

# 백래시 크기 변화 감지를 위한 주파수응답특성의 활용

백주현\*

## The Utilization of Frequency Response Characteristic for the Detection of Change of Backlash Magnitude

Joo-Hyun Baek\*

### ABSTRACT

This paper presents the influence of backlash can be greatly increased on the frequency response characteristic which is presented as the angular velocity of a motor to the motor input voltage, if the motor input voltage is adequately reduced. And, this paper verifies theoretically, analytically and experimentally the availability on the method of detecting the change of backlash magnitude by investigating on the change of the anti-resonance and resonance frequencies in the frequency response characteristic due to the change of backlash magnitude. The amount of change of anti-resonance frequency is more useful that of resonance frequency when detecting the change of backlash magnitude, because the change of anti-resonance frequency can be measured more stable. This paper also shows the sharp change of resonance frequency can be investigated when the motor input voltage is enough reduced. The work will be useful for the further research on the backlash estimation method of a servo system with a gear reducer.

**Key words** : Backlash, Anti-resonance frequency, Resonance Frequency, Motor input voltage

### 요 약

본 논문에서는 기어감속 서보시스템의 모터입력전압 크기를 적절히 감소시키면 모터입력전압에 대한 모터각속도에서 나타나는 주파수응답특성에 미치는 백래시 영향이 매우 커지게 됨을 보여 주었다. 또한 주파수응답선도에서 나타나는 반공진 및 공진주파수 변화량을 관찰하여 기어감속 서보시스템 내 기어 백래시 변화를 감지할 수 있는 방법의 유용성을 이론적, 시물레이션 및 실험적으로 검증하였다. 반공진주파수 변화가 공진주파수 변화 보다 안정적으로 예측될 수 있으므로 백래시 크기 변화 감지 시 반공진주파수 변화량 관찰이 좀 더 유용하며, 공진주파수는 모터입력전압을 충분히 감소시켜야 급격한 변화를 관찰할 수 있음을 보여주었다. 본 연구는 기어감속 서보시스템 내 백래시 크기 변화 감지에 대한 향후 연구에 있어서 유용하게 사용될 수 있을 것이라고 생각한다.

**주요어** : 백래시, 반공진주파수, 공진주파수, 모터입력전압

## 1. 서 론

모터 개발 기술의 발전으로 기어 감속기를 사용하지 않는 직접구동방식의 모터가 개발되어 기어 감속기가 없

는 기계 시스템들이 많이 개발되고 있다. 그러나 직접구동모터를 사용한 기계 시스템은 기어 감속기를 사용한 기계 시스템과 비교하여 무게나 크기가 큰 반면, 출력 토크가 상대적으로 작아 아직까지도 기어 감속기를 사용한 기계 시스템이 널리 사용되고 있다. 기어 감속기를 사용한 서보 시스템은 기어 백래시와 관련된 많은 문제를 갖고 있다. 1쌍의 기어 이 물림에 있어서 가공오차, 열팽창, 이 변형 및 원활한 회전 등을 위해 적당한 크기의 백래시가 기어 이 물림 시 요구된다. 백래시가 작을 경우 간섭으로

**Received:** 7 July 2015, **Revised:** 17 August 2015,  
**Accepted:** 31 August 2015

\*Corresponding Author: Joo-Hyun Baek  
E-mail: joohyunbaek@lignex1.com  
LIG Nex1 Co., Ltd.  
Mechanical Engineering R&D Lab

인해 원활한 전동이 어려워지고, 지나치게 클 경우 진동 충돌(Vibro-impact) 증가로 마모 및 제어안정성 문제가 발생한다. 따라서 기어 감속기를 사용한 시스템에서는 적정 백래시 크기를 유지 및 검출하기 위하여 많은 연구들이 수행되었으며, 특히 최근 로봇 및 생산기계 시스템의 성능 진단 및 유지, 보수를 위하여 시스템이 갖고 있는 백래시 크기의 변화를 감지 및 검출하기 위한 연구들이 수행되고 있다<sup>[1-5]</sup>.

Dagalakis와 Myers<sup>[1]</sup>는 로봇 관절의 모터 입력전압과 링크의 가속도의 주파수응답특성을 구한 후, 얻어진 주파수응답선도에서 나타난 공진 점의 이득 값과 코히어런스 함수를 이용해 구한 코히어런스 값을 관찰하여 로봇 관절 내에 존재하는 기어 백래시 크기변화 및 크기를 추정하는 방법을 제안하였다. 또한, Stein과 Wang<sup>[2]</sup>은 운동량 전달 해석을 사용하여 1단 기어 감속 서보시스템의 백래시 크기변화 및 크기를 검출하였다. 그리고 Saker와 Moore<sup>[3]</sup>는 Stein과 Wang의 연구결과를 보완하는 연구로 피동 기어와 구동 피니언과의 충돌에서 발생하는 피니언의 속도변화를 측정하는 대신에 토크센서를 이용하여 충격토크를 측정함으로써 백래시 크기변화 및 크기를 추정하는 방법을 제안하였다. Pan, Brussel, Sas와 Verbeure<sup>[4]</sup>는 로봇관절 구동용 모터에 정현파 전압을 인가하여 얻어진 로봇링크의 가속도응답으로부터 2차원 상관관계가 합쳐진 Wigner-ville 분포를 구한 후, 이 분포로부터 로봇 구동부의 백래시를 추정하는 방법을 제안하였다.

마지막으로 Baek, Kwak과 Kim<sup>[5]</sup>은 2단 기어감속 서보시스템에 있어서 모터회전축 고정 시 최종부하단에 측정되는 시스템의 전체백래시 크기를 아는 경우 모터입력 전압과 모터각속도에 사이의 주파수응답특성에서 나타나는 반공진 및 공진주파수의 변화를 관찰하여 각 기어 감속단에 존재하는 백래시 크기를 추정하는 방법을 제안하였다.

그러나 Baek, Kwak과 Kim<sup>[5]</sup>의 연구결과는 기어감속 서보시스템의 최종부하단에서 측정되는 시스템의 전체 백래시 크기를 미리 알고 있어야 적용할 수 있는 단점이 있다. 전체백래시란 다단 기어감속단을 갖는 서보시스템에서 모터 회전축 고정 시 각 단의 백래시에 의해 최종부하단에서 측정되는 회전각을 의미한다.

Baek, Hong, Yang, Kim과 Kwak<sup>[6]</sup>은 2단 기어감속 서보시스템에 있어서 모터입력전압의 크기를 감소시킴에 따라 기어감속 서보시스템의 대역폭에 미치는 전체백래시 크기의 영향이 크게 달라질 수 있음을 시뮬레이션하여 제시하였으나, 실험적 검증 및 이론적 분석을 수행하지

않았다. 따라서 본 연구에서는 Baek, Hong, Yang, Kim과 Kwak<sup>[6]</sup>의 연구결과를 이론적 및 실험적으로 보완하여 모터입력전압을 감소시키면 주파수응답특성에 미치는 전체 백래시 영향이 크게 커질 수 있음을 보여주고, 이런 특성을 이용하면 서보시스템의 기본적인 센서인 모터각속도 센서만을 활용하여 기어감속 서보시스템의 전체백래시 크기 변화를 감지 할 수 있다는 가능성을 보여주고자 한다. 이론적 분석 및 실험 수행의 편이를 위하여 1단 기어감속 서보시스템을 고려하였다.

## 2. 이론적 분석

### 2.1 백래시 크기변화 감지개념

모터입력전압의 크기를 적절히 낮추면 모터입력전압에 대한 모터각속도로 표현된 주파수응답특성에서 나타나는 반공진 및 공진주파수가 기어감속 서보시스템의 백래시 크기 변화를 감지하기에 충분히 크게 변할 수 있다는 것을 이론적으로 분석하여 보여주고자 한다.

DC 모터를 사용한 1단 기어감속 서보시스템의 개략도 및 모델을 Fig. 1(a)와 Fig. 1(b)에 나타내었다. Fig. 1(b)는 Fig. 1(a)의 기어 회전부를 도식화한 모델로서 이해를 돕고자 모터 및 부하의 회전운동을 직선운동으로 묘사하여 표현하였다. 이때 고려한 백래시 모델로는 데드존(deadzone)모델을 사용하였다<sup>[7]</sup>.

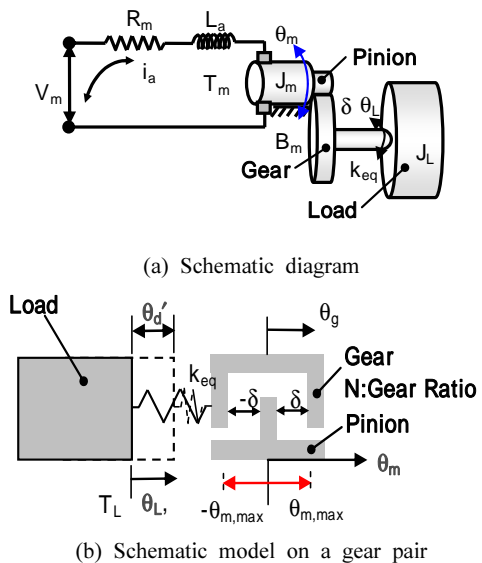


Fig. 1. A servo system with single stage gear reducer

Bigley<sup>[8]</sup>에 의하면 기어감속 서보시스템의 주파수응답 특성에서 나타나는 반공진 및 공진주파수는 구동부의 유효등가비틀림강성 값에 따라 결정된다고 하며, 이 유효등가비틀림강성 값은 백래시 모델의 기술함수 이득에 의해 결정된다고 설명하고 있다. 모터토크 입력에 대한 모터각 속도 출력에서 얻어지는 시스템의 반공진주파수와 공진주파수는 다음과 같다.

$$f_{AR} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq, effect}}{J_L}} \quad (1a)$$

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq, effect}}{J_L J_m N^2 / (J_L + J_m N^2)}} \quad (1b)$$

여기서  $f_{AR}$  는 반공진주파수(Hz),  $f_R$  는 공진주파수(Hz),  $k_{eq, effect}$  는 시스템 기어구동부의 유효등가비틀림강성( $N \cdot m / rad$ ),  $J_L$  는 부하의 회전관성모멘트( $kg \cdot m^2$ ),  $J_m$  는 피니언을 포함한 모터 회전자 회전관성모멘트( $kg \cdot m^2$ ) 이고,  $N$ 는 피니언과 기어 사이의 기어 비이다. 또한 식 (1)의 유효등가 비틀림강성은 식 (2)와 같다<sup>[6, 8]</sup>.

$$k_{eq, effect} = G_D(\delta, \theta_{d, max}) k_{eq} \quad (2)$$

여기서  $G_D(\delta, \theta_{d, max})$  는 백래시 모델의 기술함수 이득,  $k_{eq}$  는 기어, 피니언 및 회전축의 강성을 고려한 기어구동부의 등가비틀림강성( $N \cdot m / rad$ ),  $\delta$  는 피니언과 기어 사이에 존재하는 백래시를 피니언 고정 시 기어 축에서 측정된 각도 백래시 크기의  $1/2(rad)$  이고,  $\theta_{d, max}$  는 각 전달오차의 진폭크기이다( $rad$ ).

데드존 모델을 사용한 백래시 모델의 기술함수 이득값  $G_D(\delta, \theta_{d, max})$  은 다음 식 (3)과 같다<sup>[7]</sup>.

$$G_D(\delta, \theta_{d, max}) = 1 - \frac{2}{\pi} \left[ \sin^{-1} \left( \frac{\delta}{\theta_{d, max}} \right) + \frac{\delta}{\theta_{d, max}} \sqrt{1 - \left( \frac{\delta}{\theta_{d, max}} \right)^2} \right] \quad (3)$$

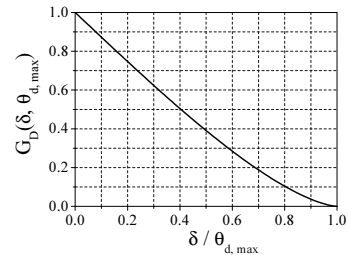
식 (1), 식 (2)와 식 (3)에 의해 백래시 크기가 변함에 따라 시스템의 반공진주파수 및 공진주파수가 변하게 된다.

그러나 Dagalakis<sup>[1]</sup>는 백래시 증가에 대해서 시스템의 반공진주파수 및 공진주파수는 감소되기는 하나 백래시

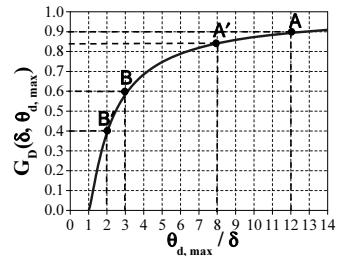
크기 변화를 감지할 수 있을 정도로 충분히 크게 관찰되지 않는다고 주장하고 있다. 이와 같은 Dagalakis<sup>[1]</sup>의 주장은 백래시 크기 증가에 대한 주파수응답특성 변화 관찰시 백래시 크기뿐만 아니라 각 전달오차 진폭크기를 동시에 고려하여 백래시 영향을 관찰해야 했음에도 불구하고, 단지 백래시 크기 증가에 대한 주파수응답특성의 변화만을 관찰함으로 위와 같은 결과를 얻게 된 것으로 판단된다.

따라서 본 연구에서는 백래시 증가에 대한 주파수응답특성의 변화가 각 전달오차의 진폭크기에 따라 크게 변할 수 있음을 보여주고자 하며, 이것을 위해 식 (3)의 이득값을 Fig. 2(a)와 Fig. 2(b)에 나타내었다. Fig. 2(a)는 식(3)을  $\delta/\theta_{d, max}$ 에 대해 나타낸 것이며, Fig. 2(b)는  $\theta_{d, max}$  값이 상대적으로 작을 경우 이득값의 변화를 자세히 관찰하기 위하여  $\theta_{d, max}/\delta$ 에 대해 나타내었다.

Fig. 2(b)에서 예를 들어 백래시 크기가  $0.2^\circ$ 이고, 각 전달오차 진폭크기가  $2.4^\circ$ 인 A점의 이득값은 대략 0.9 이고, 백래시 크기가  $0.2^\circ$ 이며 각 전달오차 진폭크기가  $0.6^\circ$ 인 B점의 이득값은 대략 0.6 이다. 여기서 백래시 크기가  $0.3^\circ$ 로  $0.1^\circ$  증가하면 A점의 이득값은 A'점의 이득값인 0.84로 감소하게 되고, B점의 이득값은 B'점의 이득값인 0.4로 감소하게 된다. 이때 동일한 백래시 크기  $0.1^\circ$ 증가에 대해서 A'점과 B'점의 이득값에는 0.44의 백래시 이득값의 차이가 발생하게 된다.



(a) The gain of backlash model w.r.t.  $\delta/\theta_{d, max}$



(b) The gain of backlash model w.r.t.  $\theta_{d, max}/\delta$

Fig. 2. The describing function gain of backlash model

결국 각 전달오차 진폭크기  $\theta_{d,max}$ 를 조절할 수 있다면 동일한 백래시 변화량에 대해서 백래시 이득 값에 큰 변화를 발생시킬 수 있고, 식 (1)과 식 (2)에 의해 주파수 응답특성에서 나타나는 반공진주파수와 공진주파수의 변화를 관찰함으로써 시스템의 백래시 크기 변화를 역으로 감지할 수 있음을 알 수 있다.

### 2.2 모터에 입력되는 전압의 진폭크기와 각 전달 오차 진폭크기와의 관계

본 절에서는 모터에 입력되는 전압의 크기를 변경함으로써 기어감속 서보시스템의 각 전달오차 진폭크기를 조절할 수 있음을 보여주고자 한다.

각 전달오차 진폭크기와 모터에 입력되는 전압크기와 의 관계를 전달함수 형태로 얻기 위하여 Fig. 1(a) 시스템에 존재하는 백래시 및 정마찰을 모두 0 이라 가정하였다. Fig. 3(a)는 모터에 입력된 정현파와 모터전압의 한 예를 나타내며 Fig. 3(b)는 예상되는 각 전달오차의 예를 나타낸다.

모터에 입력되는 정현파와 모터전압을 식으로 표현하면 다음 식 (4)와 같다.

$$V_m(t) = A_m \sin(2\pi ft) \tag{4}$$

여기서  $V_m$  는 모터에 입력되는 전압( $V$ ),  $A_m$  는 모터에 입력되는 전압의 진폭크기( $V$ )이고,  $f$  는 모터에 입력되는 전압의 주파수( $Hz$ )이다.

Fig. 1(a)에 나타낸 DC 모터의 전기적 방정식은 다음 식 (5)와 같다<sup>9)</sup>.

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_m i_a + k_b \dot{\theta}_m = V_m \tag{5-a}$$

$$T_m = k_t i_a \tag{5-b}$$

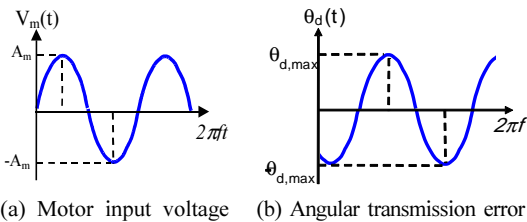


Fig. 3. The example of motor input voltage and angular transmission error

여기서  $L_a$  는 모터 인덕턴스( $H$ ),  $R_m$  은 모터 전기자 저항( $\Omega$ ),  $k_b$  는 모터역기전력 상수( $V \cdot s/rad$ ),  $i_a$  는 모터 전기자에 흐르는 전류( $A$ ),  $\theta_m$  는 모터 회전자의 회전각( $rad$ ),  $k_t$  는 모터의 토크 상수( $N \cdot m/A$ )이고,  $T_m$  는 모터 토크( $N \cdot m$ )이다.

그리고 모터의 운동방정식은 다음 식 (6)과 같다.

$$J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m = T_m - \frac{T_L}{N} \tag{6}$$

여기서  $J_m$  는 모터의 관성모멘트( $kg \cdot m^2$ ),  $B_m$  는 모터의 점성 감쇠 계수( $N \cdot m/(rad / sec)$ )이고,  $T_L$  는 부하에 전달된 토크이다( $N \cdot m$ ).

백래시가 0이라는 가정에 의해 부하에 전달되는 토크는 다음 식 (7)과 같다.

$$T_L = k_{eq} \theta_d \tag{7}$$

여기서  $\theta_d$  는 피니언 회전각과 부하 회전각과의 각 전달오차( $rad$ )이고,  $k_{eq}$  는 기어, 피니언 및 회전축의 강성을 고려한 기어구동부의 등가비틀림강성( $N \cdot m / rad$ )이다<sup>6)</sup>. 이때 각 전달오차는 다음 식 (8)과 같다.

$$\theta_d = \theta_m / N - \theta_L \tag{8}$$

여기서  $\theta_L$  는 부하 회전각이다( $rad$ ).

또한 시스템 내의 정마찰이 0이라는 가정하에 부하의 운동방정식은 다음 식 (9)와 같다.

$$J_L \ddot{\theta}_L = T_L \tag{9}$$

식 (5), (6), (7), (8)와 식 (9)를 이용하여 모터입력전압에 대한 각 전달오차의 전달함수를 구하면 식 (10)과 같다. 식 (10)에서  $n_0, d_4, d_3, d_2, d_1, d_0$  는 시스템이 제작되면 결정되는 상수이며, 모터입력전압의 주파수가 일정한 상태에서는 각 전달오차의 진폭크기는 식 (11)에 표현한 바와 같이 모터에 입력되는 전압의 진폭크기에 비례함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_d(s) &= \frac{n_0}{d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0} V_m(s) \\ &= \frac{n_0}{d_4s^4 + d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0} \frac{2\pi f A_m}{(s^2 + 4\pi^2 f^2)} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $n_0 = N k_r J_L$ ,  $d_4 = N^2 J_m J_L L_a$ ,

$$d_3 = N^2 J_L (L_a B_m + J_m R_m)$$

$$d_2 = k_{eq} L_a (J_L + N^2 J_m) + N^2 J_L (k_b k_b + B_m R_m),$$

$$d_1 = k_{eq} R_m (J_L + N^2 J_m) + N^2 L_a B_m k_{eq} \text{이고,}$$

$$d_0 = k_{eq} N^2 (k_b k_b + B_m R_m) \text{이다.}$$

$$\theta_{d,max} \propto A_m \quad (11)$$

식 (11)의 관계가 백래시와 정마찰이 0이라는 가정 하에 얻어진 결과이긴 하나 일반적인 기계시스템은 저역필터특성을 갖고 비선형 시스템일지라도 출력 성분 중 시스템에 입력된 가진 주파수 성분이 가장 클 것이므로<sup>[7]</sup>, DC 모터를 사용하는 1단 기어감속 서보시스템의 각 전달오차 진폭크기는 모터에 입력되는 전압의 크기를 조절함으로써 조절할 수 있음을 알 수 있다.

결론적으로 기어감속 서보시스템에 있어서 모터에 입력되는 전압의 크기를 조절함으로써 백래시 변화에 대한 주파수응답특성의 영향을 크게 증폭시킬 수 있다.

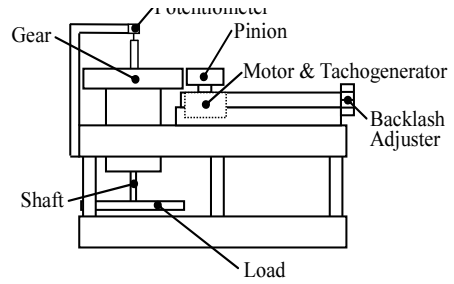
### 3. 시뮬레이션

#### 3.1 시스템 구성

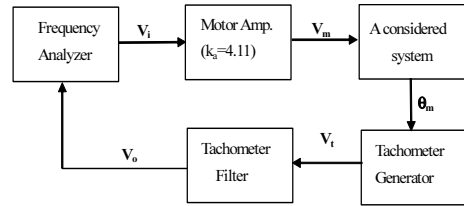
모터에 입력되는 전압크기를 조절함으로써 주파수응답특성에 미치는 백래시 영향을 증폭시킬 수 있다는 것을 시뮬레이션하고자 한다.

Fig. 4(a)와 Fig. 4(b)는 기어와 피니언의 축간거리를 조정하여 백래시 크기를 변경할 수 있는 1단 기어감속 서보시스템의 개략도와 구성도이다. 사용된 기어와 피니언은 스퍼어 기어이며 모듈은 0.5이다. Fig. 4(b)에 나타난 모터전압증폭기는 모터에 입력되는 전압을 증폭하기 위해 사용되며, 모터는 태코제너레이터 일체형 모터이며, 최대입력전압은 17.9 V이다. 모터전압증폭기의 특성은 본 연구에서 관심 있는 주파수 영역 전체에 있어서 일정하여, 모터입력전압  $V_m$  과 모터전압증폭기의 입력전압  $V_i$  의 관계는 식 (12)와 같이 표현하였다.

$$V_m = k_a V_i \quad (12)$$



(a) The schematic diagram



(b) The constitution diagram

Fig. 4. The schematic diagram and constitution diagram of a considered system

여기서  $k_a$ 는 모터전압증폭기의 증폭 비이고,  $V_i$  모터 전압증폭기에 입력되는 전압이다.

그리고, 모터 회전속도를 검출하기 위해 사용된 태코제너레이터의 출력전압  $V_t$ 과 모터 회전 각속도와와의 관계는 다음 식 (13)과 같다.

$$V_t = k_{ts} \dot{\theta}_m \quad (13)$$

여기서  $k_{ts}$ 는 태코제너레이터 상수( $N \cdot m/A$ )이다.

일반적으로 태코제너레이터의 출력전압은 잡음이 많고 부동전압 형태로 출력되므로 차동 증폭 회로 및 2차 저역 필터회로를 거쳐야 한다. 그러므로 이 회로들을 통과한 태코제너레이터 출력전압  $V_o$ 는 다음 식 (14)와 같다.

$$V_o(s) = G_f(s) V_t(s) \quad (14)$$

여기서  $G_f(s)$ 는 태코제너레이터 필터의 전달함수이다.

#### 3.2 시뮬레이션 및 고찰

모터전압증폭기 입력전압  $V_i$ 에 대한 태코제너레이터 필터의 시간영역 응답  $V_o$ 를 얻기 위하여 MathWorks사의 Matlab Simulink를 사용하였다. 시뮬레이션은 10 Hz

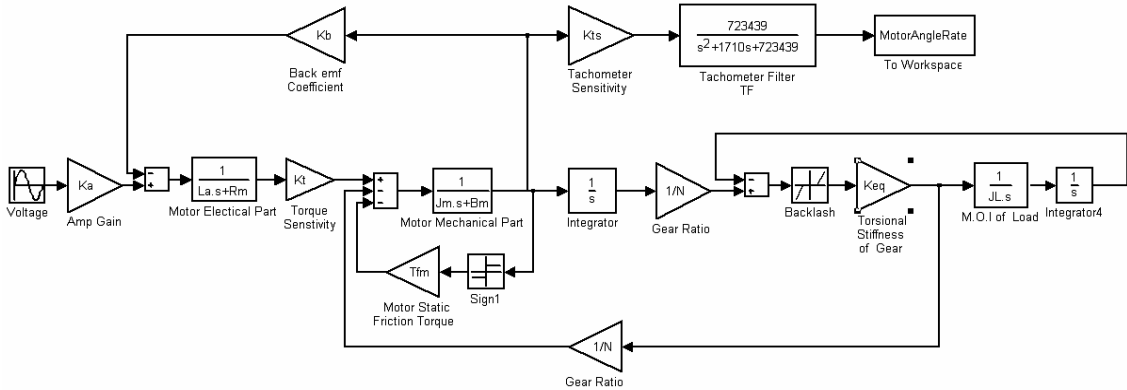


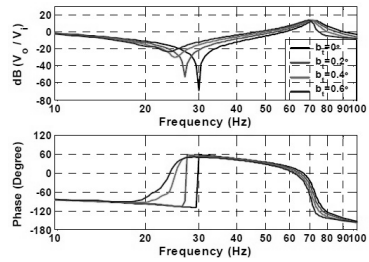
Fig. 5. Block Diagram

Table 1. Specifications of a considered system

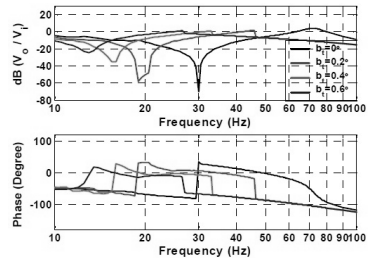
Parameter	Unit	Value
$J_L$	$(kg \cdot m^2)$	5.03E-3
$J_m$	$(kg \cdot m^2)$	8.60E-6
$k_{??}$	$(N \cdot m/rad)$	1.78E2
$L_o$	(H)	8.50E-4
$N$	-	11.0
$R_m$	( $\Omega$ )	4.10
$k_h$	$(V \cdot s/rad)$	3.44E-2
$k_f$	$(N \cdot m/A)$	3.49E-2
$T_{fm}$	$(N \cdot m)$	1.40E-2
$k_o$	-	4.11
$k_{fs}$	$(V \cdot s/rad)$	8.60E-2
$G_f(s)$	-	$\frac{723439}{s^2 + 1710s + 723439}$

~100 Hz 주파수 범위의 정현파 전압을 모터전압증폭기에 입력한 후 과도응답이 지난 정상상태응답에 대해서 테코제너레이터 필터 모델로부터 출력되는 전압신호를 10 $\mu$ sec 간격으로 샘플링하였으며 Runge-Kutta solver를 사용하였다. 그리고 각 가진 주파수에 대한 시스템의 이득 및 위상을 얻기 위해 시간영역 신호를 주파수 분석하였다. 식 (5)~식 (10)과 백래시 모델을 사용한 시스템 블록선도는 Fig. 5와 같으며 제원은 Table 1과 같다.

이와 같은 방법으로 얻어진 1단 기어감속 서보시스템의 주파수응답특성을 Fig. 6(a)와 (b)에 나타내었다. Fig. 6(b)의 경우 백래시가 0.2°일 때 반공진 및 공진주파수 감소 폭이 Fig. 6(a)의 경우 보다 크며, 추가적인 백래시 증가에 따른 반공진 및 공진점의 감소 폭 역시 Fig. 6(a)보다 크다. 이것은 백래시 모델의 기술함수 이득이 백래시



(a) When  $V_i = 4.35(V_{pk})$  ( $V_m = 17.9 V_{pk}$ )



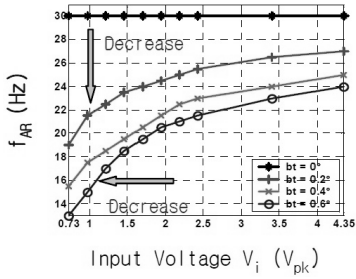
(b) When  $V_i = 0.73(V_{pk})$  ( $V_m = 3.0 V_{pk}$ )

Fig. 6. The bode diagram of  $V_o/V_i$  obtained from simulation according to the increase of backlash

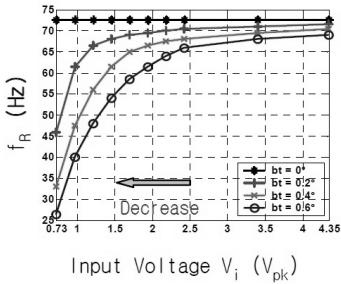
크기뿐만 아니라 모터입력전압 신호크기의 함수이므로 모터입력전압의 감소에 따른 모터 속도 감소로 각 전달오차  $\theta_{d,max}$ 가 작아져 동일한 백래시 양에 대한 기술함수이득이 작아졌기 때문이다.

Fig. 7는 모터전압증폭기 입력전압 크기  $V_i$ 를 조금씩 감소시켜가면서 백래시 크기를 0°에서 0.6°까지 0.2°씩 증가시켜가며 시뮬레이션 한 결과이다.

Fig. 7의 경우 모터전압증폭기 입력전압을 감소시키에 따라 동일한 백래시 크기에 대해 반공진 및 공진주파수가 점차 낮아지며 일정 전압이후 부터는 급격한 감소를 보이

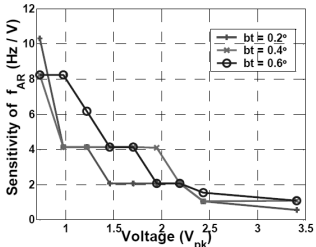


(a) Anti-resonance Frequency  $f_{AR}$

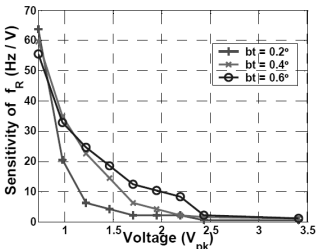


(b) Resonance Frequency  $f_R$

Fig. 7. The change of anti-resonance & resonance frequency obtained from simulation according to the input voltage and backlash variation



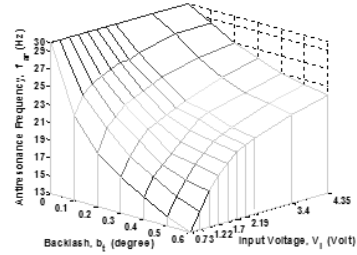
(a) The change of sensitivity of  $f_{AR}$



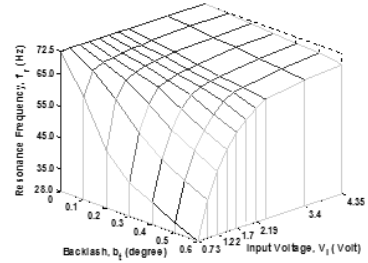
(b) The change of sensitivity of  $f_R$

Fig. 8. The changes of sensitivity of anti-resonance and resonance frequency obtained from simulation

는 구간이 존재함을 볼 수 있으며, Fig. 7의 반공진 및 공진주파수의 감소되는 형상이 Fig. 2(b)의 기술함수 이득



(a) Anti-resonance Frequency  $f_{AR}$



(b) Resonance Frequency  $f_R$

Fig. 9. The changes of  $f_{AR}$  and  $f_R$  obtained from simulation according to the changes of  $V_i$  and  $b_i$

곡선 형태와 유사함을 볼 수 있다.

Fig. 8은 Fig. 7에 나타난 그래프의 기울기를 나타낸 것으로 모터전압증폭기 입력전압 감소에 따른 반공진 및 공진주파수의 변화량 즉, 민감도를 나타낸 것이다. Fig. 8은 모터입력전압이 작아짐에 따라 반공진 및 공진 주파수의 민감도가 전반적으로 증가함을 알 수 있다.

Fig. 9는 백래시 크기를  $0^\circ$ 에서  $0.6^\circ$ 까지  $0.1^\circ$ 씩 증가시키고, 모터입력전압증폭기 입력전압은  $4.35 V_{pk}$ 에서  $0.73 V_{pk}$ 로 감소시키며 얻은 시스템의 반공진 및 공진주파수를 나타낸다. Fig. 9(b)의 공진주파수는 동일한 백래시 크기에 대해 모터입력전압 크기가 일정전압크기 이하로 감소되기 전까지는 완전한 감소를 보이다가 일정전압크기 이하부터는 급격히 감소하는 경향을 보여준다.

반면 Fig. 9(a)의 반공진주파수는 모터입력전압 전반에 걸쳐서 백래시 크기에 대한 감소 경향을 나타내고 있으며 공진주파수와 마찬가지로 일정전압 크기 이하부터는 큰 감소 경향을 보여주고 있다. 이것은 백래시 크기 변화를 감지할 때 모터입력전압을 충분히 낮춰야 되며 모터입력전압 감소량이 작은 경우 반공진주파수 변화 관찰에 좀 더 유의해야 함을 알 수 있다.

### 4. 실험

Fig. 10은 백래시 및 모터입력전압 변화에 대한 주파수 응답특성 변화를 관찰하기 위한 실험장치 구성도로 축간 거리를 조절하여 백래시 크기를 조절할 수 있는 백래시 조절장치, 모터에 입력되는 전압을 증폭하기 위한 모터전압증폭기와 모터 각속도 신호의 잡음을 제거하기 위한 태코제너레이터 필터로 구성되어 있다. 주파수응답신도를 구하기 위해 Agilent사의 Dynamic Signal Analyzer 35670A를 사용하였다. 실험에 사용된 시스템의 제원은 Table 1과 동일하다. Fig. 11은 모터전압증폭기 입력전압 감소 시

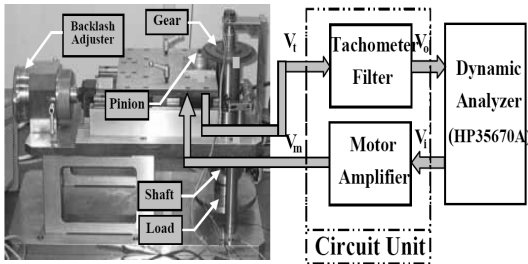
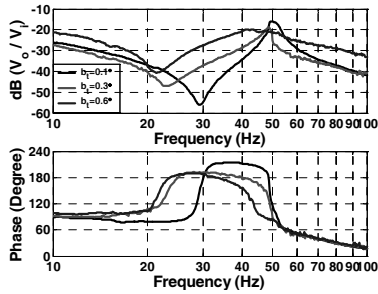
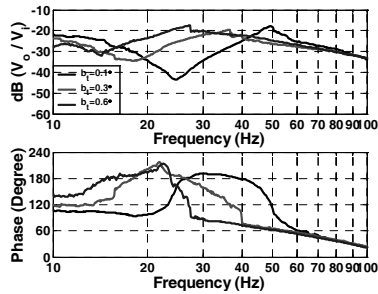


Fig. 10. Experimental Setup



(a) When  $V_i = 4.35(V_{pk})$  ( $V_m = 17.9 V_{pk}$ )



(b) When  $V_i = 0.73(V_{pk})$  ( $V_m = 3.0 V_{pk}$ )

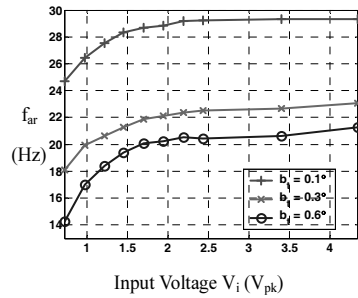
Fig. 11. The bode diagram of  $V_o/V_i$  obtained from experiment according to the increase of backlash

백래시 증가에 따른 주파수응답특성의 변화를 나타내며, 모터전압증폭기 입력전압  $V_i$  은  $4.35 V_{pk}$ ,  $0.75 V_{pk}$ 에 대해 실험하였다. 이때, 백래시는  $0.1^\circ$ ,  $0.3^\circ$ ,  $0.6^\circ$ 로 증가시켜가며 변화를 관찰하였다.

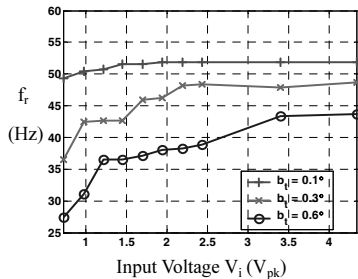
Fig. 11의 경우 Fig. 6의 시뮬레이션 결과와 마찬가지로 모터에 입력되는 전압크기가 작은 Fig. 11(b)가 Fig. 11(a) 보다 작은 반공진 및 공진주파수를 갖으며, 추가적인 백래시 증가에 대해서도 Fig. 11(b)가 Fig. 11(a) 보다 큰 주파수 감소량을 가짐을 알 수 있다.

Fig. 12는 모터에 입력되는 전압을 단계적으로 감소시켰을 때 얻어진 반공진 및 공진주파수 변화를 나타낸다. Fig. 12 역시 Fig. 7의 시뮬레이션 결과와 마찬가지로 모터전압증폭기 입력전압을 감소시키기에 따라 반공진 및 공진주파수가 점차 낮아지며 일정전압 이하부터는 크게 감소하는 부분이 존재함을 알 수 있다.

공진주파수의 변화를 나타낸 Fig. 12(b)의 그래프 형태가 Fig. 7(b)의 형태와 다른 이유는 공진주파수에서 발생하는 진동이 백래시 조절장치 위에 탑재된 태코제너레이터 일체형 모터의 각속도 측정에 영향을 주어 발생한 것으로 추정된다.



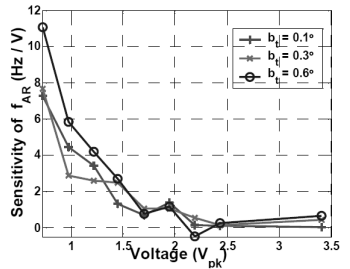
(a) Anti-resonance Frequency  $f_{AR}$



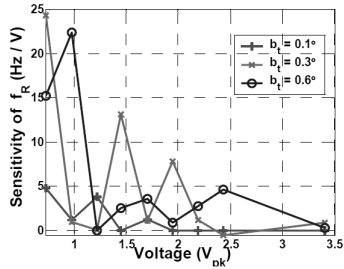
(b) Resonance Frequency  $f_R$

Fig. 12. The change of anti-resonance & resonance frequency obtained from experiment according to the input voltage and backlash variation





(a) The change of sensitivity of  $f_{AR}$



(b) The change of sensitivity of  $f_R$

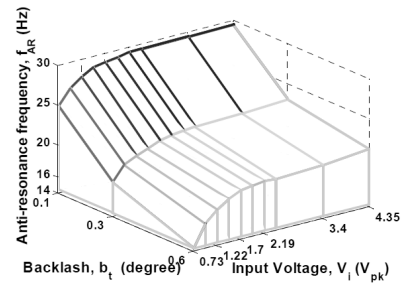
Fig. 13. The changes of sensitivity of anti-resonance and resonance frequency obtained from simulation

Fig. 13은 Fig. 8과 마찬가지로 모터전압증폭기 입력전압 감소에 따른 반공진 및 공진주파수의 변화 기울기 즉, 민감도를 나타낸 것으로 시뮬레이션과 마찬가지로 모터 입력전압이 작아짐에 따라 반공진 및 공진주파수의 민감도가 전반적으로 증가함을 알 수 있다.

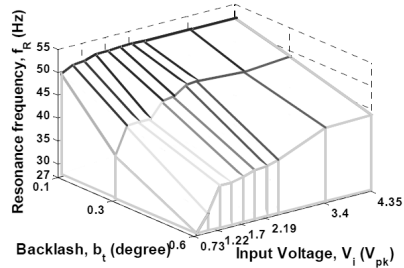
그러나 Fig 13(b)는 앞에서 언급한 바와 같이 시스템 진동에 의한 오차를 갖고 얻어진 것이라 민감도 변동이 심해 보인다.

Fig. 13(b)와 Fig. 12(b)를 살펴볼 때 시스템마다 다를 수 있겠지만 모터입력전압에 대한 모터각속도의 주파수 응답특성의 변화를 관찰하여 백래시 크기 변화를 감지할 때 공진주파수 보다 반공진주파수가 좀 더 안정적으로 백래시 크기 변화를 예측할 수 있음을 알 수 있으며, 백래시 크기 변화 감지 시 반공진주파수 변화에 좀 더 유의해야 함을 알 수 있다.

Fig. 14는 Fig. 9와 마찬가지로 백래시 및 모터입력전압 크기가 변화에 따른 반공진 및 공진주파수 변화를 나타낸다. Fig. 14(b)는 공진에 의한 진동으로 모터입력전압에 대한 공진주파수 감소 형태가 Fig. 14(a)의 반공진주파수 변화 형태 대비 연속적이진 못하나 일정전압이하에서 급격히 감소하는 구간이 존재하는 것은 확인할 수 있다. Fig. 14(a)는 백래시 증가 및 모터입력전압 감소에 대해



(a) Anti-resonance Frequency  $f_{AR}$



(b) Resonance Frequency  $f_R$

Fig. 14. The changes of  $f_{AR}$  and  $f_R$  obtained from experiment according to the changes of  $V_i$  and  $b_t$

Fig. 14(b) 보다 연속적인 감소형상을 보여주고 있다.

따라서 백래시 크기 변화를 감지하기 위해 주파수응답 특성의 변화를 관찰한다면 반공진주파수의 변화 관찰이 좀 더 유용할 것으로 판단되며, 공진주파수 변화를 함께 관찰하기 위해서는 공진주파수가 급격히 감소하는 구간 까지 모터입력전압을 충분히 감소시켜야 됨을 알 수 있다.

## 5. 결론 및 향후연구과제

본 연구에서는 기어감속 서보시스템의 모터입력전압 크기를 충분히 감소시키면 모터입력전압에 대한 모터각속도에서 나타나는 주파수응답특성에 미치는 백래시 영향이 매우 커짐을 보여주었다. 주파수응답선도에서 나타나는 반공진 및 공진주파수 변화량을 관찰하여 기어감속 서보시스템 내 기어 백래시 변화를 감지할 수 있는 가능성을 이론적, 시뮬레이션 및 실험적으로 검증하였다. 또한 반공진주파수 변화가 공진주파수 변화 보다 안정적으로 예측될 수 있으므로 백래시 크기 변화 감지 시 반공진 주파수 변화량에 좀 더 유의해야 되며, 공진주파수의 경우 모터입력전압을 충분히 감소시켜야 백래시 크기 변화에 대한 공진주파수의 큰 변화를 관찰할 수 있음을 알 수 있

었다. 본 연구는 향후 기어감속 서보시스템 내 백래시 크기 변화 감지에 대한 연구에 있어서 유용하게 사용될 수 있을 것이라고 생각한다.

## References

1. Dagalakis, N. G. and Myers, D. R., "A Technique for the Detection of Robot Joint Gear Tightness", *Journal of Robotic Systems*, Vol. 2, No. 4, pp. 414-423, 1985.
2. Stein, J. L. and Wang, C. H., "Estimation of Gear Backlash: Theory and Simulation," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 120, pp. 74-82, 1998.
3. Sakar, N., Ellis, R. E. and Moore, T. N., "Backlash Detection in Geared Mechanisms: Modeling, Simulation, and Experimentation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 11, No. 3, pp. 391-408, 1997.
4. Pan, M.C., Brussel, H. V., Sas, P. and Verbeure, B., "Fault Diagnosis of Joint Backlash", *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 120, pp. 13-24, 1998.
5. Baek, J. H., Kwak, Y. K. and Kim, S. H., "Backlash Estimation of a Seeker Gimbal with Two-Stage Gear Reducers," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 21, pp. 604-611, 2003.
6. Baek, J. H., Hong, S. M., Yang, T. S., Kim, S. H., Kwak, Y. K., "A Study on the Bandwidth of Gear Reduction Servo System According to Backlash and Motor Supplied Voltage," *Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, Vol 19, No. 6, pp. 119-127, 2002.
7. Slotine, J. E. and Li, W., *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, pp. 175~177, 1991.
8. Bigley, W. J., "Wideband Base Motion Isolation Control via the State Equalization Technique," *Optical Engineering*, Vol. 32, No. 11, pp. 2805-2811, 1993.
9. Clifford, M., *Modern electronic Motors*, Prentice Hall, 1990.



백 주 현 (joohyunbaek@lignex1.com)

1989 한양대학교 기계설계학 학사

1991 한양대학교 기계설계학(로봇공학) 석사

2012 한국과학기술원 기계공학 박사

1991~현재 LIG넥스원(주) 연구본부 기계연구센터 팀장(수석연구원)

관심분야 : 로봇공학, 시스템동역학, 동역학모델링