. (1998). *The aims of argument: A rhetoric and reader*. Houston: Mayfield Publishing Company.

Driver, R., Newton, P., & Osborne, J. (2000). Establishing the norms of scientific argumentation in classrooms. *Science Education, 84*(3), 287-312.

Dunham, W. (2004). **수학의 천재들** (조정수 번역.). 서울: 경문사. (원본출판 1991).

Eichler, A. (2008). Teachers' classroom practice and students' learning. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE study: Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Monterrey, Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education. Online:
www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publication

Eichler, A. (2011). Statistics teachers and classroom practices. In C. Batanero, G. Burrill, & C.

Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (pp. 175-186). New York: Springer.

Erduran, S., Simon, S., & Osborne, J. (2004). TAPing into argumentation: Developments in the application of Toulmin's argument pattern for studying science discourse. *Science Education, 88*(6), 915-933.

Furtak, E. M., Hardy, I., Beinbrech, C., Shavelson, R. J., & Shemwell, J. T. (2010). A framework for analyzing evidence-based reasoning in science classroom discourse. *Educational Assessment, 15*(3-4), 175-196.

GAISE (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) college report*. The American Statistical Association (ASA). Retrieved June 4, 2014, from www.amstat.org/education/gaise/GAISECollege.htm

Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education, 10*(3). www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.htm

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008a). *Developing students statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. New York: Springer.

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008b). Research on teaching and learning statistics. In J. Garfield & D. Ben-Zvi. (Eds.), *Developing students statistical reasoning: Connecting research and teaching practice* (pp. 21-43). New York: Springer.

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008c). Creating statistical reasoning environments. In J. Garfield & D. Ben-Zvi. (Eds.), *Developing students statistical reasoning: Connecting research and teaching practice* (pp. 45-63). New York: Springer.

Granberg, D., & Brown, T. A. (1995). The Monty Hall dilemma. *Personality and Social Psychology Bulletin, 21*(7), 711-723.

Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., & Simpson, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: The importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics, 66*(1), 3-21.

Jimenez-Aleixandre, M. P., Rodriguez, A. B., & Duschl, R. A. (2000). “Doing the lesson” or “doing science”: Argument in high school genetics. *Science Education, 84*(6), 757-792.

Khisty, L., & Chval, K. (2002). Pedagogic discourse and equity in mathematics: When teachers' talk matters. *Mathematics Education Research Journal, 14*, 154-168.

Kopperschmidt, J. (1985). An analysis of argumentation. In T. A. Dijk (Ed.), *Handbook of discourse analysis, vol 2* (pp. 159-168). New York: Academic Press.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Kutzler, B. (2003). CAS as pedagogical tools for teaching and learning mathematics. In T. Fey, A. Cuoco, C. Kieran, L. McMullin, R. M. Zbiek (Eds.), *Computer algebra systems in secondary school mathematics education* (pp. 53-71). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, INC.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal, 27*, 29-63.

Lovett, M. (2001). A collaborative convergence on studying reasoning processes: A case study in statistics. In S. M. Carver & D. Klahr (Eds.), *Cognition and instruction: Twenty-five years of progress* (pp. 347-384). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Magalhães, M., & Martinho, M. H. (2012). The role of graphical calculator in developing mathematical argumentation. *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education Topic Study Group 19* (pp. 3888-3897). Seoul, Korea.

Maloney, J., & Simon, S. (2006). Mapping children's discussions of evidence in science to assess collaboration and argumentation. *International Journal of Science Education, 28*(15), 1817-1841.

Marks, H. M. (2000). Student engagement in instructional activity: Patterns in the elementary, middle, and high school years. *American Educational Research Journal, 37*(1), 153-184.

McCrone, S. S. (2005). The development of mathematical discussion: An investigation in a fifth grade classroom. *Mathematical Thinking and Learning, 7*(2), 111 – 133.

Miller, M. (1987). Argumentation and cognition. In M. Hickmann (Ed.), *Social and functional approaches to language and thought* (pp. 225-249). San Diego, CA: Academic Press.

Newmann, F. M., Wehlage, G. G., & Lamborn, S. (1992). The significance and sources of student engagement. In F. Newmann (Ed.), *Student engagement and achievement in American secondary schools* (pp. 11-39). Amsterdam, NY: Teachers College Press.

Newton, P., Driver, R., & Osborne, J. (1999). The place of argumentation in the pedagogy of school science. *International Journal of Science Education, 21*(5), 553-576.

Osborne, J., Erduran, S., & Simon, S. (2004). Enhancing the quality of argumentation in school science. *Journal of Research in Science Teaching, 41*(10), 994-1020.

Otte, M. (2006). Mathematical epistemology from a Peircean semiotic point of view. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1-2), 11-38.

Patterson, M. C., Harmel, B., & Friesen, D. (2010). A spreadsheet simulation of the Monty Hall Problem. *American Journal of Business Education, 3*(2), 1-14.

Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics, 66*(1), 23-41.

Pedemonte, B., & Reid, D. (2011). The role of abduction in proving processes. *Educational Studies in Mathematics, 76*(3), 281-303.

Peirce, C. S. (1958). *Collected papers of Charles Sanders Peirce, Vols I-VI*. C. Hartshorne & P. Weiss (Eds.). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Rosenhouse, J. (2009). *The Monty Hall problem: The remarkable story of math's most contentious brain teaser*. Madison, NY: Oxford University Press.

Sacks, H., & Jefferson, G. (1995). *Lectures on conversation*. Oxford, UK: Blackwell.

Salmon, W. C. (2008). **논리학** (곽강제 번역.). 서울: 박영사. (원본출판 1984).

Sampson, V., & Clark, D. B. (2008). Assessment of the ways students generate arguments in science education: Current perspectives and recommendations for future directions. *Science Education, 92*(3), 447-472.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. K. Lester (Ed.), S*econd handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the national council of teachers of Mathematics* (pp. 957-1010). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Simon, S., Erduran, S., & Osborne, J. (2006). Learning to teach argumentation: Research and development in the science classroom. *International Journal of Science Education, 28*(2-3), 235-260.

Sprenger, J. (2010). Probability, rational single-case decisions and the Monty Hall problem. *Synthese, 174*(3), 331-340.

Stephan, M., & Rasmussen, C. (2002). Classroom mathematical practices in differential equations. *The Journal of Mathematical Behavior, 21*(4), 459-490.

Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Vincent, J., Chick, H., & McCrae, B. (2005). Argumentation profile charts as tools for analysing students' argumentations. In H. Chick & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4* (pp. 281‐288). Melbourne, Australia: IGPME.

Walpole, E. (2012). **핵심 확률 및 통계학**. (로널드 월폴, 레이먼드 마이어스, 섀런 마이어스, 키잉 예, 김봉선, 유영관, 박종천, 이상호 번역.). New York: Pearson Education. (원본출판 2012).

Walshaw, M., & Anthony, G. (2008). The teacher's role in classroom discourse: A review of recent research into mathrmatics classrooms. *Review of Educational Research, 78*(3), 516-551.

Weber, K., & Alcock, L. (2005). Using warranted implications to understand and validate proofs. *For the Learning of Mathematics, 25*(1), 34-51.

Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H. S. (2008). Learning opportunities from group discussions: Warrants become the objects of debate. *Educational Studies in Mathematics, 68*(3), 247-261.

Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1* (pp. 9-23). Utrecht, Netherlands: IGPME.

An Analysis on Argumentation in the Task Context of 'Monty Hall Problem' at a High School Probability Class

Lee, Yoon-Kyung (Graduate School, Yeungnam University)
Cho, Cheong-Soo (Yeungnam University)

This study aims to look into the characteristics of argumentation in the task context of 'Monty Hall problem' at a high school probability class. As a result of an analysis of classroom discourses on the argumentation between teachers and second-year students in one upper level class in high school using Toulmin's argument pattern, it was found that it would be important to create a task context and a safe classroom culture in which the students could ask questions and refute them in order to make it an argument-centered discourse community. In addition, through the argumentation of solving complex problems together, the students could be further engaged in the class, and the actual empirical context enriched the understanding of concepts. However, reasoning in argumentation was mostly not a statistical one, but a mathematical one centered around probability problem-solving. Through these results of the study, it was noted that the teachers should help the students actively participate in argumentation through the task context and question, and an understanding of a statistical reasoning of interpreting the context would be necessary in order to induce their thinking and reasoning about probability and statistics.

* Key Words : probability(확률), statistical reasoning(통계적 추론), argumentation(논증과정), Toulmin's Argument Pattern(TAP, Toulmin의 논증패턴), Monty Hall problem(몬티홀 문제)

논문접수 : 2015. 8. 7
논문수정 : 2015. 9. 3
심사완료 : 2015. 9. 4