대한수학교육학회지 <학교수학> 제 17 권 제 3 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 17, No. 3, 391 ~ 405 Sep 2015

시선 추적기를 통해 본, 4학년 학생들의 방정식에 대한 관계적 사고 형성
-웹기반 저울을 중심으로-[1)]

이 미 진[*] · 이 광 호[**]

본 연구에서는 시선추적기(Eye-Tracker)를 활용하여 웹기반 저울 교수학습 프로그램을 이용한 대수적 실험이 학생들의 방정식에 대한 관계적 사고를 형성 시키는지를 학생들의 시선 움직임으로 확인하고자 하였다. 연구문제를 해결하기 위해 전주의 J초등학교 4학년 학생 24명을 대상으로 방정식(a+b+c=d+_) 문제를 3블록, 4가지 형식(12문항)으로 제시하여 시선추적기를 통해 사전사후검사를 실시하고 전략이 뚜렷하지 않은 경우는 면담을 실시하여 인지 과정을 살펴보았다. 수업은 웹기반 수저울 중심으로 등호에 대한 개념 이해와 관계적 사고가 형성되도록 짜여졌다. 그 결과 웹기반 수저울은 받침점을 기준으로 좌우를 비교하도록 하는 과제 해결과정에서 등호에 대한 개념 형성 뿐 아니라, 평형을 이루기 위해 좌우를 살피는 문제 해결과정을 통해 관계적 사고를 형성할 수 있었다.

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

초등학교 수준에서부터 대수와 대수적 사고는 모든 학년 단계에서 가르쳐질 수 있으며 그 대수적 수준은 학년이 거듭될수록 학생들에게 더 세련되고 복잡해진다(NCTM, 2000). 이러한 기초대수단계에서는 보다 세련된 대수 공부를 위한 준비과정으로써 건전한 이해와 경험의 기초를 쌓아야 한다. 대수의 개념은 분류, 규칙성, 관계, 범자연수 연산, 함수 탐구, 단계별 과정 등을 다룰 때 나타난다(NCTM, 2000). 이 중 관계는 미지의 양과 주어진 양을 파악하여, 동치인 두 양으로 표현하고 비교하는, 방정식 풀이에서 나타난다. 대수방정식의 풀이는 등호의 기본적인 관계 개념에서 시작한다.

방정식에서 등호의 개념은 관계적 사고로 나아갈 수 있는 계기를 마련할 수 있다. 여기서 등호는 동등성(equality)의 개념으로 습득되어야 하며 이를 위하여 교육과정 전반에 걸쳐 개발되어야 한다. 그러나 어린 아동들은 전형적인 교수법의 결과로 인하여 등호를 조작적으로만 인지한다. 즉 등호를 '무엇인가 하는 것'으로 간주하는 것이다(Behr, Erlwanger, & Nichols, 1980; Kieran, 1981). 많은 학생들이 등호의 의미를 잘 이해하지 못하여 대수적 수행을 잘하지 못한다. 그들은 등호를 평형을 의미하는 것으로 해석하기 보다는 '답이 다음에 나오는 것'으로 해석하는 경향이

* 전주진북초등학교, mjl8520@gmail.com (제1 저자)
** 한국교원대학교, paransol@knue.ac.kr (교신저자)
1) 본 논문은 제1 저자의 석사학위 논문을 바탕으로 편집되었음

많다(Sherman, J. & Bisanz, J., 2009). 이러한 등호의 동등성을 이해하지 못할 때 방정식의 좌변과 우변의 관계를 살피기보다는 절차나 결과 값만을 제시하는 것으로 인식하여 결국 관계적 사고로 나아가는 것을 막게 된다.

방정식에서 좌변과 우변이 같은 수일 때, '같다'라는 말(또는 기호'=')로 그 관계를 표현한다. 이 관계 개념은 어린 학생들에게는 아직 어렵다. 저학년 수업에서는 지나칠 정도로 학생들에게 등호를 절차의 한 단계로 생각하도록 하고 있다(Ashlock, 2010). 그러한 영향으로 미국 초등학생들은 전형적으로 등식을 해석하는 데 바른 관계적 스키마 보다는 오히려 전형적으로 잘못된 조작적 스키마를 습득한다. 이런 조작적 스키마의 학습 결과로 그 영향이 수년간 지속되며, 심지어 대수적 수준이 발전되어 관계적 스키마가 학습된 이후에도 그 영향이 지속된다고 64명의 학부생을 대상으로 한 실험으로 밝혀졌다(Chesney, McNeil, Brockmole, & Kelley, 2013).

우리나라 초등학교 교사들의 등호 개념 지도를 위한 일반 지식에서, 등호를 관계적으로 이해하기 보다는 조작적으로 이해한 교사들의 빈도가 높았다. 교수 방법 지식 면에서는 등식 또는 등호 개념을 지도할 때 조작적 방식을 통해 지도하겠다는 응답이 높았다. 그러나 등호의 명칭을 정확하게 지도 한다고 응답한 교사는 소수였으며, 학습자의 등호 이해를 개선하기 위해 자신만의 고유한 지도방법을 갖고 있는 교사도 그 수가 비교적 적었다(오지혜, 2011). 산술의 바탕에 대수적 개념이 놓여 있음을 분명하게 인식하고, 학생들을 지도해야 하는 교사들에게도 등호의 개념을 분명히 하고 그에 따른 지도방법을 제시해 줄 필요가 있다.

그러한 잘못된 조작적 사고를 개선하고 대수적인 관계적 사고를 기르기 위한 방법 중 하나가 저울을 사용한 대수적 실험이다. 대수적인 등식을 입증하기 위해 저울을 사용하는 개념은 일차방정식을 소개하기 위한 가장 평범한 방법 중 하나이다(Pirie and Martin 1997; Kurz, 2013 재인용). '같다'의 의미를 설명함으로써 등식을 모델화한다(Vlassis 2002). 왜냐하면, 저울의 중심(받침점)은 등호에 상호 관계되기 때문이다. 저울이 중심에서 유지되기 위해서는, 값이 양쪽에서 같아야만 한다(Kurz, 2013). 학생들에게 대수적 이해를 발전시키고, 같음의 의미를 더 깊게 하도록 도울 수 있는 저울의 사용은 학생들의 학습에 유용하다. Warren과 Cooper(2009)는 저울모델이 학생들이 등가를 발달시키도록 돕는데 강력하다는 것을 발견했다. 그들은 학생들의 이해를 지원하는데 유용하다고 생각되는 등가 모델의 다른 표현들을 사용하고 비교 한다는 것을 발견했다. 저울 모델은 다루기 쉬우며(Warren & Cooper, 2009) 다양한 학년 수준에 걸쳐 사용이 가능하다. 이런 수-저울을 활용한 도구들은 교실에서 문제-기반에 대한 학습을 지원할 수 있는 잠재성 때문에 선정될 수 있었다. 교사는 그러한 수업계획을 발전시켜야 하며 수학적으로 구체적인 것을 추상적인 것에 연결시키도록 그 도구들의 사용을 안내할 수 있다. 교사는 학생들이 저울의 받침대에 등식의 중심점으로의 등호 개념을 상호작용하도록 도와야 한다.

저울을 사용한 대수적 실험이 등호에 대한 개념을 올바르게 하고 관계적 사고를 형성하는지를 알아보기 위한 방법으로 시선추적기를 사용할 수 있다. 사람의 시선 움직임은 무의미하지 않으며, 두뇌에서 감각기를 통해 받아들인 정보를 처리하기 위한 목적을 지닌 목적적 행동으로 알려져 있다(Brooks & Meltzoff, 2005; 변정호, 이일선, 권용주, 2011 재인용). 눈의 움직임 패턴은 문제를 풀이하는 동안 사고의 진행을 구현해 낼 수 있으며 관계적 스키마의 활성 표식으로 관계적 사고의 진행을 구현하여 눈의 움직임 연구에

사용할 수 있다(Thomas & Lieras, 2007). 이러한 방정식 문제 해결과정에서도 전형적인 산술전략을 사용하는지 또는 관계적 스키마가 활성화 되는지에 대한 가능한 정보의 원천으로 눈의 움직임 패턴이 사용될 수 있다(Chesney, McNeil, Brockmole, & Kelley, 2013).

따라서 본 연구에서는 시선추적기(Eye-Tracker)를 이용하여 초등학교 4학년 학생들의 등호에 대한 개념 이해 및 방정식에 대한 전략을 진단하고, 웹기반 수저울 프로그램을 이용한 교수학습을 통해 등호에 대한 개념 및 방정식에 대한 관계적 사고가 형성 되는지를 확인하여, 초등학교에서의 전대수적 단계로의 지도에 시사점을 얻는데 목적이 있다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 시선추적으로 살펴본 방정식

시선추적 방법을 활용하면 사용자가 관심을 가지고 본 대상의 영역을 확인할 수 있으며 결과 해석을 통해 연구 대상자가 인터페이스에서 어떤 요소에 관심을 가지며, 어떻게 인지하는지를 알 수 있다(Rommelse, Stigchel & Sergeant, 2008; 변정호, 이일선, 권용주, 2011 재인용)

시선추적에 사용되는 시선추적기(eye-tracker)는 동공의 위치와 크기를 측정하기 때문에 안구 고정운동(fixation)과 도약(saccade) 같은 즉각적인 생리 반응을 추적함으로써 시각적 주의와 관련된 데이터를 산출해 낼 수 있다 이러한 측정값은 기존 연구들에서 많이 사용되는 사후 인터뷰 방법에서 발생할 수 있는 기억의 변형이나 왜곡 영향을 최소화 할 수 있다. 즉 피험자의 테이터 측정에 간섭효과를 일으킬 수 있는 변인들을 사전에 통제하여 두뇌의 활동을 통해 나타나는 행동결과를 효과적으로 수집할 수 있다. (김지호, 송미란, 김재휘, 2007; Karatekin, 2007; 변정호, 이일선, 권용주, 2011 재인용)

눈의 움직임 패턴은 문제 풀이하는 동안 사고의 진행을 구현해 낼 수 있으며 관계적 스키마의 활성의 표식으로써 관계적 사고의 진행을 구현으로써 눈의 움직임을 연구에 사용할 수 있다.(Thomas & Lieras, 2007)

각 개인이 문제 풀이하는 동안 전형적인 산술전략을 사용할 때에도 관계적 스키마가 활성화 되는지, 또는 그 반대인지, 문제 풀이를 진행하는 동안 관계적 스키마의 활성화가 없을 때에도 전형적인 산술전략이 사용되는지의 여부를 알아볼 수 있는 정보의 가능한 원천일 수 있다. (Chesney, McNeil, Brockmole, & Kelley, 2013)

이런 선행 연구들을 통하여 본 연구는 방정식 문제를 성공적으로 풀기 위해서 등호를 기준으로 가로질러 눈을 더 많이 움직이는 참가자들이 눈을 덜 움직이는 참가자들보다 더 맞는 전략을 사용하고 더 적게 산술적인 전략을 사용하는지 알아보고자 한다.

2. 전대수적 단계로서의 방정식 지도

본 연구에서는 산술에서 대수로의 자연스러운 이행을 돕기 위한 전대수적 교육과정의 수준에서, 즉 본격적인 대수 학습 이전에 대수적 사고 요소를 포함하는 학습과정을 경험하도록, 웹기반 저울을 이용한 대수적 실험으로, 구체적 매개체를 통해 방정식과의 연결성을 구축하여 대수로 나아갈 수 있는 준비를 돕고자 하였다. Carpenter, Franke, Levi는 학생들이 그들 스스로 등식에 대한 이해를 구성할 수 있도록 하기 위해서 교사가 알아야 할 기준을 제시하고 있다(Ashlock, 2010, 재인용).

- 학생들은 등호를 어떤 의미로 생각하고 있

는지 기술한다.

- 학생들은 a+b=c의 형태가 아닌 수식도 참인 것으로 받아들인다.(예를 들면, 6=2+4, 또는 5=5)
- 학생들은 등호의 양변에 있는 것을 계산하고 비교한다. 즉, 그들은 관계 개념을 인식한다.
- 학생들은 계산하지 않고도 비교한다.

또한, 아동들은 방정식의 이해를 이루는 3가지 요소의 기준을 완성한다. (a) 방정식 풀이 (b) 방정식 코딩하기 (c) 등호 정의하기(e.g. Hattikudur & Alibali, 2010; Matthews & Rittle-Jonnson, 2009; McNeil & Alibali, 2005b; McNeil et al. 2010). McNeil & Alibali(2005b)에 의하면 이 3가지 요소들은 별개의 세(3) 체계이지만 이론적으로 관련되어 있으며, 수학방정식의 이해에 포함되어 있는 구성개념이다(McNeil, N. M., Chesney, D. L., Matthews, P. G. et al., 2012 재인용).

본 연구는 방정식에 대한 수업과정 속에서, 학생들 스스로 등식에 대한 이해를 돕기 위한 기준들은 교사의 적절한 발문을 통해 학생들의 웹기반 저울의 조작과 함께 등호에 대한 관계적 사고를 형성시키도록 도울 수 있을 것이다. 또한 수학 방정식의 이해를 이루는 위의 3가지 요소들에 의해 학생들의 방정식에 대한 이해 정도를 정확하게 파악할 수 있을 것이다. 이들은 유기적으로 수업 속에 녹아들어 방정식에 대한 등호의 개념을 형성시켜 동치를 이해하고, 등호를 기준으로 좌우를 상호 관계적으로 고려하여 방정식을 해결할 수 있도록 수업설계 하였다.

3. 방정식과 관련된 문제기반학습 지원 프로그램(Kurz, 2013)

Kurz(2013)는 웹기반 방정식과 관련된 여러 도구들을 과제를 수행하는 데 지원될 수 있는 가능성 때문에 선정하여, 간략한 소개로 이름, 간략한 설명, 저울 도구의 URL과 사용될 수 있는 학생들의 수준, 및 단계 등을 안내하고 있다.

이러한 도구들은 학생들의 사고와 추론에 대한 통찰을 제공하고, 사고를 말로 표현하는 것을 돕는 등 통합적으로 지원되어야 한다. 더욱이 답을 얻게 되었을 때, 결과 값에 대한 표현을 요청해야 한다.

수학적 구조를 발달시키기 위해서, 학생들은 그들의 상호작용들을 정신적, 물리적으로 개념을 평가해야 한다: “다른 사람과의 상호작용 없이는 형성되거나 활용될 수 없다.”(Kaput, 1994; Kurz, 2013 재인용) 수학적 상징을 이런 저울 모델에 연결시키는 것은 학생들에게 자동적이지 않으며 교사의 지도가 필요하다. 등호에 대한 학생들의 이해를 깊게 하는 동안 추상적인 것 (등식)을 구체적인 것(저울)에 연결시키도록 학생을 지도함으로써, 교사는 이런 항목에 있어서 설명된 도구들을 성공의 열쇠로 사용할 수 있다(Kurz, 2013).

이런 기술적인 도구들은 학생들을 전통적으로 할 수 있었던 것을 넘어서 더 풍부한 학습 경험으로 이동시킨다.(Lajoie 1993; NCTM 2000; Pea 1984; Kurz, 2013 재인용) 미루어 추측했던 것은 쉽게 확인할 수 있다. 문제들은 많은 어려움 없이 수정될 수 있고 재시도 될 수 있다. 피드백이 보통 즉각적으로 제공된다(Suth & Moyer-Packenham, 2007). 컴퓨터는 대부분의 학생들에게 친숙하고 편리한 매체가 될 수 있으며 기술된 대수적인 저울에 대한 실행으로 등호의 기능을 더 잘 이해하도록 도울 수 있으며 질적인 수업으로 제공될 때 등식의 균형을 맞춰 이해를 점점 더 생산적으로 하는 결과를 획득할 수 있다.

대수적 사고를 도울 수 있는 수저울이 웹기반 프로그램을 이용한 대수적 실험으로 교수학습에

투입함으로써 학생들의 인지사고가 관계적으로 변화하는지를 알아보고자 하였다.

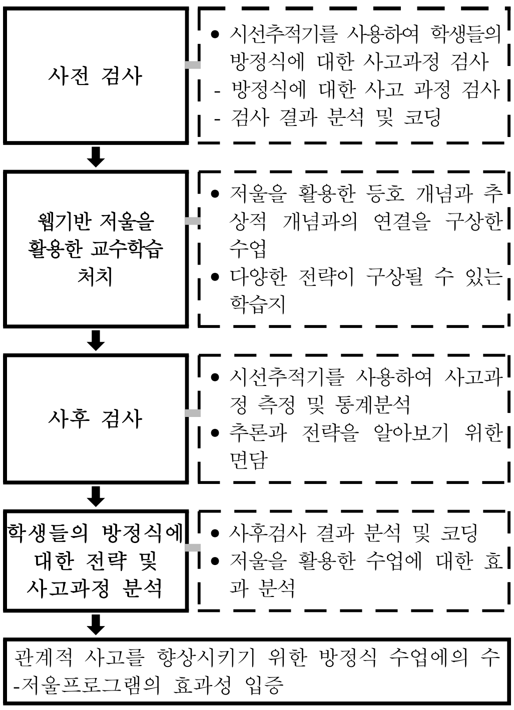
Ⅲ. 연구방법 및 절차

1. 연구 대상

본 연구의 참여자는 전주시 J초등학교 4학년 24명으로 구성 하였다. 학부모와 학생의 연구 참여 동의를 구하였으며, 검사는 1학기교육과정이 마무리 되는 7월말 마지막 주 일주일 동안 진행되었다.

2. 연구 절차

본연구의 연구절차는 [그림 III-1]과 같다.

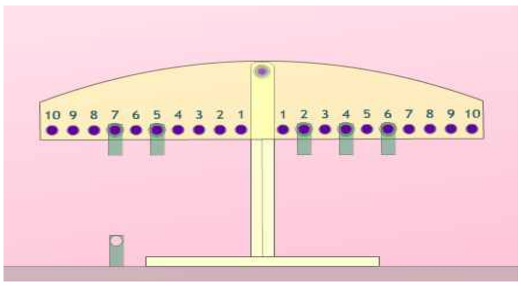


[그림 III-1] 연구절차

3. 웹기반 저울수업

본 연구에서 웹기반 저울을 활용한 수업은 등호에 대한 오개념을 바로 잡아 동치개념을 형성시키고 나아가 등호를, 관계를 나타내는 기호로 인식시켜 대수적 사고를 이끌어 내기 위한 목적에 있다. 따라서 본 수업은 등호의 개념을 형성시키기 위한 원리탐구수업모형의 단계로 계획되었다. 장소는 컴퓨터실에서 실시하였으며, 개별로 컴퓨터를 작동하도록 하였다. 4학년 1, 2반 각각 80분 수업으로 진행하였다. 전체 학생 수는 각반 24명이었으며 동의서를 제출한 학생은 전체 48명중 24명이었다. 그러나 동의서를 제출하지 않은 학생도 수업에 참가할 수 있도록 하였다.

원리탐구수업모형에서는 조작활동이 수반되는데 조작활동으로는 웹기반 저울 프로그램 중 수-저울(Number Balance; ⓒUniversity of Cambridge) 프로그램을 선정하였다. Number Balance 프로그램은 양팔저울을 시뮬레이션한 프로그램으로 수가 가시적으로 표현되며, 추를 원하는 만큼 수에 걸어 저울의 균형 여부를 바로 확인할 수 있도록 되어 있다. 본 연구에서는 [그림 III-2]의 웹기반 수-저울(Number Balance; ⓒUniversity of Cambridge) 프로그램을 이용하여 받침점을 기준으로 평형을 맞추기 위한 활동들을 통해 등호의 개념을 이해시키고, 방정식과 대수적 사고를 연결시킬 수 있는 교수·학습으로 진행하였다.



[그림 III-2] 수-저울

4. 투입과제

사전 사후과제는 학생들이 방정식을 볼 때 자신들의 산술적 지식에 기반을 두고 방정식을 부호화한다는 McNeil & Alibali(2004)의 연구에 의해 선정되었다. 학생들이 전형적인 덧셈 문제 풀이 방식 때문에 산술적인 연산 오류를 보이는 지에 대한 검사로 빈칸이 맨 뒤에 위치하는 경우(blank-final equivalence)를 제시하였으며, 등호를 '같다'의 의미가 아닌 '값을 내는 것(The answer comes next)'이라는 등호에 대한 개념의 오류(Sherman & Bisanz, 2009)를 보이는 지에 대한 검사로 빈칸이 등호 바로 다음에 위치하는 경우로 제시하였다.

<표 III-1> 사전 · 사후검사 투입과제 문항 유형

방정식 문제 유형	예시	유형
빈칸이 끝에 있으며 좌변과 겹치는 수가 하나있는 방정식	a+b+c=a+_	α
빈칸이 끝에 있으며 좌변과 겹치는 수가 없는 방정식	a+b+c=d+_	α'
빈칸이 등호 바로 뒤에 있으며 좌변과 겹치는 수가 하나있는 방정식	a+b+c=_+b	β
빈칸이 등호 바로 뒤에 있으며 좌변과 겹치는 수가 없는 방정식	a+b+c=_+d	β'

5. 자료분석

학생들의 풀이 답에 대한 '결과' 분석으로 학생들의 등호에 대한 개념 형성과 방정식 풀이 전략에 대한 분석이다. 다음은 시선추적기를 통해 수집된 자료로, 풀이과정의 사고 '과정'에 대한 분석이다.

가. 결과분석

풀이 답을 통해 등호에 대한 개념이 형성되어 있는지와 전략들을 살펴보았다. 학생들의 전략 사용에 있어서 답으로 추론하기 어려운 경우는 해결방법을 말로 설명하거나 몸짓을 동반하여 설명하도록 하여 다음 <표 III-2>와 같이 구분하여 코딩하였다(Perry, Church, & Goldin-Meadow, 1998; McNeil & Alibali, 2004;Chesney, McNeil, Brockmole, & Kelley, 2013).

<표 III-2> 3+4+5 =_+5의 문제 풀이에 대한 전략들

전략	답	답에 대한 설명
모두 더하기(Add all)	17	3, 4, 5, 5를 더 했어요
등호 전까지 더하기 (add to equal sign))	12	3 더하기 4 더하기 5하면 12와 같아요.
등호 전까지 더하기와 모두 더하기 (add to equal sign & add all)	12 과 17	3 과 4, 5를 더해서 빈칸에 12를 넣었어요. 그리고 나서 5를 더해서 17로 답을 썼어요
옮기기(Carry)	3	여기 3이 있어서 3을 썼어요
무사유(Idiosyncratic)	1	그냥 생각 했어요
동등화(equalize))	7	3 더하기 4 더하기 5는 12와 같고, 7 더하기 5는 12와 같아요
가감(add-subtract))	7	3 더하기 4 더하기 5를 하고 거기에서 5를 뺐어요
그룹짓기(group)	7	5가 두 개 있어서, 4와 3만 더 했어요..

나. 과정분석

과정에 관한 분석은 시선의 고정 순서를 살펴, 어떤 차례로 계산하고 있는지를 시선경로를 통해 살펴보았다. 과정에 관한 분석만은 전체 24명의 학생 가운데 사전검사와 사후검사의 정확도가 모두 65%이상인 8명을 대상으로 하였다. 초등학교 4학년 학생들은 동공이 작고 집중력이 낮아 시선추적경로를 다 찾아내지 못하고 정확도가 확연히 떨어졌다.

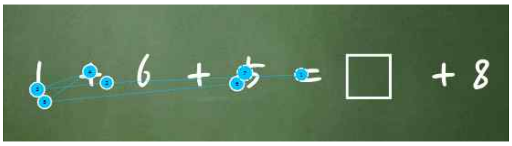
(1) 시선추적경로(GazePlot)

저울을 이용한 교수 · 학습을 실시한 후 시선추적기를 통해 학생들의 방정식에 대한 추론과 사고가 관계적으로 형성 되는지를 살펴보기 위해 참가자의 시선이 머무는 고정지점과 시선의

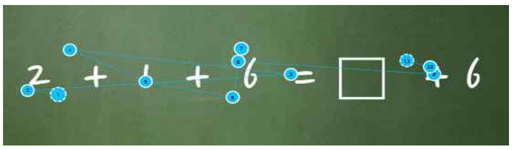
경로를 추적하여 다음 <표 III-3>과 같이 코딩하였다. 시선이 좌변에만 머무는 경우는 0점([그림 III-3]), 우변으로 한번 넘어가는 경우는 1점(좌변→우변, 우변→좌변, [그림 III-4])으로 하며, 어느 한 변에서 시작하여 다른 변으로 넘어갔다가 다시 넘어오는 경우는 2점(좌변→우변→좌변, 우변→좌변→우변, [그림 III-5])으로 하며, 등호를 기준으로 가로지르는 횟수가 3번 이상인 경우는 3점(좌변→우변→좌변→우변, [그림 III-6])으로 코딩하였다.

<표 III-3> 방정식을 가로지르며 보는 행동에 대한 점수 (Chesney, McNeil, Brockmole, & Kelley, 2013)

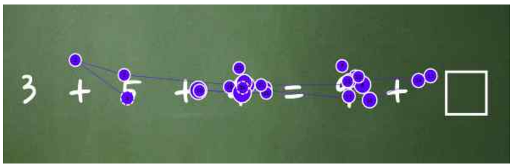
방정식에서 시선이 고정되는 순서	가로질러 보는 점수
첫째 +, 9	0
6, 9, 첫째+, 9, 6, 8	1
6, 9, 6, 8	1
6, 8, =, 8, 둘째+, 6, 9, 둘째+, 9, 6	2
둘째+, 9, 6, 8, 6, 8	3
9, 둘째+, =, 6, 셋째+, 8, =, 6, 8, =, 8, =	3



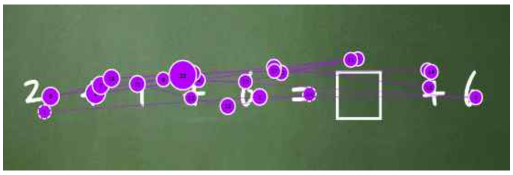
[그림 III-3] 가로질러 보는 점수 0점에 해당하는 시선추적경로 (st1-006(69%) pre-test *β*‘문항 사용전략 : 등호 전까지 더하기)



[그림 III-4] 가로질러 보는 점수 1점에 해당하는 시선추적경로 (st1-006(69%) pre-test *β*문항 사용전략 : 등호 전까지 더하기)



[그림 III-5] 가로질러 보는 점수 2점에 해당하는 시선추적경로(st1-010(87%) pre-test *α*‘문항/ 사용전략: 동등화)

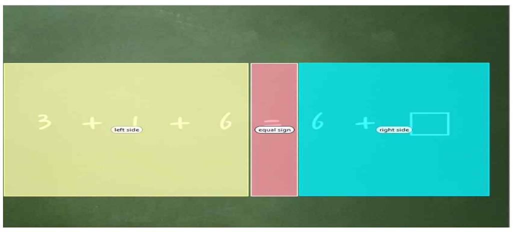


[그림 III-6] 가로질러 보는 점수 3점에 해당하는 시선추적경로 (st2-002(82%) pre-test *β*문항/ 사용전략: 그룹 짓기)

(2) 관심영역(AOI, Areas of Interest)

참가자들이 방정식에 대하여 좌변과 우변 그리고 등호에 대하여 시선이 머무는 정도를 알아보기 위하여 관심영역을 [그림 III-7]과 같이 지정하여 사전과 사후의 학생들의 시선고정시간(fixation duration)의 변화를 알아보고자 하였다.

관심영역(AOI)는 좌변(Left side area), 우변(Right side area), 등호(Equal sign area)로 명명하고 식 주변을 직사각형 영역으로 지정하였다. 그 영역 안에 시선(gaze)이 머무는 시간의 총합과 평균을 알아보고 사전과 사후검사에서의 그 변화를 살펴보았다.



[그림 III-7] 각 문항별 관심영역(AOI) 지정 영역

Ⅳ. 연구 결과

1. 결과 분석

사전검사와 사후검사 결과 학생들의 방정식에 대한 전략 변화를 웹기반 수-저울을 활용한 수업에 대한 효과를 알아보기 위해서 각 전략을 학생 수로 비교하였다.

<표 III-2>에 기반을 두고 참가자들의 전략을 분석하여 <표 IV-1>에 작성하였으며 [그림 IV-2]로 나타내었다. 참가자들의 정답률은 32.63% (94/288문항)에서 79.8%(230/288 문항)로, 오답률은 67.36% (194/288문항)에서 20.1% (58/288 문항)로 사전검사에 비해 사후검사는 정답률이 크게 증가 하였다.

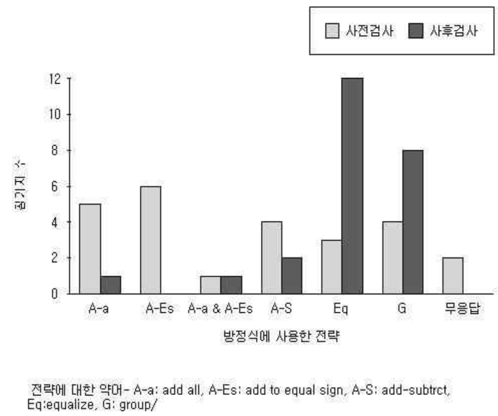
참가자들이 보이는 오류는 방정식에 있는 모든 수를 더해서 답을 말하는 모두 더하기 전략은 5명에서 1명으로 줄어들었고, 방정식의 등호 직전까지 더하는 등호 전까지 더하기 전략은 6명이었으나 사후검사에는 모두 더하기 전략과 등호 전까지 더하기 전략을 함께 사용하는 1명이 있었다.

참가자들의 정답(79.8%)은 좌변에 있는 모든 수를 더한 후 우변에 있는 수를 빼는 가감 전략이 4명에서 2명으로 줄었으며, 좌변의 합을 우변과 비교하여 모자란 수를 구하는 동등화 전략은 3명에서 12명으로 크게 늘었다. 좌변과 우변을 각각의 그룹으로 생각하고 비교하여 같은 수를 제외하고 계산하거나, 좌변에서 우변의 값과 근소한 값을 먼저 비교하여 빼고 나머지 수를 계산하는 그룹 짓기 전략은 4명에서 8명으로 나타나 사전검사에 비해 크게 늘어났다.

따라서 24명중 등호에 대한 개념은 맞는 전략을 사용한 학생 수는 11명에서 22명으로 등호에 대한 개념이 크게 향상되었다.

<표 IV-1> 사전 사후검사에서의 참가자들의 전략 변화

전략	사전검사	사후검사
모두 더하기	5	1
등호 전까지 더하기	6	0
모두 더하기와 등호전까지 더하기	0	1
가감	4	2
동등화	3	12
그룹 짓기	4	8
무응답	2	0
합계	24	24



[그림 IV-1] 사전・사후검사에서의 참가자들의 전략 변화

2. 과정분석

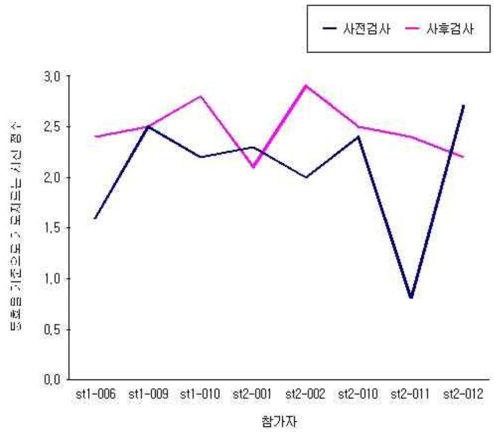
가. 등호를 기준으로 가로지르는 시선의 횟수 변화

시선추적기를 통해 관찰한 참가자들(24명) 중 사전검사와 사후검사의 시선추적 정확도 65%를 넘는 8명의 시선 경로를 분석하여 등호를 기준으로 가로지르는 횟수를 기준으로 한 <표 III-3>에 준하여 코딩하였다. (Chesney, McNeil, Brockmole, & Kelley, 2013). <표 III-3>에 준한 사전검사와 사후검사 결과는 <표 IV-2>와 같이 나타났다.

사전 사후검사에서의 참가자들의 시선 경로는 [그림 III-3] ~ [그림 III-6]에 기반을 두고 방정식의 각항에 시선이 머무는 순서를 표시하였다. 경로 순서를 바탕으로 등호를 기준으로 시선이 가로지르는 수의 득점을 분석하고 총점과 평균을 구하였다. 등호를 기준으로 가로지르는 시선의 수가 증가하였는지를 사전 사후검사의 분석으로 비교해 보았다.

<표 IV-2> 사전・사후검사에서의 참가자들의 등호를 기준으로 가로지르는 시선 횟수

	사전검사			사후검사		
	정확도	총점	평균	정확도	총점	평균
st1-006	69	20	1.6	66	29	2.4
st1-009	70	30	2.5	65	31	2.5
st1-010	87	27	2.2	83	34	2.8
st2-001	77	28	2.3	81	26	2.1
st2-002	82	24	2	92	35	2.9
st2-010	79	29	2.4	76	30	2.5
st2-011	78	10	0.8	79	29	2.4
st2-012	85	35	2.7	92	27	2.2



[그림 IV-2] 사전・사후검사에서의 참가자들의 등호를 기준으로 가로지르는 시선 횟수

참가자 st2-001, st2-012를 제외하면 사전검사에 비해 사후검사에서 등호를 기준으로 좌우를 살피는 횟수가 증가하였다. 이는 등호의 개념의 형성을 원인으로 볼 수 있으며, 그로 인해 등호를 기준으로 좌우를 함께 고려하는 것으로 관찰 할 수 있다. 이는 등호를 '같다'는 개념으로 인식하고 좌변과 우변을 함께 고려한 것으로 볼 수 있으며, 동등화 전략(3명→12명)과 그룹 짓기 전략(4명→8명)이 늘어난 사실로도 알 수 있다. 또한 왼쪽 처음부터 차례대로 더해가는 산술적 사고에서 등호를 기준으로 좌변과 우변을 함께 고려하는 관계적 사고로의 전환으로도 볼 수 있겠다.

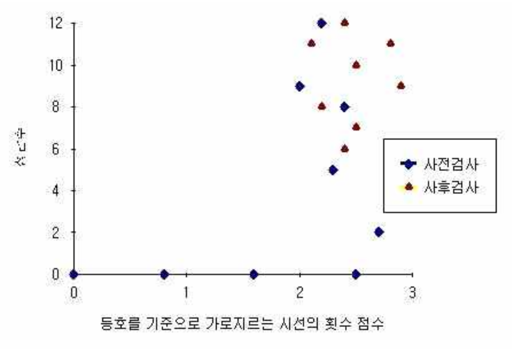
<표 IV-3>에 의하면 정답수가 크게 증가한 참가자 5명 (st1-006, st1-009, st2-001, st2-011, st2-012) 중에서 등호를 기준으로 가로지르는 횟수가 증가한 참가자는 (st1-006, st1-009, st2-011) 3명이었다.

등호를 기준으로 가로지르는 횟수가 증가할수록 정답률이 높아진다(Chesney, McNeil, & Kelley., 2013)는 연구에 비해 초등학생을 대상으로 한 연구이다 보니 시선추적 정확도가 크게 떨어져 사례 수가 적게 나온 결과로 생각된다.

그럼에도 불구하고 <표 IV-3>을 분산형으로 나타낸 [그림 IV-3]를 살펴보면 대체로 오른쪽 상단에 많이 분포하고 있어 등호를 기준으로 가로지르는 시선의 횟수가 증가하였으며 동시에 정답률도 함께 상승함을 볼 수 있다.

<표 IV-3> 사전・사후검사에서의 등호를 기준으로 가로지르는 시선 횟수와 정답수의 비교

	사전검사				사후검사			
	정확도	총점	평균	정답수	정확도	총점	평균	정답수
st1-006	69	20	1.6	0	66	29	2.4	6
st1-009	70	30	2.5	0	65	31	2.5	10
st1-010	87	27	2.2	12	83	34	2.8	11
st2-001	77	28	2.3	5	81	26	2.1	11
st2-002	82	24	2	9	92	35	2.9	9
st2-010	79	29	2.4	8	76	30	2.5	7
st2-011	78	10	0.8	0	79	29	2.4	12
st2-012	85	35	2.7	2	92	27	2.2	8



[그림 IV-3] 사전・사후검사에서의 참가자들의 등호를 기준으로 가로지르는 시선 횟수와 정답수의 관련성

나. 관심영역(AOI) 변화

참가자들이 방정식에 대하여 좌변과 우변 그리고 등호에 대하여 시선이 머무는 정도를 알아보기 위하여 관심영역(AOI)을 [그림 IV-1]과 같이 지정하여 사전과 사후의 학생들의 고정지속시간(fixation duration) 변화를 알아보았다.

관심영역(AOI)은 좌변(Left side area), 우변(Right side area), 등호(Equal sign area)로 정하고, 그 영역 안에서 시선(gaze)이 머무는 시간의 총합과 평균을 알아보고 사전과 사후검사에서의 그 변화를 비교하였다.

<표 IV-4> 사전・사후검사에서의 관심영역(AOI)별 고정지속시간

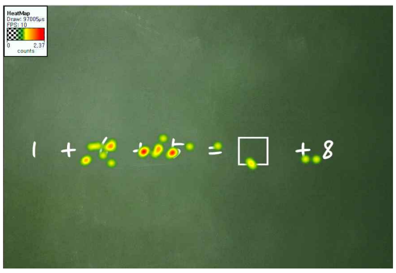
	사전검사				사후검사			
	좌변		우변		좌변		우변	
	평균 시간	총 시간	평균 시간	총 시간	평균 시간	총 시간	평균 시간	총 시간
st1-006	1.64	11.72	1.34	4.45	1.74	17.61	1.56	8.91
st1-009	2.18	23.72	2.72	17.61	1.7	10.46	2	13.23
st1-010	1.79	21.33	2.86	19.44	3.27	39.25	2.82	17.12
st2-001	3.37	25.76	4.28	23.17	3.18	28.63	4.34	29.56
st2-002	2.61	37.55	1.67	12.58	2	24.14	2.1	10.49
st2-010	1.79	12.56	2.22	21.17	2.09	15.51	3.03	27.67
st2-011	0.83	3.1	1.7	10.9	2.13	22.15	3.15	20.99
st2-012	2.04	27.76	2.08	15.83	1.86	12.08	2.59	20.21

<표 IV-4>에서 보면 사전검사에서 총 참가자 8명 중에 좌변에 머무는 총시간이 우변에 비해 많은 참가자는 6명(st1-006, st1-009, st1-010, st2-001, st2-002, st2-012)이다. 대다수 학생이 해결과정에서 좌변을 더 많이 고려하고 있었다. 그러나 사후검사 결과 에서는 우변에 머무는 총시간과 평균시간이 좌변에 비해 더 많은 참가자는 4명(st1-009, st2-001, st2-010, st2-012)이었으며, 평균 시간이 좌변보다 우변 쪽이 더 많은 참가자는 2명(st2-002, st2-011)이었다. 따라서 8명 중 6명이 좌변에 머무는 시간보다 우변에 머무는 시간이 더 많아졌다고 볼 수 있다. 또한 사전검사에서 왼쪽에 편중되던 시간이 왼쪽과 오른쪽에 대체로 고루 분포하고 있음을 볼 수 있다.

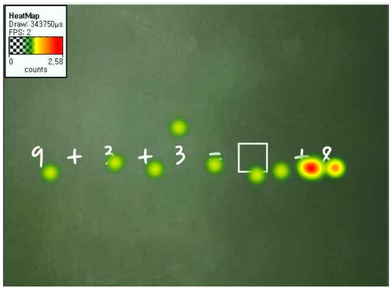
다. 히트맵(Heatmap)의 변화

히트맵은 고정의 빈도수와 유지 시간을 색의 스팩트럼으로 보여주고 있다. 따뜻한 색일수록 빈도수가 많고 유지시간이 길며, 반대로 차가운 색일수록 빈도수가 적으며 유지시간이 짧다.

st2-012의 사전검사와 사후검사에서의 동일 유형의 문항 β(a+b+c=□+d) 에서의 히트맵 비교와 고정 지속시간을 [그림 IV-4]와 [그림 IV-5]에서 비교해 보면, 사전검사에서는 등호 전까지 더하기를 사후검사에서는 그룹 짓기 전략을 사용하였다. 사전검사에서는 좌변이 사후검사에서는 우변에서 빨강색의 수와 범위가 넓은 것을 볼 수 있다.



[그림 IV-4] st2-012의 사전검사 β′3 문항 히트맵



[그림 IV-5] st2-012의 사후검사β′ 문항 히트맵

[그림 IV-4]을 보면 st2-012의 사전검사 β′ 문항에서의 고정 지속시간은 등호 N: 1, Mean: 0.1, Sum: 0.1 / 좌변 N: 20, Mean: 0.16, Sum: 3.17 / 우변 N: 4., Mean: 0.11, Sum:0.46을 보여 fixation 빈도수(N), 평균값(Mean),총 유지시간(Sum) 모두 우변 값에 비해 좌변 값이 더 많음을 알 수 있다. 등호 전까지 더하기 전략을 사용하면서 좌변에 대한 계산에만 집중한 나머지 우변을 고려하지 않고 있는 것으로 보인다.

그러나 [그림 IV-5]에서 st2-012는 사후검사 β′ 문항에서의 고정 지속시간은 등호 N: -, Mean: -, Sum: - / 좌변 N: 4, Mean: 0.14, Sum: 0.54 / 우변 N: 8., Mean: 0.22, Sum:1.78을 보여 fixation 빈도수(N), 평균값(Mean),총 유지시간(Sum) 모두 왼쪽에 비해 오른쪽이 더 많음을 알 수 있다. st2-012는 사후검사 β′ 문항(9+3+3=□+8)에서 그룹 짓기 전략을 사용하면서 우변을 고려하게 되었고 좌변을 고려한 시간이 줄었으며 오히려 우변을 더 많이 고려하게 되었다.

위의 자료 분석을 토대로 연구의 결과를 종합하면,

첫째, 초등학교 4학년 참가자들에 대한 사전검사에서 등호의 개념이 형성된 학생은 그 수가 적었다.

참가자들의 정답률은 32.63%(94/288 문항)로 등호에 대한 동치 개념이 형성된 학생은 1/3정도에 그쳤으며, 오답률은 67.36%(194/288 문항)이었다.

참가자들이 보이는 오류(67.36%)는 방정식에 있는 모든 수를 더해서 답을 말하는 모두 더하기 전략은 13.1% (38/288문항), 방정식의 등호 직전까지 더하는 등호 전까지 더하기 전략은 13.8%(40/288문항)로 나타났으며, 나머지는 어떻게 풀지 몰라서 당황해 하다가 답을 하지 못하는 34.3%(무응답, 99/288문항)와 전략에 해당되지 않는 의미가 없는 답 5.9%(무의미, 17/288문항)로 나타났다.

초등학교 저학년 단계에서도 풀 수 있어야 하는 한자리 수의 덧셈 (a+b+c=d+c) 형태의 방정식 문항이었음에도 어떻게 풀어야 하는지 몰라 상당수가 당황해 하고 혼란을 겪고 있었으며 답을 낸 경우에도 모두 더하기 전략이나 등호 전까지 더하기 전략과 같이 상당수가 등호를 단지 답을 내는 기호 정도로 이해하고 있었다.

둘째, 초등학교 4학년 학생들은 단순한 덧셈 방정식에 대해서 가감 전략을 가장 많이 사용하고 있었으며, 그 다음이 동등화 전략, 그룹 짓기 전략 순으로 나타났다.

참가자들의 정답(32.6%)은 좌변에 있는 모든 수를 모두 더한 후 우변에 있는 수를 빼는 가감 전략이 14.2%(41/288문항)로 가장 많았으며, 좌변의 합을 우변과 비교하여 모자란 수를 구하는 동등화전략은 9.3%(27/288문항)로 나타나, 방정식을 이해하고 있는 참가자들도 대부분 산술적인 계산을 하고 있었다. 좌변과 우변을 각각의 그룹으로 생각하고 비교하여 같은 수를 제외하고 계산하거나, 좌변에서 우변의 값과 근소한 값을 먼저 비교하여 빼고 나머지 수를 계산하는 그룹 짓기 전략은 9.0%(26/288문항)로 나타나 관계적 사고는 거의 일어나지 않고 있었다.

셋째, 웹기반 저울활용 수업은 등호에 대한 개념적 이해를 용이하게 하고 동치 개념을 형성시켰다.

단순 한 자리수의 덧셈 방정식에서 등호에 대

한 개념이 있어야만 정답을 낼 수 있다. 참가자들의 정답률은 사전검사와 사후검사를 비교할 때, 32.63%에서 79.8%로 크게 늘었으며, 오답률은 67.36%에서 20.1%(58/288 문항)로 크게 감소하였다. 따라서 웹기반 저울 활용 수업이 등호에 대한 개념을 형성시킨 것으로 보인다. 웹기반 저울을 활용한 수업은 저울을 활용하면서 저울의 받침점을 등호에 매치시키며 방정식을 모델화 할 수 있었다. 더욱이 좌우를 비교하면서 값을 같게 하여 평형을 유지하도록 하는 대수적 실험에 대한 경험이 크게 도움이 되었을 것이다.

넷째, 웹기반 저울 활용 수업 후 학생들의 방정식에 대한 전략에서 오류를 나타내는 전략은 크게 줄었으며 맞는 전략들은 크게 증가하였다. 산술적인 가감 전략은 크게 줄었으며 관계적 사고인 그룹 짓기 전략은 크게 증가하였다.

참가자들이 보이는 오류는 방정식에 있는 모든 수를 더해서 답을 말하는 모두 더하기 전략은 5명에서 1명으로 줄어들었고, 등호 전까지 더하기 전략은 6명이었으나 사후검사에는 모두 더하기 전략과 등호 전까지 더하기 전략을 함께 사용하는 1명 나타나 오류를 나타내는 전략이 크게 감소하였다.

참가자들의 정답(79.8%)은 좌변에 있는 모든 수를 더한 후 우변에 있는 수를 빼는 가감 전략이 4명에서 2명으로 줄었으며, 동등화 전략은 3명에서 12명으로 크게 향상되었다. 좌변과 우변을 각각의 그룹으로 생각하고 비교하여 같은 수를 제외하고 계산하거나, 좌변에서 우변의 값과 근소한 값을 먼저 비교하여 빼고 나머지 수를 계산하는 그룹 짓기 전략은 4명에서 8명으로 나타나 등호를 기준으로 좌변과 우변의 관계를 살피는 전략이 크게 향상 되었다.

다섯째, 웹기반 저울을 활용한 수업은 방정식에 대한 관계적 사고를 증진시켰다. 시선추적 정확도 65%이상의 참가자들(8명)의 사전·사후에서의 등호를 기준으로 가로지르는 시선의 횟수를 살펴보면 2명을 제외하면 사후검사에서 등호를 기준으로 좌우를 살피는 횟수가 증가하여 등호의 개념이 형성되었고 그로 인해 등호를 기준으로 좌우를 함께 고려하는 것을 관찰 할 수 있다. 이는 등호를 '같다'는 개념으로 인식하고 좌변과 우변을 함께 고려한 것으로 볼 수 있으며, 동등화 전략(3명→12명)과 그룹 짓기 전략(4명→8명)이 늘어난 사실로도 알 수 있다. 또한 왼쪽 처음부터 차례대로 더해가는 산술적 사고에서 관계적 사고로의 전환으로 볼 수 있다.

Ⅴ. 결 론

첫째, 학생들의 등호에 대한 개념 오류는 이전에 학습된 산술연산에 재구성하려는 의도에 의한 것으로 보여 진다. 그래서 학생들은 등호를 관계적으로 이해하고 있지 못하고 '답을 내는 것'으로 생각하고 있었으며, 그에 따라 등호의 양쪽을 다 더한다거나 등호 앞까지 더하는 산술적 오류를 보이고 있었다. 이러한 인지 구조는 등호의 개념이 제대로 형성되지 않은 상황에서 제시된 방정식을 해결하기 위한 방안으로 등호를 이전의 학습방식 즉, 전형적으로 보아온 산술연산에 연결 지어 해석하려는 의도로 보여 진다.

둘째, 웹기반 저울을 활용한 수업은 방정식을 저울에 모델링한 대수적 실험으로 등호를 직관적으로 이해할 수 있도록 도왔으며 받침점을 기준으로 동치의 개념을 형성시키고 좌우를 비교하여 평형을 이루려는 노력 속에서 관계적 사고를 형성시키고 있었다. 따라서 웹기반 저울을 활용한 수업은 학생들의 등호에 대한 개념을 형성시키는 것 뿐 아니라 관계적 사고를 형성시키는 데에도 효과적인 도구로 사용될 수 있다. 또한, 초등학교 교사들에게도 등호 및 방정식 지도에

대한 시사점을 줄 수 있을 것이라 생각된다.

셋째, 웹기반 수저울을 활용한 수업은 컴퓨터나 인터넷에 익숙한 학생들에게 흥미를 끌 수 있을 뿐만 아니라, 조작이 간단하고, 즉각적인 피드백이 가능하며 수정이 용이하고 결과를 즉시 확인 할 수 있다는 이점을 가지고 있다. 구체적 조작기인 초등학생들에게 직접 조작이 가능하며 생각을 눈으로 확인할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 이는 요즘 부각되고 있는 스마트 교육, 거꾸로 학습(Flipped learning)과도 상통한다고 볼 수 있다. 더불어 다양한 콘텐츠들이 계발되어 수학적 아이디어와의 연결을 도울 수 있기를 희망하며, 훌륭한 콘텐츠 이전에 수학적 아이디어와의 연결을 위한 교사와 학생의 풍부한 상호작용이 더 중요함을 인식하여야 한다.

넷째, 시선추적경로를 통해 어느 정도는 풀이 전략을 짐작할 수 있었다. 가감 전략 즉 산술적 연산을 하는 경우 등호를 기준으로 좌우를 가로지르는 시선의 횟수가 적었으며 관계적 사고를 하는 경우 즉 그룹 짓기 전략의 경우는 그 횟수가 증가하였다. 또한 산술적 전략의 경우 좌변에 시선이 머무는 고정지속시간이 우변에 비해 길었다. 이로써 시선추적경로를 통해 학생들의 방정식 문항 풀이에 대한 인지과정을 엿볼 수 있다고 하겠다.

다섯째, 시선추적기를 통해서 방정식에 대한 관계적 사고의 형성을 확인할 수 있었다. 시선추적경로(GazePlot)를 통해 계산과정에서 등호를 기준으로 좌변과 우변을 가로지르는 시선의 횟수가 증가하였고, 관심영역 분석에서도 좌변에 더 많이 할애하던 고정지속시간이 우변으로 더 많이 진행됨을 확인하였다. 히트맵에서도 사전검사에 비해 사후검사에서 좌변에 머물던 시선의 빈도수나 응시 시간이 우변에 더 많이 할애되고 있음을 볼 수 있다. 왼쪽부터 차례대로 계산하던 산술적 계산에서 좌변과 우변을 함께 고려하고 있음을 시선추적기 자료 분석을 통해 확인할 수 있다. 따라서 시선의 움직임은 단순히 바라보는 것이 아니라 인지과정을 반영하고 있음을 알 수 있다.

참고문헌

변정호, 이일선, 권용주(2011). 시선추적기를 활용한 시선집중 및 배분 교수행동 패턴의 컨설팅사례연구. **학습자중심교과교육연구, 11**(4), 173-199.

오지혜(2011). **초등수학에서 등호 개념 지도를 위한 교사 지식에 관한 연구**. 이화여자대학교 교육대학원 석사논문.

Ashlock, Robert B.(2010). *Error Patterns in Computation: Using Error Patterns To Help Each Student Learn. 10th Edition.* Pearson Education. 남승인 외 6명 공역(2013). **예비교사와 현직교사를 위한 초등수학 교수법 - 수학 오개념과 오류 바로잡기**. 서울: 경문사.

Behr, M., Erlwanger, S. & Nichols, E. (1980). How children view th equal sign. *Mahematics Teaching, 92*, 13-15.

Broody, Arthur J., Coslick, Ronald T. (1998). *Fostering children's mathematical Power*. Lawrence Eribaum Associates, Inc. 권성룡 외 11인(2006). **수학의 힘을 길러주자. 왜? 어떻게?.** 서울: 경문사.

Chesney, D. L., McNeil, N. M., Brockmole, N. M., & Kelley, K. (2013). An eye for relations: eye-tracking indicates long-term negative effects of operational thinking on understanding of math equivalence. *Memory & cognition, 41*, 1079-1095.

Karatekin, C. (2007). Eye tracking studies of normative and atypical development. *Development Review, 27*, 283-348.

Kurz, T. L. (2013.) Using Technology to Balance Algebraic Explorations - Free, Web-based balance tools can help students visualize the concept of the equal sign as the pivot point of an equation. *Teaching children mathematics, Vol. 19* No. 9, 554-562.

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics, 12*, 317-326.

McNeil, N. M., Allibali, M. W. (2004) You'll see what you mean: Students encode equations based on their knowledge of arithmetic. *Cognitive Science, 28*, 451-466.

McNeil, N. M., Chesney, D. L., Matthews, P. G. et al. (2012). It pay to be organized: Organizing arithmetic practice around equivalent values facilitates understanding of math equivalence. *Journal of Educational Psychology, 104*(4), 1109-1121.

National Council of Teachers of Mathematics (2000) *Principle and standards for school mathematics.* Reston, VA: The Author. 류희찬 · 조완영 · 이경화 · 나귀수 · 김남균 · 방정숙 공역(2007). **학교수학을 위한 원리와 규준.** 서울: 경문사.

Perry, M., Church, R. B., & Goldin-Meadow, S. (1988). Transitional knowledge in the acquisition of concepts. *Cognitive Development, 3,* 359-400.

Sherman, J., Bisanz, J.(2009) Equivalence in Symbolic and Nonsymbolic Contexts: Benefits of Solving Problems With Manipulatives. *Journal of Educational Psychology, volume 101*, Number 1, 2009, 88-100.

Suth, J., & Moyer-Packenham, P. S. (2007). Developing students' representational fluency using virtual and physical algebra balances. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 26*(2), 155.

Tomas, L. E, & Lleras, A. (2007). Moving eyes and moving thought: On spatial compatibility between eye movements and cognition. *Psychonomic Bulletin & Review, 14*(4), 663-668. doi:10.3758/BF03196818.

Vlassis, J. (2002). The balance model: Hindrance or support for the solving of linear equations with one unknown. *Educational Studies in Mathematics, 49*(3), 341-359.

Warren, E., & Cooper, T. J. (2009). Developing mathematics understanding and abstraction: The case of equivalence in the elementary years. *Mathematics Education Research Journal, 21*(2), 76-95.

Elementary Students' Formation of Relational Thinking about Equation - Centered for Web-Based Balance

Lee, Mijin (Jeonju Jinbuk Elementary School)
Lee, Kwangho (Korea National University of Education)

This study was aimed to investigate how students' relational thinking about equations could be formed by exploring web-based balance. The researchers developed 3 groups of 4 typed 12 equation problems of (a+b+c = d+ _) to test 24 4th graders. Pretest and post-test were conducted using Eye-tracker for investigating their eye movements. The researchers interviewed students who were not having distinct strategies to look into their cognitive process. As a result, we can conclude web-based balance helped students to get the concept of the equal sign and to form the relational thinking by the process of comparing both sides, right and left on the basis of fulcrum on balance.

* Key Words : eye tracker(시선추적기), eye movement(시선 움직임), relational thinking(관계적 사고), equation(방정식), web-based balance(웹기반 저울)

논문접수 : 2015. 7. 29
논문수정 : 2015. 9. 15
심사완료 : 2015. 9. 18